ISSN 1561-8358 (Print) ISSN 2524-244X (Online) УДК 629.13.014-506.4 https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380

Поступила в редакцию 14.09.2017 Received 14.09.2017

## Ю. Ф. Яцына, Ю. В. Гриднев

Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО АВИАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ

Аннотация. Рассмотрен подход к решению проблемы устойчивости и управляемости беспилотного летательного аппарата (БЛА) с неизвестными аэродинамическими характеристиками путем компьютерного моделирования полета БЛА по заданному маршруту в реальной стандартной атмосфере. При разработке требуемой компьютерной модели учитывался опыт реальных полетов различных бесплотных летательных аппаратов в реальной атмосфере по заданной траектории с поворотными пунктами маршрута. Для этого в модель введены пять систем автоматического управления с автопилотом, которые обеспечивают устойчивость и управляемость полета БЛА. В состав систем управления кроме автопилота и планера БЛА включены фильтр Калмана и бесплатформенная инерциальная навигационная система. Выбор оптимальной структуры и параметров систем управления модели определялся реальными техническими решениями разрабатываемых БЛА. Созданные замкнутые контуры систем управления модели основываются на уравнениях с учетом формирования аэродинамических сил и моментов, модели стандартной атмосферы, схемы формирования маршрута и системы автоматического управления с автопилотом. Анализ устойчивости и управляемости такой модели проводился на основе теории систем автоматического управления с графическим построением логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАХ) и фазово-частотной характеристики (ФЧХ). Для оценки динамических и флуктационных ошибок систем управления модель представлена в виде стохастической дифференциальной системы управления с фильтром Калмана и бесплатформенной инерциальной навигационной системой в кватернионах. Анализ результатов компьютерного моделирования показал, что фильтр Калмана производит оценку измеряемых параметров с подавлением шумов до 10 дБ. Бесплатформенная инерциальная навигационная система влияет на общую динамику системы управления при ее оценке устойчивости и управляемости. Изменение полосы системы управления за счет внешних возмущений на БЛА может привести к потере устойчивости, для сохранения которой желательно использовать робастный автопилот.

**Ключевые слова:** устойчивость и управляемость БЛА, фильтр Калмана, бесплатформенная инерционная навигационная система, САУ АП, ошибки управления БЛА

Для цитирования. Яцына, Ю. Ф. Компьютерное моделирование контура управления беспилотного авиационного комплекса для обеспечения устойчивости и управляемости / Ю. Ф. Яцына, Ю. В. Гриднев // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 368–380. https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380

#### Y. F. Yatsyna, Y. V. Gridnev

Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

## COMPUTER SIMULATION OF CONTROL CONTOUR OF UNMANNED AVIATION COMPLEX TO PROVIDE ROBUSTNESS AND CONTROLLABILITY

Abstract. The article describes an approach to ensuring stability and controllability of unmanned aerial vehicle (UAV) with unknown aerodynamic characteristics by computer simulation of the airplane flight along a given route in the meteorological standard atmosphere. This computer model takes into account the programmed flight of an unmanned aerial vehicle in the meteorological atmosphere along a given route with waypoints. For this purpose the model incorporates 5 feedback systems (FS) with autopilot (AP) that ensure the stability and controllability of an airplane. Besides the autopilot and the airplane glider the control system encompasses the Kalman filter and a strapdown inertial navigation system. The appropriate structure and parameters of the control system of the model are developed according to the equations considering generation of aerodynamic forces and moments, a model of the standard atmosphere, the routing scheme and the feedback systems with the graphic plotting of Bode magnitude plot and Bode phase plot. With a view to the assessment of dynamic and fluctuation

© Яцына Ю. Ф., Гриднев Ю. В., 2018

errors of the control systems the model is represented by stochastic differential control system with the Kalman filter and the strapdown inertial navigation system in quaternions. The results of the computer simulation showed that the Kalman filter estimates the measured parameters with the noise reduction under 10 dB. The strapdown inertial navigation system influences the general dynamics of the control system during the assessment of its stability and controllability. Changing the band of the control system at the expense of external perturbations affecting the plane can lead to instability, and in order to avoid it the robust autopilot is recommended.

**Keywords:** stability and controllability of an airplane, the Kalman filter, strapdown inertial navigation system, FS with AP, errors in airplane control

**For citation.** Yatsyna Y. F., Gridnev Y. V. Computer simulation of control contour of unmanned aviation complex to provide robustness and controllability. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnych navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 368–380 (in Russian). https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380

Введение. Проектирование беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является перспективным направлением развития современной беспилотной авиации, которая решает широкий спектр задач. Сам процесс проектирования содержит комплекс взаимосвязанных процедур, включая определение аэродинамических характеристик планера БЛА, а также его устойчивости и управляемости при летных испытаниях с установленной на борту системой автоматического управления (САУ). Основной проблемой в определении аэродинамических характеристик планера БЛА в настоящее время в Республике Беларусь является отсутствие технических средств, которые позволили бы для каждого типа планера БЛА определить его аэродинамические характеристики. Для решения этой проблемы в РУП «НПЦ многофункциональных беспилотных комплексов» НАН Беларуси разрабатываются стохастические компьютерные модели БЛА, которые позволяют определить структуру и параметры САУ для устойчивого и управляемого полета БЛА в реальной атмосфере.

