

С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин*Военная академия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь***АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С МНОГОФАЗНОЙ ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКОЙ В ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ**

Аннотация. Разработана аналитическая модель для расчета магнитного поля в многофазной синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками. Проведен гармонический анализ функций распределения магнитного поля возбуждения и магнитного поля реакции якоря с учетом наличия высших гармонических составляющих в функции магнитодвижущей силы постоянных магнитов, переменной магнитной проводимости воздушного зазора, полигармонического режима работы многофазной электрической машины и несинусоидального закона изменения пространственных обмоточных функций. В результате анализа приведено обоснование, что в исследуемой электрической машине девятифазная обмотка может извлекать с наибольшей эффективностью гармонические составляющие первого и третьего порядков вращающегося магнитного поля для создания потокосцепления и наведения электродвижущей силы (а также создавать магнитодвижущую силу с преобладающими пространственными гармониками первого и третьего порядков). В исследуемой электрической машине амплитуды рабочих гармоник индукции модулированного магнитного поля реакции якоря могут быть увеличены за счет модуляции нерабочих гармоник магнитодвижущей силы реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков. Для проверки разработанных положений создана магнитостатическая векторная модель магнитного поля исследуемой электрической машины. Результаты моделирования подтвердили высокую результативность разработанной аналитической модели для расчета магнитного поля в синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками. Применение такой модели позволит наиболее достоверно выявить влияние геометрических параметров магнитной цепи и схемы многофазной обмотки на характер изменения функций индукции магнитного поля в воздушном зазоре при наименьших временных затратах в процессе оптимизации электрической машины.

Ключевые слова: синхронная электрическая машина, многофазная обмотка, высшие гармоники, магнитное поле, пространственная обмоточная функция

Для цитирования: Пантелеев, С. В. Анализ особенностей магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой в полигармоническом режиме работы / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 343–355. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>

Stanislav V. Pantelev, Andrey N. Malashin*Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***ANALYSIS OF FEATURES OF MAGNETIC FIELD OF A SYNCHRONOUS ELECTRIC MACHINE WITH A MULTI-PHASE FRACTIONAL SLOT WINDING IN A POLYHARMONIC MODE OF OPERATION**

Abstract. An analytical model has been developed for calculating magnetic field in a multiphase synchronous electric machine with fractional toothed windings. For this, a harmonic analysis of the distribution functions of the magnetic field of excitation and the magnetic field of the armature reaction was carried out, taking into account the presence of higher harmonic components in the function of the magnetomotive force of permanent magnets, variable magnetic conductivity of the air gap, polyharmonic mode of operation of a multiphase electric machine and a non-sinusoidal law of variation of spatial winding functions. As a result of the analysis, the substantiation is given that in the investigated electric machine a nine-phase winding can extract with the greatest efficiency the harmonic components of the first and third order of a rotating magnetic field to create flux linkage and induce an electromotive force (as well as create a magnetomotive force with prevailing spatial harmonics of the first and third order). In the investigated electric machine, the amplitudes of the working harmonics of the induction of the modulated magnetic field of the armature reaction can be increased due to the modulation of the inoperative harmonics of the magnetomotive force of the armature response by the stator teeth to the first and third order. To check the developed provisions, a magnetostatic vector model of the magnetic field of the investigated electric machine was created. The simulation results confirmed the high efficiency of the developed analytical model for calculating the magnetic field in a synchronous electric machine with fractional toothed windings. The use of such a model will make it possible to reveal most reliably the influence of the geometric

parameters of the magnetic circuit and the multiphase winding circuit on the nature of the change in the functions of the magnetic field in the air gap with the lowest time costs in the process of optimizing an electric machine.

Keywords: synchronous electric machine, multiphase winding, higher harmonics, magnetic field, spatial winding function

For citation: Panteleev S. V., Malashin A. N. Analysis of features of magnetic field of a synchronous electric machine with a multi-phase fractional slot winding in a polyharmonic mode of operation. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 343–355 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>

Введение. В системах электроснабжения автономных объектов широко применяются синхронные электрические машины с постоянными магнитами (ПМ), что объясняется высокой надежностью, простотой конструкции, высоким КПД и коэффициентом мощности по сравнению с другими классами электрических машин [1, 2]. Можно выделить особую группу синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками (СЭМ с ДЗО), которые имеют уменьшенную удельную массу за счет уменьшения длины лобовых частей обмотки, осевых размеров электрической машины, ширины ярма магнитопровода статора и ярма ротора [3]. Основным недостатком СЭМ с ДЗО является наличие широкого спектра пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре, обусловленных несинусоидальным распределением индукции магнитного поля возбуждения и реакции якоря, что является причиной дополнительных потерь в электрической машине [4].

