УДК 621.311.1.016

О. И. АЛЕКСАНДРОВ[1], Д. Н. СВИРСКИЙ[1], Т. Е. ЖУКОВСКАЯ[2]

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ КОМБИНИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ И ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

[1]Белорусский государственный технологический университет,
[2]Белорусский национальный технический университет

(Поступила в редакцию 19.06.2014)

Введение. В условиях оперативного управления режимами энергетических систем требуется разработка методов и программ оптимизации с гарантией и достаточным быстродействием, обеспечивающих минимум расхода топлива в системе в течение цикла краткосрочного планирования суток с учетом многих существенных факторов: реальных энергетических характеристик оборудования; возможных стратегий маневрирования составом включенных в работу агрегатов; потерь активной мощности в сети; влияния комплексных коэффициентов трансформации трансформаторов; ограничений по суточным расходам топлива на электростанциях; скорости набора и снятия нагрузки на агрегаты; допустимого перетока мощности в звеньях сети и величин напряжений в узлах. Совместить требования вычислительной эффективности и охвата в моделях оптимизации всех факторов практически удается только при функциональной декомпозиции задачи, в частности при раздельном решении задач оптимизации активных и реактивных мощностей [1].

В данной статье показано, что учет большинства из вышеперечисленных факторов вполне достижим при использовании метода динамического программирования. Как следует из результатов практических расчетов, этот метод весьма эффективен в задачах определенной частной структуры, к числу которых относится и рассматриваемая задача рационального распределения активных мощностей между генерирующими источниками. Это позволяет существенно снизить вычислительные трудности, связанные с ее решением.

Декомпозиция задачи оптимального распределения активных мощностей в энергосистеме на подзадачи внутри- и межстанционной оптимизации. Выполняя декомпозицию задачи оптимального распределения активных мощностей между электростанциями, будем вначале считать, что величина потерь в сети заранее известна и прибавлена к суммарной мощности потребления в узлах основной сети энергосистемы. Тогда задачу можно сформулировать следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_1}\varphi_{ij}(P_{ij}) \to \min,\\
&\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_1}P_{ij} = \sum_{v=1}^{h}P_v,\\
&(P_{n,1}=0)\nabla(P_{n,1\min} \le P_{n,1} \le P_{n,1\max}),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(P_{n,n_m}=0)\nabla(P_{n,n_m\min} \le P_{n,n_m} \le P_{n,n_1\max}),\\
&(P_{t,1}=0)\nabla(P_{t,t\min} \le P_{t,1} \le P_{t,t\max}),\\
&(P_{1,n_1}=0)\nabla(P_{1,n_1\min} \le P_{1,n_1} \le P_{1,n_1\max}),
\end{aligned} \qquad (1)$$

где P_{ij} – заданная нагрузка электростанции; m – количество электростанций в энергосистеме; n_i, $i = 1, 2, ..., m,$ – количество агрегатов i-й станции, находившихся в работе или в горячем резерве к началу рассматриваемого часа суток; $\varphi_{i,j}(P_{i,j})$, $j = 1, 2, \ldots, n_j$, – расходная характеристика j-го агрегата i-й станции, ∇ – символ логической операции «исключающее ИЛИ», P_v, $v = 1, 2, ..., k$, – мощность потребления в v -м узле основной сети энергосистемы.

Алгоритм оптимального распределения активных мощностей между электрическими станциями с учетом потерь. Рассмотренный выше способ декомпозиции задачи оптимального распределения активных мощностей в энергосистеме на подзадачи внутри- и межстанционной оптимизации правомерен и при учете потерь активной мощности. При этом учет внутристанционной оптимизации по-прежнему сводится к построению расходных характеристик станций с помощью моделей одного из рассмотренных выше типов, а задача распределения мощностей между электростанциями формулируется как

$$\sum_{i=1}^{m} \varphi_i(P_i) \to \min, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i = \sum_{v=1}^{A} P_v + \pi, \tag{3}$$

$$P_{i\min} \le P_i \le P_{i\max},\ i = 1, 2, ..., m, \tag{4}$$

где потери мощности π в соответствии с [2] удовлетворяют уравнению

$$\pi = \begin{bmatrix} P \\ p \end{bmatrix}^* B_{11} \begin{bmatrix} P \\ p \end{bmatrix} + 2(q^* B_{21} - U_0 B_{31}) \begin{bmatrix} P \\ p \end{bmatrix} (2B_{12}q - B_{13}U_0) + q^* B_{22} q - q^* B_{23} U_0 - U_0 B_{32} q + U_0^2 B_{33}. \tag{5}$$