Такие модели позволяют выбрать требуемые параметры систем управления БЛА на основе интеграции знаний по аэродинамике, САУ, микросистемной технике и применения современных программных продуктов для ЭВМ.

Система автоматического управления беспилотного летательного аппарата (САУ БЛА). Структурно беспилотный авиационный комплекс (БАК) представляет собой сложную взаимосвязанную систему, которая состоит из наземного пункта управления (НПУ), БЛА, связанного с НПУ линией радиоуправления (ЛРУ). На борту БЛА находятся пилотажно-навигационный комплекс (ПНК) с пятиканальной системой автоматического управления (САУ), которая представляет собой автопилот (АП) с планером БЛА, и целевая нагрузка (ЦН) в виде оптической или инфракрасной камеры наблюдения (рис. 1). Такая система БАК с наземным и бортовым оборудо-



Рис. 1. Контур управления БАК Fig. 1. UAS control loop

ванием формирует общий контур управления полетом БЛА и малый контур наведения ЦН с гироплатформой [1].

БАК функционирует в трех режимах управления. В ручном режиме оператор БЛА визуально с помощью камеры проводит мониторинг земной поверхности и при необходимости изменяет маршрут полета аппарата с помощью автоматизированного рабочего места НПУ, а также регистрирует информацию, передаваемую камерой. Дальность работы БАК в этом режиме ограничивается видимостью БЛА с помощью ЛРУ и не превышает 50–100 км. В полуавтоматическом режиме работы БАК оператор может брать на себя управление ПНК для изменения направления полета БЛА, а также управлять положением камеры. В автоматическом режиме управления оператор задает на НПУ траекторию полета БЛА, режимы работы ЦН и во время полета БЛА контролирует с помощью телеметрии как параметры самолета, так и визуальную информацию с ЦН.

Управление полетом БЛА с помощью его основного контура заключается в выдерживании заданной траектории центра масс БЛА, ориентации и стабилизации самолета относительно этого центра масс.

Полет БЛА выполняется из точки «Старт» к наземному объекту (НО) по поворотным пунктам маршрута ППМ<sub>1</sub>, ППМ<sub>2</sub>, ППМ<sub>3</sub>, ППМ<sub>4</sub> на высотах  $h_1, h_2, h_3, h_4$  соответственно с учетом ошибки наведения  $\Delta$ . ППМ передаются с электронной карты НПУ в бортовой блок навигации, где происходит формирование требуемых трех углов Эйлера пространственного положения БЛА, высоты и скорости полета (рис. 2).

Сформированная таким образом информация поступает в пятиканальную общую САУ АП. Каждая САУ представляет собой АП с контуром управления заданного параметра. Трехканальная САУ с углами тангажа, курса и крена обеспечивает стабилизацию движения БЛА относительно трех пространственных осей между ППМ путем автоматического отклонения элеронов, рулей высоты и направления, которые создают управляющие силы и моменты для перемещения в пространстве центра масс БЛА.

Каждый канал управления САУ АП является сложной системой, в состав которой кроме АП, рулевых приводов и планера БЛА включены фильтр Калмана и бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС). Функциональная схема САУ угловых каналов управления тангажа, курса и крена, которая разработана в РУП «НПЦ многофункциональных беспилотных комплексов» НАН Беларуси может быть представлена в виде схемы (рис. 3).

В состав АП входят совокупность технических средств, обеспечивающих стабилизацию и управление угловым положением летательного аппарата. Замкнутые САУ АП по трем связанным осям каналов курса, тангажа и крена обеспечивают стабилизацию движения БЛА относительно центра масс. Автоматическое управление движением центра масс БЛА определяется его



Рис. 2. Схема движения планера БЛА Fig. 2. Traffic pattern of the UAV glider



Рис. 3. Функциональная схема САУ угловых каналов управления Fig. 3. Flowchart of the FS of angular control channels

траекторией полета по заданному маршруту и связано с программным регулированием координат и скорости БЛА.

Основными инерционными подсистемами каналов управления САУ являются АП, планер БЛА и БИНС, которые определяют устойчивость и управляемость в различных режимах полета БЛА. Классически под устойчивостью БЛА понимают его способностью сохранять тот или иной режим движения после прекращения действия возмущения. Управляемость определяется качеством реакции БЛА на действия управляющих органов, включенных в замкнутый контур управления его полетом по заданной траектории [2].

