

Н. И. Беленкевич, В. А. Ильинков

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

СОВМЕСТНОЕ ОПИСАНИЕ СИГНАЛОВ, ЛИНЕЙНЫХ ЗВЕНЬЕВ И РЕАКЦИЙ СИСТЕМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Аннотация. Основным инструментом проектирования и разработки современных систем телекоммуникаций и радиоэлектроники является математическое моделирование, выполняемое на структурно- и схемотехническом уровнях. Структурно-техническое моделирование используют на начальных этапах проектирования и разработки (научно-исследовательская работа, техническое задание, эскизный и технический проекты). Его результаты определяют структуру и основные параметры качества создаваемой техники. Установлено, что известные программные средства структурно-технического моделирования обладают существенными недостатками из-за отсутствия удобного математического описания сигналов и звеньев. Целью работы являлась разработка математического описания сигналов, линейных звеньев и реакций, обеспечивающего: создание развитых библиотек математических моделей сигналов и линейных звеньев; построение автоматизированных процедур формирования, преобразования и расчета частотно-временных характеристик моделей сигналов, звеньев и реакций.

На базе операторной дробно-рациональной функции специального вида разработано совместное математическое описание, задающее все типы применяемых при моделировании сигналов, линейных звеньев и реакций систем телекоммуникаций и радиоэлектроники, обеспечивающее необходимые преобразования моделей сигналов, звеньев и создание развитых библиотек их математических моделей. Построены математические алгоритмы (де)нормирования, реактансного преобразования и перемножения моделей (не)минимально-фазовых линейных звеньев. Разработаны обобщенные модели сигналов, линейных звеньев и реакций в частотной и временной областях, обеспечивающие создание единых математических алгоритмов и на их основе автоматизированных процедур расчета частотных и временных характеристик сигналов, звеньев и реакций.

Ключевые слова: система, сигнал, звено, реакция, модель, алгоритм

Для цитирования. Беленкевич, Н. И. Совместное описание сигналов, линейных звеньев и реакций систем телекоммуникаций и радиоэлектроники / Н. И. Беленкевич, В. А. Ильинков // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2017. – №4. – С. 93–104.

N. I. Belenkevich, V. A. Ilyinkov

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

THE COMPATIBLE DESCRIPTION OF SIGNALS, LINEAR LINKS AND RESPONSES OF TELECOMMUNICATIONS AND RADIOELECTRONICS SYSTEMS

Abstract. Mathematical modeling is a basic tool for design and development of modern telecommunications and radioelectronics systems. It is realized on two fundamentally different levels: schematic circuit and block diagram simulation. At the initial stages of design and development of system (i.e. research scientific work, specification of requirements, initial outlay and technical project) simulation on the block diagram level is applied. Its results define the structure and basic parameters of the quality of created facilities. It has been established, that commonly applied software of block diagram simulation has essential flaws, which are resulted from a scarce mathematical description of signals and links. The research described in the article is aimed at working out the mathematical description of signals, linear links and responses. This description will contribute to creating the enhanced library of mathematical models of signals and linear links, as well as automated procedures of formation, transformation and calculation of time-and-frequency characteristics of signals, links and responses.

We suggest a mathematical description of signals, linear links and responses on the basis of specifically shaped operator fractional-rational function. It embodies and epitomizes all types of signals, linear links and responses used in modeling and provides needed transformation and creation of the enhanced library of mathematical models of signals and linear links. Subsequently, it allows creation of mathematical algorithms of normalization, reactance transformation and multiplication of models of minimum-phase and nonminimum-phase linear links, as well as generalized models of signals, linear links and responses in frequency- and time-domains. These generalized models make a basis of single mathematical algorithms and automated procedures of calculation frequency- and time-characteristics of signals, links and responses.

Keywords: system, signal, link, response, model, algorithm

For citation. Belenkevich N. I., Ilyinkov V. A. The compatible description of signals, linear links and responses of telecommunications and radioelectronics systems. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2017, no. 4, pp. 93–104 (in Russian).

Введение. Основным инструментом проектирования и разработки систем телекоммуникаций и радиоэлектроники (СТР) является математическое моделирование, которое существенно интенсифицирует процессы анализа и синтеза; решает задачи, часто невыполнимые другими методами; многократно снижает материальные и временные затраты на создание сложных систем (устройств) при одновременном повышении их качества. При этом различают структурно- и схмотехническое моделирование, выполняемое соответственно на уровнях структурной (функциональной) и принципиальной схем [1–19]. Структурно-техническое моделирование используют на начальных этапах проектирования и разработки (научно-исследовательская работа, техническое задание, эскизный и технический проекты). Его результаты в основном и определяют структуру и основные параметры качества создаваемой техники.

Сравнительный анализ методов, моделей, алгоритмов и программ моделирования СТР [1–13, 20–30] показывает, что известные программные средства структурно-технического моделирования обладают (частично или целиком) следующими существенными недостатками: отсутствие развитых библиотек моделей сигналов и функциональных звеньев, а также автоматизированных процедур формирования и преобразования моделей, большой объем черновой подготовительной работы и значительное время моделирования. При этом отмеченные недостатки – во многом следствие отсутствия удобного математического описания сигналов и звеньев.

Цель работы – создание совместного математического описания сигналов, линейных звеньев и их реакций, обеспечивающего построение автоматизированных процедур формирования, преобразования и расчета частотно-временных характеристик моделей сигналов, звеньев, реакций; разработка развитых библиотек математических моделей сигналов и линейных звеньев.

Математическое описание линейных звеньев СТР. Важнейшей составляющей структурно-технического моделирования СТР является разработка обоснованных требований к частотно-временным характеристикам отдельных функциональных блоков и системы в целом. Ее выполняют посредством моделирования линейных искажений, применяя в качестве моделей блоков (каналов) линейные звенья. Моделирование линейных искажений отличает многообразие и сложность моделей сигналов (воздействий) и звеньев, а также сложность процедуры и большой объем вычислений при нахождении реакций, зависящие от используемых моделей и метода моделирования [24, 28–30]. Ответственным этапом, во многом определяющим конечные результаты моделирования, является выбор метода описания и формирование моделей линейных звеньев разного вида: фильтров нижних (верхних) частот (ФНЧ, ФВЧ), полосовых (заграждающих) фильтров (ПФ, ЗФ), фильтров с несколькими полосами пропускания (задерживания).

С учетом общих принципов, специфики структурно-технического моделирования СТР и свойств известных моделирующих программ математическое описание линейных звеньев должно: удовлетворять условиям физической реализуемости и устойчивости; задавать (не)минимально-фазовые звенья с различной формой частотных характеристик; обеспечивать использование справочной литературы (каталогов математических моделей), все виды и простоту преобразования моделей; хорошо согласовываться с применяемыми методами моделирования и описания сигналов [24, 29, 30].

Известны различные методы описания линейных звеньев: во временной области – импульсной и переходной характеристиками; в частотной области – комплексной передаточной функцией либо амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) (характеристикой рабочего затухания (ХРЗ)) и фазочастотной характеристикой (ФЧХ) (характеристикой группового времени запаздывания (ХГВЗ)); на комплексной плоскости – операторной передаточной функцией $K_Z(p)$ [21–27, 29–31]. Предъявляемым требованиям больше других отвечает последнее описание, задаваемое дробно-рациональной функцией комплексного переменного. Такая модель широко используется в СТР. Однако применяемые формы представления функции $K_Z(p)$ [21–27, 29, 30, 32–34] не позволяют задавать (весьма широко используемые на практике) линейные звенья с кратными полюсами и кратными нулями передаточной функции, недостаточно согласуются с описанием сигналов.