Здесь $\begin{bmatrix} P \\ \overline{p} \end{bmatrix}$ – столбцы активных мощностей соответственно на станциях, кроме $(m+1)$-й станции, принимаемой за балансирующую, и в узлах потребления (мощности станций считаем положительными, мощности узлов потребления – отрицательными); **q** – вектор-столбец реактивных узловых мощностей; B – положительно определенная матрица коэффициентов потерь.

Если бы величина π была заранее известна, то значение вектора **P** определялось бы однозначно путем решения задачи оптимизации (2)–(4) методом динамического программирования, который можно было бы использовать ввиду сепарабельности целевой функции и функций ограничений. Поэтому вектор **P** в выражении (4) можно рассматривать как функцию потерь $P(\pi)$, заданную алгоритмически с помощью модели (2)–(4) и метода динамического программирования, а само уравнение (5) рассматривать как уравнение с одним неизвестным π. Предположим, что p_{opt} – решение этого уравнения. Тогда скаляры p_{opt} и P_{opt} удовлетворяют уравнениям (3), (4) и, кроме того, при этом достигается глобальный минимум целевой функции (5) при ограничениях (3), (4). Следовательно, P_{opt} является решением задачи (2)–(4), если только для корня p_{opt} уравнения (5) выполнено условие $p_{opt} > 0$. Однако последнее всегда имеет место в силу положительной определенности матрицы B. Таким образом, несмотря на несепарабельность функции ограничения (4), задачу оптимизации с учетом потерь в сети можно решить путем сочетания какого-либо метода решения нелинейного уравнения (5) с методом динамического программирования.

Рассмотрим, в частности, алгоритм, использующий для решения уравнения (5) метод Ньютона. В этом случае итерационный процесс, как известно, определяется формулой

$$\pi_{(k+1)} = \pi_k - \frac{1}{\left(\frac{dF}{d\pi}\right)_\lambda} F(\pi_{(k)}),$$

где в соответствии с (5)

$$F(\pi) = \pi - \left(\begin{bmatrix} P \\ .... \\ p \end{bmatrix}^* B_{11} \begin{bmatrix} P \\ .... \\ p \end{bmatrix} + 2(q^* B_{21} - U_0 B_{31}) \begin{bmatrix} P \\ p \end{bmatrix} + q^* B_{22} q - 2q^* B_{23} U_0 - U_0 B_{32} q + U_0^2 B_{33} \right).$$

Разобьем матрицы B_{11}, B_{21}, B_{31} на блоки

$$B_{11}=\begin{bmatrix} B_{11}^{\text{сс}} B_{11}^{\text{сн}} \\ B_{11}^{\text{сн}} B_{11}^{\text{нн}} \end{bmatrix},$$

$$B_{21}=[B_{21}^{\text{с}} B_{21}^{\text{н}}],$$

$$B_{31}=[B_{31}^{\text{с}} B_{31}^{\text{н}}],$$

где индексы «с, н» относятся соответственно к станционным и нагрузочным узлам сети. Тогда, применяя формулы дифференцирования произведения матриц, из уравнения (5) получаем

$$\left(\frac{dF}{d\pi}\right)_{\lambda}=2(P_{(k)}^{*}B_{11}^{\text{сс}}+P^{*}B_{11}^{\text{нс}}+Q^{*}B_{21}^{\text{с}}-U_{0}B_{31}^{\text{с}})P_{(k)}^{*},$$

где $P_{(k)}^{*}$ – столбец производных $\frac{dP^{(t)}}{d\pi}$, $i = 1, 2, \ldots, m$, в k-й итерации.