Разработанный в [5, 6] способ полезного преобразования энергии высших гармонических составляющих вращающегося магнитного поля за счет использования многофазной обмотки ($m > 3$) в СЭМ с ДЗО позволяет повысить удельную мощность, уменьшить амплитуду и увеличить частоту пульсаций мгновенной мощности (или крутящего момента), а также уменьшить потери от высших гармоник магнитного поля возбуждения в электрической машине. Данный подход предполагает целенаправленное формирование таких условий проявления высших гармонических составляющих пространственных функций распределения магнитодвижущей силы (МДС) и магнитной индукции, а также временных графиков электродвижущей силы (ЭДС) и токов в обмотках электрической машины, при которых реализовано их полезное использование для улучшения характеристик электрической машины.

Структура электромагнитной системы СЭМ с ДЗО характеризуется двусторонней зубчатостью (наличием открытых и полужакрытых пазов). В таком случае магнитное поле возбуждения модулируется посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора электрической машины. Существующие научные труды в основном сосредоточены на исследовании влияния эффекта модуляции магнитного поля на пульсации крутящего момента [7], виброшумовые показатели [8], величину потерь в электрической машине [9]. Однако не исследована возможность полезного использования высших (в том числе модулированных) гармоник вращающегося магнитного поля возбуждения для наведения ЭДС в многофазной зубцовой обмотке СЭМ.

При функционировании многофазной электрической машины с полигармонической ЭДС и двунаправленного полупроводникового преобразователя электрической энергии в автономной системе электроснабжения вполне корректно принять допущение об активном характере нагрузки электрической машины [10]. В данном случае система полигармонических токов многофазной ДЗО будет образовывать в воздушном зазоре электрической машины по две волны индукции магнитного поля с разным числом полюсов и направлением вращения на каждую гармонику тока [4]. При этом магнитное поле реакции якоря модулируется посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора электрической машины.

Переменная магнитная проводимость воздушного зазора СЭМ с ДЗО, несинусоидальное распределение фазных обмоток, повышенная «степень свободы» многофазных электрических машин [2, 11] и полигармонический режим работы [12] обуславливают сложный характер изменения магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с многофазной ДЗО. Расчет магнитного поля в электрической машине является основным этапом при определении ее индуктивных параметров и ЭДС [12].

Цель настоящей работы – провести анализ распределения магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой, и установить степень влияния высших (в том числе модулированных) гармоник вращающегося магнитного поля на ЭДС в обмотке электрической машины.

Структура электромагнитной системы синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками. Особенностью СЭМ с ДЗО является то, что одному полюсному делению ротора соответствует не целое, а дробное число зубцовых (пазовых) делений статора. При этом в таких электрических машинах схема обмотки над полюсом или над парой полюсов не может быть дублирована для построения всей обмотки.

В СЭМ с ДЗО обмотка статора выполняется из катушек, каждая из которых размещена на отдельном зубце магнитопровода статора. Обмотка состоит из Θ повторяющихся частей, соединенных последовательно. В каждой из этих частей содержится m катушечных групп, количество которых равно числу фаз электрической машины. В катушечную группу включаются расположенные подряд и соединенные последовательно катушки, число которых равно z_{gr} . Правила выбора параметров Θ , m , z_{gr} и числа пар полюсов p для СЭМ с ДЗО даны в [4, 5].

На рис. 1 приведен пример схемы линейной развертки электромагнитной системы и схемы обмотки девятифазной СЭМ с зубцовым шагом обмотки статора при следующих параметрах электрической машины: $\Theta = 2$, $m = 9$, $z_{gr} = 2$, $p = 17$, число пазов магнитопровода статора $z_1 = 36$ и число пазов на полюс и фазу $q = 2/17$. При построении зубцовой обмотки использовался известный метод звезды векторов пазовых ЭДС [1].

