*УДК 536.24.001.57:621.039.517.55*

*О. В. СЕМЕНОВИЧ*

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СТЕРЖНЕВЫХ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ СБОРКАХ

*Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны НАН Беларуси*

*(Поступила в редакцию 02.11.2013)*

Широкое применение в практике теплогидравлических расчетов стержневых тепловыделяющих сборок (ТВС) нашли коды, основанные на субканальном приближении [1–5]. Субканальные коды позволяют рассчитывать параметры теплоносителя, усредненные по площади проходного сечения элементарной ячейки. Спектр субканальных математических моделей весьма широк; детальный анализ существующих моделей сделан в [5].

Суть субканального приближения сводится к следующему. Пространство сборки, занятое теплоносителем, представляющее собой многосвязную область, рассматривается как совокупность взаимосвязанных субканалов. При выборе способа дискретизации межстержневого пространства пучка на субканалы необходимо руководствоваться следующими требованиями: взаимодействие через границы между субканалами должно быть минимальным; должна быть возможной разумная аппроксимация функций, описывающих характеристики теплоносителя внутри субканала. Таким образом, субканал – часть занятого теплоносителем пространства сборки. Рассматриваемый подход вполне корректен, если ограничиваться расчетом параметров потока, усредненных по поперечному сечению субканала, и полагать, что перетечки теплоносителя через межстержневые зазоры намного меньше расхода через поперечное сечение субканала.

Первое условие требует предположения неизменности в пределах поперечного сечения субканала всех термодинамических параметров потока, в том числе и давления (погранслойное приближение). Второе условие с учетом сделанного выше предположения справедливо лишь тогда, когда аксиальная составляющая скорости потока существенно превосходит поперечные составляющие. Это позволяет в свою очередь провести разделение переменных в уравнении движения и рассматривать отдельно уравнения баланса продольной и поперечных составляющих импульса. Как следствие, существенно упрощается решение задачи. Между субканалами происходит обмен массой, импульсом и энергией: так называемое межканальное перемешивание, обусловленное различными факторами конструктивного и режимного характера.

В данной статье рассматриваются субканальная трехжидкостная трехполевая математическая модель и ее применение для исследования термогидродинамических процессов в стержневых ТВС водоохлаждаемых реакторов. Она пригодна для исследования процессов термогидродинамики в твэльных сборках во всем диапазоне режимов работы, включая аварийные ситуации. Заметим, что рассматриваемая модель является модернизацией ранее разработанной модели [6]. Системы решаемых уравнений очень похожи. Однако существенно различаются карты режимов течения и теплообмена, используемые для замыкания этих систем. Ограничимся рассмотрением системы решаемых уравнений названной модели. Они приведены ниже (уточним, что нижний индекс, указывающий фазу, в данном случае означает $v$ – пар, $l$ – сплошная жидкость, $e$ – капли жидкости):

$$\left[\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\right)_{,t}\right]_i + \left[\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\tilde{v}_v^z\right)_{,z}\right]_i = -\sum_{j=1}^{N} W_{vij} + \Sigma_{vi} S_i, \qquad (1)$$

$$\left[\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\right)_{,t}\right]_i+\left[\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\tilde{v}_l^z\right)_{,z}\right]_i=-\sum_{j=1}^{N}W_{lij}-\left(1-\eta_i\right)\Sigma_{vi}S_i-E_iS_i, \tag{2}$$