Для нахождения $P_{(k)}^{*}$ при определении приближения $\pi_{(k+1)}$ можно применить метод вариаций, для чего необходимо путем решения задачи (2)–(4) при $\pi = \pi_{(k)}$ вычислить значение вектора $P^{(k)}$, решить задачу (2)–(4) при $\pi = \pi_{(k)}+\Delta\pi_{(k)}$, где $\Delta\pi_{(k)}$–приращение независимой переменной π. Если P_{k}^{Δ} – полученное при этом решение, то

$$P^{*}(k)\approx(P\Delta(k)-P(k)/\Delta\pi(k)).$$

Важным обстоятельством является то, что наиболее трудоемкий этап решения задачи оптимизации методом динамического программирования (прямой ход) в описанном алгоритме выполняется только один раз.

Недостатками использования метода Ньютона для решения уравнения (5) являются отсутствие гарантий сходимости процесса, а также необходимость вычисления производных алгоритмически заданных функций, при котором может не обеспечиваться достаточно высокая точность. Альтернативным подходом является замена задачи решения уравнения (5) эквивалентной задачей минимизации функции одной переменной:

$$F^{2}(\pi)\to\min, \tag{6}$$

$$\pi_{\min}\le\pi\le\pi_{\max}.$$

Теоретическая оценка интервала $[\pi_{\min},\pi_{\max}]$ весьма широка:

$$\pi_{\min}=0,\ \ \pi_{\max}=\sum_{t=1}^{m}P_{i\max}-\sum_{v=1}^{k}P_{v},$$

однако в действительности она может быть во много раз сужена из эмпирических соображений. Если $F^2(\pi)$ не унимодальна, для решения задачи (6) нецелесообразно использовать метод перебора, так как известен регулярный информационно-статистический метод оптимизации функции одной переменной на интервале $[\pi_{\min},\pi_{\max}]$, не налагающий требований унимодальности.

Алгоритм оптимизации суточного режима энергосистемы по активной мощности с учетом потерь и выбора состава оборудования. Покажем, что для оптимизации суточного режима энергосистемы применим метод дискретного динамического программирования. При этом процесс оптимизации строится как многошаговый процесс принятия решений, с каждым шагом которого связываются конкретный час суток τ и множества $S^{(\tau)}$ состояний системы, достижимых из заданного исходного состояния системы $S^{(\tau)}$ при $\tau = 0$ (последний час предыдущих суток). Тогда оптимизация на шаге процесса состоит в выборе для каждого состояния $S_{j}^{(\tau)}\in S^{(\tau)}$ такого состояния $S_{opt}^{(\tau-1)}(S_{j}^{(\tau)})$, из которого возможен переход в $S_{j}^{(\tau)}$, и требует наименьших затрат по сравнению со всеми другими состояниями $S_{\nu}^{(\tau-1)}$, из которых возможен переход в $S_{j}^{(\tau)}$, т. е. $S_{opt(j)}^{(\tau-1)}$ определяется на основе принципа оптимальности Беллмана как решение задачи оптимизации:

$$B(S_j^{(\tau)}) = B(S_\nu^{(\tau-1)}) + \Delta B(S_\nu^{(\tau-1)}, S_j^{(\tau)}) \to \min,$$
$$S_\nu^{(\tau-1)} \in S^{(\tau-1)}, \qquad (7)$$
$$B(S_\mu^{(24)}) \to \min, S_\mu^{(24)} \in S^{(24)},$$

где $B(S_\nu^{(\tau-1)})$ – расход топлива на участке суточного графика от t = 1 до t = τ–1 при начальном состоянии системы S_1 и конечном ее состоянии $S_\nu^{(\tau-1)}$, $\Delta B(S_\nu^{(\tau-1)}, S_j^{(\tau)})$ – расход топлива в час τ при переходе из состояния $S_\nu^{(\tau-1)}$ в состояние $S_j^{(\tau)}$, функция Беллмана $B(S_j^{(\tau)})$ и функция $S_{opt}^{(\tau-1)}$ ($S_j^{(\tau)}$) запоминаются и образуют результаты прямого хода динамического программирования. Последний заканчивается определением значений функций $B(S_\mu^{(24)})$ и $S_{opt}^{(23)}(S_\mu^{(24)})$. Обратный ход заключается в нахождении $S_{opt}^{(24)}$ как решения задачи оптимизации и последовательного определения состояний $S_{opt}^{(23)}(S_{opt}^{(24)})$, $S_{opt}^{(22)}(S_{opt}^{(23)})$, образующих оптимальную стратегию управления суточным режимом, которая представляет собой кортеж состояний:

