

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА
MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS

УДК 539.214
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-2-186-193>

Поступила в редакцию 28.10.2020
Received 28.10.2020

О. М. Дьяконов

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

**ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ИЗОТРОПНОГО ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА
ПРИ ОДНОРОДНОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Аннотация. Выполнен математический анализ процессов пластического течения при однородной плоской, осесимметричной и объемной деформации. В основу анализа положено наружное формоизменение тела, определяющее перемещение материальных точек. Показано, что пластическое течение изотропного жесткопластического тела при плоской деформации подчинено гиперболическому закону, при осесимметричной и объемной – закону обратных квадратов. Пространственно-геометрические выражения этих законов позволили раскрыть и по-новому объяснить физическую сущность пластического сдвига. Доказано, что напряженное состояние тела при однородной деформации растяжения-сжатия является сложным и не может определяться как «линейное». Нормальное напряжение, совпадающее с направлением результирующего усилия деформирования, не является главным, так как в площадках, перпендикулярных этому направлению, касательные напряжения не равны нулю. Приведены примеры решения технологических задач: экструзии цилиндрических заготовок и волочения проволоки, прокатки широкой полосы прямоугольного профиля. Показано, что задачи по определению напряженно-деформированного состояния изотропных жесткопластических тел по известным траекториям перемещения материальных точек являются статически определяемыми.

Ключевые слова: закон, пластический, течение, металл, напряжение, деформация, точка, траектория, перемещение, однородный, сдвиг, напряженно-деформированное, состояние

Для цитирования: Дьяконов, О. М. Пластическое течение изотропного жесткопластического тела при однородной деформации / О. М. Дьяконов // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №2. – С. 186–193. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-2-186-193>

Oleg M. Dyakonov

Belarusian National Technical University, Minsk. Republic of Belarus

PLASTIC FLOW OF ISOTROPIC RIGID BODY AT UNIFORM DEFORMATION

Abstract. The mathematical analysis of plastic flow processes under uniform plane, axisymmetric and volumetric deformation is carried out. The analysis is based on the external shape change of the body, which determines the movement of material points. It is shown that the plastic flow of an isotropic rigid-plastic body under plane deformation obeys the hyperbolic law, and for axisymmetric and volumetric deformations – the inverse square law. Spatial-geometric expressions of these laws made it possible to reveal and explain in a new way the physical essence of plastic shear. It is proved that the stressed state of a body under uniform tension-compression deformation is complex and cannot be defined as “linear”. The normal stress, which coincides with the direction of the resulting deformation force, is not the main one, since in the areas perpendicular to this direction, the shear stresses are not equal to zero. Examples of solving technological problems are given: extrusion of cylindrical billets and wire drawing, rolling of a wide strip of rectangular profile. It is shown that the problems of determining the stress-strain state of isotropic rigid-plastic bodies along the known trajectories of movement of material points are statically definable.

Keywords: law, plastic, flow, metal, stress, deformation, point, trajectory, displacement, homogeneous, shear, stress-strain, state

For citation: Dyakonov O.M. Plastic flow of isotropic rigid body at uniform deformation. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 1, pp. 186–193 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-2-186-193>

Введение. В основу современной теории пластичности положена гипотеза, согласно которой пластическое течение деформируемого тела осуществляется по поверхностям (линиям) скольжения под действием максимальных сдвигающих напряжений постоянной величины, равной константе пластичности. Линии скольжения определяются не как траектории результирующих, а как траектории главных касательных напряжений. Общее решение задачи о плоской деформации, не согласующееся с кинематическими условиями, сводится к определению напряжений вдоль этих траекторий [1].

В случае осесимметричной деформации трехмерные уравнения математической теории пластичности решаются совместно с упрощенным условием пластичности Треска и ассоциированным с ним законом течения для напряженных состояний, соответствующих ребру поверхности текучести [2]. Системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа и краевые задачи для них сводятся к нелинейным уравнениям для областей с неизвестными границами. Решение этих уравнений обычно связано с принципиальными математическими трудностями, что вынуждает прибегать к ограничениям в виде гипотез и допущений.