Для расширения возможностей моделирования линейные звенья целесообразно описывать операторной передаточной функцией специального вида

$$K_Z(p) = \frac{A_Z(p)}{C_Z B_Z(p)} = \frac{\prod_{x=1}^{N_{Z3}} (p + a_{Z3x})^{n_{Z3x}} \prod_{y=1}^{N_{Z4}} (p^2 + 2a_{Z4y}p + a_{Z4y}^2 + \omega_{Z4y}^2)^{n_{Z4y}}}{C_Z \prod_{s=1}^{N_{Z1}} (p + a_{Z1s})^{n_{Z1s}} \prod_{l=1}^{N_{Z2}} (p^2 + 2a_{Z2l}p + a_{Z2l}^2 + \omega_{Z2l}^2)^{n_{Z2l}}}, \quad (1)$$

где $B_Z(p)$ – полином Гурвица степени $\nu_Z = \sum_{s=1}^{N_{Z1}} n_{Z1s} + 2 \sum_{l=1}^{N_{Z2}} n_{Z2l}$; $A_Z(p)$ – полином с вещественными

коэффициентами степени $g_Z = \sum_{x=1}^{N_{Z3}} n_{Z3x} + 2 \sum_{y=1}^{N_{Z4}} n_{Z4y}$, нули которого могут лежать в левой,

правой полуплоскости и на мнимой оси; $a_{Z1s} = \text{Re } a_{Z1s} > 0$; $n_{Z1s} = [n_{Z1s}] > 0$; $a_{Z2l} = \text{Re } a_{Z2l} > 0$; $\omega_{Z2l} = \text{Re } \omega_{Z2l} > 0$; $n_{Z2l} = [n_{Z2l}] > 0$; $a_{Z3x} = \text{Re } a_{Z3x}$; $n_{Z3x} = [n_{Z3x}] > 0$; $a_{Z4y} = \text{Re } a_{Z4y}$; $\omega_{Z4y} = \text{Re } \omega_{Z4y} > 0$; $n_{Z4y} = [n_{Z4y}] > 0$; $g_Z \leq \nu_Z$; $C_Z = \text{Re } C_Z \neq 0$ – масштабный множитель; коэффициенты a_{Z1s} , a_{Z3x} , a_{Z2l} и ω_{Z2l} , a_{Z4y} и ω_{Z4y} , определяющие нули и полюсы функции $K_Z(p)$, образуют соответственно одномерные A_{Z1} , A_{Z3} и двумерные A_{Z2} , A_{Z4} массивы чисел.

Моделирование линейных искажений включает различные процедуры преобразования математических моделей: денормирование; преобразование модели ФНЧ-прототипа в модели ФВЧ, ПФ, ЗФ, фильтра с несколькими полосами пропускания (задерживания); перемножение моделей [24, 27, 29–32]. Эти процедуры, за исключением денормирования, известные моделирующие программы не реализуют вследствие недостатков используемого описания звеньев. В результате их приходится выполнять вручную, что представляет громоздкий и трудоемкий процесс, особенно при высоких порядках передаточной функции. Поэтому автоматизация процедур преобразования моделей весьма актуальна при создании эффективных моделирующих программ.

Операция денормирования модели $K_Z(p)$ соответствует замене в (1) переменной p на p/ω_{Dd} (ω_{Dd} – нормирующая частота: граничная частота полосы пропускания ФНЧ (ФВЧ); центральная частота полосы пропускания (задерживания) ПФ (ЗФ)) [27, 32]. Выполняя необходимые преобразования, приходим к денормированной модели звена

$$K_{Zd}(p) = \frac{A_{Zd}(p)}{C_{Zd} B_{Zd}(p)} = \frac{\prod_{xd=1}^{N_{Z3d}} (p + a_{Z3xd})^{n_{Z3xd}} \prod_{yd=1}^{N_{Z4d}} (p^2 + 2a_{Z4yd}p + a_{Z4yd}^2 + \omega_{Z4yd}^2)^{n_{Z4yd}}}{C_{Zd} \prod_{sd=1}^{N_{Z1d}} (p + a_{Z1sd})^{n_{Z1sd}} \prod_{ld=1}^{N_{Z2d}} (p^2 + 2a_{Z2ld}p + a_{Z2ld}^2 + \omega_{Z2ld}^2)^{n_{Z2ld}}}, \quad (2)$$

где $a_{Z1sd} = a_{Z1s}\omega_{Dd}$, $n_{Z1sd} = n_{Z1s}$, $N_{Z1d} = N_{Z1}$; $a_{Z2ld} = a_{Z2l}\omega_{Dd}$, $\omega_{Z2ld} = \omega_{Z2l}\omega_{Dd}$, $n_{Z2ld} = n_{Z2l}$, $N_{Z2d} = N_{Z2}$, $a_{Z3xd} = a_{Z3x}\omega_{Dd}$, $n_{Z3xd} = n_{Z3x}$, $N_{Z3d} = N_{Z3}$; $a_{Z4yd} = a_{Z4y}\omega_{Dd}$, $\omega_{Z4yd} = \omega_{Z4y}\omega_{Dd}$, $n_{Z4yd} = n_{Z4y}$, $N_{Z4d} = N_{Z4}$; $C_{Zd} = C_Z \omega_{Dd}^{g_Z - \nu_Z}$.

Преобразование модели ФНЧ-прототипа в модели других фильтров выполняют трансформированием нулей и полюсов его передаточной функции $K_Z(p)$ реактансными или нереактансными преобразованиями. Причем первые используют для получения звеньев с характеристиками ФВЧ и частотно-симметричными характеристиками ПФ и ЗФ, вторые (например, преобразования Зданека) – в случае ПФ (ЗФ) с частотно-несимметричными характеристиками [24, 27]. На практике в основном применяются реактансные преобразования, являющиеся наиболее простыми. Согласно им переход к ФВЧ соответствует замене в модели $K_Z(p)$ (1) ФНЧ-прототипа переменной p на $1/p$ [27, 32]. Выполняя необходимые преобразования, получаем передаточную функцию $K_{Zd}(p)$ в виде (2), в которой:

$$a_{Z1sd} = a_{Z1s}^{-1}, n_{Z1sd} = n_{Z1s}, N_{Z1d} = N_{Z1}, C_{Z1sd} = a_{Z1s}^{n_{Z1s}}; a_{Z2ld} = a_{Z2l} (a_{Z2l}^2 + \omega_{Z2l}^2)^{-1},$$

$$\omega_{Z2ld} = \omega_{Z2l} (a_{Z2l}^2 + \omega_{Z2l}^2)^{-1}, n_{Z2ld} = n_{Z2l}, N_{Z2d} = N_{Z2}, C_{Z2ld} = (a_{Z2l}^2 + \omega_{Z2l}^2)^{n_{Z2l}};$$