$$\sigma_{opt} = (S_1, S_{opt}^{(2)}, ..., S_{opt}^{(24)}).$$

Конкретизируем понятие «состояние системы». Его можно представить как упорядоченное множество состояний электростанций:

$$S_j^{(\tau)} = (S_{j1}^{(\tau)}, S_{j2}^{(\tau)}, ..., S_{jnt}^{(\tau)}).$$

Состояние i-й станции S_{ji} можно охарактеризовать как кортеж множеств

$$M_{ji}^{(\tau)} = (A_{ji}^{(\tau)}, R_{ji}^{(\tau)}, Q_{ji}^{(\tau)}, Y_{ji}^{(\tau)}, Z_{ji}^{(\tau)}, N_{ji}^{(\tau)})$$

($A_{ij}^{(\tau)}, R_{ij}^{(\tau)}, Q_{ij}^{(\tau)}, Y_{ij}^{(\tau)}, N_{ij}^{(\tau)}$ – множество агрегатов, находящихся соответственно в следующих состояниях: включены в работу, в горячем резерве после отключения; в горячем резерве после разогрева из холодного резерва; в состоянии разогрева из холодного резерва, в холодном резерве, в ремонте) и кортеж векторов, элементы каждого из которых характеризуют предысторию состояний агрегатов, входящих в соответствующие множества $P_{ji}^{(\tau)} = (a_{ji}^{(\tau)}, r_{ji}^{(\tau)}, q_{ji}^{(\tau)}, y_{ji}^{(\tau)})$.

Здесь

$$a_{ji}^{(\tau)} = (P_{ji,1}^{(\tau)}, P_{ji,2}^{(\tau)}, ..., P_{ji,a}^{(\tau)}),$$
$$r_{ji}^{(\tau)} = (\tau_{ji,a+1}^{otk}, \tau_{ji,a+2}^{otk}, ..., \tau_{ji,a+r}^{otk}),$$
$$q_{ji}^{(\tau)} = (\tau_{a+r+1}^{2p}, \tau_{ji,a+r+2}^{2p}, ..., \tau_{a+r+q}^{2p}),$$
$$y_{ji}^{(\tau)} = (\tau_{a+r+q+1}^{rez}, \tau_{a+r+q+2}^{rez}, ..., \tau_{ji,a+r+q+y}^{rez}),$$

где $P_{ji,k}^{(\tau-1)}$, k = 1, 2,..., α, – нагрузка k-го агрегата i-й станции в (τ–1)-й час в состоянии, предшествующем j-й станции; $\tau_{ji,k}^{otk}$, $k = \alpha + 1, ..., \alpha + r$, – момент последнего отключения k-го агрегата; $\tau_{ji,k}^{gp}$, $k = \alpha + r + 1, ..., \alpha + r + q$, – момент отключения разогрева k-го агрегата; $\tau_{ji,k}^{rez}$, $k = \alpha + r + q + 1, ..., \alpha + r + q + y$, – момент начала разогрева k-го агрегата.

Если состояние $S_{ji}^{(\tau)}$ образуется из состояния $S_{ji}^{(\tau-1)}$, то характеризующие его множества образуются как

$$A_{ji}^{(\tau)} = (A_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta R_{ji}) \cup \Delta A_{ji}^{(R)} \cup \Delta A_{ji}^{(Q)},$$
$$R_{ji}^{(\tau)} = (R_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta Z_{ji} \setminus \Delta A_{ji}^{(R)}) \cup \Delta R_{ji},$$
$$Q_{ji}^{(\tau)} = (Q_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta A_{ji}^{(Q)}) \cup \Delta Q_{ji},$$
$$y_{ji}^{(\tau)} = (y_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta Q_{ji}) \cup \Delta y_{ji},$$

$$Z_{ji}^{(\tau)}=(Z_{vi}^{(\tau-1)}\setminus \Delta y_{ji})\bigcup \Delta Z_{ji}^{(R)}\bigcup \Delta Z_i^{(N)},$$
$$N_i^{(\tau)}=(N_i^{(\tau-1)}\setminus \Delta Z_i^{(N)})\bigcup \Delta N_i^{(\tau)},$$