$$\left[\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\right)_{,t}\right]_i+\left[\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\tilde{v}_e^z\right)_{,z}\right]_i=-\sum_{j=1}^{N}W_{eij}-\Sigma_{vi}S_i+E_iS_i\ , \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\tilde{v}_{v,t}^z\right)_i+\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\tilde{v}_v^z\tilde{v}_{v,z}^z\right)_i=\\=-\left(\alpha_vS\bar{P}_{v,z}\right)_i-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{v}_{vij}^z-\tilde{v}_{vi}^z\right)W_{vij}-\left(S\alpha_v\bar{\rho}_vg\right)_i-\left[S\left(F_{vl}^z+F_{ve}^z\right)\right]_i+\\+\left(\alpha_vF_{wv}^zC_w\right)_i+\frac{\alpha_{vi}}{4}\sum_{j=1}^{N}\left(d_{Hi}+d_{Hj}\right)^2\left[\left(\tilde{v}_{vij,x}^z\right)^2+\left(\tilde{v}_{vij,z}^x\right)^2\right]^{1/2}\left\langle\bar{\rho}_v\tilde{v}_v^z\right\rangle_{ij},\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\tilde{v}_{l,t}^z\right)_i+\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\tilde{v}_l^z\tilde{v}_{l,z}^z\right)_i=\\=-\left(\alpha_lS\bar{P}_{l,z}\right)_i-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{v}_{lij}^z-\tilde{v}_{li}^z\right)W_{vij}-\left(S\alpha_l\bar{\rho}_lg\right)_i+\left(SF_{vl}^z\right)_i+\\+\left(\alpha_vF_{wl}^zC_l\right)_i+\frac{\alpha_{li}}{4}\sum_{j=1}^{N}\left(d_{Hi}+d_{Hj}\right)^2\left[\left(\tilde{v}_{lij,x}^z\right)^2+\left(\tilde{v}_{lij,z}^x\right)^2\right]^{1/2}\left\langle\bar{\rho}_l\tilde{v}_l^z\right\rangle_{ij},\end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\tilde{v}_{e,t}^z\right)_i+\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\tilde{v}_e^z\tilde{v}_{e,z}^z\right)_i=\\=-\left(\alpha_eS\bar{P}_{e,z}\right)_i-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{v}_{eij}^z-\tilde{v}_{ei}^z\right)W_{eij}-\left(S\alpha_e\bar{\rho}_eg\right)_i+\left(SF_{ve}^z\right)_i+\left(\alpha_vF_{we}^zC_w\right)_i,\end{gathered} \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\tilde{\imath}_{v,t}\right)_i+\left(S\alpha_v\bar{\rho}_v\tilde{v}_v^z\tilde{\imath}_{v,z}\right)_i=\\=-\sum_{j=1}^{N}W_{vij}\left(\tilde{\imath}_{vij}-\tilde{\imath}_{vi}\right)-\left(\frac{\nu_v}{\mathrm{Pr}_v}+\frac{l_m^2}{\mathrm{Pr}_{Tv}}\left[\left(\tilde{v}_{v,x}^z\right)^2+\left(\tilde{v}_{v,z}^x\right)^2\right]^{1/2}\right)_{ij}\frac{\bar{\rho}_{vi}\tilde{\imath}_{vi}-\bar{\rho}_{vj}\tilde{\imath}_{vj}}{L_{ij}}+\\+\left(\alpha_vq_{Lw}\right)_i+\left[\left(S\alpha_v\bar{P}_v\right)_{,t}\right]_i+\left[S\left(Q_{Ive}+Q_{Ivl}\right)\right]_i,\end{gathered} \tag{7}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\tilde{\imath}_{l,t}\right)_i+\left(S\alpha_l\bar{\rho}_l\tilde{v}_l^z\tilde{\imath}_{l,z}\right)_i=\\=-\sum_{j=1}^{N}W_{lij}\left(\tilde{\imath}_{ij}-\tilde{\imath}_i\right)-\left(\frac{\nu_l}{\mathrm{Pr}_l}+\frac{l_m^2}{\mathrm{Pr}_{Tl}}\left[\left(\tilde{v}_{l,x}^z\right)^2+\left(\tilde{v}_{l,z}^x\right)^2\right]^{1/2}\right)_{ij}\frac{\bar{\rho}_{li}\tilde{\imath}_{li}-\bar{\rho}_{lj}\tilde{\imath}_{lj}}{L_{ij}}+\\+\left(\alpha_lq_{Lw}\right)_i+\left[\left(S\alpha_l\bar{P}_l\right)_{,t}\right]_i+\left[S\left(Q_{Ile}-Q_{Ivl}\right)\right]_i,\end{gathered} \tag{8}$$

$$\begin{gathered}\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\tilde{\imath}_{e,t}\right)_i+\left(S\alpha_e\bar{\rho}_e\tilde{v}_e^z\tilde{\imath}_{e,z}\right)_i=-\sum_{j=1}^{N}W_{eij}\left(\tilde{\imath}_{eij}-\tilde{\imath}_{ei}\right)-\\-\frac{\nu_e}{\mathrm{Pr}_e}\frac{\bar{\rho}_{ei}\tilde{\imath}_{ei}-\bar{\rho}_{ej}\tilde{\imath}_{ej}}{L_{ij}}+\left(\alpha_eq_{Lw}\right)_i+\left[\left(S\alpha_e\bar{P}_e\right)_{,t}\right]_i-\left[S\left(Q_{Iev}+Q_{Iel}\right)\right]_i,\end{gathered} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}W_{vij,t}+\left(W_{vij}\tilde{v}_{vij}^z\right)_{,z}+\left(W_{vij}\tilde{v}_{vij}^x\right)_{,x}=\\=-C_{ij}\alpha_{vij}\frac{\bar{P}_{vi}-\bar{P}_{vj}}{L_{ij}}+\alpha_{vij}F_{wvij}^x-C_{ij}\left(F_{vlij}^x+F_{veij}^x\right)+C_{ij}\Sigma_{vij}\tilde{v}_{vij}^x,\end{gathered} \tag{10}$$