Очевидно, что дальнейшее развитие теории пластичности и разрушения неразрывно связано с решением пространственно-геометрических задач формоизменения при условии «единственности» пластического течения [3]. Безусловно, сдвигающие напряжения в деформируемом металле присутствуют, зерна-кристаллиты поворачиваются и вытягиваются в направлении действия результирующих напряжений вплоть до образования волокнистых структур. В этом и заключается природа пластического сдвига, однако никакого скольжения слоев металла друг относительно друга в действительности не происходит. Слои металла деформируются и перемещаются совместно, опережая или затормаживая друг друга, но при этом межатомное взаимодействие в деформируемых кристаллических решетках не прекращается. Всякий макроскопический сдвиг или скольжение по атомным плоскостям с наибольшей плотностью атомов и накопленных дефектов по достижении определенного критического значения приводит к срезу или сколу, то есть к разрушению металла. Примерами могут служить явления трещинообразования в заготовках при применении инструментов прямоугольной конфигурации: в процессах выдавливания полостей цилиндрическими пуансонами, протягивания прутков через прямоугольную матрицу или волоку, вырубки-пробивки заготовок и др.

Таким образом, математическое моделирование процессов пластического формоизменения металлов на основе концепции скольжения слоев друг относительно друга при допущении разрыва скоростей по траекториям главных касательных напряжений противоречит физической природе пластического сдвига. В основу теории пластичности должны быть положены законы пластического течения при определяющем наружном формоизменении совместно с уравнениями механики сплошной среды: равновесия, пластичности, несжимаемости и неразрывности. Под пластическим сдвигом следует понимать последовательное перемещение, перестроение материальных точек или однородных объемов по единственно возможным траекториям без нарушения сплошности тела. Материальная точка в механике – это элементарный объем, движущийся по своей единственной траектории и претерпевающий при этом деформацию сдвига. Вектор перемещения точки в каждый фиксируемый момент времени направлен в сторону действия результирующего, но никак не главного касательного напряжения. Результирующее или сдвигающее напряжение равно константе пластичности и направлено по касательной к траектории в данной точке.

Закон пластического течения. Рассмотрим случай идеальной однородной деформации образца – одноосное растяжение или сжатие (рис. 1). Напряженно-деформированное состояние, пластическое течение металла при этих двух видах нагружения отличаются лишь направлением действия сил, то есть знаком и ничем более. Прямые линии или плоскости остаются прямыми и плоскими, параллельные прямые и параллельные плоскости остаются параллельными после деформации. Геометрически подобные и подобно расположенные элементы тела остаются геометрически подобными. Перемещения материальных точек являются линейными функциями координат, величины относительных деформаций постоянны.