**Проблема устойчивости и управляемости БЛА.** Рассмотрим понятия устойчивости и управляемости на примере продольного канала тангажа. Планер БЛА – это сложное нелинейное динамическое звено с множеством входных и выходных параметров. Входными параметрами являются углы поворота рулей направления  $\delta_{\rm PH}$ , рулей высоты  $\delta_{\rm PB}$ , элеронов  $\delta_{\rm O}$ , вектор силы  $\overline{F}$ , вектор моментов  $\overline{M}$  и вектор возмущения  $\overline{N}$ . Соответственно выходные параметры планера следующие: углы Эйлера поворота БЛА в пространстве (углы  $\alpha$  – атаки,  $\upsilon$  – тангажа,  $\gamma$  – крена,  $\psi$  – рысканья), вектор скорости  $\overline{V}$ , вектор ускорений  $\overline{A}$  и вектор угловых скоростей  $\overline{\omega}$ .

Количественные оценки управления полетом БЛА и контуров САУ АП БЛА можно определить, если известны передаточные характеристики АП и планера БЛА. При описании математической модели пленера БЛА как объекта управления считают, что его движение можно разделить на две составляющие: движение центра масс и вращение вокруг него [1]. Каждая из этих двух составляющих обладает тремя степенями свободы и управляется силами тяги и рулями БЛА. Дифференциальные уравнения движения БЛА в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} m \left[ \frac{d\overline{V}}{dt} + (\overline{\omega}\overline{V}) \right] = \overline{R}; \\ \frac{d\overline{K}}{dt} + (\overline{\omega}\overline{K}) = \overline{M}, \end{cases}$$
(1)

где  $\overline{V}$  – вектор скорости центра масс БЛА,  $\overline{R}$  – вектор внешних сил,  $\overline{\omega}$  – вектор мгновенной угловой скорости вращения системы координат БЛА,  $\overline{M}$  – вектор главного момента всех внешних сил,  $\overline{K}$  – вектор кинематического момента БЛА.

Известные векторные уравнения сил и моментов (1) при проектировании их на оси координат описываются 12 дифференциальными уравнениями первого порядка, из них – три уравнения сил; три уравнения моментов; три кинематических соотношения для углов Эйлера и три кинематических соотношения для линейных координат. Уравнения продольного движения БЛА по тангажу в вертикальной плоскости, по курсу в горизонтальной плоскости и по крену при вращении планера вокруг продольной оси X показаны на рис. 4. В настоящей статье авторы представляют новую запись вывода передаточной характеристики канала тангажа, задачей управления которого



Рис. 4. Силы и моменты, действующие на планер БЛА Fig. 4. Forces and moments affecting the UAV glider

является отклонение руля высоты до момента равенства сигнала ошибки  $\Delta \vartheta \approx \vartheta - \vartheta_{\rm Tp}$ , где  $\vartheta_{\rm Tp}$  – требуемый программный угол тангажа, а 9 – угол тангажа на выходе планера БЛА. Управление полетом БЛА осуществляется с помощью изменения силы тяги двигателя  $\overline{P}$ , совпадающей по направлению с продольной осью БЛА и положением руля высоты (угла б<sub>рв</sub>). Изменение силы тяги двигателя  $\overline{P}$  поворачивает БЛА в вертикальной плоскости вокруг оси Z за счет изменяющегося вращающего момента.

Кроме того, на БЛА действуют сила тяжести G, направленная вертикально вниз, и полная аэродинамическая сила  $\overline{R} = \overline{Y} + \overline{Q}$  как равнодействующая всех аэродинамических сил, которая определяется подъемной силой  $\overline{Y}$  и силой лобового сопротивления  $\overline{Q}$ . Аэродинамические силы приложены к центру давления (ЦД), который для нормальной схемы планера БЛА находится позади центра масс (ЦМ) на расстоянии  $x_F$ . Подъемная сила в качестве составляющей полной аэродинамической силы перпендикулярна вектору скорости БЛА и определяется по формуле

$$Y^{\alpha} = C_{y} \frac{\rho V^{2}}{2} S_{\kappa p} = C_{y}^{\alpha} \frac{\rho V^{2}}{2} S_{\kappa p} \alpha = Y^{\alpha} \alpha, \qquad (2)$$

где  $C_y = C_y^{\alpha} \alpha$  – коэффициент подъемной силы, определяющийся через его производную  $C_y^{\alpha}$ и угол атаки  $\alpha$ ;  $q = \frac{\rho V^2}{2}$  – скоростной напор воздуха с учетом плотности воздуха и скорости;  $S_{\rm kp}$  – площадь поверхности крыла и части фюзеляжа БЛА, которые создают подъемную силу. Сила лобового сопротивления  $Q = C_x \frac{\rho V^2}{2} S_Q$  действует в направлении, противоположном

