

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 681.7.023.72

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-365-374>

Поступила в редакцию 13.02.2020

Received 13.02.2020

А. С. Козерук¹, Р. О. Диас Гонсалес^{1,2}, А. А. Сухоцкий¹, М. И. Филонова¹¹*Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь*²*Университетский политехнический институт Сантьяго Мариньо, Мерида, Боливарианская Республика Венесуэла*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ОБРАБОТКИ АКСИКОНОВ НА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ОБОРУДОВАНИИ

Аннотация. Получено аналитическое выражение для инженерного расчета закономерностей съема припуска с плоской поверхности детали (правильника в виде плоской стеклянной пластины значительной толщины с отверстиями для заготовок аксиконов), которая участвует в относительном и переносном движении по поверхности вращающегося инструмента (планшайбы) и находится с ним в силовом замыкании, обеспечивающем автоматическую самоустановку притирающихся поверхностей. Предложена схема разбиения притирающихся поверхностей плоского инструмента и детали на кольцевые зоны и сектора, в результате чего образуются элементарные площадки с опорными (расчетными) точками в их центре. Для расчета координат данных точек получены аналитические выражения. Рассмотрена кинематика относительного движения инструмента и правильника без осцилляции верхнего звена, при этом скольжение сопряженных поверхностей обусловлено вращением инструмента и правильника, установленных с определенным эксцентриситетом. Получено выражение для определения скорости скольжения в любой точке контакта сопряженных поверхностей. Выполнено моделирование при обработке с относительным и переносным движениями верхнего звена, позволившее получить формулу для скорости скольжения правильника относительно инструмента, что дает возможность рассчитать пути трения в той или иной зоне последнего при различных режимах работы технологического оборудования. Моделирование может быть положено в основу создания методики управления процессом формообразования конических оптических деталей (аксиконов) на серийных рычажных шлифовально-полировальных станках плоским инструментом в условиях свободного притирания, обеспечивающей возможность получения аксиконов с отклонением образующей конуса от прямолинейности не более $\pm 0,00012$ мм.

Ключевые слова: коническая поверхность, свободное притирание, правильник, рычажный станок, математическое моделирование, опорные точки, относительное движение, трехгранник Френе

Для цитирования: Моделирование рабочей зоны обработки аксиконов на технологическом оборудовании / А. С. Козерук [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2020. – Т. 65, №3. – С. 365–374. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-365-374>

Albin S. Kozeruk¹, Rafael Orlandos Diaz Gonzalez^{1,2}, Alexander A. Sukhotsky¹, Marina I. Philonova¹¹*Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus*²*Santiago Marino University Polytechnic Institute, Merida, Bolivarian Republic of Venezuela*

SIMULATION OF AXICON PROCESSING AREA ON TECHNOLOGICAL EQUIPMENT

Annotation. An analytical expression is obtained for engineering calculation of the regularities of removing the allowance from the flat surface of the part (a rectangle in the form of a flat glass plate of considerable thickness with holes for axicon blanks), which participates in relative and portable movement on the surface of a rotating tool (faceplate) and is in a power circuit with it, which provides automatic self-installation of lapping surfaces. A scheme is proposed for dividing the lapping surfaces of a flat tool and part into ring zones and sectors, resulting in the formation of elementary platforms with reference (calculated) points in their center. Analytical expressions are obtained for calculating the coordinates of these points. The kinematics of the relative movement of the tool and the straightener without oscillation of the upper link is considered, while the sliding of the conjugate surfaces takes place due to rotation of the tool and the straightener installed with a certain eccentricity. An expression is obtained for determining the sliding speed at any point of contact of the conjugate surfaces. Modeling when dealing with relative and portable movement of the upper unit, which allowed obtaining a formula for the slip velocity of the straightener relative to the tool that allows calculation the path of friction in a particular zone in different modes of operation of technological equipment. Modeling can be used as the basis for creating a method for controlling the process of forming conical optical parts (axicons) on serial lever grinding and polishing machines with a flat tool under free lapping conditions, which provide the possibility of obtaining axicons with a deviation of the forming cone from the straightness of no more than ± 0.00012 mm.

Keywords: conical surface, free rubbing, straightener, lever machine, mathematical modeling, pivot points, relative motion, Frene trihedron

For citation: Kozерuk A. S., Diaz Gonzalez R. O., Sukhotsky A. A., Philonova M. I. Simulation of axicon processing area on technological equipment. *Vestsi Natsyonal'най akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 3, pp. 365–374 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-365-374>

Введение. Одним из методов получения оптических деталей с конической поверхностью может быть обработка по методу свободного притирания образующей конической заготовки к плоской поверхности инструмента с использованием рычажных станков [1]. Однако в процессе такого притирания происходит неравномерное срабатывание инструмента, что в свою очередь приводит к отклонению образующей конуса от прямолинейности, поскольку обсуждаемый способ обработки основан на копировании заготовкой детали рабочей поверхности инструмента. Следовательно, для получения конических изделий надлежащего уровня качества должна быть организована непрерывная правка изборожденной рабочей поверхности инструмента и обеспечена необходимая ее плоскостность. Эта задача решается, как показано в [1], совмещением обработки конической детали с формообразованием рабочей поверхности инструмента, которое предлагается выполнять специальным правильником в виде стеклянной пластины. При этом для разработки инженерных методов управления процессом формообразования исполнительской поверхности инструмента требуется предварительно выполнить математическое моделирование:

- 1) геометрических и кинематических связей базового станка;
- 2) плоских притирающихся поверхностей инструмента и правильника;
- 3) процесса формообразования плоских поверхностей.