$$W_{lij,t}+\left(W_{lij}\,\tilde v^{z}_{lij}\right)_{,z}+\left(W_{lij}\,\tilde v^{x}_{lij}\right)_{,x}=$$

$$=-C_{ij}\,\alpha_{lij}\frac{\overline{P}_{li}-\overline{P}_{lj}}{L_{ij}}+\alpha_{lij}\,F^{x}_{wlij}+C_{ij}\,F^{x}_{vlij}-C_{ij}\left(1-\eta_{ij}\right)\Sigma_{vij}\,\tilde v^{x}_{lij}-C_{ij}\,E_{ij}\,\tilde v^{x}_{lij}\,, \tag{11}$$

$$W_{eij,t}+\left(W_{eij}\,\tilde v^{z}_{eij}\right)_{,z}+\left(W_{eij}\,\tilde v^{x}_{eij}\right)_{,x}=$$

$$=-C_{ij}\,\alpha_{eij}\frac{\overline{P}_{ei}-\overline{P}_{ej}}{L_{ij}}+\alpha_{eij}\,F^{x}_{weij}+C_{ij}\,F^{x}_{veij}-C_{ij}\,\eta_{ij}\,\Sigma_{vij}\,\tilde v^{x}_{eij}+C_{ij}\,E_{ij}\,\tilde v^{x}_{eij}. \tag{12}$$

Уравнения баланса на межфазных поверхностях приведены в [4]. Входящие в уравнения (1)–(12) величины определены следующим образом:

$$\left\langle\overline{\rho}_p\,\tilde v^{z}_p\right\rangle_{ij}\equiv\overline{\rho}_p\,\tilde v^{z}_p\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\langle\langle\overline{\rho}_p\rangle\rangle_i\,\langle\langle\tilde v^{z}_p\rangle\rangle_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \langle\langle\overline{\rho}_p\rangle\rangle_j\,\langle\langle\tilde v^{z}_p\rangle\rangle_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$\alpha_{pij}\equiv\langle\alpha_p\rangle\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\langle\alpha_p\rangle_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \langle\alpha_p\rangle_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$F^{x}_{wpij}\equiv\langle F^{x}_{wp}\rangle\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\langle F^{x}_{wp}\rangle_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \langle F^{x}_{wp}\rangle_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$F^{x}_{pfij}\equiv\langle F^{x}_{pf}\rangle\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\langle F^{x}_{pf}\rangle_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \langle F^{x}_{pf}\rangle_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$\Sigma_{vij}\equiv\Sigma_v\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\Sigma_{vi}, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \Sigma_{vj}, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$\eta_{ij}\equiv\eta\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}\eta_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ \eta_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$E_{ij}\equiv E\Big|_{ij}\equiv\begin{cases}E_i, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}>0,\\ E_j, & \tilde v^{\beta}_p\,n^{\beta}_C\Big|_{ij}<0,\end{cases}$$

$$\overline{P}_{pij\,,x}\equiv\frac{\overline{P}_{pi}-\overline{P}_{pj}}{L_{ij}}.$$

В приведенных выше уравнениях использованы следующие обозначения: $S$ – площадь проходного сечения субканала, м$^2$; $\alpha_p$ – истинное объемное содержание $p$-фазы; $\overline{\rho}_p$ – плотность (средняя) $p$-фазы, кг/м$^3$; $\tilde v^{\beta}_p$ – скорость (среднемассовая) $p$-фазы, м/с; $W_{pij}$ – линейный (отнесенный к единице длины) расход $p$-фазы теплоносителя через межстержневой зазор из субканала $i$ в смежный