где

$$\Delta A_{ji}^{(R)}\subset R_{vi}^{(\tau-1)},\Delta A_{ji}^{(Q)}\subset Q_{vi}^{(\tau-1)},\Delta R_{ji}\subset A_{vi}^{(\tau-1)},$$
$$\Delta Q_{ji}\subset y_{vi}^{(\tau-1)},\Delta y\subset Z_{vi}^{(\tau-1)},\Delta Z_{ji}^{(R)}\subset R_{vi}^{(\tau-1)},$$

где $t_{i,k}^{rez}$, $t_{i,k}^{otk}$ – продолжительность соответственно ввода *k*-го агрегата *i*-й станции из состояния холодного резерва в горячий резерв и перехода ее ℓ-го агрегата после отключения в состояние холодного резерва. Каждое из множеств $\Delta A_{ji}^{(R)},\Delta A_{ji}^{(Q)},\Delta R_{ji},\Delta y_{ji}$, относящееся к состоянию $S_{ji}^{(\tau)}$, образует одно из подмножеств соответственно множеств $R_{\nu i}^{(\tau-1)},Q_{\nu i}^{(\tau-1)},A_{\nu i}^{(\tau-1)},Z_{\nu i}^{(\tau-1)}$, совместных со следующими эксплуатационными ограничениями:

$$\forall(i=1,2,...,m)((\left|\Delta R_{ji}^{(A)}\right|=1)\nabla(\left|\Delta A_{ji}^{(Q)}\right|=1))\nabla,$$
$$\nabla((\Delta R_{ji}^{(A)}=\varnothing)\wedge(\Delta A_{ji}^{(Q)}=\varnothing))\wedge(\Delta A_{ji}^{(R)}=\varnothing)\nabla,$$
$$\nabla((\left|\Delta A_{ji}^{(R)}\right|\le 1)\wedge(\forall(k=1,2,...,m))((\Delta R_{ji}^{(A)}=\varnothing)\wedge(\Delta A_{ji}^{(Q)}=\varnothing))),$$
$$\forall(i=1,2,...,m)((\Delta Z_{ji}^{(R)}=\varnothing)\nabla(\left|\Delta y_{ji}\right|=1))\nabla((\Delta Z_{ji}^{(R)}=\varnothing)\wedge(\Delta y_{ji}\ne\varnothing)).$$

Исходное состояние $S_{\nu i}^{(\tau)}$ и кортеж множеств $M_{ji}^{(\tau)}$ полностью определяют кортеж векторов $P_{ji}^{(\tau)}$, а следовательно, и состояние $S_{ji}^{(\tau)}$, если считать, что значения компонентов вектора $\alpha_{ji}^{(\tau)}$ не влияют на затраты $B(\mathrm{S}_{ji}^{(\tau)},\mathrm{S}_{ki}^{(\tau+1)})$, связанные с переходом из состояния $S_{ji}^{(\tau)}$ в любое из возможных состояний $S_{ki}^{(\tau+1)}$ на следующем шаге (это справедливо при неучете ограничений на скорости набора и снятия нагрузок агрегатов). Тогда компоненты векторов $\alpha_{\mathrm{ji}}^{(\tau)}$, $\tau=1,2,...,m$, определятся из решения задачи оптимизации:

$$\Delta B(S_v^{(\tau-1)},S_j^{(\tau)})=\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{l\in A_{ji}^{(\tau)}}\varphi_{ji,l}^{(\tau)}(P_{ji,l}^{(\tau)})+\sum_{v\in\Delta Z_{ji}}D_{ij}\right)\to\min,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{l\in A_{ji}^{(\tau)}}P_{ji,l}^{(\tau)}\right)=\sum_{\mu=1}^{k}P_{\mu}^{(\tau)}+\pi^{(\tau)},$$

$$P_{i,l\min}\le P_{ji}l,\ 1\le P_{j,l\max},\ i=1,2,...,m,l\in A_{ji}^{(\tau)},$$