Первая задача решена в [1]. *Целью данной статьи* является решение второй из отмеченных проблем.

Детали с коническими поверхностями часто используются в машиностроении, где их получают в жестких осях на металлообрабатывающем оборудовании (Способ обработки конических поверхностей вращения: пат. 2 131 325 РФ, МПК В 23В 5/38 / В. В. Лоцманенко, М. В. Лоцманенко; Станок для обработки конических сопрягаемых поверхностей: пат. 2 016 704 РФ, МПК В 23В 5/38 / А. М. Мелай и др.; Способ обработки конической поверхности детали: пат. 2 071 395 РФ, МПК В 23С 3/04 / И. А. Марченко, Ю. Н. Зорин, В. В. Щенев; Устройство для обработки конических поверхностей: пат. 2 065 801 РФ, МПК В 23В 41/06 / Н. К. Гришко и др.).

Такой метод получения изделий данного класса для оптического приборостроения неприемлем, поскольку на точность образующей конуса (прямолинейность и правильную геометрическую форму поперечного сечения по всей высоте конуса) влияют вибрации технологического оборудования 1-го и 2-го рода (соответственно в системе «заготовка» и в системе «инструмент»).

Отмеченных недостатков лишена обработка деталей с коническими поверхностями по методу свободного притирания, когда заготовка самоустанавливается по рабочей поверхности плоского вращающегося инструмента. При этом она совершает сложное перемещение, состоящее из вращательного и переносного (колебательного) движений, а ее контакт с обрабатываемой поверхностью осуществляется силовым замыканием (Устройство для обработки деталей с коническими поверхностями: пат. 17 104 Респ. Беларусь, МПК В 24В 13/00 / А. С. Козерук и др.; Устройство для групповой обработки деталей с коническими поверхностями: пат. 21 163 Респ. Беларусь, МПК В 24В 13/02 / А. С. Козерук и др.).

Для поддержания необходимой плоскостности рабочей поверхности инструмента, с которой в процессе обработки контактирует образующая конуса, предлагается использовать правильник в виде стеклянной пластины с точной рабочей поверхностью и с отверстиями для конических заготовок.

Моделирование обрабатываемой поверхности правильника и рабочей поверхности инструмента. Для оценки формы обработанной поверхности правильника и сработанной рабочей поверхности инструмента необходимо выбрать на них достаточно большое количество точек, называемых в дальнейшем опорными, и определить срабатывание в этих точках.

С учетом того, что в процессе обработки конических деталей происходит срабатывание как инструмента (нижнее звено), так и правильника (верхнее звено), следует принимать во внимание срабатывание рабочей поверхности нижнего и верхнего сопряженных звеньев.

С целью выбора опорных точек рабочую поверхность нижнего звена радиусом R_n разбиваем на n_n кольцевых зон размером Δr_n (рис. 1)

$$\Delta r_n = \frac{R_n}{n_n}$$

и пронумеруем их, начиная с центральной. Далее поверхность разбиваем на m_n секторов, размер $\Delta \psi_n$ которых определяется следующим образом:

$$\Delta \psi_n = \frac{2\pi}{m_n}.$$

Введем жестко связанную с нижним звеном полярную систему координат с полюсом в точке G и полярной осью x_n , направленной вдоль одного из лучей, ограничивающих секторы, которые пронумеруем, начиная от полярной оси, против часовой стрелки. В результате рабочая поверхность разбилась на $m_n n_n$ элементарных площадок $[ds_{ij}^H]$, $i = \overline{1, n_n}$, $j = \overline{1, m_n}$. Площадка $[ds_{ij}^H]$ представляет собой пересечение кольцевой зоны с номером i с j -м сектором.

На каждой элементарной площадке $[ds_{ij}^H]$ выберем в качестве опорной точку M_{ij}^H , расположенную на пересечении окружности, делящей пополам i -ю кольцевую зону, и луча, делящего пополам j -й сектор. Положение этой точки определяется двумя координатами – полярными радиусом r_i^H и углом ψ_j^H :

$$M_{ij}^H = M_{ij}^H(r_i^H, \psi_j^H).$$

В соответствии с построением полярные радиусы для всех опорных точек, лежащих в одной и той же кольцевой зоне, и полярные лучи для всех точек, лежащих в одном и том же секторе, равны:

$$r_i^H = i\Delta r_n - \frac{\Delta r_n}{2} = \Delta r_n \left(i - \frac{1}{2} \right),$$

$$\psi_j^H = j\Delta \psi_n - \frac{\Delta \psi_n}{2} \left(j - \frac{1}{2} \right).$$

Аналогичные соотношения можно записать для верхнего звена.