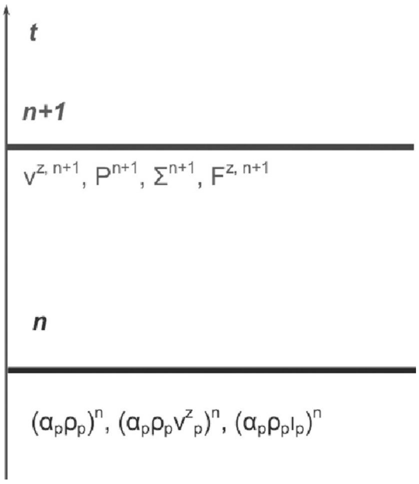


Рис. 1. Фрагмент временно́й сетки

с ним субканал $j$; $\overline{P}_p$ – давление в $p$-фазе, Па; $g$ – ускорение гравитационной силы, м/с$^2$; $C_{ij}$ – межстержневой зазор между рассматриваемым субканалом $i$ и смежным с ним субканалом $j$, м; $\widetilde{\iota}_p$ –удельная энтальпия (среднемассовая) $p$-фазы, Дж/кг; $\Sigma_v$ – объемная мощность генерации пара, кг/(м$^3$·с); $E$ – объемная мощность уноса жидкости, кг/(м$^3$·с); η – доля полной генерации пара, приходящаяся на унесенную жидкость; $d$ – эквивалентный гидравлический диаметр субканала, м; $F^{\beta}_{wp}$ – отнесенная к единице поверхности сила трения $p$-фазы о стенки стержней, Н/м$^2$; $q_{Iw}$ – линейный тепловой поток с поверхности твэла, Вт/м; $l_m$ – длина смешения, м; Pr – число Прандтля; Pr$_T$ – турбулентное число Прандтля; $Q_{Ip}$ – кондукционный отнесенный к единице длины тепловой поток на межфазной поверхности, Вт/м$^3$; $z$ – аксиальная координата; $x$ – поперечная координата; $Y_{,x}$ – частная производная функции $Y$ по аргументу $x$.

Кратко рассмотрим методику численной реализации предложенной субканальной математической модели. Применяется полунеявная численная схема, подобная схеме, предложенной в [7]. Все переменные, которые присутствуют в источниковых членах и членах, описывающих взаимодействие на межфазных границах и поверхностях твердых стенок, рассматриваются в неявной трактовке: оцениваются значениями, присущими новому (($n$ + 1)-му) моменту (рис. 1). Также трактуются фазовые скорости, входящие в конвективные члены массы и энергии, и давления, присутствующие во всех членах дифференцируемых уравнений. Напротив, члены конвективных потоков массы, импульса, энергии оцениваются на $n$-м шаге по времени, т. е. в явной форме. Для дискретизации по пространственной (аксиальной) переменной используется «шахматная сетка» (рис. 2). Дискретные уравнения неразрывности имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_v\bar{\rho}_v\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_v\bar{\rho}_v\right)^{n}_{i,k}\right]S_{i,k}+\\+\frac{1}{\Delta z}\left[\left(\alpha_v\bar{\rho}_v\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_v^{z,n+1}\right)_{i,k+1/2}-\left(\alpha_v\bar{\rho}_v\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_v^{z,n+1}\right)_{i,k-1/2}\right]=\\=-\sum_{j=1}^{N}W^{n}_{vij,k}+\left[\left(\Sigma_v^{n+1}\right)S\right]_{i,k},\end{gathered}\tag{13}$$

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_l\bar{\rho}_l\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_l\bar{\rho}_l\right)^{n}_{i,k}\right]S_{i,k}+\\+\frac{1}{\Delta z}\left[\left(\alpha_l\bar{\rho}_l\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_l^{z,n+1}\right)_{i,k+1/2}-\left(\alpha_l\bar{\rho}_l\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_l^{z,n+1}\right)_{i,k-1/2}\right]=\\=-\sum_{j=1}^{N}W^{n}_{lij,k}-\left[\left(1-\eta^{n+1}\right)\Sigma_v^{n+1}S\right]_{i,k}-\left(E^{n+1}S\right)_{i,k},\end{gathered}\tag{14}$$

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_e\bar{\rho}_{el}\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_e\bar{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\right]S_{i,k}+\\+\frac{1}{\Delta z}\left[\left(\alpha_e\bar{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_e^{z,n+1}\right)_{i,k+1/2}-\left(\alpha_e\bar{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\left(S\tilde{v}_e^{z,n+1}\right)_{i,k-1/2}\right]=\\=-\sum_{j=1}^{N}W^{n}_{eij,k}-\left(\eta\Sigma_v^{n+1}S\right)_{i,k}-\left(\mathrm{E}^{n+1}S\right)_{i,k}.\end{gathered}\tag{15}$$

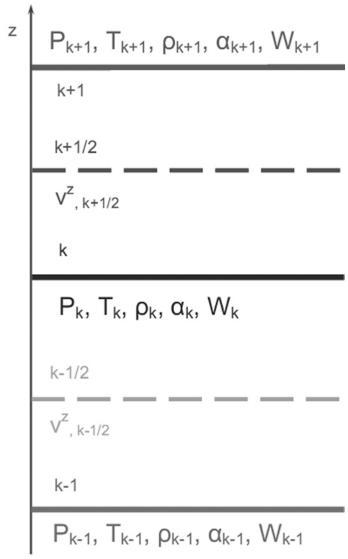


Рис. 2. Фрагмент пространственной сетки

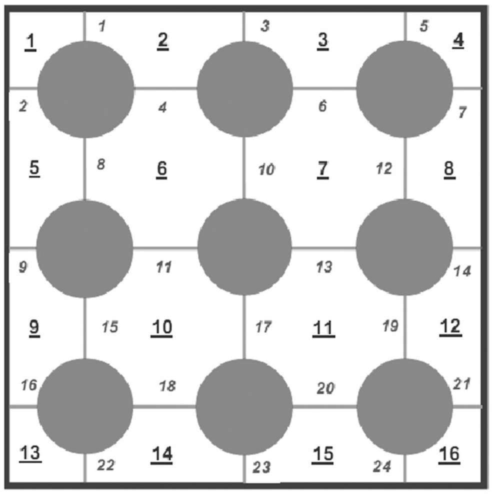


Рис. 3. Схема нумерации субканалов и зазоров для квадратного пучка (сборка из 9 стержней: 16 субканалов, 24 зазора)