оси Х. Управляющая сила руля высоты приложена к фокусу крепления руля, расположенного на расстоянии *х*<sub>РВ</sub> позади ЦМ, и определяется как

$$Y_{\rm PB} = C_y^{\rm PB} \frac{\rho V^2}{2} S_{\rm PB} = C_y^{\,\delta_{\rm PB}} \frac{\rho V^2}{2} S_{\rm PB} \delta_{\rm PB} = Y^{\,\delta_{\rm PB}} \delta_{\rm PB}.$$
 (3)

Учитывая расстояние x<sub>F</sub> между ЦМ и ЦД в процессе полета БЛА, возникает общий аэродинамический момент M, который проецируется на оси X, Y, Z связанной системы координат

$$\overline{M} = \overline{M_x} + \overline{M_y} + \overline{M_z}.$$
(4)

Момент тангажа  $\overline{M_z}$  вращает БЛА вокруг оси Z в вертикальной плоскости и зависит от угла поворота руля высоты δ<sub>PB</sub>, угла атаки α и угловой скорости вращения БЛА в вертикальной плоскости  $\overline{\omega_z}$ . С учетом направления вращения БЛА вокруг оси Z момент тангажа  $\overline{M_z}$  может быть представлен следующим образом:

$$M_z = M_z^{\delta} \delta_{\rm PB} - M_z^{\alpha} \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z, \tag{5}$$

где  $M_z^{\delta}, M_z^{\alpha}, M_z^{\omega_z}$  – частные производные от момента тангажа по соответствующим аргументам;  $M_z^{\delta}\delta_{\rm PB}$  – управляющий момент;  $M_z^{\alpha}\alpha$  – момент стабилизации;  $M_z^{\omega_z}\omega_z$  – момент демпфирования.

Первое слагаемое выражения (5) является управляющим моментом и зависит от угла поворота руля б<sub>PB</sub> и расстояния *x*<sub>PB</sub> от центра масс до фокуса руля:

$$M_{z\,\text{ynp}} = M_z^{\delta} \delta_{\text{PB}} = C_y^{\delta} \frac{\rho V^2}{2} S_{\text{PB}} x_{\text{PB}} \delta_{\text{PB}}.$$
(6)

В устойчивом режиме полета БЛА изменение управляющего момента тангажа  $M_{z \text{ упр}}$  приводит к изменению угла атаки  $\alpha$  и к изменению момента стабилизации, и разность этих моментов  $\Delta M_z$  должна быть равна нулю:

$$\Delta M_z = M_z^{\delta} \delta_{\rm PB} - M_z^{\alpha} \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z = 0.$$
<sup>(7)</sup>

Согласно уравнению моментов (7) движение БЛА вокруг оси Z можно представить в виде замкнутой системы управления (рис. 5).

На рис. 5 входной управляющий момент определяется углом отклонения руля высоты на угол  $\delta_{PB}$ :

$$M_{z \text{ ynp}} = M_z^{\delta PB} \delta_{PB} = C_y^{\delta} \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} x_{PB} \delta_{PB}.$$
(8)

Выходной момент стабилизации может быть определен при появлении угла атаки α:

$$M_{z\,\text{cra\delta}} = M_z^{\alpha} \alpha = C_y^{\alpha} \frac{\rho V^2}{2} S_{\text{kp}} x_F \alpha.$$
<sup>(9)</sup>

Момент демпфирования зависит от конструкции планера БЛА и угловой скорости вращения самолета вокруг поперечной его оси *Z*:

$$M_{z\,\text{демп.}} = M_z^{\omega_z} \omega_z = C_y^{\omega_z} \frac{\rho V^2}{2} S \frac{b_A^2}{V} \omega_z.$$
<sup>(10)</sup>

При устойчивом движении БЛА в установившемся состоянии выходной статический момент должен быть равен управляющему моменту

$$M_{z\,\rm ynp} = M_{z\,\rm crat}\,,\tag{11}$$



Puc. 5. Замкнутая система управления движением БЛА Fig. 5. Closed control system of the UAV motion

что позволяет записать

$$C_{y}^{\delta_{\text{PB}}} \frac{\rho V^{2}}{2} S_{\text{PB}} x_{\text{PB}} \delta_{\text{PB}} = C_{y}^{\alpha} \frac{\rho V^{2}}{2} S_{\text{kp.}} x_{F} \alpha.$$
(12)