$$\begin{aligned}
 a_{Z3xd} &= \begin{cases} a_{Z3x}^{-1} & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd \leq N_{Z3d} - 1) \\ 0 & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd = N_{Z3d}) \\ 0 & (a_{Z3x} = 0 \cup xd \leq N_{Z3d}) \end{cases}, \quad n_{Z3xd} = \begin{cases} n_{Z3x} & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd \leq N_{Z3d} - 1) \\ v_Z - g_Z & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd = N_{Z3d}) \\ v_Z - g_Z & (a_{Z3x} = 0 \cup xd \leq N_{Z3d}) \end{cases}, \\
 N_{Z3d} &= \begin{cases} N_{Z3} + 1 & (a_{Z3x} \neq 0) \\ N_{Z3} & (a_{Z3x} = 0) \end{cases}, \quad C_{Z3xd} = \begin{cases} a_{Z3x}^{-n_{Z3x}} & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd \leq N_{Z3d} - 1) \\ 1 & (a_{Z3x} \neq 0 \cup xd = N_{Z3d}) \\ 1 & (a_{Z3x} = 0 \cup xd \leq N_{Z3d}) \end{cases}; \quad (3) \\
 a_{Z4yd} &= a_{Z4y} (a_{Z4y}^2 + \omega_{Z4y}^2)^{-1}, \quad \omega_{Z4yd} = \omega_{Z4y} (a_{Z4y}^2 + \omega_{Z4y}^2)^{-1}, \quad n_{Z4yd} = n_{Z4y}, \quad N_{Z4d} = N_{Z4}, \\
 C_{Z4yd} &= (a_{Z4y}^2 + \omega_{Z4y}^2)^{-n_{Z4y}}; \quad C_{Zd} = C_Z \prod_{sd=1}^{N_{Z1d}} C_{Z1sd} \prod_{ld=1}^{N_{Z2d}} C_{Z2ld} \prod_{xd=1}^{N_{Z3d}} C_{Z3xd} \prod_{yd=1}^{N_{Z4d}} C_{Z4yd}.
 \end{aligned}$$

Переход к ПФ (ЗФ) достигается заменой в передаточной функции (1) переменной p на $\alpha(p+1/p)((\alpha(p+1/p))^{-1})$ (α – параметр преобразования) [27, 32]. Выполняя последующие преобразования, в обоих случаях приходим к моделям в виде (2), параметры которых связаны с параметрами $K_Z(p)$ несложными соотношениями. Отсюда следует, что денормирование, преобразование ФНЧ \rightarrow ФВЧ, ФНЧ \rightarrow ПФ и ФНЧ \rightarrow ЗФ приводят к совпадающим по форме передаточным функциям. Последнее превращает операцию перемножения произвольного числа (де)нормированных моделей с характеристиками ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ в элементарную операцию объединения соответствующих одномерных A_{Z1} , A_{Z3} и двумерных A_{Z2} , A_{Z4} массивов исходных звеньев. Перемножением же можно получить модель фильтра с несколькими полосами пропускания или(и) задерживания.

Таким образом, модель (1) полностью удовлетворяет предъявляемым требованиям. Она описывает все типы (не)минимально-фазовых линейных звеньев, в том числе с кратными полюсами и нулями передаточной функции, обеспечивает использование справочной литературы, например [32]. Приводимые в последней математические модели ФНЧ-прототипов являются частным случаем выражения (1) при условии $N_{Z3} = a_{Z4y} = 0, n_{Z4y} = 1$ ($y = \overline{1, N_{Z4}}$). Как установлено, при всех преобразованиях моделей вновь получаемая передаточная функция по виду совпадает с исходной. Это важное дополнительное свойство предлагаемого описания. Оно обеспечивает построение автоматизированных процедур формирования, преобразования и расчета частотно-временных характеристик моделей, создание развитых библиотек математических моделей (не)минимально-фазовых линейных звеньев.

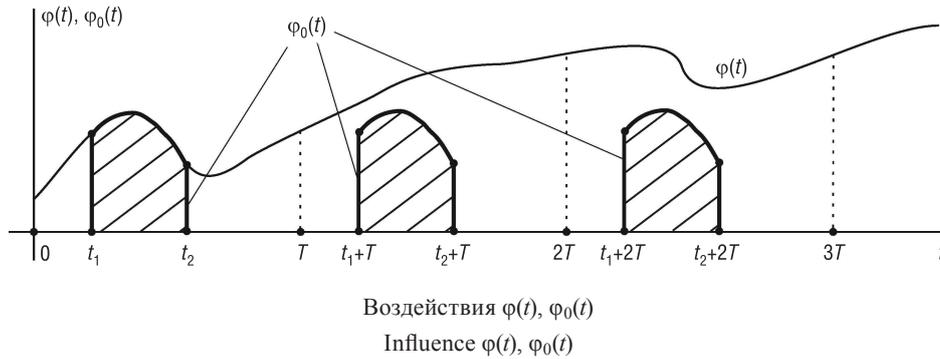
Математическое описание сигналов СТР. При моделировании линейных искажений ответственным этапом является также выбор метода описания и формирование моделей используемых в качестве воздействий континуальных детерминированных сигналов. Понятно, что математическое описание последних должно обеспечивать простоту формирования и преобразования моделей; хорошо согласовываться с применяемыми методом моделирования и методом описания звеньев [24, 28].

Известны различные методы описания континуальных детерминированных сигналов: во временной области, в частотной области, на комплексной плоскости [20, 22–26, 28, 33–35]. Предъявляемым требованиям больше других отвечает описание сигналов на основе (одностороннего, двустороннего) преобразования Лапласа – лапласовскими изображениями [20, 22, 23, 25]. Отметим также, что при моделировании линейных искажений в качестве воздействий используются как периодические, так и непериодические (финитные, бесконечно протяженные) сигналы. С учетом изложенного введем в рассмотрение образующую действительную функцию $\varphi(t)$, которая: определена на неограниченном полуоткрытом интервале $[0, \infty)$; имеет все производные и $|\varphi^{(u)}(t)| \leq ML^{u+1}$ ($u = \overline{0, \infty}$). Построим на ее основе непериодические финитные $\varphi_{iT}(t)$, непериодические бесконечно протяженные $\alpha_i(t)$ и периодические $\varphi_i(t)$ сигналы (рисунок):

$$\varphi_{iT}(t) = \begin{cases} \varphi(t), & [(i-1)(i-2)t_1/2, t_1 + (i-1)^2(t_2 - t_1)] \\ 0, & (-\infty, (i-1)(i-2)t_1/2) \cup [t_1 + (i-1)^2(t_2 - t_1), \infty) \end{cases}$$

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} \varphi(t), & [i(2-i)t_1 + i(i-1)t_2/2, \infty) \\ 0, & (-\infty, i(2-i)t_1 + i(i-1)t_2/2) \end{cases}, \varphi_i(t) = \begin{cases} \varphi_{iT}(t), & [0, T) \\ \varphi_i(t+T), & (-\infty, \infty) \end{cases}, \quad (4)$$

где $0 \leq t_1 < t_2 \leq T, i = 0, 1, 2$.