Дискретные уравнения баланса продольной составляющей импульса:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_v\bar\rho_v\right)^{n+1}_{i,k}\tilde v^{z,n+1}_{v,i,k+1/2}-\left(\alpha_v\bar\rho_v\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{v,i,k+1/2}\right]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\left[S_{i,k}\left(\alpha_v\bar\rho_v\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{v,i,k+1/2}\tilde v^{z,n+1}_{v,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_v\bar\rho_v\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{v,i,k-1/2}\tilde v^{z,n+1}_{v,i,k-1/2}\right]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta z}\left[\left(\alpha_v^n\,\bar P_v^{n+1}\right)_{i,k+1}-\left(\alpha_v^n\,\bar P_v^{n+1}\right)_{i,k}\right]-S_{i,k}\left(\alpha_v\bar\rho_v\right)^{n}_{i,k}g+\\
&+\frac{\alpha^n_{v\,i,k}}{4}\sum_{j=1}^{N}\left[\left(d_{Hi,k}+d_{Hj,k}\right)^2\left\langle\bar\rho_v\tilde v_v^z\right\rangle^n_{ij,k}\left[\left(\frac{\partial\tilde v^{z,n+1}_{vij,k+1/2}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\tilde v^{x,n+1}_{vij,k+1/2}}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}\right]-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde v^{z,n+1}_{vij,k+1/2}-\tilde v^{z,n+1}_{vi,k+1/2}\right)W^n_{vij,k}-S_{i,k}\left(F^z_{vl}+F^z_{ve}\right)^{n+1}_{i,k}+C_{wi,k}\,\alpha^n_{vi,k}F^{z,n+1}_{wvi,k},
\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_l\bar\rho_l\right)^{n+1}_{i,k}\tilde v^{z,n+1}_{l,i,k+1/2}-\left(\alpha_l\bar\rho_l\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{l,i,k+1/2}\right]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\left[S_{i,k}\left(\alpha_l\bar\rho_l\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{l,i,k+1/2}\tilde v^{z,n+1}_{l,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_l\bar\rho_l\right)^{n}_{i,k}\tilde v^{z,n}_{l,i,k-1/2}\tilde v^{z,n+1}_{l,i,k-1/2}\right]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta z}\left[\left(\alpha_l^n\,\bar P_l^{n+1}\right)_{i,k+1}-\left(\alpha_l^n\,\bar P_l^{n+1}\right)_{i,k}\right]-S_{i,k}\left(\alpha_l\bar\rho_l\right)^{n}_{i,k}g+\\
&+\frac{\alpha^n_{l\,i,k}}{4}\sum_{j=1}^{N}\left[\left(d_{Hi,k}+d_{Hj,k}\right)^2\left\langle\bar\rho_l\tilde v_l^z\right\rangle^n_{ij,k}\times\right.\\
&\left.\times\left[\left(\frac{\partial\tilde v^{z,n+1}_{lij,k+1/2}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\tilde v^{x,n+1}_{lij,k+1/2}}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}\right]-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde v^{z,n+1}_{lij,k+1/2}-\tilde v^{z,n+1}_{li,k+1/2}\right)W^n_{vij,k}-S_{i,k}F^{z,n+1}_{vli,k}+\alpha^n_{li,k}\,C_{wi,k}\,F^{z,n+1}_{wl},
\end{aligned}\tag{17}$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\Big[\left(\alpha_e\,\overline{\rho}_e\right)^{n+1}_{i,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{e,i,k+1/2}-\left(\alpha_e\,\overline{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\,\tilde{v}^{z,n}_{e,i,k+1/2}\Big]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\Big[S_{i,k}\left(\alpha_e\,\overline{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\,\tilde{v}^{z,n}_{e,i,k+1/2}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{e,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_e\,\overline{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}\,\tilde{v}^{z,n}_{e,i,k-1/2}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{e,i,k-1/2}\Big]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta z}\Big[\left(\alpha^n_e\,\overline{P}^{n+1}_e\right)_{i,k+1}-\left(\alpha^n_e\,\overline{P}^{n+1}_e\right)_{i,k}\Big]-S_{i,k}\left(\alpha_e\,\overline{\rho}_e\right)^{n}_{i,k}g-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{v}^{z,n+1}_{eij,k+1/2}-\tilde{v}^{z,n+1}_{ei,k+1/2}\right)W^n_{eij,k}-S_{i,k}\,F^{z,n+1}_{vei,k}+\alpha^n_{ei,k}\,C_{wi,k}\,F^{z,n+1}_{wei,k}.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

