

**МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА**  
**MECHANICAL ENGINEERING AND MECHANICS**

УДК 539.3

Поступила в редакцию 29.10.2015  
Received 29.10.2015

**В. А. Томило<sup>1</sup>, Е. В. Кочик<sup>2</sup>, А. С. Кравчук<sup>3</sup>, И. А. Тарасюк<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

<sup>2</sup>*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

<sup>3</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*

**ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ПЛОСКИХ ПРУЖИН  
С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ И ХАРАКТЕРА  
ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ\***

На основе использования макросов для программы конечноэлементного анализа ANSYS 10 ED / LS-DYNA разработана методика оптимизации геометрии системы последовательно соединенных плоских пружин, используемых в качестве упругих элементов катапульты, предназначенной для запуска беспилотных летательных аппаратов. Критерием оптимизации геометрии в данном случае является условие наибольшего хода обеих плоских пружин с наименьшим отклонением от симметричных форм относительно средин пружин.

Произведена редукция динамической оптимизационной задачи сжатия и расслабления системы плоских пружин к квазистатической задаче предварительного сжатия системы и высокоскоростной динамической задачи ее расслабления, что позволило существенно сократить время решения оптимизационной задачи. Решение первой части задачи производилось Implicit-решателем ANSYS 10 ED, и по его результатам было получено решение второй части задачи Explicit-решателем ANSYS 10 ED / LS-DYNA.

Исходя из полученных результатов, оптимальной с точки зрения величин хода и отклонений от симметрии плоских пружин переменного профиля является система, состоящая из одинаковых рессор, симметричных относительно середины профиля.

*Ключевые слова:* линейно-деформируемый материал, метод конечных элементов, оптимизация, плоская пружина, эллиптическая рессора.

**V.A. Tomilo<sup>1</sup>, Y.V. Kochyk<sup>2</sup>, A.S. Kravchuk<sup>3</sup>, I.A. Tarasiuk<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Physical and Technical Institute of the National Academy of Sciences, Minsk, Belarus*

<sup>2</sup>*Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus*

<sup>3</sup>*Belarusian State University, Minsk, Belarus*

**OPTIMIZATION OF FLAT SPRING GEOMETRY WITH CONSIDERING DESIGN FEATURES  
AND NATURE OF DYNAMIC LOADING**

A geometry optimization method based on use of macros for finite-element analysis program ANSYS 10 ED / LS-DYNA was developed for system of series-connected flat springs used as elastic elements of catapult for launching unmanned aerial vehicles. Optimization criterion in this case is the condition of the maximum stroke of both flat springs with the minimum deviation from the symmetrical form with respect to spring midpoints.

Dynamic optimization problem of compression and relaxation of flat spring system was reduced to quasi-static problem of system pre-compression and high-velocity dynamic problem of its relaxation, and it significantly reduced solution time. Solution to the first part of the problem was carried out by means of Implicit Solver of ANSYS 10 ED / LS-DYNA. Solution to the second part of the problem was obtained by means of Explicit Solver of ANSYS 10 ED / LS-DYNA based on previous part results.

It was determined that optimum system in terms of stroke and deviations of symmetry of flat springs consists of identical springs which are symmetrical relative to section middles.

*Keywords:* linearly deformable material, finite-element method, optimization, flat spring, elliptical leaf spring.

\* Исследования выполнены на демонстрационной версии ANSYS 10 ED / LS-DYNA, распространявшейся бесплатно на территории стран СНГ.

**Введение.** Одним из важнейших направлений в современной авиации является разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) для выполнения широкого спектра задач не только в военной, но и в гражданской сфере. Обычно конструктивно двигатели БПЛА эффективны только при достижении аппаратом некоторой начальной скорости, что влечет за собой необходимость создания технических средств обеспечения указанной скорости при запуске.

Для взлета малоразмерных БПЛА широко используются устройства типа катапульты на основе упругих элементов, поскольку устройства запуска такого типа просты, предоставляют достаточную мобильность и практически бесшумны в сравнении с устройствами, использующими энергию взрыва твердого топлива или пневмоцилиндры.

В качестве упругих элементов устройств запуска БПЛА типа катапульты могут, в частности, использоваться плоские пружины типа эллиптических рессор ввиду отсутствия недостатков, присущих резиновым и полимерным накопителям энергии и связанных с релаксационными и гистерезисными явлениями.

