ISSN 0002-3566 (print)

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING

УДК 621.396.96

Поступила в редакцию 15.09.2016
Received 15.09.2016

А. С. Солонар, С. Н. Ярмолик, А. С. Храменков, А. А. Михалковский

Военная академия Республики Беларусь

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ РЕЗУЛЬТАТОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ

Рассмотрен подход к решению математических задач с использованием моделирования случайных величин (метод Монте-Карло). Наибольшую популярность данный метод приобрел для численного вычисления интегралов высокой кратности, поскольку относительно легко реализуется на современных ЭВМ. Проиллюстрирована возможность использования метода Монте-Карло для статистической аппроксимации распределений радиолокационных данных, при котором исходная плотность вероятности заменяется ее дискретным аналогом, формируемым на основе весов случайных отсчетов (частиц). При решении ряда задач, связанных с обработкой случайных реализаций наблюдаемых сигналов (радиолокационных, радионавигационных, связных и т.п.), широко используются нелинейные преобразования. Отмеченные преобразования неизбежно приводят к трансформации законов распределения решающей статистики, результаты которой весьма сложно описываются аналитическими методами. Рассмотрены основные особенности применения метода статистической аппроксимации типовых распределений, образующихся в результате нелинейных преобразований данных радиолокационного наблюдения. Показано, что в результате некоторых нелинейных преобразований наблюдаются погрешности аппроксимации закона распределения, обусловленные эффектом «оскуднения» выборки. Показано, что данный эффект преодолевается путем перегруппировки случайных частиц в окрестности наиболее значимых отсчетов. Приведенный материал позволяет расширить область применения численных методов, основанных на использовании моделирования случайных величин.

Ключевые слова: плотность вероятности, аппроксимация, метод Монте-Карло, нелинейные преобразования, радиолокационное наблюдение.

A. S. Solonar, S. N. Yarmolik, A. S. Khramenkov, A. A. Mikhalkovski

Military Academy of the Republic of Belarus

FEATURES OF USE OF MONTE-CARLO METHOD FOR APPROXIMATION OF STATISTICAL DISTRIBUTIONS OF RESULTS OF NONLINEAR TRANSFORMATIONS IN RADAR-TRACKING PROBLEMS

An approach to the decision of mathematical problems with use of modelling random variables, the method which has received the name of Monte-Carlo is considered. The given method has got the greatest popularity for numerical calculation of high frequency rate integrals because it is rather easily realised on modern computers.

Possibility of use Monte-Carlo method for statistical approximation of radar-tracking data distributions at which the initial density of probability is replaced with its discrete analogue, which formed on the basis of random samples (particles) weights is illustrated. Nonlinear transformations of observable data are widely used at the decision of some problems connected with processing of random realisations of observable signals (radar-tracking, radio navigating, coherent, etc.) Noted transformations inevitably lead to transformation of distribution laws of the solving statistics which results it is rather difficult described by analytical methods. In article the basic features of application statistical approximation method for typical distributions, formed as a result of nonlinear transformations of radar-tracking observation data are considered. It is shown, that at some nonlinear transformations errors of law the distributions approximations caused by effect «scanty» of sample are observed. It is shown, that the effect «scanty» samples is overcome by a resampling of random particles in a vicinity of the most significant samples. The resulted material allows to expand a scope of the numerical methods, based on use of modelling random variables.

Keywords: probability density, approximation, method of Monte-Carlo, nonlinear transformations, radar-tracking observation.

Введение. Методом Монте-Карло принято называть совокупность численных методов решения математических задач с использованием моделирования случайных величин и процессов [1]. Возникновение данного метода связывают с именами американских ученых, работавших в 40-х годах XX в. в Лос-Аламосе (США): Дж. Неймана, С. Улама, Н. Метроиолиса, а также Г. Кана и Э. Ферми.

Основная идея метода Монте-Карло заключается в использовании взаимосвязи между вероятностными характеристиками случайных процессов и величинами, являющимися решениями задач математического анализа (значениями интегралов, решениями дифференциальных уравнений, вероятностными показателями качества и т.п.). Очевидно, что в ряде практически важных случаев вместо вычисления сложных аналитических выражений более предпочтительно определять эквивалентные значения соответствующих вероятностей или параметров статистических распределений [2]. В свою очередь повышение производительности вычислительных средств привело к возрастанию популярности численных методов.