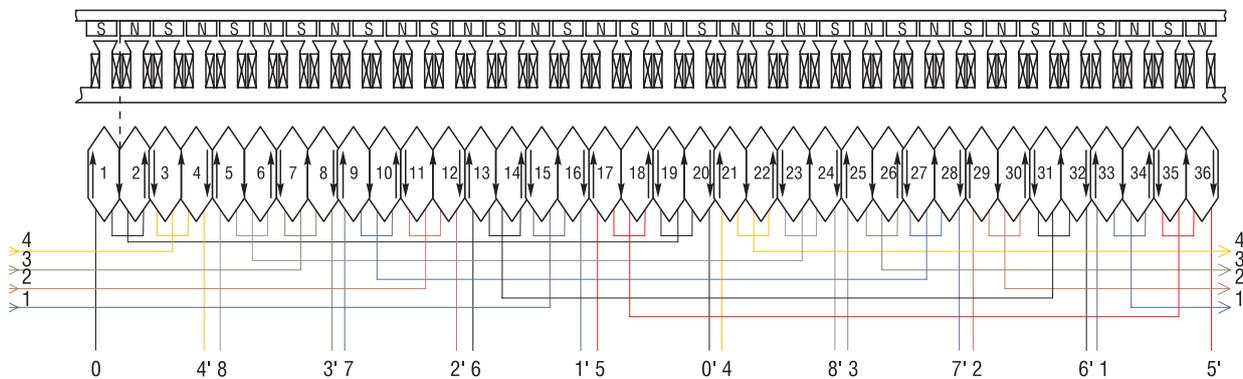


Рис. 1. Пример схемы линейной развертки электромагнитной системы и схемы обмотки синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при $m = 9$, $z_1 = 36$, $p = 17$, $q = 2/17$

Fig. 1. An example of a linear sweep diagram of an electromagnetic system and a winding diagram of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at $m = 9$, $z_1 = 36$, $p = 17$, $q = 2/17$

Для моделирования влияния схемы и параметров обмотки на вращающееся магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины используется пространственная обмоточная функция (ПОФ) [10, 14]. Гармонический состав ПОФ определяет характер распределения МДС обмотки вдоль воздушного зазора и фильтрующие свойства обмотки как источника ЭДС по отношению к высшим пространственным гармоникам магнитного поля.

На рис. 2 представлены график изменения ПОФ вдоль воздушного зазора и амплитудно-частотные характеристики ПОФ для одной фазы (синий) и девятифазной обмотки (красный) СЭМ с ДЗО при $m = 9$, $q = 2/17$.

Из зависимостей на рис. 2 видно, что пространственная обмоточная функция для сосредоточенной обмотки исследуемой электрической машины содержит широкий спектр пространственных гармоник. В частности, гармонические составляющие с порядковым номером $\nu \in [11, 19]$ являются преобладающими и гармониками первого порядка. Им соответствуют гармоники третьего порядка, из которых преобладающими являются составляющие с номером $\nu = 51, 57$. Следовательно, исследуемая девятифазная обмотка может извлекать с наибольшей эффективностью гармонические составляющие первого и третьего порядков вращающегося магнитного поля для создания потокосцепления и наведения ЭДС, а также создавать МДС с преобладающими пространственными гармониками первого и третьего порядков.

Анализ особенностей магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины. Анализ характеристик магнитного поля позволяет определить распределение индукции магнитного поля в воздушном зазоре и других активных частях машины, вычислить потокосцепления,