Исходя из эксплуатационного режима, плоские пружины изготавливают из листов переменной толщины. Целью данного исследования является разработка методики оптимизации систем из последовательно соединенных плоских пружин типа рессор на основе использования макросов для ANSYS 10 ED / LS-DYNA. Предварительные исследования методом конечных элементов с использованием твердотельных элементов показали, что отклонения утолщения от середины рессоры могут быть значительными и зависят от критериев, по которым производятся вычисления. В данной работе использовать критерий симметричности рессор при высокоскоростном расслаблении является второстепенным, так как в силу особенностей конструкции устройства запуска БПЛА необходимо, чтобы оба упругих элемента обеспечивали максимально возможный ход незакрепленных концов.

**Геометрические характеристики плоских пружин.** Распространенным профилем плоских пружин переменной толщины является синусоидальный профиль [1], нижняя грань которого представляет собой дугу окружности радиуса  $R_0$  (рис. 1). Профиль имеет переменную толщину

$$h(s) = h_{\max} - e \left( 1 - \sin \left( \frac{\pi s}{l + 2dh} \right) \right), \quad s \in [0, l],$$

которая определяется по нормали к нижней грани.

Здесь  $h_{\max}$  – максимальная толщина профиля,  $e$  – эксцентриситет прокатного вала,  $dh$  – положение  $h_{\max}$  относительно середины нижней грани профиля,  $l = R_0 (\pi - 2 \arccos (L/R_0))$  – длина нижней грани профиля, где  $L$  – полудлина проекции изогнутой нижней грани профиля,  $h_0$  – прогиб центральной части нижней грани профиля,  $R_0 = \frac{h_0^2 + L^2}{2h_0}$  – радиус кривизны нижней грани профиля.

**Постановка и решение задачи динамического нагружения системы из последовательно соединенных плоских пружин.** Система из двух рессор, соединенных последовательно подвижным шарниром, подвергается сжатию с постоянной скоростью  $v_0$ , соответствующей квазистатическому процессу (рис. 2). Левый край первой рессоры имеет неподвижное шарнирное закрепление, правый край второй рессоры может свободно перемещаться вдоль оси  $Ox$  и на момент окончания процесса сжатия смещается на расстояние  $u_x$ . Для запуска БПЛА снимается нагрузка с предварительно сжатой системы, происходит распрямление рессор со скоростью  $v$ , зависящей от массы груза на ее свободном конце.

При расчетах предполагалось, что материал рессоры – сталь с модулем Юнга  $E = 2,1 \times 10^{11}$  Па, коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,27$  и плотностью  $\rho = 7865$  кг/м<sup>3</sup>. Рессора имеет следующие геометрические характеристики:  $h_{\max} = 0,008$  м,  $e = 0,004$  м,  $L = 0,36$  м,  $h_0 = 0,015$  м,  $th = 0,062$  м – ширина рессоры. Перемещение правого конца второй рессоры  $u_x = 0,2$  м.

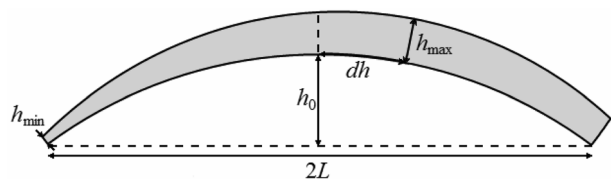


Рис. 1. Профиль рессоры переменной толщины  
Fig. 1. Section of a flat spring of a variable thickness

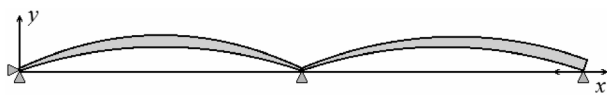


Рис. 2. Схема нагружения системы последовательно соединенных рессор

Fig. 2. Loading scheme of the system of series-connected flat springs

Поскольку шаг интегрирования в ANSYS 10 ED / LS-DYNA для балочных элементов равен  $\Delta t_\varepsilon = l_\varepsilon / c$ , где  $l_\varepsilon$  – размер элемента,  $c = \sqrt{E/\rho}$  – скорость распространения продольных волн в упругом стержне, время решения поставленной задачи с учетом предварительного квазистатического сжатия системы неоправданно велико. Для уменьшения времени интегрирования следует разбить исходную задачу на две: квазистатическую задачу, решение которой производится с помощью неявного метода (implicit), и динамическую, которая решается с помощью явного метода (explicit). Поскольку поставленная задача представляет собой решения большого количества однотипных задач, различающихся лишь величинами  $dh_1$ ,  $dh_2$  и  $v$ , то для автоматизации процесса были написаны макросы, использующие в качестве аргументов ARG1, ARG2 и ARG3 эти параметры.