Далее, основываясь на известной теореме [22, 23], устанавливаем, что при сформулированных требованиях к образующей функции $\varphi(t)$ лапласовские изображения рассматриваемых непериодических и периодических сигналов представляются в виде [28]

$$\begin{aligned} \varphi_{0T}(t) &\Leftrightarrow \bar{\varphi}_{0T}(p) = S_2(p)e^{-pt_2} - S_1(p)e^{-pt_1}, \\ \varphi_{1(2)T}(t) &\Leftrightarrow \bar{\varphi}_{1(2)T}(p) = S_{1(2)}(p)e^{-pt_{1(2)}} - S_0(p), \\ \alpha_0(t) &\Leftrightarrow \bar{\alpha}_0(p) = -S_0(p) = -\lim_{t_1 \rightarrow 0} S_1(p) = -\lim_{t_2 \rightarrow 0} S_2(p), \\ \alpha_{1(2)}(t) &\Leftrightarrow \bar{\alpha}_{1(2)}(p) = -S_{1(2)}(p)e^{-pt_{1(2)}}, \\ \varphi_{0(1,2)}(t) &\Leftrightarrow \bar{\varphi}_{0(1,2)}(p) = \bar{\varphi}_{0(1,2)T}(p)(1 - e^{-pT})^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где функции комплексного переменного $S_{0(1,2)}(p)$ аналитичны в области $|p| > L$ и стремятся к нулю при $p \rightarrow \infty$ равномерно относительно $\arg p$. Причем, согласно следствию из упомянутой теоремы [22, 23], если $S_0(p)$ – дробно-рациональная функция, то функции $S_{1(2)}(p)$ – тоже дробно-рациональны, и многочлены их знаменателей совпадают с многочленом знаменателя функции $S_0(p)$.

Учитывая последнее, модели (4) и (5), для расширения возможностей моделирования сигналы $\varphi_{iT}(t)$, $\alpha_i(t)$ и $\varphi_i(t)$ целесообразно описывать с помощью операторных функций $S_i(p)$ ($i = 0, 1, 2$) вида

$$S_i(p) = \frac{A_i(p)}{C_i B_0(p)} = \frac{\prod_{x=1}^{N_{i3}} (p + a_{i3x})^{n_{i3x}} \prod_{y=1}^{N_{i4}} (p^2 + 2a_{i4y}p + a_{i4y}^2 + \omega_{i4y}^2)^{n_{i4y}}}{C_i \prod_{s=1}^{N_{01}} (p + a_{01s})^{n_{01s}} \prod_{l=1}^{N_{02}} (p^2 + 2a_{02l}p + a_{02l}^2 + \omega_{02l}^2)^{n_{02l}}}, \quad (6)$$

где $B_0(p)$, $A_i(p)$ – полиномы с вещественными коэффициентами (степени соответственно $\nu_0 = \sum_{s=1}^{N_{01}} n_{01s} + 2 \sum_{l=1}^{N_{02}} n_{02l}$ и $g_i = \sum_{x=1}^{N_{i3}} n_{i3x} + 2 \sum_{y=1}^{N_{i4}} n_{i4y}$), нули которых могут лежать в левой, правой полуплоскости и на мнимой оси; $a_{01s} = \text{Re} a_{01s}$; $n_{01s} = [n_{01s}] > 0$; $a_{02l} = \text{Re} a_{02l}$; $\omega_{02l} = \text{Re} \omega_{02l} > 0$; $n_{02l} = [n_{02l}] > 0$; $a_{i3x} = \text{Re} a_{i3x}$; $n_{i3x} = [n_{i3x}] > 0$; $a_{i4y} = \text{Re} a_{i4y}$; $\omega_{i4y} = \text{Re} \omega_{i4y} > 0$; $n_{i4y} = [n_{i4y}] > 0$; $g_i \leq \nu_0$; $C_i = \text{Re} C_i \neq 0$ – масштабные множители; коэффициенты a_{01s} , a_{03x} , a_{13x} , a_{23x} , a_{02l} и ω_{02l} ,

a_{04y} и ω_{04y} , a_{14y} и ω_{14y} , a_{24y} и ω_{24y} , определяющие нули и полюсы функции $S_i(p)$, образуют соответственно одномерные A_{01} , A_{03} , A_{13} , A_{23} и двумерные A_{02} , A_{04} , A_{14} , A_{24} массивы чисел.

При моделировании в качестве воздействий широко применяются как простые, так и составные сигналы. К простым принято относить сигналы типов $\varphi_{iT}(t)$, $\alpha_i(t)$ и $\varphi_i(t)$ (соответственно непериодические финитные, непериодические бесконечно протяженные и периодические), построенные на основе одной образующей функции $\varphi(t)$ (см. рисунок). Составные сигналы (компонитные, компонентные) – линейная суперпозиция двух и более простых сигналов, построенных обычно из разных образующих функций.

Анализ задач моделирования линейных искажений показывает следующее. При формировании сигналов, не сужая возможностей моделирования, достаточно использовать в качестве образующих элементарные функции: линейную $y_1(t) = kt + b$, степенную $y_2(t) = t^n$, показательную $y_3(t) = a^t$, тригонометрическую $y_4(t) = \cos(\omega t + \alpha)$ [24, 33, 34]. При таком подходе лапласовские изображения сигналов представляются с помощью операторных функций вида (6). Дополнительно при формировании сигналов, как и в случае звеньев, широко применяются процедуры преобразования математических моделей. Обычно их реализуют с помощью известных свойств (теорем) линейности, подобия, смещения, запаздывания, дифференцирования изображения, дифференцирования и интегрирования оригинала [20, 24]. Последующий анализ показывает, что все упомянутые преобразования приводят к моделям сигналов, представляемым функциями (6). Для демонстрации этого возьмем низкочастотный сигнал $f_1(t) = \cos(\Omega t)$ (типа $\alpha_0(t)$; см. (5) и рисунок), имеющий изображение $F_1(p) = p / (p^2 + \Omega^2)$. Перейдем к соответствующему ему радиосигналу $f_2(t) = f_1(t) = \cos(\omega_0 t) = f_1(t)(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})/2$. Далее, используя теоремы смещения и линейности, получаем: $f_2(t) \Leftrightarrow F_2(p) = p(p^2 + \omega_0^2 + \Omega^2) / ((p^2 + (\omega_0 + \Omega)^2)(p^2 + (\omega_0 - \Omega)^2))$.

Таким образом, описание в форме (6) задает все применяемые типы сигналов, обеспечивает необходимые преобразования их математических моделей и создание развитых библиотек последних, полностью согласуется с описанием (1) линейных звеньев.

Совместное математическое описание сигналов, линейных звеньев и реакций СТР.

Моделирование линейных искажений в СТР основано на нахождении реакции $U_{\text{вых}}(t)$ исследуемого звена (канала) на континуальное детерминированное воздействие $U_{\text{вх}}(t)$. В общем случае это возможно осуществить методами решения дифференциальных уравнений, разностных рекуррентных соотношений, интеграла Дюамеля, спектральным и операционным методами [20, 22–26, 33–35]. Методы отличаются используемым математическим аппаратом, каждый из них имеет свои преимущества и недостатки, степень проявления которых определяется конкретными условиями применения. Поэтому решение поставленной задачи во многом зависит от правильного выбора метода математического моделирования.