Наибольшее распространение метод Монте-Карло получил для оценивания показателей качества функционирования сложных систем путем многократного повторения моделируемого процесса [3]. Выявление фундаментальных статистических закономерностей в нестандартных условиях аналитическими методами, как правило, является весьма сложной для исследователей задачей. В связи с этим в настоящее время все большее распространение получают методы компьютерного моделирования и анализа статистических закономерностей.

Вместе с этим метод Монте-Карло широко используется для приближенного вычисления интегралов от неслучайной функции [1, 2]. Наибольший интерес представляют численные методы вычисления интегралов высокой кратности, которые относительно легко реализуются на современных ЭВМ. В основе численного интегрирования методом Монте-Карло лежит моделирование случайных величин и использование следующего приближения:

$$I = \int\limits_{R^{n_\alpha}} g(\boldsymbol{\alpha})d\boldsymbol{\alpha} \cong I_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{g(\boldsymbol{\alpha}_i)}{q(\boldsymbol{\alpha}_i)}, \tag{1}$$

где $R^{n^{\alpha}}$ – область интегрирования неслучайной функции $g(\boldsymbol{\alpha})$; n_α – мерность вектора $\boldsymbol{\alpha}$; N – количество генерируемых независимых случайных значений $\boldsymbol{\alpha}_i$ (i – номер сгенерированного датчиком чисел случайного аргумента ($i = \overline{1, N}$, $N >> 1$)), одинаково распределенных в области R^{n_α} с некоторой плотностью распределения $q(\boldsymbol{\alpha})$.

Совокупность случайных отсчетов, распределенных в соответствии с плотностью $q(\boldsymbol{\alpha})$, называют значимой выборкой (Importance Sampling), а саму плотность вероятности $q(\boldsymbol{\alpha})$ – значимой плотностью вероятности (Importance Density) [1].

Для независимых отсчетов $\boldsymbol{\alpha}_i$ оценка I_N является несмещенной и в соответствии с законом больших чисел сходящейся по вероятности к истинному значению I. Дисперсия ошибки оценки искомого интеграла определяется выражением [1]:

$$D_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{g(\boldsymbol{\alpha}_i)}{q(\boldsymbol{\alpha}_i)} - I_N\right)^2. \tag{2}$$

Следует отметить, что выбор плотности вероятности $q(\boldsymbol{\alpha})$ случайных отсчетов диктуется требованием минимизации дисперсии (2). На практике наиболее распространено правило выбора плотности $q(\boldsymbol{\alpha})$, предложенное Г. Каном [1]: функция $q(\boldsymbol{\alpha})$ считается допустимой по отношению к функции $q(\boldsymbol{\alpha})$, если выполняется следующее условие: $q(\boldsymbol{\alpha}) > 0$ для всех $\boldsymbol{\alpha} \in R^{n^{\alpha}}$, в которых $|g(\boldsymbol{\alpha})| > 0$.

Область разброса случайных значений плотности $q(\boldsymbol{\alpha})$ должна перекрывать область всех возможных значений интегрируемой функции $q(\boldsymbol{\alpha})$. При этом желательно выбирать плотность $q(\boldsymbol{\alpha})$, по возможности пропорциональную $|q(\boldsymbol{\alpha})|$. Минимальное значение (2) достигается при выполнении условия $q(\boldsymbol{\alpha}) = c|q(\boldsymbol{\alpha})|$ с точностью до постоянного множителя c.

Методы численного интегрирования в настоящее время широко используются в качестве альтернативы аналитическим методам. Кроме того, численные методы позволяют находить решение для тех задач, для которых оно аналитически невозможно.