Дискретные уравнения баланса энергии:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\Big[\left(\alpha_v\,\overline{\rho}_v\,\tilde{\imath}_v\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_v\,\overline{\rho}_v\,\tilde{\imath}_v\right)^{n}_{i,k}\Big]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\Big[S_{i,k}\left(\alpha_v\,\overline{\rho}_v\,\tilde{\imath}_v\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{v,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_v\,\overline{\rho}_v\,\tilde{\imath}_v\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{v,i,k-1/2}\Big]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta t}\Big[\left(\alpha_v\,\overline{P}_v\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_v\,\overline{P}_v\right)^{n}_{i,k}\Big]+\left(\alpha_v\,q_{Lw}\right)^{n+1}_{i,k}-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left\{\left\{\left(\frac{\nu_v}{\mathrm{Pr}_v}\right)^n_k+\frac{\left(d_{Hi,k}+d_{Hj,k}\right)^2}{4\left(\mathrm{Pr}_{Tv}\right)^n_k}\left[\left(\frac{\partial\,\tilde{v}^{z,n+1}_{vij,k+1/2}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\tilde{v}^{x,n+1}_{vij,k+1/2}}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}\right\}_{ij}\frac{\left(\overline{\rho}_{vi}\,\tilde{\imath}_{vi}-\overline{\rho}_{vj}\,\tilde{\imath}_{vj}\right)^n_k}{L_{ij,k}}\right\}-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{\imath}^n_{vij,k}-\tilde{\imath}^n_{vi,k}\right)W^n_{vij,k}-S_{i,k}\left(Q_{Ive}+Q_{Ivl}\right)^{n+1}_{i,k},
\end{aligned}
\tag{19}
$$

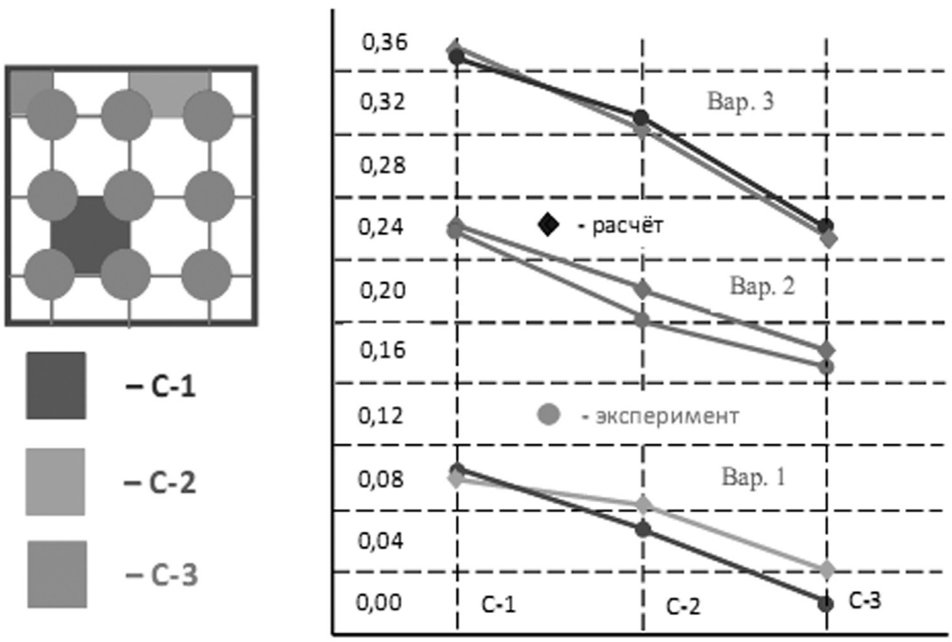


Рис. 4. Результаты сравнения рассчитанных и экспериментальных величин: Вар (вариант) 1, 2, 3 – соответственно варианты 2D3, 2E3, 2G2; С-1, С-2, С-3 – центральный, боковой и угловой субканалы соответственно