Применительно к предлагаемому описанию сигналов (6) и звеньев (1) целесообразно использовать операционный метод моделирования. Согласно ему реакция $U_{\text{вых}}(t)$ находится обратным преобразованием Лапласа [20]

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \bar{U}_{\text{вых}}(p) e^{pt} dp, \quad (7)$$

где $\bar{U}_{\text{вых}}(p) = \bar{U}_{\text{вх}}(p) K_Z(p)$ – изображение реакции; путь интегрирования лежит правее особых точек функции $\bar{U}_{\text{вых}}(p)$ (целая трансцендентная функция e^{pt} аналитична во всей открытой комплексной плоскости). Поскольку функции (1) и (6) являются мероморфными, вычисление интеграла (7) Римана – Меллина выполняется с помощью обобщенной теоремы разложения, то есть сводится к простой операции нахождения вычетов в полюсах функции $M(p) = \bar{U}_{\text{вых}}(p) e^{pt}$ [20, 24]. Поэтому аппарат операционного исчисления оптимально согласуется с предлагаемым описанием сигналов и звеньев. Он позволяет сравнительно просто получить точное аналитическое выражение реакции $U_{\text{вых}}(t)$, для определения численных значений которой необходимы, как правило, небольшие объем оперативной памяти и машинное время. Дополнительным преимуществом этого метода моделирования является возможность его использования при воздействиях $U_{\text{вх}}(t)$, не удовлетворяющих условию абсолютной интегрируемости. Все виды применяемых на практике функций представимы интегралом Лапласа.

Совместное использование моделей (1), (6) и операционного метода позволяет ввести в рассмотрение базовую операторную функцию специального вида

$$R_{00}(p) = \frac{A(p)}{CB(p)} = \frac{\prod_{x=1}^{N_3} (p + a_{3x})^{n_{3x}} \prod_{y=1}^{N_4} (p^2 + 2a_{4y}p + a_{4y}^2 + \omega_{4y}^2)^{n_{4y}}}{C \prod_{s=1}^{N_1} (p + a_{1s})^{n_{1s}} \prod_{l=1}^{N_2} (p^2 + 2a_{2l}p + a_{2l}^2 + \omega_{2l}^2)^{n_{2l}}}, \quad (8)$$

где

$$\begin{cases} \left\{ \begin{matrix} a_{1s} \\ n_{1s} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} a_{Z1s} (1 \leq s \leq N_{Z1}) \cup a_{01s} (N_{Z1} + 1 \leq s \leq N_{Z1} + N_{01}); \\ n_{Z1s} \\ n_{01s} \end{matrix} \right\}; h_Z = 0, 1; \\ \left\{ \begin{matrix} a_{2l} \\ n_{2l} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} a_{Z2l} (1 \leq l \leq N_{Z2}) \cup a_{02l} (N_{Z2} + 1 \leq l \leq N_{Z2} + N_{02}); \\ n_{Z2l} \\ n_{02l} \end{matrix} \right\}; h_i = 0, 1 \quad (i = 0, 1, 2); \\ \left\{ \begin{matrix} a_{3x} \\ n_{3x} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} a_{Z3x} (1 \leq x \leq N_{Z3}) \cup a_{03x} (N_{Z3} + 1 \leq x \leq N_{Z3} + N_{03}) \cup \\ n_{Z3x} \\ n_{03x} \end{matrix} \right\} \cup \\ \cup_{n_{13x}}^{a_{13x}} (N_{Z3} + N_{03} + 1 \leq x \leq N_{Z3} + N_{03} + N_{13}) \cup \\ \cup_{n_{23x}}^{a_{23x}} (N_{Z3} + N_{03} + N_{13} + 1 \leq x \leq N_{Z3} + N_{03} + N_{13} + N_{23}); \\ \left\{ \begin{matrix} a_{4y} \\ n_{4y} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} a_{Z4y} (1 \leq y \leq N_{Z4}) \cup a_{04y} (N_{Z4} + 1 \leq y \leq N_{Z4} + N_{04}) \cup \\ n_{Z4y} \\ n_{04y} \end{matrix} \right\} \cup \\ \cup_{n_{14y}}^{a_{14y}} (N_{Z4} + N_{04} + 1 \leq y \leq N_{Z4} + N_{04} + N_{14}) \cup \\ \cup_{n_{24y}}^{a_{24y}} (N_{Z4} + N_{04} + N_{14} + 1 \leq y \leq N_{Z4} + N_{04} + N_{14} + N_{24}). \end{cases}$$

$C = C_Z^{h_Z} \cdot C_0^{h_0} \cdot C_1^{h_1} \cdot C_2^{h_2};$

Очевидно, функция (8) образована элементарной (легко программируемой) операцией объединения соответствующих массивов коэффициентов функций $K_Z(p)$ (1) и $S_i(p)$ (6). Поэтому

$$R_{00}(p) = \begin{cases} R_Z(p) = K_Z(p) & (h_Z = 1, h_0 = h_1 = h_2 = 0, N_{0i} = N_{1j} = N_{2j} = 0) \\ R_0(p) = S_0(p) & (h_0 = 1, h_Z = h_1 = h_2 = 0, N_{Zi} = N_{1j} = N_{2j} = 0) \\ R_1(p) = S_1(p) & (h_1 = 1, h_Z = h_0 = h_2 = 0, N_{Zi} = N_{0j} = N_{2j} = 0) \\ R_2(p) = S_2(p) & (h_2 = 1, h_Z = h_0 = h_1 = 0, N_{Zi} = N_{0j} = N_{1j} = 0) \\ R_{0Z}(p) = S_0(p)K_Z(p) & (h_0 = h_Z = 1, h_1 = h_2 = 0, N_{13} = N_{14} = N_{23} = N_{24} = 0) \\ R_{1Z}(p) = S_1(p)K_Z(p) & (h_1 = h_Z = 1, h_0 = h_2 = 0, N_{03} = N_{04} = N_{23} = N_{24} = 0) \\ R_{2Z}(p) = S_2(p)K_Z(p) & (h_2 = h_Z = 1, h_0 = h_1 = 0, N_{03} = N_{04} = N_{13} = N_{14} = 0) \end{cases}; \quad (9)$$

$i = \overline{1, 4}, \quad j = 3, 4.$

Анализ полученных результатов (см. модели (1), (5), (6), (8) и (9)) показывает, что, основываясь на базовой функции $R_{00}(p)$, можно предложить совместное математическое описание (на комплексной плоскости) в виде

$$R(p) = (R_{2Z}(p)e^{-pt_2} - R_{1Z}(p)e^{-pt_1}) (1 - e^{-pT})^{-1}. \quad (10)$$

Модель (10) задает все типы применяемых при моделировании сигналов, линейных звеньев и реакций СТР, она полно описывает их частотные и временные свойства и характеристики. Действительно, подстановкой $p = j\omega$ выполняется переход к функции

$$R(j\omega) = (R_{2Z}(j\omega)e^{-j\omega t_2} - R_{1Z}(j\omega)e^{-j\omega t_1}) (1 - e^{-j\omega T})^{-1}, \quad (11)$$

которая представляет собой обобщенную модель сигналов, звеньев и реакций в частотной области. При различных сочетаниях параметров $h_Z, h_i, N_{Z1} - N_{Z4}, N_{i1} - N_{i4}$ ($i = 0, 1, 2$) и дополнительных предельных переходах при $t_1 \rightarrow 0, t_2 \rightarrow \infty$ и $T \rightarrow \infty$ она описывает комплексную передаточную функцию $K_Z(j\omega)$ моделируемого звена, спектральные плотности непериодических финитных $\varphi_{0T}(t), \varphi_{2T}(t)$, непериодических бесконечно протяженных $\alpha_0(t), \alpha_1(t)$, периодических $\varphi_0(t), \varphi_2(t)$ воздействий, спектральные плотности реакций звена на указанные воздействия (см. формулы (5), (9), рисунок). Детальная реализация обобщенной модели (11) позволяет создать единый математический алгоритм и на его основе автоматизированную процедуру расчета частотных характеристик (АЧХ, ФЧХ, ХРЗ, ХГВЗ) линейных звеньев, амплитудных и фазовых спектров сигналов и реакций.