При моделировании процесса предварительного нагружения системы с помощью ANSYS 10 ED использовались балочные элементы BEAM188 с расположением узлов на нижних гранях рессор. Для моделирования подвижного шарнира, соединяющего плоские пружины, записывалось дополнительное граничное условие, связывающее перемещения по оси  $Ox$  узлов на соответствующих краях рессор. Ввиду нелинейности задачи решение производилось с включенной опцией Large Displacement Static, а его результаты записывались в файл.

При моделировании процесса высокоскоростного расслабления системы с помощью ANSYS 10 ED / LS-DYNA использовались балочные элементы BEAM161 с расположением узлов на нижних гранях рессор. Решение, полученное для квазистатического процесса, использовалось как начальное состояние системы [2–4]. Моделирование подвижного шарнира, соединяющего плоские пружины, осуществлялось аналогично квазистатической задаче. Для каждого шага интегрирования определялись максимальные отклонения  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  от симметричных форм рессор с записью результата в файл.

**Анализ результатов.** В силу особенностей конструкции устройства запуска БПЛА необходимо, чтобы оба упругих элемента обеспечивали максимально возможный ход незакрепленных концов с допустимым расхождением в ходе рессор в 10%. Данное условие выполняется в случае использовании одинаковых рессор  $dh_1 = dh_2 \in [0, l/2]$ , а также при всевозможных положениях  $dh_1$  и  $dh_2$ , лежащих в промежутке  $[0, 0.3 \times l/2]$  (рис. 3).

Исходя из полученных результатов, можно заключить, что зависимости отклонений от симметрии рессор  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  при постоянных значениях скорости распрямления  $v$  и одного из параметров  $dh_1$  и  $dh_2$  имеют практически линейный характер.

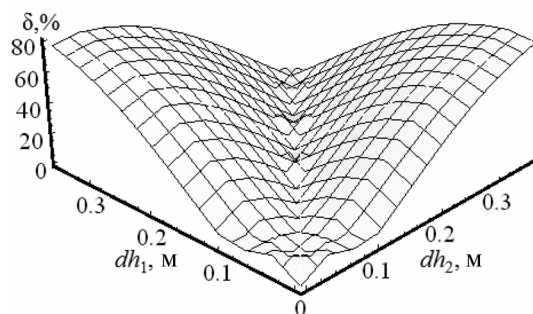


Рис. 3. Зависимость расхождения хода рессор  $\delta$  от  $dh_1$  и  $dh_2$

Fig. 3. Dependence of stroke difference of flat springs  $\delta$  from  $dh_1$  and  $dh_2$

Поставленная задача по оптимизации профиля переменной толщины была решена методом конечных элементов с помощью программных систем ANSYS 10 ED / LS-DYNA. Исходя из характера задачи, использовалась упругая изотропная модель материала рессоры. При построении сетки модели использовались балочные элементы.

Наименьшие отклонения от симметрии первой рессоры  $\varepsilon_{1,\max}$  соответствуют наибольшему значению положения утолщения второй рессоры  $dh_2$  и достигают минимума при  $dh_1 = 0$  и  $dh_2 = l/2$ , однако в этом случае значения отклонения второй рессоры  $\varepsilon_{2,\max}$  принимают наибольшие значения (рис. 4, 5).

На рис. 4 и 5 представлены зависимости максимальных отклонений от симметрии  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  от положения  $dh_1$  при расслаблении системы со скоростью  $v = 80$  м/с: 1 – при  $dh_2 = 0$ ; 2 – при  $dh_2 = 0,3 \times l/2$ ; 3 – при  $dh_2 = 0,6 \times l/2$ ; 4 – при  $dh_2 = l/2$ .