где $D_{ij},\gamma\in Z_{ji}$ – расход топлива, связанный с переходом агрегата из горячего в холодный резерв, а характеристики агрегатов $\ell\in A_{ji}^{(\tau)}$ определяются следующим образом:

$$\phi_{ji,l}^{(\tau)}=\begin{cases}f_{i,l}(P_{ji,l}^{(\tau)}),\ l\in(A_{ji}^{(\tau-1)}\setminus\Delta R_{ji})\bigcup\Delta A_{ji}^{(R)},\\ f_{i,l}(P_{ji,l}^{(\tau)})+\alpha_{i,l}^{rez}t_{i,l}^{rez}+\alpha_{i,l}^{gr}(\tau-\tau_{vi,l}^{gr}),\ l\in\Delta A_{ji}^{(Q)}.\end{cases}$$

Здесь $\alpha_{i,k}^{rez}$, $\alpha_{i,l}^{gr}$ – удельные расходы топлива соответственно на разогрев *l*-го агрегата *i*-й станции и на поддержание его в состоянии горячего резерва в течение 1 ч.

Компоненты векторов $r_{ji}^{(\tau)}$, $i=1,2,...,m$, определяются как

$$\tau_{ji,l}^{otk}=\begin{cases}\tau_{vi,l}^{otk},\ l\in(R_{vi}^{(\tau-1)}\setminus\Delta Z_{ji}\setminus\Delta A_{ji}^{(R)}),\\ \tau,\ l\in\Delta R_{ji}.\end{cases}$$

Для векторов $q_{ji}^{(\tau)}$, $y_{ji}^{(\tau)}$

$$\tau_{ji,l}^{gr} = \begin{cases} \tau_{vi,l}^{gr}, \ l \in Q_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta A_{ji}^{(Q)}, \\ \tau, \ l \in \Delta Q_{ji}, \end{cases}$$

$$\tau_{ji,l}^{rez} = \begin{cases} \tau_{vi,l}^{rez}, \ l \in y_{vi}^{(\tau-1)} \setminus \Delta Q_{ji}, \\ \tau, \ l \in \Delta y_{ji}. \end{cases}$$

После того, как кортежи $M_{ji}^{(\tau)}, P_{ji}^{(\tau)}$ сформированы, проводится оптимизация в соответствии с выражением (7), для чего необходимо определить величину

$$B(S_{v}^{(\tau-1)}, \ S_{j}^{(\tau)}) = B(S_{v}^{(\tau-1)}) + B(S_{v}^{(\tau-1)}, \ S_{j}^{(\tau)})$$

и сравнить ее со значением $B(S_{\mu}^{(\tau-1)}, S_{j}^{(\tau)})$, если ранее состояние $S_{j}^{(\tau)}$ уже было сформировано, исходя из состояния $S_{\mu}^{(\tau-1)}$, $\mu \pm \nu$:

$$B(S_{j}^{(\tau)}) = \min(B(S_{v}^{(\tau-1)}, \ S_{j}^{(\tau)}), \ B(S_{\mu}^{(\tau-1)}, \ S_{j}^{(\tau)}))$$

и соответственно функции $S_{opt}^{(\tau-1)}(S_{j}^{(\tau)})$.

Оптимизация на первом шаге процесса при $\tau = 1$ отличается от случая произвольного τ тем, что при формировании состояний $S_{j}^{(1)}$ рассмотрению подлежит единственное исходное состояние $S^{(0)}$, заданное в соответствии с графиком работы энергосистемы предыдущих суток на час ($\tau = 24$).