Из уравнения (12) можно получить коэффициент передачи канала тангажа планера в виде (13), который зависит от аэродинамических коэффициентов  $C_y^{\delta_{\text{PB}}}$  и  $C_y^{\alpha}$ , площадей крыла  $S_{\text{кр}}$  и руля высоты S<sub>PB</sub>, геометрических размеров самолета x<sub>PB</sub>, x<sub>F</sub>:

$$K_{\alpha} = \frac{\alpha}{\delta_{\rm PB}} = \frac{C_{\gamma}^{\rm oPB} S_{\rm PB} x_{\rm PB}}{C_{\gamma}^{\alpha} S_{\rm kp} x_{F}}.$$
(13)

Пространственные движения БЛА определяется уравнениями сил, моментов и кинематики полета. Уравнение силы описывает перемещение ЦМ в вертикальной плоскости согласно рис. 4:

$$F_{\nu} = mW_{\nu} \approx Y^{\alpha}\alpha + P\alpha \pm Y^{\delta}\delta_{PB}.$$
(14)

Уравнение моментов канала тангажа, согласно закону динамики вращательного движения, может быть представлено в виде

$$J_z \ddot{\vartheta} = M_z^{\delta_{\text{PB}}} \delta_{\text{PB}} - M_z^{\alpha} \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z, \qquad (15)$$

где  $J_z$  – момент инерции БЛА относительно оси Z.

Уравнение кинематики описывается уравнением связи углов  $\vartheta = \theta + \alpha$  и скоростным уравнением  $\begin{cases} \dot{x}_{\pi} = V \cos \theta; \\ \dot{y}_{\pi} = V \sin \theta. \end{cases}$ 

Подставив значения углов и их производных в основное уравнение динамики вращения БЛА вокруг оси Z, получим передаточную характеристику канала тангажа планера БЛА по углу атаки в виде колебательного звена:

$$K_{\alpha}(p) = \frac{\alpha(p)}{\delta_{\rm PB}(p)} = \frac{K_{\alpha}}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2},$$
(16)

где  $K_{\alpha}$  – коэффициент передачи канала, который определяется отношениями аэродинамических коэффициентов  $\frac{C_y^{\delta PB}}{C_y^{\alpha}}$ , площадями руля и крыла  $\frac{S_{PB}}{S_{\kappa p}}$  с учетом их плеч  $\frac{x_{PB}}{x_F}$ ;  $T = \sqrt{\frac{J_z}{C_y^{\alpha}qS_{\alpha}x_F}}$  – по-стоянная времени канала тангажа планера;  $\xi \approx \frac{Y^{\alpha} + P}{2mV} \sqrt{\frac{J_z}{M_z^{\alpha}}}$  – коэффициент демпфирования.

Угол тангажа можно записать с учетом связи углов θ и α:

$$\vartheta(p) = \theta(p) + \alpha(p) = \frac{1}{T_{\Im}p}\alpha + \alpha = \alpha \left(\frac{1+pT_{\Im}}{pT_{\Im}}\right).$$
(17)

В итоге общая передаточная характеристика планера БЛА канала тангажа определяется выражением

$$K_{\vartheta}(p) = \frac{\vartheta(p)}{\delta_{\rm PB}(p)} = \frac{K_{\vartheta}(1+pT_{\vartheta})}{p(1+2\xi Tp+T^2p^2)},$$
(18)

где  $K_{\vartheta}(p) = \frac{K_{\alpha}}{T_{\vartheta}}$  – коэффициент передачи канала тангажа. Коэффициент передачи  $K_{\vartheta}(p)$  так же, как и  $K_{\alpha}$ , зависит от отношения аэродинамических

коэффициентов, поверхностей руля высоты и крыла с учетом их расстояния от центра масс.

Эти коэффициенты пропорциональны полосе пропускания САУ АП. Поскольку  $K_{9}(p)$ , а также остальные параметры передаточной характеристики (18) изменяются для различных конфигураций планера, атмосферных условий его полета и внешних возмущений, то полоса пропускания САУ будет так же изменяться по оси частот.

Для БЛА массой до 30 кг [1]  $K_9 = 0,7-7$ , коэффициент демпфирования  $\xi = 0,6-0,9$ , аэродинамическая постоянная T = 0,3-0,8 с. Коэффициент  $K_9$  определяет устойчивость и управляемость планера БЛА, то есть показывает изменение угла атаки (поворот планера в вертикальной плоскости) при повороте руля высоты на 1°. Для анализа устойчивости и управляемости планера БЛА по каналу тангажа построим ЛАХ и ФЧХ согласно уравнению передаточной характеристики (18) с учетом следующего:

1) постоянная аэродинамическая времени  $T_3$  соответствует низкой частоте  $\omega_3 = \frac{1}{T_3}$ , так как  $T_3$  изменяется в пределах 0,3–4,0 с;

2) постоянная времени колебательного звена *T* зависит от момента инерции  $J_z$  через линейные размеры БЛА и распределения массы по его длине, что позволит записать  $T < T_3$ , так как собственная частота колебаний БЛА вокруг оси *Z* лежит в пределах  $\omega_0 = \frac{1}{T} = 0,5-5,0$  Гц;

3) коэффициент демпфирования определяет величину резонансного звена на ЛАХ и вблизи точки резонанса  $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$  сильно зависит от степени затухания.