Кинематика относительного движения инструмента и правильного. Рассмотрим обработку плоских деталей без осцилляции верхнего звена (рис. 2). Относительное движение сопряженных поверхностей в этом случае

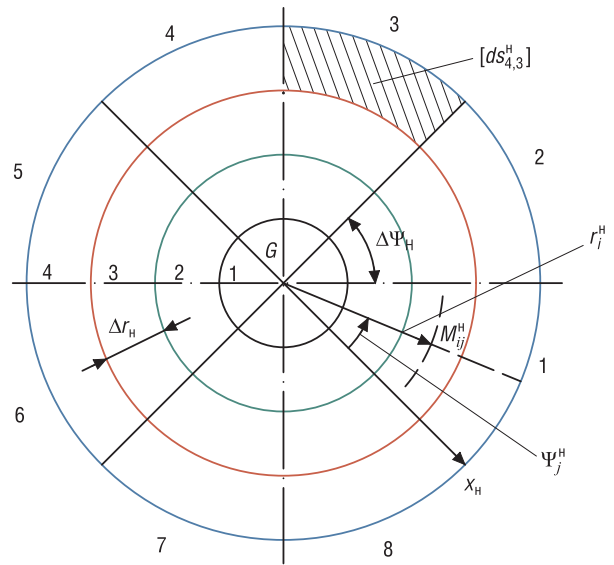


Рис. 1. Моделирование сопряженной поверхности нижнего звена

Fig. 1. Modeling of the conjugate surface of the lower element

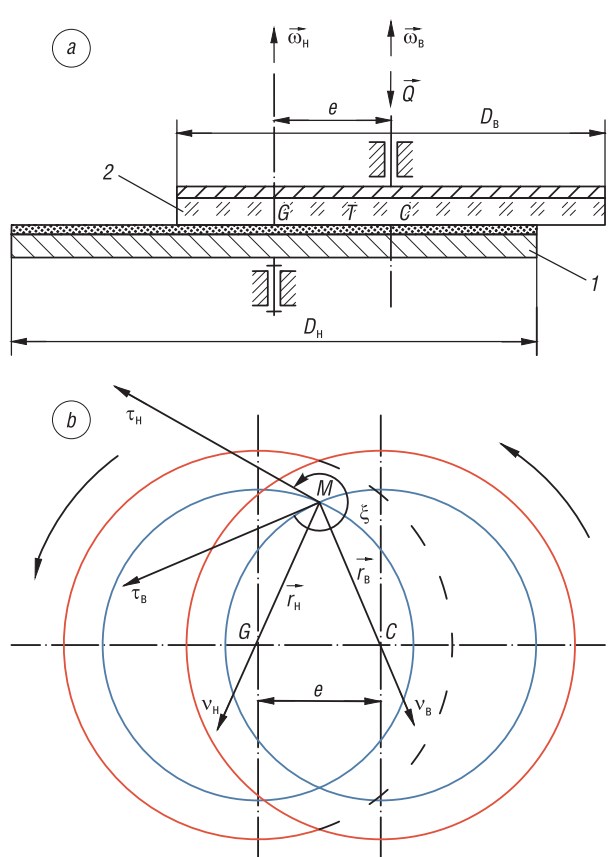


Рис. 2. Схема обработки плоских поверхностей без осцилляции верхнего звена: а – вид сбоку, б – вид сверху
Fig. 2. Processing scheme of flat surfaces without oscillation of upper element: a – side view, b – top view

осуществляется благодаря вращению инструмента I и правильника 2 вокруг своих осей, установленных с эксцентриситетом e [2].

Пусть верхнее звено вращается с угловой скоростью ω_B , нижнее – ω_H . В зоне контакта инструмента и правильника выберем произвольную точку M (рис. 2, b) и проведем через нее окружности на рабочих поверхностях нижнего и верхнего звеньев радиусами r_H и r_B соответственно.

Векторы линейных скоростей \vec{v}_H и \vec{v}_B движения нижнего и верхнего звеньев в данной точке равны:

$$\vec{v}_H = \vec{\omega}_H \times \vec{r}_H, \quad (1)$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_B \times \vec{r}_B. \quad (2)$$

Вектор скорости скольжения \vec{v} в точке M представим в виде

$$\vec{v} = \vec{v}_H - \vec{v}_B, \quad (3)$$

или

$$\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_H. \quad (4)$$

Первая запись определяет скорость скольжения нижнего звена относительно верхнего, вторая – скорость скольжения верхнего относительно нижнего в точке M . Эти скорости равны по модулю, но противоположны по направлению. С учетом (1)–(4) можно записать:

$$\vec{v} = \vec{\omega}_H \times \vec{r}_H - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_B. \quad (5)$$

Проекция векторов, входящих в уравнение (5), удобнее записывать в системах координат, связанных с естественными трехгранниками Френе [3].

Введем системы координат $M\tau_H\nu_H\beta_H$ и $M\tau_B\nu_B\beta_B$, первая из которых связана с естественным трехгранником Френе, построенным на траектории абсолютного движения точки нижнего звена, совпадающей в рассматриваемый момент времени с сопряженной точкой M , а вторая аналогичным образом связана с верхним звеном (см. рис. 2, b). Оси $M\beta_H$ и $M\beta_B$ совпадают и направлены перпендикулярно рисунку.