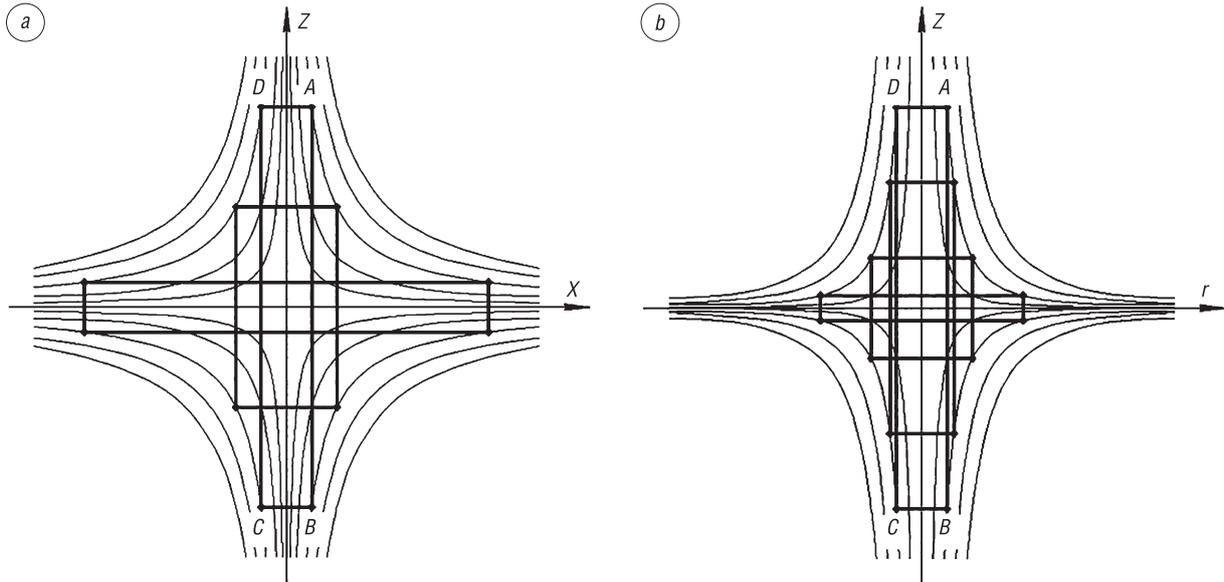


Рис. 1. Пластическое течение металла при однородной деформации: *a* – плоская, *b* – осесимметричная деформация
 Fig. 1. Plastic flow of metal with uniform deformation: *a* – flat, *b* – axisymmetric deformation

Деформируемый образец сохраняет форму прямоугольного параллелепипеда при плоской или объемной деформации (рис. 1, *a*) и форму цилиндра при осесимметричной деформации (рис. 1, *b*). Выделим внутри образца некоторую точку *A* с начальными координатами x_0, y_0, z_0 или r_0, φ_0, z_0 , траекторию перемещения которой мы хотим определить, а также кинематически запрещенный объем *ABCD*, в который точка *A* попасть не может. Исходя из условия постоянства объема *ABCD*, имеем:

при плоской деформации в декартовых координатах

$$z_0 x_0 = zx \text{ или } z = \frac{z_0 x_0}{x} = \frac{C_f}{x}; \quad (1)$$

при объемной деформации

$$x_0 y_0 z_0 = xyz \text{ или } z = \frac{z_0 y_0 x_0}{xy} = \frac{C_v}{xy}; \quad (2)$$

при осесимметричной деформации в цилиндрических координатах

$$\pi r_0^2 z_0 = \pi r^2 z \text{ или } z = \frac{z_0 r_0^2}{r^2} = \frac{C_s}{r^2}. \quad (3)$$

Во всех случаях траектория точки определена ее начальными координатами, а именно константами *C*. При плоской деформации перемещение точки подчинено гиперболическому закону, при осесимметричной или объемной – закону обратных квадратов.

Формула (1) является уравнением равнобочной гиперболы и представляет собой траекторию перемещения материальных точек образца в плоскостях, перпендикулярных оси *y*. Формулы (2) и (3) – обратно квадратичные траектории точек соответственно в диагональных и меридианных плоскостях, проходящих через ось *z*. В силу осевой симметрии нагружения траектории перемещения точек являются семейством кривых во всех четырех квадрантах.

При плоской деформации (рис. 2, *a*) уравнение касательной в точке к кривой (1) имеет вид:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha = \left(\frac{C_f}{x}\right)' = -\frac{C_f}{x^2}; \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_f}{x^2}; \quad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + C_f^2}}; \quad \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}} = \frac{C_f}{\sqrt{x^4 + C_f^2}}; \quad (5)$$

при осесимметричной (рис. 2, *b*) – к кривой 3:

$$\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha = \left(\frac{C_s}{r^2}\right)' = -\frac{2C_s}{r^3}; \quad (6)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2C_s}{r^3}; \quad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{r^3}{\sqrt{r^6 + 4C_s^2}}; \quad \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}} = \frac{2C_s}{\sqrt{r^6 + 4C_s^2}}. \quad (7)$$