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_l\,\bar{\rho}_l\,\tilde{\imath}_l\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_l\,\bar{\rho}_l\,\tilde{\imath}_l\right)^{n}_{i,k}\right]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\left[S_{i,k}\left(\alpha_l\,\bar{\rho}_l\,\tilde{\imath}_l\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{l,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_l\,\bar{\rho}_l\,\tilde{\imath}_l\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{l,i,k-1/2}\right]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta t}\left[\left(\alpha_l\,\bar{P}_l\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_l\,\bar{P}_l\right)^{n}_{i,k}\right]+\left(\alpha_l\,q_{Lw}\right)^{n+1}_{i,k}-\sum_{j=1}^{N}\left\{\left\{\left(\frac{\nu_l}{\mathrm{Pr}_l}\right)^{n}_{k}+\frac{\left(d_{Hi,k}+d_{Hj,k}\right)^2}{4\left(\mathrm{Pr}_{Tl}\right)^{n}_{k}}\times\right.\right.\\
&\left.\left.\times\left[\left(\frac{\partial\tilde{v}^{z,n+1}_{lij,k+1/2}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\tilde{v}^{x,n+1}_{lij,k+1/2}}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}\right\}_{ij}\frac{\left(\bar{\rho}_{li}\,\tilde{\imath}_{li}-\bar{\rho}_{lj}\,\tilde{\imath}_{lj}\right)^{n}_{k}}{L_{ij,k}}\right\}-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{\imath}^{n}_{lij,k}-\tilde{\imath}^{n}_{li,k}\right)W^{n}_{lij,k}+S_{i,k}\left(Q_{Ile}-Q_{Ivl}\right)^{n+1}_{i,k},
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left[\left(\alpha_e\,\bar{\rho}_e\,\tilde{\imath}_e\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_e\,\bar{\rho}_e\,\tilde{\imath}_e\right)^{n}_{i,k}\right]S_{i,k}+\\
&+\frac{1}{\Delta z}\left[S_{i,k}\left(\alpha_e\,\bar{\rho}_e\,\tilde{\imath}_e\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{e,i,k+1/2}-S_{i,k}\left(\alpha_e\,\bar{\rho}_e\,\tilde{\imath}_e\right)^{n}_{i,k}\tilde{v}^{z,n+1}_{e,i,k-1/2}\right]=\\
&=-\frac{S_{i,k}}{\Delta t}\left[\left(\alpha_e\,\bar{P}_e\right)^{n+1}_{i,k}-\left(\alpha_e\,\bar{P}_e\right)^{n}_{i,k}\right]+\left(\alpha_e\,q_{Lw}\right)^{n+1}_{i,k}-\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{L_{ij,k}}\left(\frac{\nu_e}{\mathrm{Pr}_e}\left(\bar{\rho}_{ei}\,\tilde{\imath}_{ei}-\bar{\rho}_{ej}\,\tilde{\imath}_{ej}\right)\right)^{n}_{k}-\\
&-\sum_{j=1}^{N}\left(\tilde{\imath}^{n}_{eij,k}-\tilde{\imath}^{n}_{ei,k}\right)W^{n}_{eij,k}-S_{i,k}\left(Q_{Iev}+Q_{Iel}\right)^{n+1}_{i,k}.
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Дискретные уравнения баланса поперечной составляющей импульса:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left(W^{n+1}_{vij,k}-W^{n}_{vij,k}\right)+\frac{1}{\Delta z}\left(W^{n}_{vij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{vi,k+1/2}-W^{n}_{vij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{vi,k-1/2}\right)+\\
&+\frac{1}{L_{ij,k}}\left(W^{n}_{vij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{vij,k}-W^{n}_{vij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{vij,k}\right)=-C_{ij,k}\,\alpha^{n}_{vij,k}\frac{\bar{P}^{n+1}_{vi,k}-\bar{P}^{n+1}_{vj,k}}{L_{ij,k}}+\alpha^{n}_{vij,k}\,F^{x,n+1}_{wvij,k}-\\
&-C_{ij,k}\left(F^{x}_{vl}+F^{x}_{ve}\right)^{n+1}_{ij,k}+C_{ij,k}\,\Sigma^{n+1}_{vij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{vij,k},
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left(W^{n+1}_{lij,k}-W^{n}_{lij,k}\right)+\frac{1}{\Delta z}\left(W^{n}_{lij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{li,k+1/2}-W^{n}_{lij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{li,k-1/2}\right)+\\
&+\frac{1}{L_{ij,k}}\left(W^{n}_{lij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{lij,k}-W^{n}_{lij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{lij,k}\right)=-C_{ij,k}\,\alpha^{n}_{lij,k}\frac{\bar{P}^{n+1}_{li,k}-\bar{P}^{n+1}_{lj,k}}{L_{ij,k}}+\alpha^{n}_{lij,k}\,F^{x,n+1}_{wlij,k}-\\
&-C_{ij,k}\,F^{x,n+1}_{vlij,k}-C_{ij,k}\left(1-\eta^{n+1}_{ij,k}\right)\Sigma^{n+1}_{vij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{lij,k}-C_{ij,k}\,\mathrm{E}^{n+1}_{ij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{lij,k},
\end{aligned}
\tag{23}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}\left(W^{n+1}_{eij,k}-W^{n}_{eij,k}\right)+\frac{1}{\Delta z}\left(W^{n}_{eij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{ei,k+1/2}-W^{n}_{eij,k}\,\tilde{v}^{z,n+1}_{ei,k-1/2}\right)+\\
&+\frac{1}{L_{ij,k}}\left(W^{n}_{eij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{eij,k}-W^{n}_{elij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{eij,k}\right)=-C_{ij,k}\,\alpha^{n}_{eij,k}\frac{\bar{P}^{n+1}_{ei,k}-\bar{P}^{n+1}_{ej,k}}{L_{ij,k}}+\alpha^{n}_{eij,k}\,F^{x,n+1}_{weij,k}+\\
&+C_{ij,k}\,F^{x,n+1}_{veij,k}-C_{ij,k}\,\eta^{n+1}_{ij,k}\,\Sigma^{n+1}_{vij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{eij,k}-C_{ij,k}\,E^{n+1}_{ij,k}\,\tilde{v}^{x,n+1}_{eij,k}.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