На последнем шаге процесса при $\tau = 24$ нет необходимости формировать $S^{(24)}$ как множество всех возможных $S_{j}^{(24)}$, поскольку независимо от исходного состояния $S_{\nu}^{(23)}$ переход из него должен быть оптимальным. Все подлежащие рассмотрению состояния $S_{\nu}^{(24)} \in S^{(24)}$ могут быть сформированы в результате решения семейства задач оптимизации вида

$$\Delta B(S_{v}^{(23)}, S_{j}^{(24)}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{l \in A_{vi}^{(23)}} \varphi_{vi,l}^{(24)}(P_{i,l}^{(24)}) \to \min,$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{l \in A_{vi}^{(23)}} P_{ij}^{(24)} = \sum_{\mu=1}^{k} P_{\mu}^{(24)} + \pi^{(24)},$$

$$(P_{i,l}^{(24)} = 0) \nabla (P_{i,l\min} \le P_{i,l}^{(24)} \le P_{i,l\max}), i = 1, 2, ..., m, l \in A_{vi}^{(23)},$$

где расходные характеристики агрегатов определяются как

$$\varphi_{vi,l}^{(24)}(P_{i,l}^{(24)}) = \begin{cases} f_{i,l}(P_{i,l}^{(24)}), \ P_{i,l\min} \le P_{i,l}^{(24)} \le P_{i,l\max}, \\ D_{i,l}, \ P_{i,l}^{(24)} = 0. \end{cases}$$

Соответственно уменьшению числа множества $S^{(24)}$ сокращается и количество стратегий, требующих рассмотрения на обратном ходе динамического программирования.

Учет ограничений на суточный расход топлива для отдельных электростанций энергосистемы. Пусть для n из m электростанций системы заданы суточные расходы топлива, т. е. задача оптимизации суточного режима энергосистемы формулируется в виде

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{\tau=2}^{24} B_{i}^{(\tau)}(P_{i}^{(\tau)}) \to \min, \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_{i}^{(\tau)} = \sum_{v=1}^{k} P_{v}^{(\tau)} + \pi^{(\tau)}, \ \tau = 1, 2, ..., 24, \tag{9}$$

$$P_{i\min}^{(\tau)} \le P_i^{(\tau)} \le P_{i\max}^{(\tau)},\ i = 1, 2, ..., m,\ \tau = 1, 2, ..., 24, \tag{10}$$

$$\sum_{\tau=1}^{24} B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)}) = B_j^{\text{сут}},\ j = 1, 2, ..., n. \tag{11}$$

Известно, что этой задаче эквивалентна задача без ограничений вида (2)–(4), модифицированная путем замены исходной функции (2) функцией Лагранжа:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{\tau=1}^{24} B_i^{(\tau)}(P_i^{(\tau)}) + \sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(\sum_{\tau=1}^{24} B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)}) - B_j^{\text{сут}}\right) \to \min, \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i^{(\tau)} = \sum_{v=1}^{k} P_v^{(\tau)} + \pi^{(\tau)},\ \ \tau = 1, 2, \dots, 24, \tag{13}$$

$$P_{i\min}^{(\tau)} \le P_i^{(\tau)} \le P_{i\max}^{(\tau)},\ i = 1, 2, ..., m,\ \tau = 1, 2, \dots, 24, \tag{14}$$

где $\lambda_j = 1, 2, ..., n,$ – множители Лагранжа, определяемые таким образом, что решение задачи (12) должно удовлетворять ограничениям (13), (14). Из этого следует, что систему (12)–(14) можно рассматривать как семейство задач оптимизации, определяющее семейство решений как вектор-функцию $P(\lambda)$, где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$, тогда из (12) имеем систему уравнений относительно вектора λ: $F(\lambda) = 0,$ где $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ – вектор-функция, для которой

$$F_j = \sum_{\tau=1}^{24} B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)}(\lambda)) - B_j^{\text{сут}},\ j = 1, 2, ..., n. \tag{15}$$

Решение задачи можно найти с помощью системы уравнений (12)–(14), где вектор-функция $P(\lambda)$ задана указанным выше образом. В случае использования метода Ньютона имеем итерационный процесс

$$\lambda_{(k+1)} = \lambda_k - [F'(\lambda_{(k)})]^{-1} F(\lambda_{(k)}), \tag{16}$$

где $F'(\lambda_{(k)})$ – матрица Якоби функции $F(\lambda)$ в точке $\lambda_{(k)}$.