4) если принять  $K_9 = 0.8$ ,  $T_9 = 1.5$  с, T = 0.8 с, то получим вид ЛАХ и ФЧХ канала тангажа, изображенный на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что с предложенными параметрами запас устойчивости по фазе  $\Delta \varphi(\omega_C) \ge 65^{\circ}$  на частоте среза удовлетворяет требованиям устойчивости планера БЛА по каналу тангажа. Однако увеличение коэффициента передачи канала тангажа  $K_{92} > K_{91}$  приводит к смещению ЛАХ вправо и к потере запаса устойчивости по фазе.

Управляемость БЛА по каналу тангажа рассмотрим в трактовке теории систем автоматического управления. Представим замкнутый контур канала тангажа в виде полосового фильтра



Рис. 6. ЛАХ и ФЧХ канала тангажа Fig. 6. Bode magnitude plot and Bode phase plot of the pitch channel



Рис. 7. Спектральная плотность угла тангажа траектории управления  $S_{Tp}^{9}(\omega)$  и частотная характеристика фильтра Fig. 7. Spectral density of the pitch channel of the control trajectory  $S_{Tp}^{9}(\omega)$  and frequency response of the filter

с прямоугольной характеристикой и передаточной функцией  $K_0^2(\omega)$ . Спектральная плотность полезного входного сигнала  $S_{\text{тр}}^9(\omega)$  частично выходит за полосу фильтра (рис. 7).

Замкнутый контур канала тангажа отрабатывает часть спектра входного сигнала в пределах своей полосы  $\Delta \omega = 0 \div \omega_0$  и не отрабатывает спектр высоких частот за пределами этой полосы. Это приводит к появлению динамической ошибки

$$\sigma_{\rm dO}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_0}^{\infty} S_{\rm rp}^{\,9}(\omega) \big[ 1 - K_0(\omega) \big]^2 \, d\omega.$$
<sup>(19)</sup>

При такой ошибке БЛА полетит не по крутой заданной траектории, а по траектории с меньшей кривизной. Чем больше кривизна траектории, тем больше динамическая ошибка и хуже управляемость БЛА. Для отработки полного спектра входного требуемого сигнала необходимо при увеличении кривизны заданной траектории расширять полосу контура управления  $\omega_0$ .

Полученные результаты справедливы для БЛА с различными аэродинамической компонов-кой планера, его массой и дальностью полета.

Стохастическая модель канала тангажа САУ. С позиций теории линейных стационарных систем САУ БЛА объединяют планер самолета и АП в единую динамическую систему, которая описывается стохастическим дифференциальным уравнением [3]

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + G(t)W(t) + B(t)U(t),$$
(20)

где X(t) - n-мерный вектор состояния системы управления самолетом БЛА (столбцевая матрица состояния системы), W(t) - p-вектор возмущения, U(t) - r-вектор управления, A(t) - матрица состояния системы пространственного положения БЛА размером  $n \times n$ , G(t) – матрица возмущений размером  $n \times p$ , B(t) – матрица управления размером  $n \times r$ .

Например, если для продольного канала тангажа САУ уравнение (20) представляют как уравнения движения без возмущений в виде [3]

$$\begin{split} \dot{9} + a_1 \dot{9} + a_2 \alpha - a_3 \delta_{\rm PB} &= 0; \\ \dot{9} - \dot{\alpha} - a_y \alpha &= 0; \\ \dot{\delta}_{\rm PB} + T^{-1} &= T^{-1} K_{\rm A\Pi} U_{\rm BX}, \end{split}$$

которые в векторно-матричной форме имеют следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & a_3 & -a_2 \\ 0 & 0 & -T^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{\text{A}\Pi}T^{-1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $a_1 - a_4 -$  динамические коэффициенты планера БЛА,  $\alpha -$  угол атаки,  $\delta_{PB} -$  угол отклонения руля высоты, T - постоянная времени,  $K_{A\Pi} -$  коэффициент передачи АП.

Динамическая система будет полностью управляема, если для любых точек X(t) существует ограниченное управление U(t), переводящее систему (20) из начального состояния в конечное.

Согласно уравнению (20), с использованием фильтра Калмана для проверки работоспособности контуров САУ БЛА нами была разработана стохастическая математическая модель, которая представлена на рис. 8.

Сигналы на выходах планера БЛА измеряются различными датчиками, которые описываются выражением

$$Z(t) = H(t)X(t) + v(t), \qquad (21)$$

где Z(t) – вектор измерения состояния системы, v(t) – вектор ошибок измерения, H(t) – измерительная матрица размером  $m \times n$ .