В системе координат $M\tau_H\nu_H\beta_H$ векторы $\vec{\omega}_H$, \vec{r}_H и \vec{v}_H имеют следующие проекции:

$$\vec{\omega}_H = (0 \quad 0 \quad \omega_H)^T, \quad \vec{r}_H = (0 \quad -r_H \quad 0)^T, \quad \vec{v}_H = (\omega_H r_H \quad 0 \quad 0)^T.$$

Проекция вектора можно определить также из выражения (1) следующим образом:

$$\vec{v}_H = \vec{\omega}_H \times \vec{r}_H = \begin{pmatrix} \vec{\tau} & \vec{\nu} & \vec{\beta} \\ 0 & 0 & \omega_H \\ 0 & -r_H & 0 \end{pmatrix} = \omega_H r_H \vec{\tau} + 0\vec{\nu} + 0\vec{\beta}.$$

В системе координат $M\tau_B\nu_B\beta_B$ для верхнего звена имеем:

$$\vec{\omega}_B = (0 \quad 0 \quad \omega_B)^T, \quad \vec{r}_B = (0 \quad -r_B \quad 0)^T, \quad \vec{v}_B = (\omega_B r_B \quad 0 \quad 0)^T.$$

Следовательно, определены проекции векторов \vec{v}_H и \vec{v}_B в своих системах координат. Чтобы найти проекции вектора \vec{v} , надо знать проекции его составляющих \vec{v}_H и \vec{v}_B в какой-нибудь одной системе координат, например $M\tau_H\nu_H\beta_H$.

Установим связь между проекциями произвольного вектора \vec{l} в системах координат $Ox_1y_1z_1$ с $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1$ и $Ox_2y_2z_2$ с $\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2$, имеющих общее начало.

Пусть проекции вектора \vec{l} в системе координат $Ox_1y_1z_1$ равны x_1, y_1, z_1 , а в системе координат $Ox_2y_2z_2$ – x_2, y_2, z_2 (рис. 3).

Выразим вектор в виде линейных комбинаций ортов систем координат $Ox_1y_1z_1$ и $Ox_2y_2z_2$:

$$\vec{l} = x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1 + z_1\vec{k}_1, \vec{l} = x_2\vec{i}_2 + y_2\vec{j}_2 + z_2\vec{k}_2.$$

Проекцию x_1 вектора \vec{l} в системе координат $Ox_1y_1z_1$ можно записать в виде скалярного произведения этого вектора на вектор \vec{i}_1 : $x_1 = \vec{i}_1 \vec{l}$. Соответственно $y_1 = \vec{j}_1 \vec{l}$, $z_1 = \vec{k}_1 \vec{l}$, $x_2 = \vec{i}_2 \vec{l}$, $y_2 = \vec{j}_2 \vec{l}$, $z_2 = \vec{k}_2 \vec{l}$.

Если в выражение для x_2, y_2, z_2 подставим \vec{l} в виде линейной комбинации ортов системы координат $Ox_1y_1z_1$, то получим:

$$x_2 = \vec{i}_2 (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1),$$

$$y_2 = \vec{j}_2 (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1),$$

$$z_2 = \vec{k}_2 (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1).$$

Запишем эти уравнения в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i}_2 \vec{i}_1 x_1 + \vec{i}_2 \vec{j}_1 y_1 + \vec{i}_2 \vec{k}_1 z_1 \\ \vec{j}_2 \vec{i}_1 x_1 + \vec{j}_2 \vec{j}_1 y_1 + \vec{j}_2 \vec{k}_1 z_1 \\ \vec{k}_2 \vec{i}_1 x_1 + \vec{k}_2 \vec{j}_1 y_1 + \vec{k}_2 \vec{k}_1 z_1 \end{pmatrix}.$$

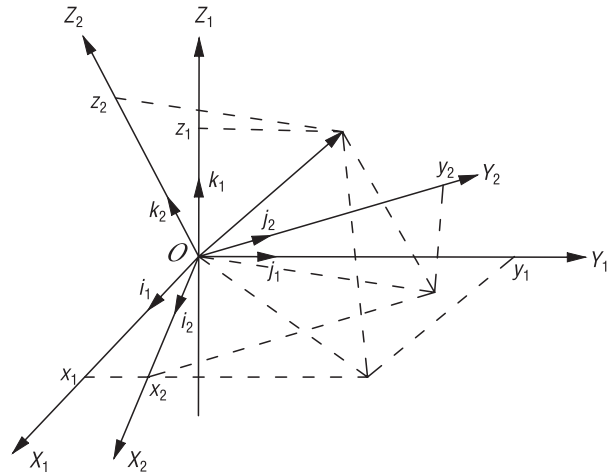


Рис. 3. Установление связи между проекциями вектора
Fig. 3. Establish the connection between the projections of the vector

Скалярные произведения единичных векторов равны косинусам углов между ними. Следовательно,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{i_2 i_1} x_1 + \cos \alpha_{i_2 j_1} y_1 + \cos \alpha_{i_2 k_1} z_1 \\ \cos \alpha_{j_2 i_1} x_1 + \cos \alpha_{j_2 j_1} y_1 + \cos \alpha_{j_2 k_1} z_1 \\ \cos \alpha_{k_2 i_1} x_1 + \cos \alpha_{k_2 j_1} y_1 + \cos \alpha_{k_2 k_1} z_1 \end{pmatrix}.$$

Здесь $\alpha_{i_2 i_1}$ – угол между векторами \vec{i}_1 и \vec{i}_2 , или, что то же самое, между осями Ox_1 и Ox_2 ; $\alpha_{i_2 j_1}$ – угол между осями Ox_2 и Oy_1 и т. д.