Весьма востребованным направлением использования метода Монте-Карло является аппроксимация результатов нелинейных преобразований над случайными данными (наблюдениями). В ряде задач, связанных с обработкой случайных реализаций наблюдаемых сигналов (например, радиолокационных, радионавигационных, связных и т. п.), широко используются нелинейные преобразования. Они неизбежно приводят к трансформации закона распределения решающей статистики, результаты которой сложно описываются аналитическими методами. При этом особенностью решаемой задачи является использование выборки случайных данных конечных размеров. Применение метода Монте-Карло в данном направлении является весьма перспективным. Вместе с этим прямое использование метода Монте-Карло часто приводит к значительным погрешностям аппроксимации. Однако в большинстве случаев имеется возможность решения задачи аппроксимации с требуемым качеством на основе метода Монте-Карло при учете специфики и особенностей генерируемых случайных отсчетов.

Следует отметить, что в отечественной и зарубежной литературе недостаточно освещены вопросы, касающиеся особенностей использования метода Монте-Карло для аппроксимации статистических распределений результатов нелинейных преобразований в радиолокационных задачах.

Цель данной статьи – рассмотрение особенностей использования метода Монте-Карло для аппроксимации статистических распределений результатов нелинейных преобразований в задачах радиолокационного наблюдения.

Аппроксимация плотности вероятности методом Монте-Карло. Задачи радиолокационного наблюдения сигналов имеют статистический характер и решаются соответствующими методами [4]. Ограниченность времени наблюдения сигналов, их флуктуации и наличие случайных шумов и помех определяют используемые критерии оптимальности и во многом специфику обработки полученных данных.

Наличие нелинейных преобразователей в тракте обработки радиолокационных сигналов существенно затрудняет процесс расчета показателей качества функционирования рассматриваемых систем. Основу данного процесса составляет интегрирование плотности распределения результатов нелинейной обработки реализаций принятого сигнала. В большинстве практически важных случаев аналитическое решение рассматриваемой задачи вызывает серьезные математические затруднения либо не представляется возможным. Кроме того, ограничение длительности выборки наблюдаемых данных обусловливают асимптотический характер получаемых результатов [4].

Необходимо отметить, что применение численного метода Монте-Карло позволяет перейти от непосредственного анализа сложных статистических распределений, являющихся результатом нелинейных преобразований распределений обрабатываемых данных, к анализу их статистических аппроксимаций.

В основу методики аппроксимации плотности вероятности методом Монте-Карло положен известный подход к приближенному представлению непрерывной функции последовательностью ее дискретных значений, рассовмещенных по области определения [5]. Полагая, что неслучайная функция $g(\boldsymbol{\alpha})$ является плотностью вероятности дискретной случайной величины $\boldsymbol{\alpha}$, рассматриваемый подход позволяет получить эквивалентную дискретную плотность вероятности, определенную в узловых точках распределения $\boldsymbol{\alpha}_i$ [6]:

$$g(\boldsymbol{\alpha}) \approx \lim_{N\to\infty}\left(\sum_{i=1}^{N}\omega_i\delta\left(\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_i\right)\right), \tag{4}$$

где ω_i – нормированные веса.

Аналогичный результат можно получить на основании выражения (1). Вычислив методом Монте-Карло интеграл от плотности вероятности $g(\boldsymbol{\alpha})$, запишем

$$I_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{g(\boldsymbol{\alpha}_i)}{q(\boldsymbol{\alpha}_i)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\tilde{\omega}_i}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i} = \sum_{i=1}^{N}\frac{\tilde{\omega}_i}{\sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i} = \sum_{i=1}^{N}\omega_i \cong 1, \quad (5)$$

где $\tilde{\omega}_i = g(\boldsymbol{\alpha}_i)/q(\boldsymbol{\alpha}_i)$ – ненормированные веса; $\omega_i = \tilde{\omega}_i / \sum_{i=1}^{N}\tilde{\omega}_i$ – нормированные веса.

Исходя из свойств плотности вероятности, интеграл I_N по области определения R^{n^α} плотности вероятности $g(\boldsymbol{\alpha})$ равен 1 и представляет собой сумму нормированных весов ω_i $(i = \overline{1, N})$, определенных в случайных точках (отсчетах аргумента) $\boldsymbol{\alpha}_i$. При этом соблюдается строгое однозначное соответствие пар $\{\boldsymbol{\alpha}_i, \omega_i\}$ для всех $i = \overline{1, N}$. В зарубежных источниках эти пары принято называть частицами (particle) [2, 6].