Координаты вектора состояния X(t) можно получить из совокупности сигналов измерения (наблюдения) Z(t): угловые скорости  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ , устанавливаемые с помощью датчиков угловых скоростей (ДУС), линейные ускорения, которые определяются датчиками линейных ускорений (ДЛУ) и датчиками магнитного поля Земли. В итоге, объединяя разовые измерения, можно воспроизвести истинные параметры динамической системы БЛА во времени.

Наличие шумов датчиков порождают флуктуационные ошибки измерения, к которым добавляются динамические ошибки воспроизведения истинных сигналов с выходов планера БЛА.

Обычный спектр полезных сигналов  $S_x(\omega)$  является низкочастотным, а спектр шумов  $S_{\text{шум}}(\omega)$  – высокочастотным. С помощью фильтра низких частот добиваются ослабления шумов, циркулирующих в контуре управления САУ АП. Задача выбора структуры и параметров фильтра для условий, когда полезный сигнал X(t) с шумом W(t) и помехой v(t) представляют собой стационарный процесс, была изложена в работах Р. Е. Калмана [5].

На вход оптимального фильтра Калмана с динамической модели планера БЛА подается суммарный сигнал  $\overline{Z}(t)$ , а на его выходе формируется отфильтрованный сигнал  $\overline{X}(t)$ .

Критерием качества оптимальной такой системы измерения, отслеживающей изменение параметра X(t), является минимум функционала  $E[X(t) - \overline{X}(t)]^2 = \min$  в классе всех линейных устройств.



Рис. 8. Стохастическая математическая компьютерная модель канала тангажа Fig. 8. Stochastic mathematical computer model of the pitch channel

Фильтр Калмана можно представить в виде последовательности соединения двух частей: фильтра подавления шумов и фильтра формирующей оценки сигнала  $\overline{X}(t)$ . Подавляющий фильтр преобразует смесь сигнала Z(t) = X(t) + v(t) в белый шум, а формирующий фильтр воспроизводит из полученного белого шума случайный сигнал  $\overline{X}(t)$ , наиболее близкий к входному сигналу X(t). Учитывая критерий качества фильтра Калмана как минимум среднего квадрата разности X(t) и  $\overline{X}(t)$ , его структуру представляют в виде следящей системы с ошибкой фильтрации  $\Delta_{KF} = X(t) - X(t)$ . Такой фильтр должен иметь переменный во времени коэффициент передачи K(t):

$$K(t) = \frac{R_{\Delta}(t)}{R_{V}(t)} H^{T}(t), \qquad (22)$$

где  $R_{\Delta}(t)$  – корреляционная матрица ошибки фильтрации размером  $n \times n$ ,  $R_v(t)$  – корреляционная матрица шумов датчиков размером  $m \times m$ .

Данный переменный коэффициент передачи фильтра Калмана определяется нестационарностью системы воспроизведения входного сигнала X(t) и имеет максимальное значение в начальный момент времени, которое затем уменьшается.

Формирующий фильтр в фильтре Калмана должен соответствовать формирующему фильтру динамической системы канала САУ, чтобы обеспечить оптимальную фильтрацию *Z*(*t*).

Компьютерные модели БЛА. Для оценки работоспособности всей системы БАК и определения границ устойчивости и управляемости САУ БЛА при полете самолета в реальной атмосфере была разработана вторая компьютерная модель, которая кроме модели управления (20) описывает динамику полета БЛА в реальной атмосфере.

Результаты компьютерного моделирования сигналов в такой модели в фильтре Калмана показаны на рис. 9, где представлены сигналы датчика угловых скоростей (ДУС) по трем осям на входе и выходе фильтра Калмана. Эти эпюры напряжений позволяют определить коэффициент подавления шумов, который составляет около 10 дБ.

С выхода модели фильтра Калмана сигналы угловых скоростей  $\overline{\omega}$  и линейных ускорений *А* поступают в БИНС (бесплатформенная инерционно-навигационная система) с параметрами



Рис. 9. Эпюры напряжения на входах и выходах фильтра Калмана Fig. 9. Diagram of the stress distribution at inputs and outputs of the Kalman filter

Родрига – Гамильтона (кватернионами), которая состоит из блоков ориентации и навигации. Блок ориентации формирует положение БЛА в пространстве путем определения углов Эйлера – Крылова (9, ψ, γ) из дифференциального уравнения вектора кватерниона [4]:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \cdot \Omega - \Omega_g \cdot \Lambda + \Lambda (1 - \|\Lambda\|), \qquad (23)$$

где  $\Omega$ ,  $\Omega_g$  – гиперкомплексное отображение векторов абсолютной угловой скорости нормальной и связанной систем координат соответственно;  $\Lambda(1-\|\Lambda\|)$  – корректирующий член нормы кватерниона, обеспечивающий поддержание нормы кватерниона, близкой к единице.