Введем обозначение

$$(M) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{i_2 i_1} & \cos \alpha_{i_2 j_1} & \cos \alpha_{i_2 k_1} \\ \cos \alpha_{j_2 i_1} & \cos \alpha_{j_2 j_1} & \cos \alpha_{j_2 k_1} \\ \cos \alpha_{k_2 i_1} & \cos \alpha_{k_2 j_1} & \cos \alpha_{k_2 k_1} \end{pmatrix}.$$

Тогда связь между координатами вектора запишется в виде

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = (M) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Таким образом, зная координаты вектора в системе координат $Ox_1y_1z_1$ и положение системы координат $Ox_2y_2z_2$ относительно $Ox_1y_1z_1$, с помощью уравнения (6) можно определить координаты этого вектора в системе координат $Ox_2y_2z_2$.

Чтобы получить выражение для расчета координат (x_1, y_1, z_1) по известным координатам (x_2, y_2, z_2) , необходимо повторить приведенные выкладки, подставляя в выражения для x_1, y_1, z_1 вектор \vec{l} в виде линейной комбинации ортов системы координат $Ox_2y_2z_2$.

Рассмотрим вид матрицы (M) в некоторых частных случаях.

Пусть известны координаты x_1, y_1, z_1 вектора \vec{l} в системе координат $Ox_1y_1z_1$. Необходимо получить координаты x_2, y_2, z_2 этого вектора в системе координат $Ox_2y_2z_2$, причем система координат $Ox_2y_2z_2$ получается из системы координат $Ox_1y_1z_1$ поворотом последней вокруг оси Oz_1 на угол ξ против часовой стрелки. Матрица (M) в этом случае принимает вид

$$(M_\xi) = \begin{pmatrix} \cos \xi & \cos\left(\frac{\pi}{2} + \xi\right) & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \xi\right) & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Аналогично можно получить другие матрицы поворота:

1) если система координат $Ox_2y_2z_2$ совмещается с системой координат $Ox_1y_1z_1$ поворотом последней на угол ζ по часовой стрелке вокруг оси Oy_1 , то матрица поворота равна

$$(M_\zeta) = \begin{pmatrix} \cos \zeta & 0 & -\sin \zeta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \zeta & 0 & \cos \zeta \end{pmatrix}; \quad (8)$$

2) если система координат $Ox_2y_2z_2$ совмещается с системой координат $Ox_1y_1z_1$ поворотом последней вокруг оси Ox_2 против часовой стрелки на угол Δ , то

$$(M_\Delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta & \sin \Delta \\ 0 & -\sin \Delta & \cos \Delta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Здесь рассмотрены случаи, когда новая система координат получается из старой поворотом последней вокруг одной из осей против часовой стрелки. Однако матрицами (7)–(9) можно пользоваться и тогда, когда поворот осуществляется по часовой стрелке. Для этого необходимо учитывать, что поворот по часовой стрелке на угол Δ равен повороту на угол $-\Delta$ против часовой стрелки.

Поскольку система координат $M\tau_H v_H \beta_H$ получается из системы координат $M\tau_B v_B \beta_B$ поворотом последней вокруг оси $M\beta_B$ против часовой стрелки на угол ξ (см. рис. 2), то матрица поворота имеет вид (7).

С учетом этого выражение для скорости относительного скольжения \vec{v} в координатной форме в системе координат $M\tau_H v_H \beta_H$ будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} v_\tau \\ v_v \\ v_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_H r_H \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \xi & \sin \xi & 0 \\ -\sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_B r_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_H r_H - \omega_B r_B \cos \xi \\ \omega_B r_B \sin \xi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Получим выражение для угла ξ . Для этого рассмотрим, например, точки M_1, M_2 (рис. 4), расположенные в различных частях зоны контакта. Угол ξ отсчитываем от оси $M\tau_B$ до оси $M\tau_H$ против часовой стрелки. Тогда для точки M_1 из треугольника M_1GC по теореме косинусов можно записать

$$e^2 = r_H^2 + r_B^2 - 2r_H r_B \cos(2\pi - \xi),$$

откуда

$$\xi = -\arccos \frac{r_H^2 + r_B^2 - e^2}{2r_H r_B}.$$

Аналогичным образом найдем угол ξ для точки M_2 из треугольника M_2GC и полученные результаты обобщим следующим образом:

$$\xi = \pm \arccos \frac{r_H^2 + r_B^2 - e^2}{2r_H r_B}. \quad (11)$$

Используя выражения (10) и (11), можно вычислить координаты вектора относительной скорости \vec{v} и его модуль по формуле

$$v = \sqrt{v_{\tau_H}^2 + v_{v_H}^2 + v_{\beta_H}^2} = \sqrt{\omega_H^2 r_H^2 + \omega_B^2 r_B^2 - 2\omega_H r_H \omega_B r_B \cos \xi}.$$

Подставив в эту формулу выражение для $\cos \xi$, получим

$$v = \sqrt{\omega_H^2 r_H^2 + \omega_B^2 r_B^2 - \omega_H \omega_B (r_H^2 + r_B^2 - e^2)}. \quad (12)$$

По формуле (12) можно определить скорость скольжения в любой точке контакта сопряженных поверхностей.

Моделирование относительного движения инструмента и правильника при обработке с переносным движением верхнего звена. Рассмотрим схему обработки плоских поверхностей с возвратно-вращательным движением верхнего звена (рис. 5).