Однозначное соответствие пар $\{\boldsymbol{\alpha}_i, \omega_i\}$ и равенство единице суммы нормированных весов ω_i позволяют утверждать, что для вычисления интеграла (1) методом Монте-Карло исходную плотность вероятности $g(\boldsymbol{\alpha})$ заменяют эквивалентной дискретной плотностью вероятности, определенной в случайных точках $\boldsymbol{\alpha}_i$. Представление плотности вероятности $g(\boldsymbol{\alpha})$ ее дискретным аналогом принято называть *аппроксимацией плотности вероятности методом Монте-Карло* [6]:

$$g(\boldsymbol{\alpha}) \approx \sum_{i=1}^{N}\omega_i\delta(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_i). \quad (6)$$

Полученная численным методом Монте-Карло аппроксимация плотности вероятности сохраняет все требуемые характеристики исходного распределения [1, 6]. Рассмотренный подход, основанный на возможности аппроксимации произвольной плотности вероятности набором N случайных точек, распределенных по объему интегрирования, позволяет относительно просто учитывать сложные нелинейные преобразования над исходным распределением, а также производить интегрирование полученных распределений.

Трансформация распределения, обусловленная нелинейным преобразованием $p_h(\boldsymbol{\alpha}) = h[g(\boldsymbol{\alpha})]$, достаточно просто учитывается преобразованием каждой координаты $h(\boldsymbol{\alpha}_i)$ из ω_i частиц с неизменным сохранением ее веса ω_i $(i = \overline{1, N})$. Таким образом, после нелинейного преобразования результирующая плотность вероятности $p_h(\boldsymbol{\alpha})$ аппроксимируется N частицами $\{h(\boldsymbol{\alpha}_i), \omega_i\}$ $(i = \overline{1, N})$:

$$p_h(\boldsymbol{\alpha}) = h[g(\boldsymbol{\alpha})] \approx \sum_{i=1}^{N}\omega_i\delta(h[\boldsymbol{\alpha}] - h[\boldsymbol{\alpha}_i]). \quad (7)$$

Следует отметить, что специфика задач радиолокационного наблюдения предполагает некоторые особенности использования метода Монте-Карло для аппроксимации плотности распределения результатов нелинейных преобразований входных случайных данных.

Применительно к задачам радиолокационного наблюдения исходной плотностью вероятности обрабатываемых данных в силу центральной предельной теоремы часто является закон распределения Гаусса [4, 6]. В связи с этим целесообразно для метода Монте-Карло выбор значимой плотности и ее параметров проанализировать применительно к исходному распределению Гаусса:

$$g(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_\alpha}e^{-\frac{(\alpha - m_\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2}}, \quad (8)$$

где m_α и σ_α^2 – параметры исходного распределения (математическое ожидание и дисперсия).

Статистическая аппроксимация исходной плотности вероятностей. На рис. 1 приведены исходный закон распределения наблюдаемых данных $g(\alpha)$ (m_α = 0, σ_α^2 = 1) и результаты его статистической аппроксимации в форме гистограмм. В качестве значимых плотностей распределения $q_1(\alpha)$ применялся равномерный закон (m_{q1} = m_α, $\sigma_{q1}^2 = 4\,\sigma_\alpha^2$) (рис. 1, *a*) и закон распреде-

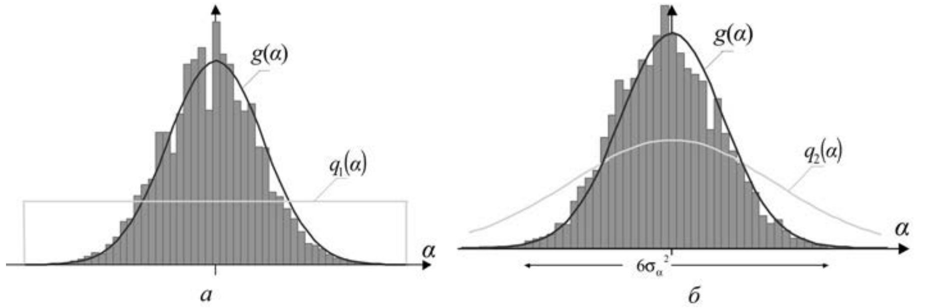

Рис. 1. Закон распределения Гаусса и его статистическая аппроксимация методом Монте-Карло: *а, б* – значимая плотность вероятности в виде равномерного закона распределения и закона распределения Гаусса соответственно