Для нумерации субканалов и зазоров между ними применяется способ, общие положения которого предложены в [8], апробированный автором в [6, 9, 10]. На рис. 3 представлена схема нумерации субканалов и зазоров, применяемая для пучка из стержней в квадратной упаковке.

На рис. 4 приведены результаты сравнения расчетных значений и экспериментальных данных для массового расходного паросодержания в электрообогреваемой сборке из 9 стержней, расположенных в квадратной упаковке. Экспериментальные данные взяты из [11], там же можно найти сведения о параметрах сборки и режимах, моделируемых в натурных экспериментах.

Таким образом, можно отметить хорошее совпадение результатов расчета и данных натурных экспериментов для всех рассмотренных вариантов.

## Литература


1. *Sha W. T.* // Nuclear Engineering and Design. 1980. Vol. 62, N 1-3. P. 1–24.

2. *Жуков А. В., Сорокин А. П., Матюхин Н. М.* Межканальный обмен в ТВС быстрых реакторов: Расчетные программы и практическое приложение. М., 1991.

3. *Семенович О. В.* К проблеме термогидродинамического расчёта стержневых тепловыделяющих сборок. Уравнения модели раздельного течения фаз. Мн., 1999. (Препринт / Ин-т проблем энергетики НАН Беларуси: 50).

4. *Семенович О. В.* К проблеме термогидродинамического расчета стержневых тепловыделяющих сборок. Субканальные математические модели. Системы решаемых уравнений. Минск, 2001. (Препринт / Ин-т проблем энергетики НАН Беларуси: 68).

5. *Семенович О. В.* Анализ субканальных моделей термогидродинамического расчёта стержневых ТВС: классификация и тенденции развития. Мн., 2009. (Препринт / Объединенный ин-т энергет. и ядер. исслед. – Сосны НАН Беларуси: 40).

6. *Семенович О. В.* // Тез. докл. и сообщ.: Матер. VI Минского междунар. форума по тепло- и массообмену, Минск, 19–23 мая 2008 г.: В 2 т. Мн., 2008. Т. 2. С. 289–290.

7. *Liles D. R., Reed Wm. H.* // Journ. of Computational Physics. 1978. Vol. 26, N 4. P. 390–407.

8. Роу // Теплопередача. Сер. С. 1973. Т. 95, № 2. С. 67–73.

9. *Семенович О. В.* // Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. в г. Севастополе 12–17 сентября 2005 г.: в 5 т. Донецк, 2005. Т. 3. С. 160–164.

10. *Семенович О. В.* // 6-я междунар. науч.-техн. конф. «Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР» (26–29 мая 2009 г., Подольск, Московская обл., Россия): Сб. докл.: В 4 т. Подольск, 2009. Т. 1. С. 59–69.

11. *Kronenberg J.* et al. // Jahrestagung kerntechnik. 2003: Annual meeting on nuclear technology. 2003. P. 105–109.



*O. V. SEMENOVICH*


**MATHEMATICAL SIMULATION OF THERMAL HYDRAULIC PROCESSES IN ROD FUEL ASSEMBLIES**

## Summary


A analysis of methods of simulation of hydrodynamics and heat and mass transfer in the rod fuel assemblies of nuclear power reactors is made. A subchannel multifield multifluid mathematical model, which is used to study the thermohydraulic processes in the fuel assembly with different operating modes: normal operation, accidents, is thoroughly considered. The paper presents the results of computer simulation.