Рассмотрим характеристики во временной области.

Согласно операционному методу [20, 24, 33] временные характеристики (импульсная $g(t)$, переходная $h(t)$) линейного звена и его реакций на непериодические финитные $\varphi_{iT}(t)$ и непериодические бесконечно протяженные $\alpha_i(t)$ воздействия представляются конечной суммой слагаемых (в замкнутом виде), число которых определяется количеством полюсов базовой функции $R_{00}(p)$ (8). Что касается реакции на периодические воздействия $\varphi_i(t)$, то они определяются суммой вычетов в бесконечном числе полюсов (нули уравнения $1 - e^{-pT} = 0$) и представляются тригонометрическим рядом Фурье (в незамкнутом виде) [20]. При этом известно, что корректное применение ряда Фурье в задачах моделирования искажений, помимо значительных вычислительных затрат (обусловленных плохой сходимостью тригонометрических рядов вообще), сопряжено с проблемой оценки сходимости решения и его точности [35]. Получить такую математическую оценку в большинстве случаев затруднительно. Кроме того, при переходе от периодического воздействия к непериодическому модель реакции в форме ряда Фурье теряет силу и в этом смысле не обладает общностью. В результате при необходимости одновременного использования периодических и непериодических воздействий приходится применять разные модели реакций и соответственно разные алгоритмы и программы расчетов, что на практике весьма неудобно. Учитывая изложенное, реакции на периодические воздействия $\varphi_i(t)$ целесообразно тоже представлять в замкнутом виде.

Известные методы представления в замкнутом виде реакции линейной системы (звена) на периодическое воздействие основаны на преобразовании (сворачивании) тригонометрического ряда одним из методов гармонического синтеза [35] либо на непосредственном решении векторного (скалярного) дифференциального уравнения пространства состояний и последующем представлении реакции сверткой воздействия и периодической функции Грина [36, 37] или в виде интегрального преобразования воздействия с ядром, содержащим матрицу перехода [38–40]. Они отличаются сложностью, громоздкими преобразованиями, значительными даже для простейших воздействий и невысоких порядков дифференциального уравнения (передаточной функции), плохим согласованием с используемым описанием свойств звеньев, поэтому практически не применяются.

Отмеченных недостатков лишен метод, изложенный в [22, 23], который является дальнейшим развитием операционного метода. Применяя его к решаемой задаче, с учетом моделей (1), (4)–(6), (8) и (9) устанавливаем, что реакцию $\psi_0(t)$ линейного звена на периодическое воздействие $\varphi_0(t)$ (см. рисунок) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \psi_{0L} \\ \psi_{0B} \\ \psi_{0U} \end{Bmatrix} &= -\sum_{p_{Si}} \operatorname{res} \left(R_{0Z}(p) e^{pt} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) + \sum_{p_{Kz}} \operatorname{res} \left(\frac{R_{1Z}(p) e^{p(t-t_1)}}{1 - e^{-pT}} \begin{Bmatrix} 1 \\ e^{-pT} \\ e^{-pT} \end{Bmatrix} \right) - \\ &- \sum_{p_{Kz}} \operatorname{res} \left(\frac{R_{2Z}(p) e^{p(t-t_2)}}{1 - e^{-pT}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ e^{-pT} \end{Bmatrix} \right), \quad \psi_0(t) = \begin{cases} \psi_{0L}(t), & (0, t_1) \\ \psi_{0B}(t), & (t_1, t_2) \\ \psi_{0U}(t), & (t_2, T) \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

где первая сумма вычетов берется по полюсам p_{Si} функций $S_i(p)$, вторая и третья – по полюсам p_{Kz} функции $K_Z(p)$.

Модель (12), в отличие от ряда Фурье, описывает реакцию в замкнутом виде, является результатом разложения по конечной неортогональной системе функций, образованной из «собственных функций воздействия» $e^{pS_i t}$ и «собственных функций линейного звена» $e^{pKz t}$. Использование ее при моделировании уменьшает объем вычислений, устраняет свойственные применению тригонометрического ряда проблемы улучшения сходимости и оценки точности решения, повышает наглядность результата. Последующий анализ показывает, что по своей сути она является обобщенной моделью сигналов, линейных звеньев и реакций во временной области. Аналогично модели (11) в частотной области, при различных сочетаниях параметров $h_z, h_i, N_{z1} - N_{z4}, N_{i1} - N_{i4}$ и дополнительных предельных переходах при $t_1 \rightarrow 0, t_2 \rightarrow \infty$ и $T \rightarrow \infty$ она описывает временные характеристики линейного звена, все воздействия (см. рисунок) и реакции на последние. Детальная реализация обобщенной модели (12) позволяет создать единый математический алгоритм и на его основе автоматизированную процедуру расчета временных характеристик сигналов, звеньев и их реакций.

Заключение. На базе операторной дробно-рациональной функции специального вида предложено совместное математическое описание, задающее все типы применяемых при моделировании сигналов, линейных звеньев и реакций СТР, обеспечивающее необходимые преобразования моделей сигналов и звеньев, создание развитых библиотек их математических моделей. Построены математические алгоритмы денормирования, реактансного преобразования и перемножения моделей (не)минимально-фазовых линейных звеньев. Построены обобщенные модели сигналов, линейных звеньев и реакций в частотной и временной областях, обеспечивающие создание единых математических алгоритмов и на их основе автоматизированных процедур расчета частотных и временных характеристик сигналов, звеньев и реакций.