Пусть $P_j = (P_j^{(1)}, P_j^{(2)}, ..., P_j^{(24)})$, $j = 1, 2, \dots, n$, – вектор мощностей j-й станции,

$$\varepsilon_j = \left(\frac{dB_j^{(1)}}{dP_j^{(1)}}, \frac{dB_j^{(2)}}{dP_j^{(2)}}, ..., \frac{dB_j^{(24)}}{dP_j^{(24)}}\right),\ j = 1, 2, ..., n,$$

– строка удельных приростов расхода топлива на j-й станции.

Тогда из (15) получим

$$F'(\lambda_{(k)}) = \sum_{j=1}^{n} l_j \varepsilon_j (P_{j(k)}) P'_j(\lambda_{(k)}),$$

где

$$l_j^* = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & & j-1 & j & j+1 & & n \end{matrix} \\ \left[\begin{matrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{matrix}\right] \end{array},$$

$P_j'(\lambda_{(k)})$ – матрица Якоби вектор-функции $P_1(\lambda)$ в точке $\lambda_{(k)}$.

Таким образом, чтобы при заданном векторе сделать очередной шаг процесса (16) необходимо следующее:

1) решить задачу (12)–(14) при $\lambda = \lambda_{(k)}$;

2) вычислить матрицу ε такую, что $\varepsilon^* = \left[\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, ..., \varepsilon_n^*\right]$, используя расходные характеристики станций для каждого часа при оптимальной стратегии в задаче (12)–(14); вычислить методом ва-

риаций матрицу $P_j'(\lambda)$, j = 1, 2, ..., n, для этого необходимо решить задачу (12)–(14) n раз, однако вследствие малости приращений $\Delta\lambda_{i(k)}$, i = 1,2, ..., n, оптимальную стратегию маневрирования составом оборудования можно считать неизменной, находя лишь измененные значения векторов $\alpha_{ji}^{(\tau)}$ для соответствующих состояний $S_j^{(\tau)}$, $j = 1, 2, ..., m$.

Оптимальную стратегию при $\lambda = \lambda_{(k)}$ можно найти методом динамического программирования с тем отличием от алгоритма, описанного выше, что расходная характеристика $B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)})$ для шага процесса τ_j, j = 1, 2, ..., n, модифицируется как $B_j^{(\tau)} P_j^{(\tau)} := \lambda_{j(k)}(B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)}) - B_j^{\text{сут}} / 24) + B_j^{(\tau)}(P_j^{(\tau)})$, где : = – оператор присваивания. Такой способ модификации обеспечивает накопление на шагах любой стратегии соответствующего значения функции Лагранжа (12), которое при значении вектора λ, удовлетворяющем (14), совпадает со значением некоторой целевой функции (8), соответствующим данной стратегии. Тем самым обеспечивается получение при оптимальной стратегии σ_{opt} фактического значения оптимального расхода топлива в системе при учете ограничений (11).

Заключение. Показана возможность использования метода нелинейного динамического программирования для решения задачи рационального распределения активных нагрузок между электростанциями в электроэнергетической системе. Дана универсальная постановка задачи и определены принципы ее реализации с учетом режимных и технических ограничений.

Литература

1. *Renglee P. J., Williams D.* Применение метода динамического программирования для распределения нагрузки энергосистемы. Power Apparatus and System. 1963. № 64 (рус. пер.).

2. *Alexandrov O. I., Muhsen A. F.* // Latvian Journal of Physics and Technical Sciences. 2002. N 2. P. 45–52.

3. *Александров О. И., Бакановский А. М., Устимович В. А.* // Вестн. БНТУ. 2003. № 2. С. 46–51.

O. I. ALEXANDROV, D. N. SVIRSKY, T. E. ZHUKOVSKAYA

OPTIMIZATION OF POWER SYSTEM REGIME BY THE COMBINED METHOD OF FUNCTIONAL DECOMPOSITION AND DYNAMIC PROGRAMMING

Summary

The common statement of a task is shown and the description of strategy at the choice of optimum structure of a power system chart of the load is presented. The criterion of optimization is the traditional parameter – a minimal charge of fuel on thermal power station. The main function of the task is defined in the field of existence of this function formed with the help of the system of condition – technological restrictions.