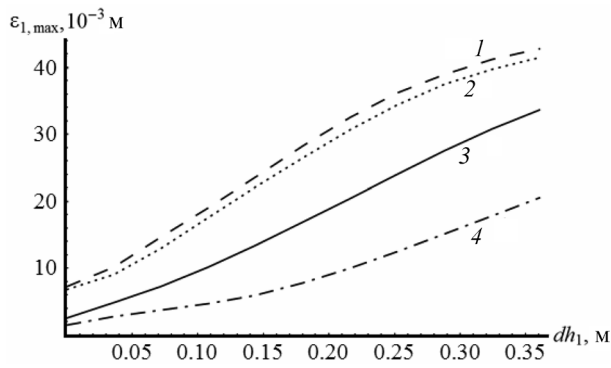


Рис. 4. Зависимости  $\varepsilon_{1,\max}$  от  $dh_1$

Fig. 4. Dependencies of  $\varepsilon_{1,\max}$  from  $dh_1$

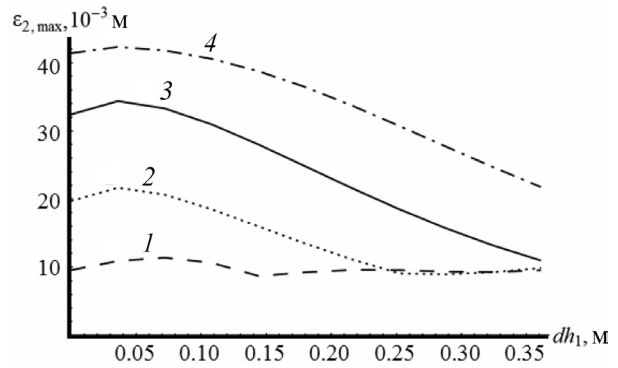


Рис. 5. Зависимости  $\varepsilon_{2,\max}$  от  $dh_1$

Fig. 5. Dependencies of  $\varepsilon_{2,\max}$  from  $dh_1$

Аналогичная зависимость наблюдается в значениях отклонения от симметрии второй рессоры  $\varepsilon_{2,\max}$ . Наименьшие отклонения  $\varepsilon_{2,\max}$  соответствуют наибольшему значению положения утолщения первой рессоры  $dh_1$ , однако в этом случае значения отклонения первой рессоры  $\varepsilon_{1,\max}$  принимают наибольшие значения (рис. 6, 7).

На рис. 6 и 7 представлены зависимости максимальных отклонений от симметрии  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  от положения  $dh_2$  при расслаблении системы со скоростью  $v = 80$  м/с: 1 – при  $dh_1 = 0$ ; 2 – при  $dh_1 = 0,3 \times l/2$ ; 3 – при  $dh_1 = 0,6 \times l/2$ ; 4 – при  $dh_1 = l/2$ .

Сравнивая значения отклонений от симметрии рессор  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  при различных положениях  $dh_1$  и  $dh_2$ , можно прийти к выводу, что оптимальная система должна состоять из одинаковых, симметричных относительно середины профиля рессор.