ления Гаусса $q_2(\alpha)$ ($m_{q2} = m_\alpha$, $\sigma_{q2}^2 = 2\sigma_\alpha^2$) (рис. 1, *б*). Статистическая аппроксимация реализовывалась с использованием выражения (6). Качество аппроксимации оценивалось с помощью нормированной гистограммы весовых коэффициентов, отсчеты которой – значения суммарной вероятности попадания моделируемых весов в каждый из анализируемых интервалов гистограммы. При расчетах использовано $N = 3000$ случайных отсчетов (число интервалов гистограммы 50).

Полученные результаты свидетельствуют о работоспособности метода Монте-Карло. Они подтверждают правила выбора $q(\alpha)$ и демонстрируют более высокую точность аппроксимации в тех случаях, когда значимая плотность распределения ближе по форме к исходной плотности (рис. 1). Кроме того, проведенные исследования показали, что при имеющихся отличиях в форме распределений $g(\alpha)$ и $q(\alpha)$ дисперсия значимой плотности вероятности должна быть увеличена: $\sigma_q^2 > \sigma_\alpha^2$.

Аналогичные закономерности проявляются при аппроксимации многомерных распределений. Результаты статистической аппроксимации совместной плотности вероятности квадратурных составляющих комплексной огибающей отраженного радиолокационного сигнала $p(x_M, y_M)$ [7] приведены на рис. 2, *а*. При этом каждая из анализируемых квадратурных составляющих ($p(x_M)$ и $p(y_M)$) характеризуется одномерным распределением Гаусса (рис. 2, *б*).

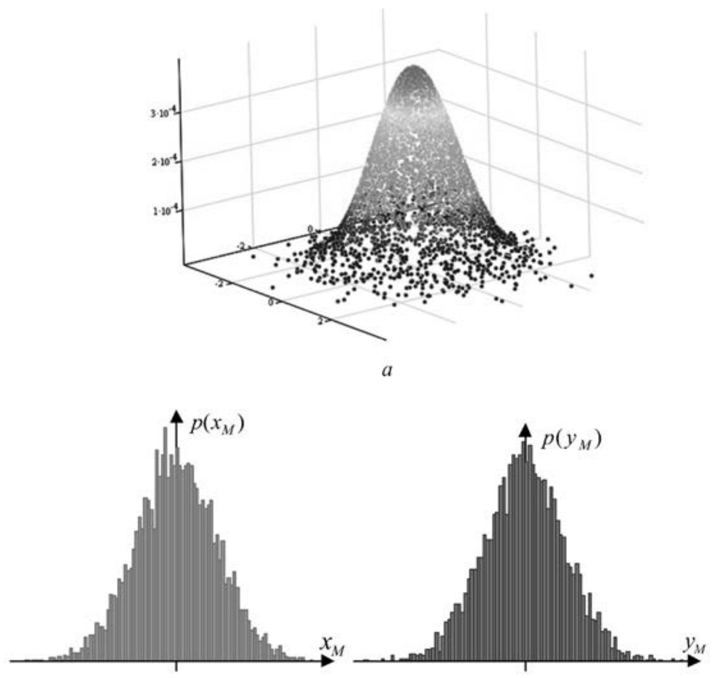

Рис. 2. Статистика отраженного сигнала и ее аппроксимации методом Монте-Карло: *а, б* – соответственно совместное распределение и распределение квадратурных составляющих отраженного сигнала

Приведенные результаты (рис. 2, *а*, *б*) подтверждают эффективность использования метода Монте-Карло для статистической аппроксимации как одномерных, так и многомерных распределений. Очевидно, что правильный выбор параметров значимой плотности вероятности $q(\alpha)$ позволит качественно решить задачу аппроксимации. Точность аппроксимации повышается при приближении формы значимой плотности распределения к исходному распределению. При этом необходимо обеспечить расположение большинства (более 90%) генерируемых случайных отсчетов α_i в области высокой вероятности аппроксимируемой плотности $g(\alpha)$ при одновременном размещении достаточного количества (более 10%) случайных отсчетов вне области высокой вероятности. В противном случае имеет место явление «оскудения» [6] случайной выборки, что приведет к возрастанию погрешности аппроксимации.