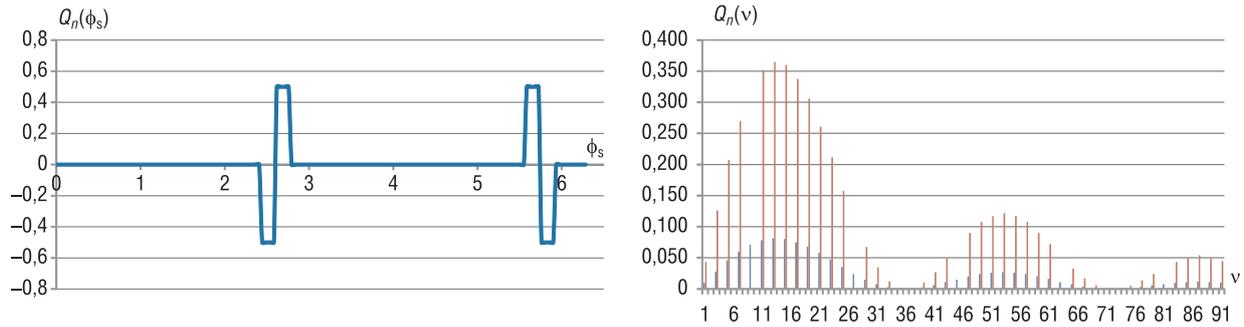


Рис. 2. График изменения пространственной обмоточной функции вдоль воздушного зазора и амплитудно-частотные ее характеристики для одной фазы (синий) и девятифазной обмотки (красный) синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при $m = 9, q = 2/17$

Fig. 2. Graph of changes in the spatial winding function along the air gap and its amplitude-frequency characteristics for one phase (blue) and nine-phase winding (red) of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at $m = 9, q = 2/17$

ЭДС и индуктивные параметры обмотки статора. Для этого необходимо принять ряд допущений: электромагнитное поле в электрической машине является плоскопараллельным [12]; магнитная проницаемость стали бесконечно велика, насыщение магнитопровода не учитывается [1]; относительная проницаемость постоянных магнитов равна проницаемости воздуха [12]; потоки рассеивания и концевой эффект обмотки не учитываются.

Магнитное поле возбуждения. Для СЭМ с ДЗО (см. рис 1) функция изменения магнитодвижущей силы (МДС) постоянных магнитов в воздушном зазоре определяется выражением

$$F_r(\phi_s) = F_{pm} \sum_{k=0}^{2p-1} w_k S(\phi_s - k\tau_r), \quad (1)$$

где F_{pm} – коэрцитивная сила постоянного магнита; w_k – компонент, определяющий направление намагничивания постоянного магнита (1; -1); $\tau_r = \pi/p$ – величина полюсного деления ротора; p – число пар полюсов ротора (которое в данной статье определяет порядок основной гармоники магнитного поля СЭМ с ДЗО); ϕ_s – фаза по окружности воздушного зазора; $S(\phi_s - k\tau_r)$ – функция полюсного деления ротора, которая определяется следующим образом:

$$S(\phi_s - k\tau_r) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\phi_s - k\tau_r) \in [0, b_r]; \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

На рис. 3 представлены график и амплитудно-частотная характеристика функции распределения первичной МДС постоянных магнитов в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО.

Из рис. 3 следует, что в функции распределения первичной МДС постоянных магнитов преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен νp .

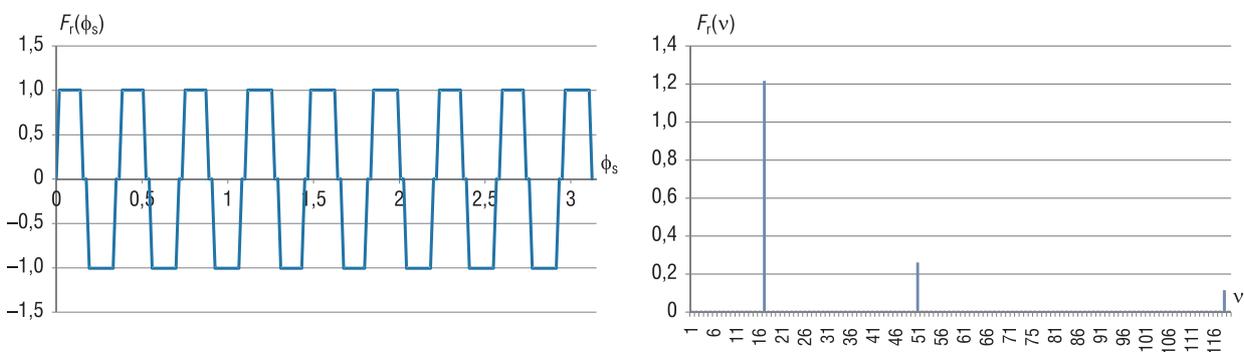


Рис. 3. График и амплитудно-частотная характеристика функции распределения первичной магнитодвижущей силы постоянных магнитов в воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 3. Graph and amplitude-frequency characteristic of the distribution function of the primary magnetomotive force of permanent magnets in the air gap of a synchronous electric machine with fractional toothed windings

С учетом этого выражение (1) можно представить в частотной области и приближенном виде следующим образом:

$$F_r(\phi_s, t) \approx \sum_{v=1,3,\dots}^7 F_{vr} \cos vp(\Omega_r t - \phi_s), \quad (3)$$

где Ω_r – механическая скорость вращения; v – порядок гармонической составляющей МДС; F_{vr} – амплитуда гармоники МДС v -го порядка.