Список использованных источников

1. Трухин, М.П. Основы компьютерного проектирования и моделирования радиоэлектронных средств: учеб. пособие для вузов / М.П. Трухин. – М.: Горячая линия-Телеком, 2015. – 440 с.
2. Колесов, Ю.Б. Моделирование систем: объектно-ориентированный подход: учеб. пособие / Ю.Б. Колесов, Ю.Б. Сениченков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 192 с.
3. Сирота, А.А. Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем: учеб. пособие / А.А. Сирота. – М.: Техносфера, 2006. – 280 с.
4. Васильев, К.К. Математическое моделирование систем связи: учеб. пособие / К.К. Васильев, М.Н. Служивый. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 170 с.
5. Шелухин, О.И. Моделирование информационных систем: учеб. пособие / О.И. Шелухин, А.М. Тенякшев, А.В. Осин; под ред. О.И. Шелухина. – М.: Радиотехника, 2005. – 368 с.
6. Голяницкий, И.А. Математические модели и методы в радиосвязи: учеб. пособие / И.А. Голяницкий; под ред. Ю.А. Громакова. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 440 с.
7. Математическое моделирование систем беспроводной связи / [А.С. Вершинин и др.]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Федеральное гос. авт. образовательное учреждение высш. образования «Нац. исслед. Томский политехнический ун-т». – Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2014. – 163 с.
8. Солонина, А.И. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в Simulink: учеб. пособие / А.И. Солонина. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.
9. Солонина, А.И. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MatLab: учеб. пособие / А.И. Солонина, С.М. Арбузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 816 с.
10. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB : пер. с англ. / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
11. Дьяконов, В.П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах / В.П. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2004. – 696 с.
12. Аладьев, В.З. Расширение функциональной среды системы Mathematica / В.З. Аладьев, Д.С. Гринь. – Херсон: Олди-Плюс, 2012. – 552 с.
13. Загидуллин, Р.Ш. SystemView. Системотехническое моделирование устройств обработки сигналов / Р.Ш. Загидуллин, С.Н. Карутин, В.Б. Стешенко. – М.: Горячая линия-Телеком, 2005. – 294 с.
14. Фриск, В.В. Основы теории цепей. Использование пакета Microwave Office для моделирования электрических цепей на персональном компьютере: учеб. пособие для вузов / В.В. Фриск. – М.: Солон-Пресс, 2004. – 160 с.
15. Евдокимов, Ю.К. LabVIEW для радиоинженера: от виртуальной модели до реального прибора: практическое руководство для работы в программной среде LabVIEW: учеб. пособие / Ю.К. Евдокимов, В.Р. Линдваль, Г.И. Щербаков. – М.: ДМК, 2007. – 400 с.
16. Карлашук, В.И. Электронная лаборатория на IBM PC: лаборатор. практикум на Electronics Workbench и VisSim по элементам телекоммуникационных систем / В.И. Карлашук. – М.: Солон-Пресс, 2005. – 480 с.

17. Шестеркин, А. Н. Система моделирования и исследования радиоэлектронных устройств Multisim 10 / А. Н. Шестеркин. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 360 с.
18. Амелина, М. А. Программа схемотехнического моделирования Micro-Cap 8 / М. А. Амелина, С. А. Амелин. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 464 с.
19. Болотовский, Ю. И. OrCAD 9.x. OrCAD 10.x. Практика моделирования / Ю. И. Болотовский, Г. И. Таназлы. – М.: Солон-Пресс, 2008. – 208 с.
20. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного: учеб. для вузов / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – Изд. 6-е, стереотип. – СПб.: Лань, 2002. – 688 с.
21. Bracken, E. S-Domain Methods for Simultaneous Time and Frequency Characterization of Electromagnetic Devices / E. Bracken, S. Din-Kow, Z. Cendes // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1998. – Vol. 46, №9. – P. 1277–1290/
22. Ильинков, В. А. Метод расчета реакции линейной системы на периодическое воздействие / В. А. Ильинков // Радиотехника. – 1990. – № 10. – С. 14–16.
23. Ильинков, В. А. Метод расчета реакции линейной системы на периодическое и непериодическое воздействие / В. А. Ильинков, Н. И. Ильинкова // Вестн. БГУ. Сер. 1: Физика, математика, информатика. – 1999. – № 3. – С. 33–38.
24. Ильинков, В. А. Моделирование линейных свойств звеньев и сигналов в телекоммуникационных системах: учеб. пособие / В. А. Ильинков, Н. И. Беленкевич, В. Е. Романов. – Минск: БГУИР, 2005. – 102 с.
25. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / И. С. Гоноровский. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 720 с.
26. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / С. И. Баскаков. – 4-е изд., испр. и доп. – М.: Ленанд, 2016. – 528 с.
27. Современная теория фильтров и их проектирование: пер. с англ. / под ред. Г. Темеша, С. Митра. – М.: Мир, 1977. – 560 с.
28. Ильинков, В. А. Математическое моделирование сигналов систем телекоммуникаций / В. А. Ильинков, Н. И. Беленкевич // Изв. Белорус. инженер. акад. – 2000. – № 1(9)/1. – С. 126
29. Ильинков, В. А. Математическое моделирование линейных звеньев телекоммуникационных систем / В. А. Ильинков, Н. И. Беленкевич, В. Е. Романов // Изв. Белорус. инженер. акад. – 1998. – № 2 (6)/1. – С. 78–79.
30. Ильинков, В. А. Формирование, преобразование и расчет характеристик математических моделей линейных звеньев радиоэлектронных систем / В. А. Ильинков, Н. И. Беленкевич, В. Е. Романов // Радиотехника и электроника: Респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск: БГУИР, 1999. – Вып. 23. – С. 81–86.
31. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей: учеб. для вузов / А. Ф. Белецкий. – 2-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2009. – 544 с.
32. Зааль, Р. Справочник по расчету фильтров / Р. Зааль; под ред. Н. Н. Слепова. – М.: Радио и связь, 1983. – 752 с.
33. Ильинков, В. А. Моделирование линейных искажений в яркостном канале системы уплотнения / В. А. Ильинков // Техника кино и телевидения. – 1988. – № 11. – С. 16–22.
34. Ильинков, В. А. Моделирование линейных искажений в телевизионных системах / В. А. Ильинков // Радиотехника и электроника: Респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск: БГУИР, 1989. – Вып. 18. – С. 11–16.
35. Заездный, А. М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи / А. М. Заездный. – 2-е изд., испр. и доп. – Л.: Энергия, 1971. – 528 с.
36. Эггартер, Т. П. Функция Грина для стационарного отклика линейной цепи на периодическое входное воздействие / Т. П. Эггартер // ТИИЭР. – 1969. – Т. 57, № 3. – С. 112–113.
37. Корн, Г. Справочник по математике: для науч. работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн; под ред. И. Г. Арамановича. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
38. Лиу, М. Л. Характеристика стационарного состояния линейных не изменяющихся во времени систем / М. Л. Лиу // ТИИЭР. – 1966. – Т. 54, № 12. – С. 364–365.
39. Робинсон, П. Н. Решение для установившегося режима в линейных не изменяющихся во времени системах / П. Н. Робинсон // ТИИЭР. – 1969. – Т. 57, № 8. – С. 90.
40. Фейрман, Ф. Вычисление функции Грина для случая периодических возбуждений / Ф. Фейрман, П. Маклейн // ТИИЭР. – 1970. – Т. 58, № 6. – С. 157–158.

References

1. Truhin M. P. *Fundamentals of computer development and simulation of radioelectronic facilities*. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2015. 440 p. (in Russian).
2. Kolesov Yu. B., Senichenkov Yu. B. *Modeling of systems: object-oriented approach*. Saint Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2006. 192 p. (in Russian).
3. Sirota A. A. *Computer based simulation and performance evaluation of complex systems*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 280 p. (in Russian).
4. Vasil'ev K. K., Sluzhivij M. N. *Mathematical modeling of communications systems*. Ulyanovsk, Ulyanovsk State Technical University, 2010. 170 p. (in Russian).
5. Sheluhin O. I., Tenyakshev A. M., Osin A. V. *Simulation of information systems*. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2005. 368 p. (in Russian).
6. Golyanickij I. A. *Mathematical models and methods in radio communication*. Moscow, Eko-Trendz Publ., 2005. 440 p. (in Russian).