Статистическая аппроксимация результата нелинейных преобразований исходной плотности вероятностей. Проиллюстрируем использование метода Монте-Карло для статистической аппроксимации распределений, образующихся в результате типовых нелинейных преобразований исходной плотности вероятности радиолокационных данных. При анализе применялся подход, основанный на выражении (7): случайные точки (отсчеты) $\boldsymbol{\alpha}_i$ подвергались используемому нелинейному преобразованию $h[\boldsymbol{\alpha}_i]$. Обеспечиваемое качество аппроксимации данных оценивалось посредствам нормированной гистограммы весовых коэффициентов, отсчетами которой были значения суммарной вероятности попадания моделируемых весов в каждый из анализируемых интервалов гистограммы.

Ожидаемые законы распределения наблюдаемых радиолокационных данных $p_h(\boldsymbol{\alpha}) = h\left[g(\boldsymbol{\alpha})\right]$ приведены после типовых нелинейных преобразований: вычисление амплитуды (рис. 3, *а*), фазы (рис. 3, *б*) и мгновенной мощности (рис. 3, *в*) отраженного сигнала [7], а также результаты их статистической аппроксимации методом Монте-Карло в виде гистограмм. Графики (рис. 3, *а*, *б*, *в*) позволяют утверждать, что результаты статистической аппроксимации соответствуют ожидаемым распределениям амплитуды ($p(E_c)$ – распределение Рэлея), фазы ($p(\varphi_c)$ – равномерное распределение) и мгновенной мощности отраженного сигнала ($p(P_c)$ – экспоненциальное распределение) согласно критерию χ^2 Пирсона с уровнем значимости 0,05.

Следует отметить, что в некоторых случаях нелинейные преобразования данных могут привести к тому, что результирующее распределение будет характеризоваться наличием ярко выраженных одной или нескольких мод. На рис. 4, *а* приведены распределение результата экспоненциального преобразования вида $z = e^{x_M}$ и его статистическая аппроксимация методом Монте-Карло.

Очевидно, что непосредственное использование метода Монте-Карло для аппроксимации нелинейного преобразования (рис. 4, *а*) приводит к существенным погрешностям. Погрешности аппроксимации обусловлены «большим» разбросом координат случайных частиц после нелинейного преобразования, по окончании которого часть из них попадает в область малой вероятности («оскуднение» выборки). Таким образом, снижение числа частиц, вносящих основной вклад в результат аппроксимации нелинейного преобразования, может привести к существенному искажению $p_h(\boldsymbol{\alpha})$. В качестве меры вырождения принято использовать оценку эффективного размера выборки N_{eff}, которая показывает число частиц, находящихся в области высокой вероятности. В радиолокационных задачах имеет смысл предварительно найти область пространства $\Delta V_{\alpha}^{(0,9)}$, вероятность попадания в которую случайной величины после нелинейного

Рис. 3. Статистика отраженного сигнала и ее аппроксимации методом Монте-Карло: *а, б, в* – соответственно распределение амплитуды, фазы, мгновенной мощности

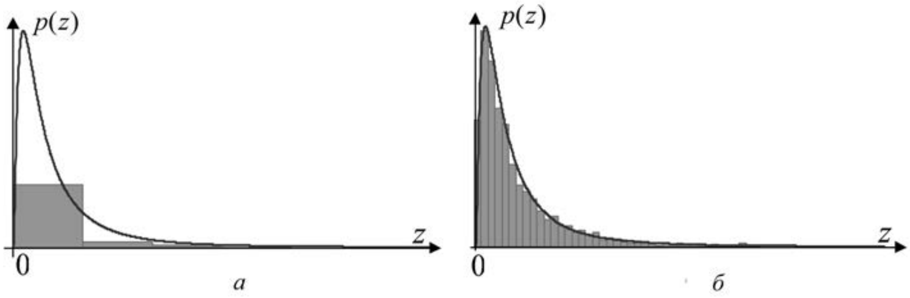

Рис. 4. Распределение данных после экспоненциального преобразования и его аппроксимации методом Монте-Карло: *а* – без использования перевыборки; *б* – с использованием перевыборки

преобразования равна 0,9: $\int\limits_{\Delta V_{\alpha}^{(0,9)}} p_h(\boldsymbol{\alpha})d\boldsymbol{\alpha} = 0,9$. Число N_{eff} определяется подсчетом частиц координаты, которые попали в область $\Delta V_{\alpha}^{(0,9)}$.