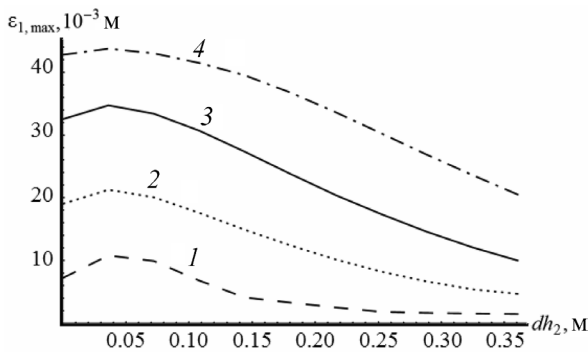


Рис. 6. Зависимости  $\varepsilon_{1,\max}$  от  $dh_2$

Fig. 6. Dependencies of  $\varepsilon_{1,\max}$  from  $dh_2$

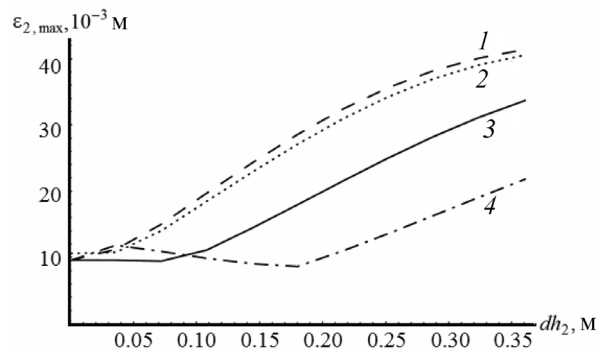


Рис. 7. Зависимости  $\varepsilon_{2,\max}$  от  $dh_2$

Fig. 7. Dependencies of  $\varepsilon_{2,\max}$  from  $dh_2$

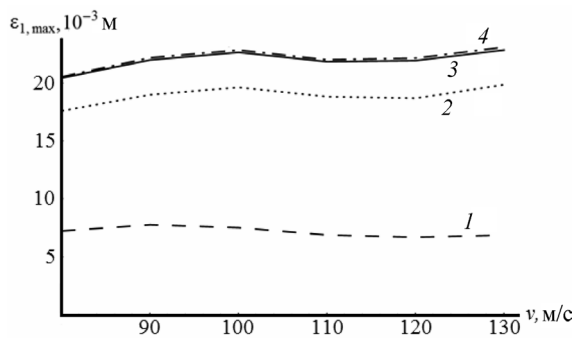


Рис. 8. Зависимости  $\varepsilon_{1,\max}$  от  $v$

Fig. 8. Dependencies of  $\varepsilon_{1,\max}$  from  $v$

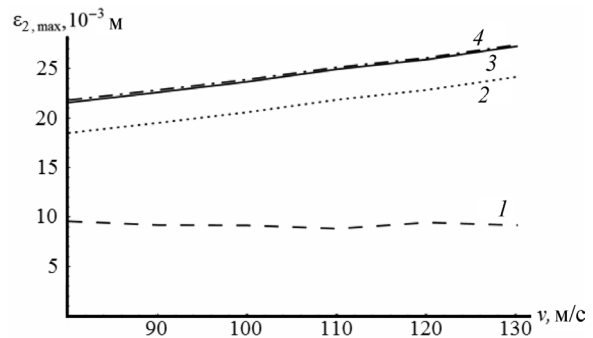


Рис. 9. Зависимости  $\varepsilon_{2,\max}$  от  $v$

Fig. 9. Dependencies of  $\varepsilon_{2,\max}$  from  $v$

Отметим, что зависимости отклонений  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  от скорости распрямления  $v$  при различных  $dh_1$  и  $dh_2$  с достаточной для практики точностью можно рассматривать как линейные (рис. 8, 9).

На рис. 8 и 9 представлены зависимости максимальных отклонений от симметрии  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  от скорости расслабления системы  $v$ : 1 – при  $dh_1 = dh_2 = 0$ ; 2 – при  $dh_1 = dh_2 = 0,3 \times l/2$ ; 3 – при  $dh_1 = dh_2 = 0,6 \times l/2$ ; 4 – при  $dh_1 = dh_2 = l/2$ .

Сравнивая значения отклонений от симметрии рессор  $\varepsilon_{1,\max}$  и  $\varepsilon_{2,\max}$  при различных значениях скорости распрямления  $v$ , можно прийти к выводу, что оптимальная система должна состоять из одинаковых, симметричных относительно середины профиля рессор.

**Выводы.** Разработана методика оптимизации геометрии системы последовательно соединенных плоских пружин типа рессор, используемых в качестве упругих элементов катапульты, предназначенной для запуска БПЛА. Данная методика основана на использовании макросов для программы конечно-элементного анализа ANSYS 10 ED / LS-DYNA.

Особенностью данной методики является то, что критерием построения оптимального решения в данном случае является условие наибольшего хода обеих плоских пружин при наименьшем отклонении от симметрии относительно середин профиля рессор.

Динамическая задача сжатия и расслабления системы упругих элементов была сведена к двум задачам: квазистатического сжатия системы рессор, решение которой производилось неявным методом, и высокоскоростной динамической задаче расслабления системы рессор, которая решалась явным методом на основе результатов предыдущей задачи, что позволило существенно сократить время решения задачи оптимизации.

Исходя из полученных результатов, оптимальной с точки зрения величин хода и отклонений от симметрии плоских пружин переменного профиля является система, состоящая из одинаковых рессор, симметричных относительно середины профиля.