Скорость скольжения \vec{v} нижнего звена относительно верхнего в произвольной точке M зоны контакта определяется по формуле (3), абсолютная скорость v_H поверхности нижнего звена в этой точке – по формуле (1).

Абсолютная скорость верхнего звена в рассматриваемом случае складывается из скоростей вращения вокруг своей оси и возвратно-вращательного движения [4], то есть

$$\vec{v}_B = (\vec{\omega}_B \times \vec{r}_B) + \vec{v}_{B-B}. \quad (13)$$

Возвратно-вращательное движение верхнего звена представляет собой вращение вокруг центра O с угловой скоростью $\dot{\Psi}_C$. Линейная скорость в этом движении в точке M равна

$$\vec{v}_{B-B} = \dot{\Psi}_C \times \vec{r}_M, \quad (14)$$

где \vec{r}_M – радиус-вектор точки M в системе координат Oxy .

Из рис. 5 видно, что $\vec{r}_M = \vec{l}_{OC} + \vec{r}_B$. Подставив это выражение в (14), получим

$$\vec{v}_{B-B} = \dot{\Psi}_C \times (\vec{l}_{OC} + \vec{r}_B) = \dot{\Psi}_C \times \vec{l}_{OC} + \dot{\Psi}_C \times \vec{r}_B. \quad (15)$$

Таким образом, возвратно-вращательное движение верхнего звена может быть представлено как сумма переносного движения его центра C и относительного вращения вокруг этого центра.

Из записей (14) и (15) предпочтительнее последняя, так как в первой из них для каждой точки необходимо определять ее радиус-вектор в системе координат Oxy , составляющие же выражения (15) все известны.

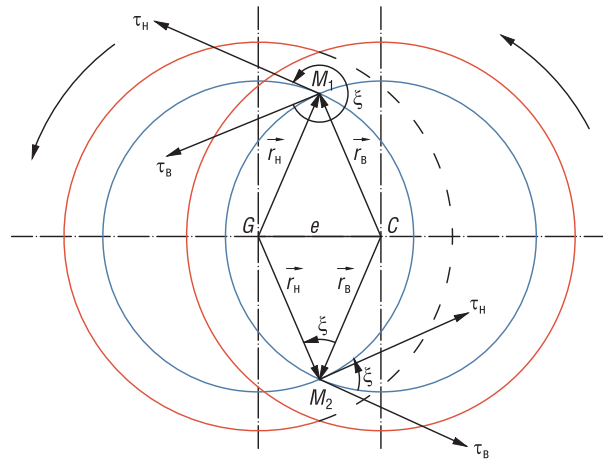


Рис. 4. Определение угла ξ
Fig. 4. Determination the angle ξ

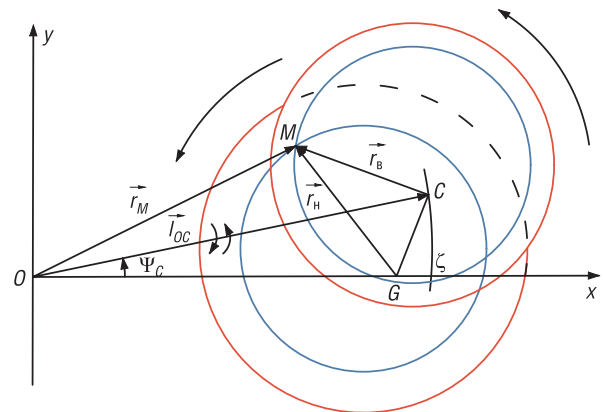


Рис. 5. Схема обработки с возвратно-вращательным движением верхнего звена
Fig. 5. Processing scheme with the reciprocating rotation of the upper element

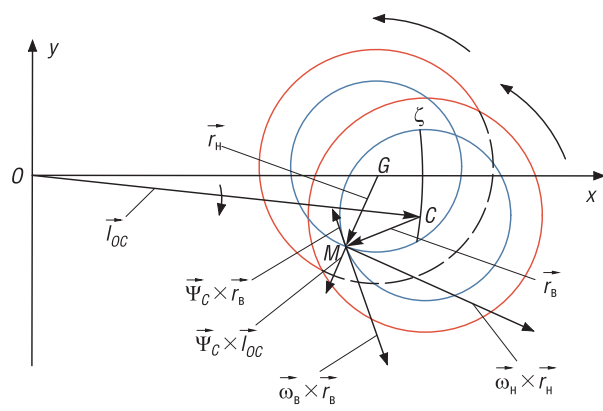


Рис. 6. Составляющие скорости скольжения
Fig. 6. Sliding speed components

Формула для скорости относительного скольжения с учетом (1)–(3) и (15) примет вид (рис. 6):

$$\vec{v} = \vec{\omega}_H \times \vec{r}_H - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_B - \vec{\psi}_c \times \vec{l}_{OC} + \vec{\psi}_c \times \vec{r}_B. \quad (16)$$

Запишем уравнение (16) в координатной форме. С этой целью дополнительно к системе координат Oxy введем системы координат $M\tau_H\nu_H\beta_H$ и $M\tau_B\nu_B\beta_B$, связанные с естественными трехгранниками Френе.