7. Vershinin A. S., Sharova D. N., Maikov D. Yu. (et al.) *Mathematical modeling of wireless communications systems*. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ., 2014. 164 p. (in Russian).
8. Solonina A. I. *Digital signal processing. Simulation using Simulink*. Saint Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2012. 432 p. (in Russian).
9. Solonina A. I., Arbutov S. M. *Digital signal processing. Simulation using MatLab*. Saint Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2008. 816 p. (in Russian).
10. Gonsales R., Vuds R., Eddins S. *Digital image processing using MatLab*. Prentice-Hall, 2004. 344 p.
11. D'yakonov V. P. *Mathematical and scientific-and-technical calculations using Mathematica 4.1/4.2/5.0*. Moscow, Solon-Press Publ., 2004. 696 p. (in Russian).
12. Alad'ev V. Z., Grin' D. S. *Enhancement of Mathematica*. Herson, Oldi-Plyus Publ., 2012. 552 p. (in Russian).
13. Zagidullin R. Sh., Karutin S. N., Steshenko V. B. *SystemView. System modeling of signal data processor*. Moscow, Goryachaya liniya-Telecom Publ., 2005. 294 p. (in Russian).
14. Frisk V. V. *Foundations of network analysis. Using Microwave Office for electrical circuit modeling on PC*. Moscow, Solon-Press Publ., 2004. 160 p. (in Russian).
15. Evdokimov Yu. K., Lindval' V. R., Shcherbakov G. I. *LabView for a radio engineer: from virtual model to workable device: hands-on guide for using LabView*. Moscow, DMK Publ., 2007. 400 p. (in Russian).
16. Karlashchuk V. I. *An electronic laboratory on IBM PC: a laboratory course in Electronics Workbench and VisSim using blocks of telecommunications systems*. Moscow, Solon-Press Publ., 2005, 480 p. (in Russian).
17. Shesterkin A.N. *Multisim 10 is a system of modeling and research into radio electronic devices*. Moscow, DMK Press Publ., 2012. 360 p. (in Russian).
18. Amelina M. A., Amelin S. A. *The general-circuit simulator Micro-Cap 8*. Moscow, Goryachaya liniya-Telecom Publ., 2007. 464 p. (in Russian).
19. Bolotovskii Yu. I., Tanazly G. I. *OrCAD 9.x. OrCAD 10.x. Simulations practice*. Moscow, Solon-Press Publ., 2008. 208 p. (in Russian).
20. Lavrent'ev M. A., Shabat B. V. *Methods of the theory of functions of a complex variable*. Saint Petersburg, Lan' Publ., 2002. 688 p. (in Russian).
21. Bracken E., Din-Kow S., Cendes Z. S-Domain Methods for Simultaneous Time and Frequency Characterization of Electromagnetic Devices. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1998, vol. 46, no. 9, pp. 1277–1290. Doi: 10.1109/22.709471
22. Ilyinkov V. A. A method of the computation of a linear system's response to a periodic action. *Radiotekhnika = Radioengineering*, 1990, no. 10, pp. 14–16 (in Russian).
23. Ilyinkov V. A., Ilyinkova N. I. A method of the computation of a linear system's response to periodic and non-periodic actions. *Vestnik BGU. Seriya 1: Fizika, matematika, informatika = Vestnik BSU. Series 1: Physics. Mathematics. Informatics*, 1999, no. 3, pp. 33–38 (in Russian).
24. Ilyinkov V. A., Belenkevich N. I., Romanov V. E. *Modeling linear properties of links and signals in telecommunications systems*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2005. 102 p. (in Russian).
25. Gonorovskii I. S. *Radio technical circuits and signals*. Moscow, Drofa Publ., 2006. 720 p. (in Russian).
26. Baskakov S. I. *Radio technical circuits and signals*. Moscow, Lenand Publ., 2016. 528 p. (in Russian).
27. Temesh G., Mitr S. (eds.) *The modern theory of filters and their design*. Moscow, Mir Publ., 1977. 560 p. (in Russian).
28. Ilyinkov V. A., Belenkevich N. I. Mathematical modeling of signals of telecommunications systems. *Izvestiya Belorusskoj inzhenernoj akademii* [Proceedings of the Belarusian Engineering Academy], 2000, no. 1(9)/1, pp. 126 (in Russian).
29. Ilyinkov V. A., Belenkevich N. I., Romanov V. E. Mathematical modeling of linear links of telecommunications systems. *Izvestiya Belorusskoj inzhenernoj akademii* [Proceedings of the Belarusian Engineering Academy], 1998, no. 2(6)/1, pp. 78–79 (in Russian).
30. Ilyinkov V. A., Belenkevich N. I., Romanov V. E. Formation, transformation and account of the characteristics of mathematical models of linear networks of radio electronic systems. *Radiotekhnika i elektronika: Respublikanskii mezhvedomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Radio Engineering and Electronics: Republican interdepartmental collection of scientific papers]. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 1999, issue 23, pp. 81–86 (in Russian).
31. Beleckii A. F. *Linear electrical circuit theory*. Saint Petersburg, Lan' Publ., 2009. 544 p. (in Russian).
32. Saal R. *Handbuch zum Filterentwurf* [Handbook of filter design]. Frankfurt, Gesellschaft AEG-Telefunken, 1979. 663 p. (in German).
33. Ilyinkov V. A. Modeling linear distortions in the luminance channel of a multiplex system. *Tekhnika kino i televide-niya* [Technique of Cinema and Television], 1988, no. 11, pp. 16–22 (in Russian).
34. Il'inkov V. A. Modeling linear distortions in television systems. *Radiotekhnika i elektronika: Respublikanskii mezhvedomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Radio Engineering and Electronics: Republican interdepartmental collection of scientific papers]. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 1989, issue18, pp. 11–16 (in Russian).
35. Zaezdneyj A. M. *A harmonic synthesis in radio engineering and telecommunication*. Leningrad, Ehnergiya Publ., 1971. 528 p. (in Russian).
36. Eggarter T. P. Green's function for the steady state of a periodically excited circuit. *Proceedings of the IEEE*, 1969, vol. 57, no. 3, pp. 355–356. Doi: 10.1109/proc.1969.6977
37. Korn G., Korn T. *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*. Moscow, Nauka Publ., 1974. 832 p. (in Russian).

38. Loiu M. L. Steady-state response of linear time-invariant systems. *Proceedings of the IEEE*, 1966, vol. 54, no. 12, pp. 1952–1953. Doi: 10.1109/proc.1966.5286

39. Robinson P. N. Steady-state solution to linear time-invariant systems. *Proceedings of the IEEE*, 1969, vol. 57, no. 8, pp. 1429–1430. Doi: 10.1109/proc.1969.7286

40. Fairman F., McLane P. Derivation of the Green's function for periodic excitation. *Proceedings of the IEEE*, 1970, vol. 58, no. 6, pp. 938. Doi: 10.1109/proc.1970.7818

Информация об авторах

Беленкевич Наталья Ивановна – старший преподаватель кафедры систем телекоммуникаций, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: belenkevich@bsuir.by

Ильинков Валерий Андреевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры систем телекоммуникаций, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.ilyinkov@gmail.com

Information about the authors

Natalia I. Belenkevich – Senior Lecturer of the Department of Telecommunications Systems, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: belenkevich@bsuir.by

Valery A. Ilyinkov – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Telecommunications Systems, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.ilyinkov@gmail.com