В 1994 г. А. Конг в качестве способа предотвращения эффекта «оскуднения» частиц предложил использовать перевыборку (Resampling) [6]. Этот способ заключается в группировке частиц выборки в окрестности наиболее значимых частиц, находящихся в области высокой вероятности, с последующим приданием им одинаковых весов. Алгоритм перевыборки подробно описан в [6, 8]. В результате перевыборки случайное множество частиц $\{\boldsymbol{\alpha}_i, \omega_i\}$ отображается в новое случайное множество $\{\boldsymbol{\alpha}_{newi}, 1/N\}$ с одинаковыми весами $1/N$.

Перевыборку имеет смысл проводить в тех случаях, когда после нелинейного преобразования наблюдается «оскуднение» выборки, т. е. когда значение N_{eff} становится ниже величины некоторого порога N_{thr} . В радиолокационных задачах имеет смысл выбирать $N_{thr} = (0,9 - 0,98)N$.

На рис. 4, *б* приведен результат статистической аппроксимации распределения данных методом Монте-Карло после экспоненциального преобразования с использованием процедуры перевыборки. Перераспределение случайных отсчетов привело к тому, что результат статистической аппроксимации соответствует ожидаемому распределению данных согласно критерию χ^2 Пирсона с уровнем значимости 0,05.

Приведенные результаты подтверждают возможность использования метода Монте-Карло в интересах аппроксимации статистических распределений наблюдаемых радиолокационных данных. При этом для качественной аппроксимации необходимо исключать явление вырождения случайных частиц.

Заключение. Первоначально метод Монте-Карло использовался, главным образом, для решения задач математической физики, где традиционные численные методы оказались малопригодными. Развитие средств вычислительной техники стимулировало проведение исследований, направленных на совершенствование подходов к использованию статистических методов. Достигнутые результаты позволили существенно расширить область применения метода Монте-Карло.

Приведены некоторые результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие возможность статистической аппроксимации распределений радиолокационных данных методом Монте-Карло. Рассмотрены основные особенности использования метода Монте-Карло для аппроксимации типовых плотностей распределения, образующихся в результате нелинейных преобразований данных при радиолокационном наблюдении. Проиллюстрированы аспекты выбора формы и параметров значимой плотности вероятности. Показано, что использование перевыборки как средства предотвращения «оскуднения» последовательности наблюдаемых отсчетов позволяет обеспечивать приемлемое качество статистической аппроксимации распределений наблюдаемых данных.

Знание особенностей применения методов Монте-Карло позволяет в настоящее время эффективно решать ряд практически важных задач в радиолокации, радионавигации, теории игр, теории массового обслуживания, математической экономики, а также задач теории передачи сообщений в различных условиях помеховой обстановки.

Список использованных источников

1. Соболь, И. М. Численные методы Монте-Карло / И. М. Соболь. – М.: Наука, 1973. – 312 с.

2. Тараскин, А. Ф. Статистическое моделирование и метод Монте-Карло: учебное пособие / А. Ф Тараскин. – Самара: СГАУ, 1997. – 62 с.

3. Быков, В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В. В. Быков. – М.: Советское радио, 1971. – 328 с.

4. Репин, В. Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В. Г. Репин, Г. П. Тартаковский. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.

5. Вадзинский, Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.

6. Ristic, B. Beyond the Kalman Filter. Particle filters for tracking applications / B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon. – London: ArtechHouse, 2004. – 300 p.

7. Охрименко, А. Е. Основы радиолокации и РЭБ / А. Е. Охрименко. – М.: Воениздат, 1983. – 456 с.