Пазы магнитопровода статора обуславливают изменение значений функции магнитной проводимости вдоль воздушного зазора СЭМ с ДЗО. Путем введения функции модуляции МДС возбуждения $M[F_r(\phi_s, t)]$ физическому воздушному зазору с переменной магнитной проводимостью можно поставить в соответствие эквивалентный воздушный зазор с постоянной магнитной проводимостью, как показано на рис. 4.

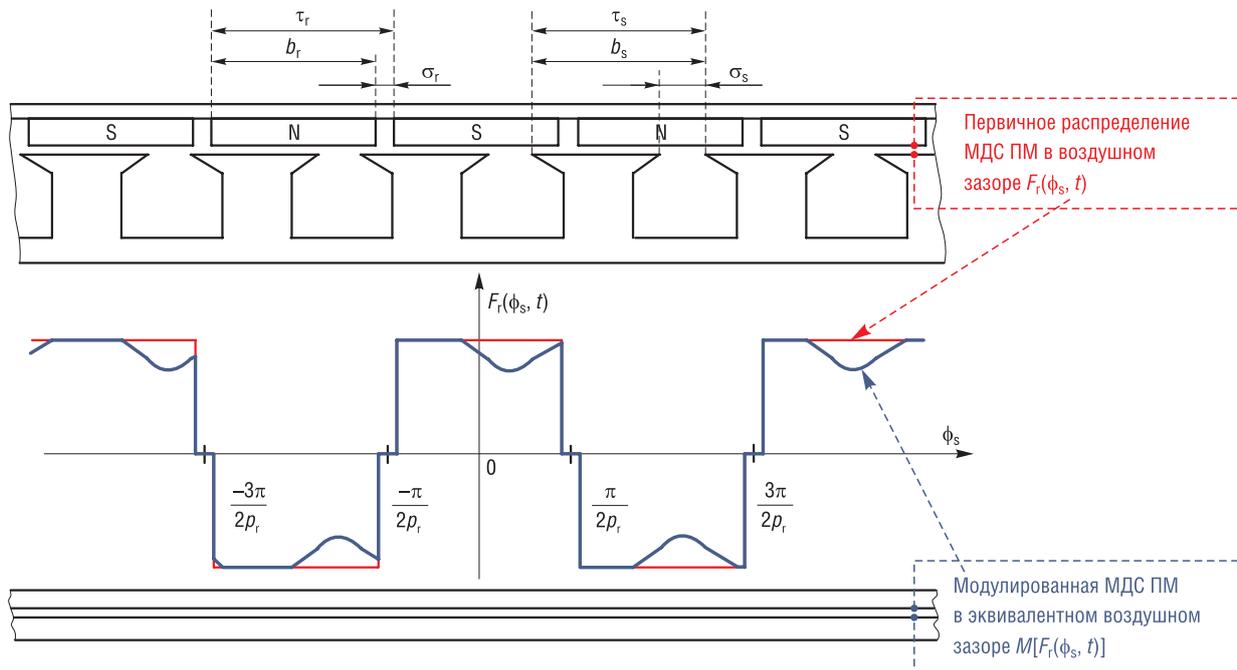


Рис. 4. Модулированная магнитодвижущая сила постоянных магнитов в эквивалентном воздушном зазоре с постоянной магнитной проводимостью

Fig. 4. Modulated magnetomotive force of permanent magnets in an equivalent air gap with constant magnetic conductivity