Векторы $\vec{\omega}_H \times \vec{r}_H$, $\vec{\omega}_B \times \vec{r}_B$ в системах координат соответственно $M\tau_H\nu_H\beta_H$, $M\tau_B\nu_B\beta_B$ имеют проекции $(\omega_H r_H, 0, 0)$, $(\omega_B r_B, 0, 0)$, причем связь между этими проекциями устанавливается посредством матрицы поворота (7).

Как показано в [1], проекции вектора $\vec{\psi}_c \times \vec{l}_{OC}$ в системе координат Oxy равны $(-\psi_c l_{OC} \sin \psi_c, \psi_c l_{OC} \cos \psi_c, 0)$.

Если угол между осями Ox и $M\tau_H$, отсчитываемый от оси Ox против часовой стрелки, обозначить через λ (рис. 7), то связь между проекциями вектора в системах координат $Oxyz$ и $M\tau_H\nu_H\beta_H$ устанавливается с помощью матрицы поворота

$$(M_\lambda) = \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

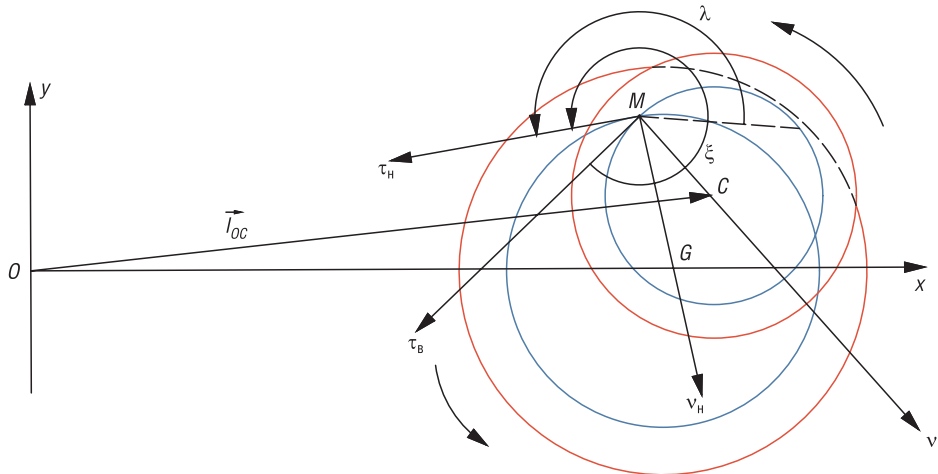


Рис. 7. Установление связи между координатами в различных системах координат

Fig. 7. Establish the relationship between coordinates in various coordinate systems

Вектор $\vec{\psi}_c$ перпендикулярен плоскости $M\tau_B\nu_B$, и в системе координат $M\tau_B\nu_B\beta_B$ его проекции равны $(0, 0, \psi_c)$. Тогда в системе координат $M\tau_B\nu_B\beta_B$ проекции вектора $\vec{\psi}_c \times \vec{r}_B$ будут $(\psi_c r_B, 0, 0)$.

С учетом приведенных значений проекций векторов выражение (16) можно записать

$$\begin{pmatrix} v_\tau \\ v_\nu \\ v_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_H r_H \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - (M_\xi) \begin{pmatrix} \omega_B r_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - (M_\lambda) \begin{pmatrix} -\psi_c l_{OC} \sin \psi_c \\ \psi_c l_{OC} \cos \psi_c \\ 0 \end{pmatrix} - (M_\xi) \begin{pmatrix} \psi_c r_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_H r_H - \omega_B r_B \cos \xi + \psi_c l_{OC} (\sin \psi_c \cos \lambda - \cos \psi_c \sin \lambda) - \psi_c r_B \cos \xi \\ \omega_B r_B \sin \xi - \psi_c l_{OC} (\sin \psi_c \sin \lambda + \cos \psi_c \cos \lambda) + \psi_c r_B \sin \xi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Численное значение скорости v можно определить по формуле

$$v = \sqrt{v_\tau^2 + v_\nu^2 + v_\beta^2}.$$

Для определения угла λ , входящего в (17), рассмотрим точки M_1 и M_2 , расположенные в различных частях зоны контакта (рис. 8).