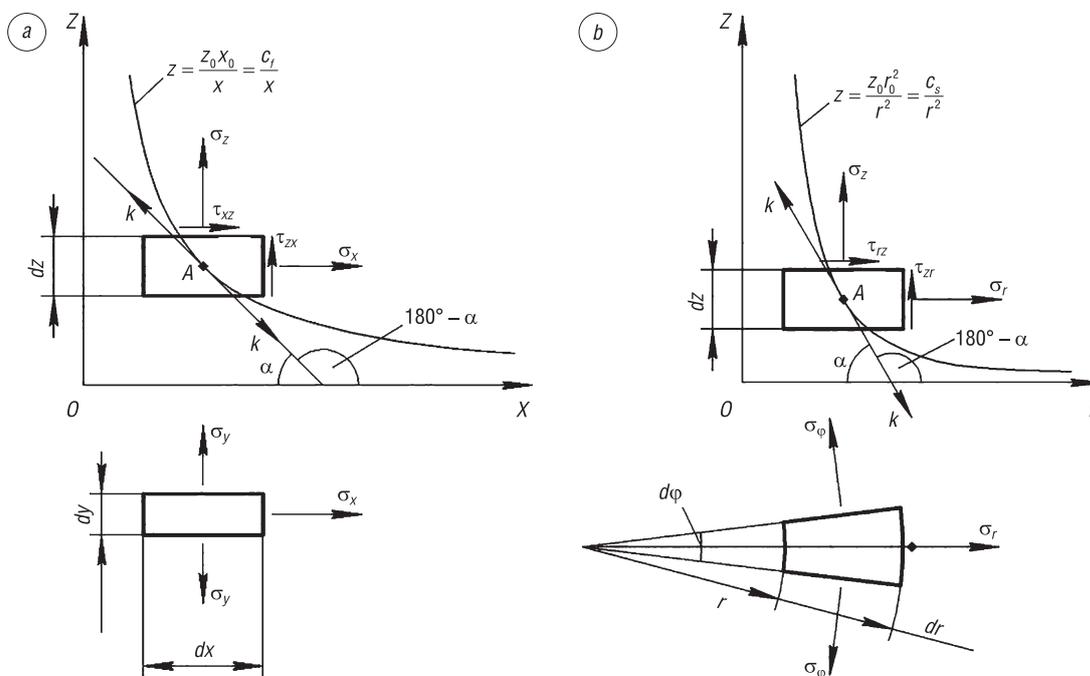


Рис. 2. Напряженное состояние материальной точки вдоль траектории перемещения: *a* – плоская деформация, *b* – осесимметричная деформация

Fig. 2. Stress state of a material point along the trajectory of movement: *a* – flat deformation, *b* – axisymmetric deformation

Особенность идеальной однородной пластической деформации растяжения-сжатия заключается в том, что она протекает при отсутствии угловых деформаций. Изменяются размеры образца при сохранении его формы: параллелепипед переходит в параллелепипед, цилиндр в цилиндр. Материальные точки, лежащие на вертикальной прямой *AB* или горизонтальной *AD* (см. рис. 1), перемещаются по различным траекториям и преодолевают различные расстояния, но при этом остаются на этих прямых, перемещаясь синхронно, не отрываясь друг от друга.

Под синхронным перемещением точек, слоев или объемов деформируемого тела следует понимать перемещение, при котором сохраняется геометрическое подобие как наружной формы тела, так и его внутренних элементов. Чем меньше величина угловых деформаций, тем большую пластичность проявляет металл и тем энергетически менее затратен процесс пластического деформирования. Синхронность перемещения материальных точек как единственно возможное перемещение при однородной деформации обеспечивается благодаря пространственно-геометрическим свойствам функций (1)–(3).

Наблюдаемые на поверхности образца при растяжении полосы (линии) Людерса–Чернова (ПЧЛ) есть следствие незначительного отклонения от синхронности перемещения слоев металла. Следы перемещения становятся видимыми. Их форма однозначно подтверждает гиперболический закон пластического течения при плоской деформации и обратно квадратичный закон – при осесимметричной.