#### Список использованных источников

1. Клубович, В. В. Технологии изготовления и обработки специальных периодических профилей / В. В. Клубович, В. А. Томило. – Минск: БНТУ, 2007. – 298 с.
2. Кравчук, А. С. Электронная библиотека механики и физики: лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач : в 3 ч. [Электронный ресурс] / А. С. Кравчук, А. И. Кравчук. – Минск: БГУ, 2013. – Ч. 1: ANSYS/LS-DYNA. Общая характеристика интерфейса и средств создания твердотельной модели детали. Использование моделей материалов и типов конечных элементов LS-DYNA. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44277> – Дата доступа: 01.10.2015.
3. Кравчук, А. С. Электронная библиотека механики и физики: лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач : в 3 ч. [Электронный ресурс] / А. С. Кравчук, А. И. Кравчук. – Минск: БГУ, 2013. – Ч. 2: Ограничения и нагрузки в ANSYS/LS-DYNA. Решение поставленных задач и просмотр результатов решения в ANSYS/LS-DYNA. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44280> – Дата доступа: 01.10.2015.
4. Кравчук, А. С. Электронная библиотека механики и физики. Лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач : в 3 ч. [Электронный ресурс] / А. С. Кравчук, А. С. Чашинский, А. И. Кравчук. – Минск: БГУ, 2013. – Ч. 3: Основные элементы графического интерфейса LS-PREPOST. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44281> – Дата доступа: 01.10.2015.

#### References

1. Klubovich V.V., Tomilo V.A. Technologies of manufacturing and processing of special periodic sections. Minsk, BNTU, 2007, 298 p. (In Russian).
2. Kravchuk A.S., Kravchuk A.I. Digital library of mechanics and physics. Lectures on ANSYS/LS-DYNA and LS-PREPOST basics with examples of problem-solving. In 3 part. Part 1. General characteristics of interface and tools for creation of solid model of a detail. Using materials and types of finite elements models of LS-DYNA. Minsk, Belarusian State University, 2013. Available at: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44277> (date of access: 01 October 2015). (In Russian).
3. Kravchuk A.S., Kravchuk A.I. Digital library of mechanics and physics. Lectures on ANSYS/LS-DYNA and LS-PREPOST basics with examples of problem-solving. In 3 part. Part 2. Restrictions and loadings in ANSYS/LS-DYNA. Solving assigned problems and viewing solution results in ANSYS/LS-DYNA. Minsk, Belarusian State University, 2013. Available at: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44280> (date of access: 01 October 2015). (In Russian).
4. Kravchuk A.S., Kravchuk A.I., Chashinskiy A.S. Digital library of mechanics and physics. Lectures on ANSYS/LS-DYNA and LS-PREPOST basics with examples of problem-solving. In 3 parts. Part 3. General elements of LS-PREPOST interface. Minsk, Belarusian State University, 2013. Available at: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/44281> (date of access: 01 October 2015). (In Russian).



### Информация об авторах

*Томило Вячеслав Анатольевич* – доктор технических наук, доцент, начальник научно-исследовательского центра деформационных и литейных технологий, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Академика Купревича, 10, 220141, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: stamila@rambler.ru

*Кочик Евгения Вячеславовна* – преподаватель кафедры сопротивления материалов машиностроительного профиля, машиностроительный факультет Белорусского национального технического университета (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: zhenjatomilo@gmail.com

*Кравчук Александр Степанович* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры био- и наномеханики, механико-математический факультет Белорусского государственного университета (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: ask\_belarus@inbox.ru

*Тарасюк Иван Александрович* – аспирант кафедры био- и наномеханики, механико-математический факультет Белорусского государственного университета (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: ivan.a.tarasyuk@gmail.com

### Для цитирования

Оптимизация геометрии плоских пружин с учетом конструктивных особенностей и характера динамического нагружения / В. А. Томило [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2017. – № 1. – С. 70–75.

### Information about the authors

*Tomilo Viacheslav Anatol'evich* – D. Sc. (Engineering), Assistant Professor, Head of the Deformation and Casting Technologies Research Center, Physical and Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Academician Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: stamila@rambler.ru

*Kochyk Yevheniya Viacheslavovna* – Lecturer of the Mechanical Engineering Profile Materials Resistance Department, Machine Engineering Faculty of the Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: zhenjatomilo@gmail.com

*Kravchuk Alexander Stepanovich* – D. Sc. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Professor of the Bio- and Nanomechanics Department, Mechanical and Mathematical Faculty of the Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ask\_belarus@inbox.ru

*Tarasiuk Ivan Alexandrovich* – postgraduate-student of the Bio- and Nanomechanics Department, Mechanical and Mathematical Faculty of the Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ivan.a.tarasyuk@gmail.com

### For citation

Tomilo V.A., Kochyk Y.V., Kravchuk A.S., Tarasiuk I.A. Optimization of flat spring geometry with considering design features and nature of dynamic loading. *Vesti Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series], 2017, no. 1, pp. 70–75. (In Russian).