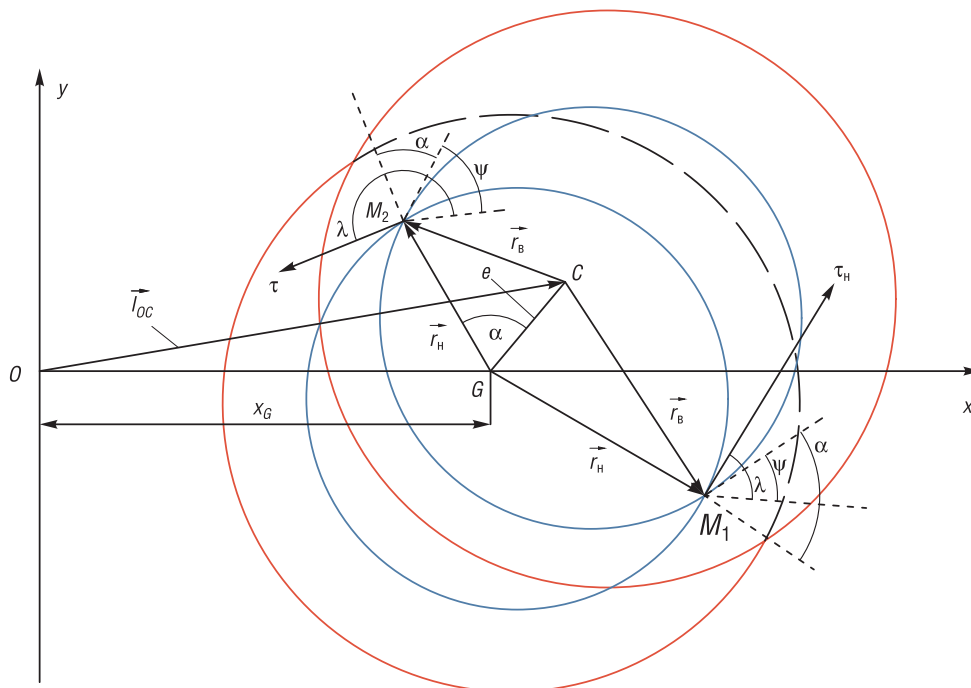


Рис. 8. Определение угла λ
 Fig. 8. Determination of the angle λ

Для точки M_2 угол λ можно представить в виде трех слагаемых: $\lambda = \Psi + \alpha + \frac{\pi}{2}$.

Углы Ψ и α определим по теореме косинусов из треугольников OCG и CGM_2 соответственно:

$$\Psi = \arccos \frac{l_{OC}^2 - x_G^2 - e^2}{2x_G e}, \alpha = \arccos \frac{r_H^2 + e^2 - r_B^2}{2r_H e}.$$

Для точки M_1 выражение для λ имеет вид $\lambda = \Psi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

Таким образом, угол λ определяется по формуле

$$\lambda = \Psi + \frac{\pi}{2} \pm \arccos \frac{r_H^2 + e^2 - r_B^2}{2r_H e}, \tag{18}$$

причем знак «+» необходимо выбирать для левых точек, «-» – для правых.

Заключение. Рассмотренный метод обработки конусов может быть использован при формообразовании деталей данного типа из различных материалов в условиях свободного притирания на рычажных станках посредством гибкого регулирования наладочных параметров последних.

Предложенная схема разбиения притирающихся поверхностей плоского инструмента и правильного позволила получить аналитические выражения для определения координат опорных точек на этих поверхностях, что необходимо при моделировании процесса обработки в условиях свободного притирания, обеспечивающего равномерное распределение путей трения по рабочей поверхности инструмента и гарантирующего стабильность ее плоскостности.

Полученная формула для скорости скольжения правильного относительно плоского инструмента позволяет рассчитать пути трения в той или иной зоне последнего при различных режимах работы технологического оборудования, что может быть положено в основу создания методики управления процессом формообразования конических деталей (аксиконов) на рычажных станках с точки зрения характера распределения подлежащего удалению припуска.

Список использованных источников

1. Кинематический анализ способа, повышающего точность обработки конических поверхностей / А. С. Козерук [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2020. – Т. 65, №2. – С. 197–204. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-2-197-204>
2. Зубаков, В. Г. Технология оптических деталей / В. Г. Зубаков, М. Н. Семибратов, С. К. Штандель; под ред. М. Н. Семибратова. – М.: Машиностроение, 1985. – 368 с.
3. Козерук, А. С. Формообразование прецизионных поверхностей / А. С. Козерук. – Минск: ВУЗ-ЮНИТИ, 1997. – 176 с.
4. Технология оптических деталей / М. Н. Семибратов [и др.]; под ред. М. Н. Семибратова. – М.: Машиностроение, 1978. – 415 с.

References

1. Kozeruk A. S., Dias Gonsales R. O., Filonova M. I., Kuznechik V. O., Varopay E. N. Kinematic analysis of the method increasing the accuracy of treatment of conic surfaces. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 2, pp. 197–204 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-2-197-204>
2. Zubakov V. G., Semybratov M. N., Standel S. K. *Optical Parts Technology*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 368 p. (in Russian).
3. Kozeruk A. S. *Shaping Precision Surfaces*. Minsk, VUZ-UNITI Publ., 1997. 176 p. (in Russian).
4. Semibratov M. N., Zubakov V. G., Shtandel' S. K., Kuznetsov S. M. *Technology of Optical Parts*. Moscow Mashinostroenie Publ., 1978. 415 p. (in Russian).

Информация об авторах

Козерук Альбин Степанович – доктор технических наук, профессор, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: akozeryk@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-5484-9294>

Диас Гонсалес Рафаэль Орландос – аспирант, Университетский политехнический институт Сантьяго Мариньо (Мерида, Боливарианская Республика Венесуэла). E-mail: raordigon.088@gmail.com

Сухоцкий Александр Анатольевич – старший преподаватель, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: suhotskiy.a@bntu.by

Филонова Марина Игоревна – кандидат технических наук, доцент, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: filonovami@mail.ru

Information about the authors

Albin S. Kozeruk – D. Sc. (Engineering), Professor, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: akozeryk@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-5484-9294>

Rafael Orlandos Dias Gonsales – Graduate Student, Instituto Universitario Politecnico Santiago Marino (Merida, Bolivarian Republic of Venezuela). E-mail: raordigon.088@gmail.com

Alexander A. Sukhotski – Senior Lecturer, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: suhotskiy.a@bntu.by

Marina I. Filonova – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: filonovami@mail.ru