Наиболее тщательное и достоверное исследование деформаций Людерса–Чернова проведено группой ученых под руководством профессора В. И. Данилова [4]. Авторы отмечают, что зарождение полосы начинается с формирования клина деформированного материала в средней

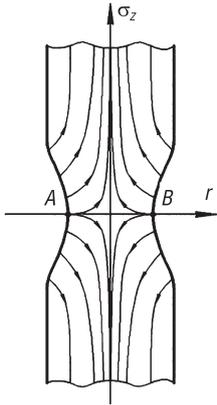


Рис. 3. Пластическое течение металла по обратно квадратичным траекториям при растяжении цилиндрического образца – процесс образования «шейки»
Fig. 3. Plastic flow of metal along inverse quadratic trajectories under tension of a cylindrical specimen – the process of “neck” formation

ных разнонаправленных обратно квадратичных траекторий (3), ортогональных к поверхностям нагружения. В приконтактных областях образуются застойные зоны, у боковой поверхности – зона действия растягивающих напряжений.

Сформулированный закон пластического течения, равно как и его математические выражения (1)–(3), является фундаментальным, представляет собой основу для расчета любого процесса пластической деформации, так как любой процесс пластической деформации состоит из процессов «растяжения-сжатия».

Деформированное состояние изотропного жесткопластического тела. Для полноты изложения материала и обоснования дальнейших математических расчетов приведем известные формулы для расчета деформаций [5]. В любой точке деформируемого тела при однородной плоской деформации

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\varepsilon_z = -\frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\Delta h}{h}; \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0; \quad (8)$$

при однородной осесимметричной деформации

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\Delta h}{h}; \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h}; \varepsilon_\varphi = \frac{u_r}{r} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h}; \varepsilon_r = \varepsilon_\varphi. \quad (9)$$

Окружная степень деформации равна радиальной. Это упрощает расчеты напряженного состояния, исходя из условий соосности и пропорциональности векторов напряжений и деформаций.

Определение напряженного состояния материальной точки по траектории ее перемещения для расчетов в механике. Предположим, что точка A с начальными координатами (z_0, x_0) расположена в центре массы элементарного параллелепипеда, грани которого параллельны координатным осям x, z (см. рис. 2, a). При однородной плоской деформации эта точка перемещается по траектории в виде равносторонней гиперболы (1) под действием результирующего сдвигающего напряжения, равного константе пластичности $\tau = k$. Элементарный объем, представляющий собой материальную точку, перемещается параллельно самому себе, сохраняя свое

части образца, который, расширяясь, распространяется к противоположному краю образца. Прораствание полосы в виде клина происходит до пересечения всего сечения образца. Так заканчивается формирование ПЧЛ и начинается расширение; фронты полосы перемещаются в противоположные стороны относительно друг друга. Наклон фронтов к оси растяжения меняется в пределах от 60° в момент формирования до 90° перед остановкой. Следовательно, от одного зародыша всегда формируется пара фронтов ПЧЛ, которые затем перемещаются в противоположные стороны.

Данное описание пластического течения металла при однородной деформации подтверждает приведенные выше математические построения (см. рис. 1).

В одном из поперечных сечений цилиндрического образца при растяжении (AB), при наличии дефекта-концентратора напряжений, расход металла, перемещаемого по эллиптическим траекториям вверх и вниз в направлении оси z , удваивается (рис. 3). Соседние слои увлекаются этим течением – образуется шейка, которая приводит к росту напряжения вследствие уменьшения площади сечения. Образец разрушается, при этом поверхность разрушения ортогональна к оси z , то есть к растягивающему напряжению.

Данный экспериментально подтверждаемый факт не согласуется с теорией линий скольжения, согласно которой разрушение образца должно было бы произойти под углом 45° , то есть под углом действия максимального главного касательного напряжения при главном нормальном напряжении σ_z .

Отклонения от синхронности перемещения материальных точек приводят к макроскопическим угловым деформациям тела. Например, при осадке цилиндрического образца торможение металла силами трения на контактных поверхностях приводит к искривлению боковой поверхности – образец приобретает форму «бочки». В самом металле появляется сетка симметричных

положение в пространстве. В каждый фиксированный момент времени вектор перемещения точки A совпадает с направлением касательной к гиперболе (1).