8. Горшков, С. А. Обобщенный метод Монте-Карло в нелинейной дискретной фильтрации байесовско-марковских параметров / С. А. Горшков, А. С. Солонар, А. В. Парахневич // Вестник связи. – 2012. – № 4. – С. 31–36.

References

1. Sobol', I. M. (1973), *Chislennye metody Monte-Karlo* [Numerical methods of Monte-Carlo], Nauka, Moscow, RU.

2. Taraskin, A. F. (1997), *Statisticheskoe modelirovanie i metod Monte-Karlo: uchebnoe posobie* [Statistical modelling and method of Monte-Carlo: the manual], SGAU, Samara, RU.

3. Bykov, V. V. (1971), *Tsifrovoe modelirovanie v statisticheskoi radiotekhnike* [Digital modelling in statistical radio engineering], Sovetskoe radio, Moscow, RU.

4. Repin, V. G. and Tartakovskii, G. P. (1977), *Statisticheskii sintez pri apriornoi neopredelennosti i adaptatsiya informatsionnykh sistem* [Statistical synthesis at aprioristic uncertainty and adaptation of information systems], Sovetskoe radio, Moscow, RU.

5. Vadzinskii, R. N. (2001), *Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam* [The directory about likelihood distributions], Nauka, St. Petersburg, RU.

6. Ristic, B., Arulampalam, S. and Gordon, N. (2004), *Beyond the Kalman Filter. Particle filters for tracking applications*, ArtechHouse, London, UK.

7. Okhrimenko, A. E. (1983), *Osnovy radiolokatsii i REB* [Bases of a radar-location and RES], Voenizdat, Moscow, RU.

8. Gorshkov, S. A., Solonar, A. S. and Parakhnevich, A. V. (2012), "The generalized method of Monte-Carlo in a nonlinear discrete filtration Bayesian-Markovian parametres", *Vestnik svyazi* [The Communication bulletin], no. 4, pp. 31–36.

Информация об авторах

Солонар Андрей Сергеевич − кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств. Военная академия Республики Беларусь (220057, г. Минск, пр-т Независимости, 220, Беларусь). E-mail: Andssnew@yandex.ru

Ярмолик Сергей Николаевич − кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств. Военная академия Республики Беларусь (220057, г. Минск, пр-т Независимости, 220, Беларусь). E-mail: Yarmsergei@yandex.ru

Храменков Андрей Сергеевич – старший инженер кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств. Военная академия Республики Беларусь (220057, г. Минск, пр-т Независимости, 220, Беларусь). E-mail: Xras.tech@mail.ru

Михалковский Артем Александрович − инженер кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств. Военная академия Беларусь (220057, г. Минск, пр-т Независимости, 220, Беларусь). E-mail: Mikh.tech@mail.ru

Information about the authors

Solonar Andrey Sergeevich – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Postdoctoral Student, the Department of Radar-location and Send-receive Devices. Military Academy of the Repablik of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Belarus). E-mail: Andssnew@yandex.ru

Yarmolik Sergey Nikolaevich – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Professor, the Department of Radar-location and Send-receive Devices. Military Academy of the Repablik of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Belarus). E-mail: Yarmsergei@yandex.ru

Khramenkov Andrey Sergeevich – senior engineer, the Department of Radar-location and Send-receive Devices. Military Academy of the Repablik of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Belarus). E-mail: Xras.tech@mail.ru

Mikhalkovski Artem Aleksandrovich − engineer, the Department of Radar-location and Send-receive Devices. Military Academy of the Repablik of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Belarus). E-mail: Mikh.tech@mail.ru

Для цитирования

Солонар, А. С. Особенности использования метода Монте-Карло для аппроксимации статистических распределений результатов нелинейных преобразований в радиолокационных задачах / А. С. Солонар, С. Н. Ярмолик, А. С. Храменков, А. А. Михалковский // Весці. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2016. – № 4. – С. 91–98.

For citation

Solonar A. S., Yarmolik S. N., Khramenkov A. S., Mikhalkovski A. A. Features of use of Monte-Carlo method for approximation of statistical distributions of results of nonlinear transformations in radar-tracking problems. Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus, physical-technical series. 2016, no. 4, pp. 91–98.