Векторы  $\Omega$  и  $\Omega_{_g}$  определяются с помощью кватернионных матриц угловых скоростей размером 4×4.

Углы курса, крена, тангажа вычисляются после определения кватерниона

$$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k \tag{24}$$

через его параметры:

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{A_{13}}{A_{11}}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1}\right);$$
(25)

$$\vartheta = \arcsin(A_{12}) = \arcsin(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3); \tag{26}$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}\left(-\frac{A_{32}}{A_{22}}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\lambda 2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1}\right).$$
(27)

Блок навигации определяет координаты БЛА (географическая широта, долгота, высота). На один вход блока поступают по трем осям линейные ускорения БЛА  $A = a_x + a_y + a_z$ , а на второй, рассчитанный в блоке ориентации, – кватернион Л. Используя основные уравнения навигации, определяются параметры пространственного положения БЛА.

Авторами были оценены устойчивость и управляемость полета БЛА для каждого типа планера аппарата с помощью компьютерной модели с реальными параметрами планера, летящего



Рис. 10. Схема компьютерной модели САУ БЛА Fig. 10. Scheme of the computer model of the FS for the UAV

по маршруту в стандартной атмосфере с заданными скоростью и высотой. В таком режиме полета оператор имел возможность к основным сигналам навигации добавлять стандартные сигналы типа «Step» и «Ramp». По сигналу «Step» определялись переходные характеристики контуров стабилизации САУ, а по сигналу «Ramp» – их динамические ошибки. Изменения параметров этих сигналов внутри контура САУ контролировались на выходах планера БЛА и БИНС.

На рис. 10 показана схема общей модели САУ БЛА с фильтром Калмана и БИНС с кватернионами. Слева на первой эпюре изображен входной сигнал САУ АП, на второй эпюре – сигнал на выходе планера БЛА, на третьей эпюре – сигнал на выходе фильтра Калмана и на четвертой эпюре – сигнал на выходе БИНС. Справа изображено 9 графиков, на верхних трех графиках показаны спектр входного тестового сигнала с его графическим изображением и фазочастотной характеристикой, на третьем, четвертом и пятом графиках – спектр сигнала на выходе планера БЛА и на трех нижних – спектр сигнала на выходе БИНС.

Заключение. Таким образом, разработаны оригинальные компьютерные модели полета БЛА в реальной атмосфере различных видов планеров с конкретными САУ. Они позволяют для определенного типа планера по результатам моделирования выбрать оптимальную структуру и параметры САУ БЛА при заданных характеристиках устойчивости и управляемости.

#### Список использованных источников

1. Микросистемы ориентации беспилотных летательных аппаратов / под ред. В. Я. Распопова. – М.: Машиностроение, 2011. – 184 с.

2. Гуськов, Ю. П. Управление полетом самолетов: учеб. для авиационных вузов / Ю. П. Гуськов, Г. И. Зачайнов. – М.: Машиностроение, 1980. – 213 с.

3. Козлов, В. И. Системы автоматического управления летательными аппаратами / В. И. Козлов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.

4. Матвеев, В. В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. В. Матвеев, В. Я. Распопов; под ред. В. Я. Распопова. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.

5. Kalman, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kalman // J. of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82, iss. 1. – P. 35–45. – https://doi.org/10.1115/1.3662552

## References

1. Raspopov V. Ya. (ed.). *Microsystems of unmanned aerial vehicles orientation*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2011. 184 p. (in Russian).

2. Guskov Yu. P., Zachainov G. I. Airplane control. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 213 p. (in Russian).

3. Kozlov V. I. The systems of flying vehicles automatic control. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 216 p. (in Russian).

4. Matveyev V. V., Raspopov V. Ya. *The fundamentals of constructing strapdown inertial navigation systems*. Saint Petersburg, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, 2009. 280 p. (in Russian).

5. Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*. 1960, vol. 82, iss. 1, pp. 35–45. https://doi.org/10.1115/1.3662552

#### Информация об авторах

#### Information about the authors

Гриднев Юрий Васильевич – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник отдела системного проектирования и математического моделирования, Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10/7, 220141, Минск, Республика Беларусь).

Яцына Юрий Францевич – кандидат технических наук, директор, Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10/7, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: yanvad003@gmail.com *Yury V. Gridnev* – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher of the Department of Systems Engineering and Mathematical Modelling, Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems of the National Academy of Sciences of Belarus (10/7, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus).

*Yury F. Yatsyna* – Ph. D. (Engineering), Director, Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems of the National Academy of Sciences of Belarus (10/7, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yanvad003@gmail.com