Уравнения равновесия элементарного объема имеют вид:

$$\begin{aligned} k \cos \alpha dydz &= \sigma_x dydz + \tau_{xz} dydx; \\ k \sin \alpha dydx &= \sigma_z dydx + \tau_{zx} dydz. \end{aligned} \tag{10}$$

После преобразований и сокращений, с учетом (4), (5) получим:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= x^2 \left(\frac{\tau_{xz}}{C_f} + \frac{k}{\sqrt{x^4 + C_f^2}} \right); \\ \sigma_z &= C_f \left(\frac{\tau_{xz}}{x^2} + \frac{k}{\sqrt{x^4 + C_f^2}} \right). \end{aligned} \tag{11}$$

Решая совместно систему уравнений (11) с условием пластичности Мизеса для плоской деформации

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = 4k^2, \tag{12}$$

получаем квадратное уравнение, из которого находим величину касательных напряжений:

$$\left[\frac{(x^4 - C_f^2)^2}{C_f^2 x^4} + 4 \right] \tau_{xz}^2 + \frac{2k(x^2 - C_f)^2 (x^2 + C_f)}{C_f x^2 \sqrt{x^4 + C_f^2}} \tau_{xz} + k^2 \left[\frac{(x^2 - C_f)^2}{x^4 + C_f^2} - 4 \right] = 0$$

или

$$\left(\frac{a^2 b^2}{c^2} + 4 \right) \tau_{xz}^2 + \frac{2ka^2 b}{c\sqrt{d}} \tau_{xz} + k^2 \left(\frac{a^2}{d} - 4 \right) = 0, \tag{13}$$

где $a = x^2 - C_f$; $b = x^2 + C_f$; $c = C_f x^2$; $d = x^4 + C_f^2$.

Подстановкой $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ в уравнения (11) определяем величину нормальных напряжений σ_x и σ_z .

Для осесимметричного напряженного состояния (см. рис. 2, *b*) уравнения равновесия элементарного объема запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} k \cos \alpha r d\varphi dz &= \sigma_r (r + dr) d\varphi dz + \tau_{rz} r d\varphi dr - \sigma_\varphi d\varphi r dr dz; \\ k \sin \alpha r d\varphi dr &= \sigma_z r d\varphi dr + \tau_{zr} (r + dr) d\varphi dz. \end{aligned} \tag{14}$$

После сокращений на $r d\varphi dz$ и $r d\varphi dr$ получим:

$$\begin{aligned} k \cos \alpha &= \sigma_r + (\sigma_r - \sigma_\varphi) \frac{dr}{r} + \tau_{rz} \frac{dr}{dz}; \\ k \sin \alpha &= \sigma_z + \tau_{zr} \frac{dz}{dr} + \tau_{zr} \frac{dz}{r}. \end{aligned}$$

Пренебрегая слагаемыми, содержащими бесконечно малые $\frac{dr}{r}$ и $\frac{dr}{z}$, произведем замену тригонометрических функций выражениями (6), (7):

$$\begin{aligned} \sigma_r &= r^3 \left(\frac{\tau_{rz}}{2C_s} + \frac{k}{\sqrt{r^6 + 4C_s^2}} \right); \\ \sigma_z &= 2C_s \left(\frac{\tau_{zr}}{r^3} + \frac{k}{\sqrt{r^6 + 4C_s^2}} \right). \end{aligned} \tag{15}$$

Выражения (15) не содержат окружную компоненту напряжений σ_φ . Это обстоятельство является вполне закономерным, так как с учетом (9) $\sigma_r = \sigma_\varphi$. В уравнении равновесия (14) слагаемое, содержащее разность этих напряжений, обращается в нуль.

Решая совместно систему уравнений (15) с условием пластичности Мизеса для осесимметричной деформации ($\sigma_r = \sigma_\phi$):

$$(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 3\tau_{rz}^2 = 3k^2, \quad (16)$$

получаем квадратное уравнение, из которого находим величину касательных напряжений:

$$\left[\frac{(r^6 - 4C_s^2)^2}{4C_s^2 r^6} + 3 \right] \tau_{rz}^2 + \frac{2k(r^3 - 2C_s)^2 (r^3 + 2C_s)}{2C_s r^3 \sqrt{r^6 + 4C_s^2}} \tau_{rz} + k^2 \left[\frac{(r^3 - 2C_s)^2}{r^6 + 4C_s^2} - 3 \right] = 0$$

или

$$\left(\frac{a^2 b^2}{c^2} + 3 \right) \tau_{rz}^2 + \frac{2ka^2 b}{c\sqrt{d}} \tau_{rz} + k^2 \left(\frac{a^2}{d} - 3 \right) = 0, \quad (17)$$

где $a = r^3 - 2C_s$; $b = r^3 + 2C_s$; $c = 2C_s r^3$; $d = r^6 + 4C_s^2$.

Подстановкой $\tau_{rz} = \tau_{zr}$ в уравнения (15) определяем величину нормальных напряжений σ_r и σ_z .

Вычисления по формулам (11), (13), (15), (17) показывают, что напряжения при однородной деформации растяжения-сжатия представляют собой функции координат, напряженное состояние является сложным и не может определяться как «линейное». В площадках действия нормального напряжения σ_z , перпендикулярных оси z , касательные напряжения не равны нулю, следовательно, напряжение σ_z не является главным.

Примеры технологических задач. Примерами идеальной однородной пластической деформации без трения являются процессы волочения и экструзии в волоках и матрицах, профиль которых выполнен по обратно квадратичной зависимости (3) (рис. 4). Эти процессы отличаются от процессов растяжения или сжатия цилиндрических заготовок лишь направлением пластического течения, которое так же, как и в ранее рассмотренных случаях, подчинено закону обратных квадратов. Траектории перемещения материальных точек представляют собой семейство кривых (3). При отсутствии трения плоские сечения прутков или проволоки (AB , CD , EF и др.) остаются плоскими.

Для увеличения коэффициента редукиции ($K = D/d$) целесообразно применять комбинированный профиль матрицы. Профиль матрицы, выполненный по кривой первого квадранта, плавно переходит в такую же кривую третьего квадранта (строится поворотом кривой на 180°). Координата точки перехода C определяется по формуле $r = (D + d)/4$.

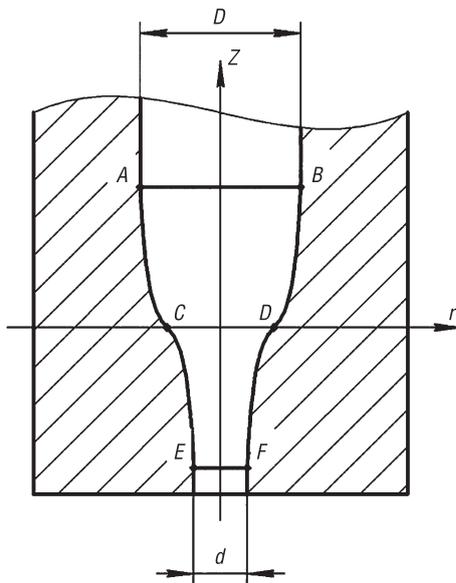


Рис. 4. Матрица с обратно квадратичным профилем (3) для экструзии цилиндрических заготовок: $K = D/d = 3$ ($D = 30$ мм, $d = 10$ мм)

Fig. 4. Inverse quadratic die (3) for extrusion of cylindrical billets: $K = D/d = 3$ ($D = 30$ mm, $d = 10$ mm)

Расчет напряженно-деформированного состояния металла в процессах волочения или экструзии производится по тем же формулам, что и для однородного «растяжения-сжатия». Всякие отклонения от закона обратных квадратов, в частности при проектировании инструмента, приводят к образованию либо застойных зон, либо трещин в деформируемом металле.

Примером однородной плоской деформации следует считать также прокатку широкой прямоугольной полосы (рис. 5). Дуга AD круглого вала практически совпадает по профилю с гиперболой ABC (1). Поперечные сечения полосы и, в частности, ее плоский торец EF при малых и средних толщинах S и степенях обжатия S/s остаются плоскими.

Выводы

Пластическое течение изотропного жесткопластического тела при однородной плоской деформации подчинено гиперболическому закону, при однородной осесим-

метричной и объемной деформации – закону обратных квадратов. Математические пространственно-геометрические выражения этих законов обеспечивают синхронность перемещения смежных потоков и, таким образом, позволяют раскрыть физическую сущность пластического деформирования.

Напряженное состояние тела при однородной деформации является сложным и не может определяться как «линейное». Нормальное напряжение, совпадающее с направлением результирующего усилия деформирования, не является главным, так как в площадках, перпендикулярных этому направлению, касательные напряжения не равны нулю.

Задачи по определению напряженно-деформированного состояния изотропных жесткопластических тел по известным траекториям перемещения материальных точек являются статически определимыми, имеют замкнутое аналитическое решение.

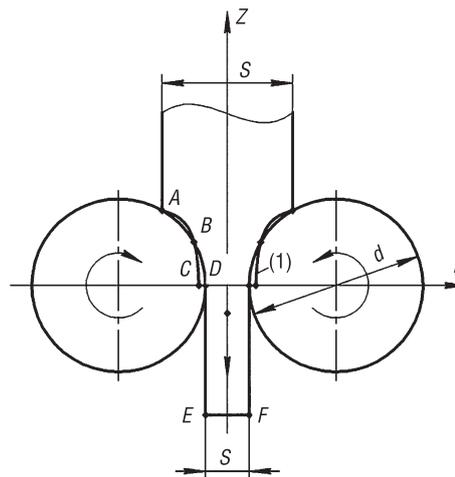


Рис. 5. Прокатка широкой прямоугольной полосы (плоская деформация)

Fig. 5. Rolling a wide rectangular strip (flat deformation)

Обозначения, принятые в статье

σ , τ – нормальное и касательное напряжения; u – перемещение материальной точки; ε – степень деформации; h – высота образца; Δh – путь деформирования; k – константа пластичности.

Список использованных источников

1. Ивлев, Д. Д. Теория идеальной пластичности / Д. Д. Ивлев. – М.: Физматлит, 1966. – 232 с.
2. Радаев, Ю. Н. Пространственная задача математической теории пластичности / Ю. Н. Радаев. – Самара: Самар. ун-т, 2004. – 140 с.
3. Буханько, А. А. Теория пластического течения в механике разрушения и ее приложения: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / А. А. Буханько. – Самара, 2015. – 205 л.
4. Исследование деформаций Людерса в малоуглеродистой стали / В. И. Данилов [и др.] // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2017. – Т. 60, № 10. – С. 831–838.
5. Филимонов, В. И. Теория обработки металлов давлением: учеб. пособие / В. И. Филимонов, О. В. Мищенко. – Ульяновск: УлГТУ, 2012. – 208 с.

References

1. Ivlev D. D. *The Theory of Ideal Plasticity*. Moscow, Fizmatlit Publ., 1966. 232 p. (in Russian).
2. Radaev Yu. N. *The Spatial Problem of the Mathematical Theory of Plasticity*. Samara, Samara University, 2004. 140 p. (in Russian).
3. Bukhanko A. A. *The Theory of Plastic Flow in Fracture Mechanics and Its Applications*. Samara, 2015. 205 p. (in Russian).
4. Danilov V. I., Gorbatenko V. V., Zuev L. B., Orlova D. V., Danilova L. V. Research of Luders deformations in low-carbon steel. *Steel in Translation*, 2017, vol. 60, no. 10, pp. 662–668. <https://doi.org/10.3103/s0967091217100035>
5. Filimonov V. I., Mishchenko O. V. *The Theory of Metal Pressure Processing*. Ulyanovsk, Ulyanovsk State Technical University, 2012. 208 p. (in Russian).

Информация об авторе

Дьяконов Олег Михайлович – доктор технических наук, профессор, кафедры порошковой металлургии, сварки и технологии материалов, Белорусский национальный технический университет (ул. Я. Коласа, 24, корп. 7, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: deaconco@mail.ru

Information about the author

Oleg M. Dyakonov – D. Sc. (Engineering), Professor, Department of Powder Metallurgy, Welding and Technology of Materials, Belarusian National Technical University (24, bilding 7, Ya. Kolas Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: deaconco@mail.ru