Функция модуляции МДС возбуждения пазами статора преобразует произвольную непрерывную функцию к кусочно-линейной функции на периоде $[0, 2\pi]$:

$$M[F_{r(s)}(\phi_s)] = M_s(\phi_s) F_{r(s)}(\phi_s);$$

$$M[F_{r(s)}(\phi_s)] = \begin{cases} F_{r(s)}(\phi_s), \phi_s \in [x\tau_s, x\tau_s + b_s], x \in Z; \\ f(\sigma_s/\tau_s) F_{r(s)}(\phi_s), \phi_s \notin [x\tau_s, x\tau_s + b_s], x \in Z, \end{cases} \quad (4)$$

где $M_s(\phi_s)$ – функция модуляции пазами статора; τ_s – зубцовое деление статора, рад; b_s – интервал, занимаемый зубцами статора, рад; $f(\sigma_s/\tau_s)$ – функция, учитывающая изменение первичной МДС в области паза статора [15]; σ_s – ширина паза статора, рад.

На рис. 5 представлены график и амплитудно-частотная характеристика функции модуляции МДС вдоль воздушного зазора СЭМ с ДЗО.

Из содержания рис. 5 можно сделать вывод, что в функции модуляции МДС пазами статора преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен jz_1 .

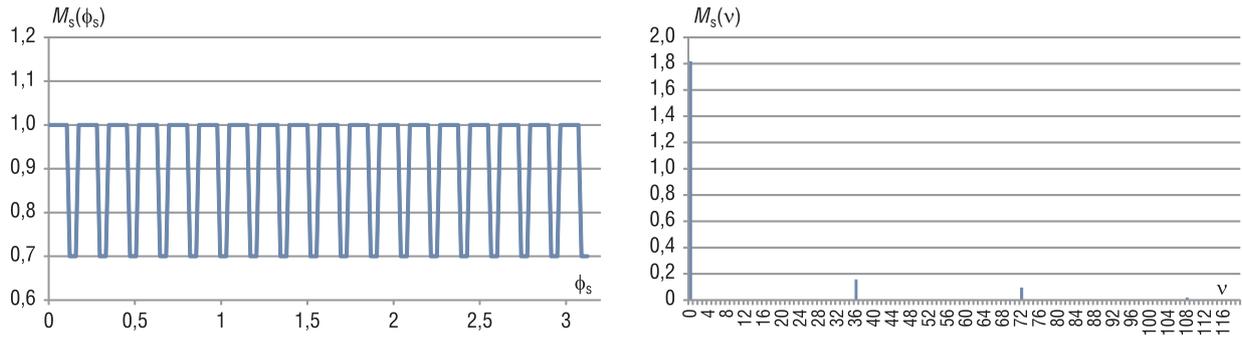


Рис. 5. График и амплитудно-частотная характеристика функции модуляции магнитодвижущей силы вдоль воздушного зазора синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 5. Graph and frequency response of the modulation function of the magnetomotive force along the air gap of a synchronous electric machine with fractional toothed windings

С учетом этого функцию модуляции в выражении (4) можно представить в частотной области следующим образом:

$$M_s(\phi_s) = \sum_{j=0}^5 M_{sj} \cos(jz_1\phi_s), \tag{5}$$

где j – порядок гармонической составляющей функции модуляции; M_{sj} – амплитуда гармоники функции модуляции j -го порядка.

При работе исследуемой электрической машины без нагрузки модулированная МДС постоянных магнитов обеспечивает в эквивалентном равномерном воздушном зазоре распределение индукции магнитного поля возбуждения, радиальная составляющая которой определяется выражениями [16]:

$$B_r(\phi_s, t) = \lambda_0 F_r(\phi_s, t) M_s(\phi_s); \tag{6}$$

$$B_r(\phi_s, t) = \frac{1}{2} \lambda_0 \sum_{j=0,1,2\dots}^{\infty} \sum_{v=1,3,5\dots}^{\infty} F_{vr} M_{sj} \cos[vp\Omega_r t - (vp + jz_1)\phi_s] + \frac{1}{2} \lambda_0 \sum_{j=0,1,2\dots}^{\infty} \sum_{v=1,3,5\dots}^{\infty} F_{vr} M_{sj} \cos[vp\Omega_r t - (vp - jz_1)\phi_s], \tag{7}$$

где $\lambda_0 = \mu_0/\delta$ – постоянная магнитная проводимость эквивалентного равномерного воздушного зазора; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; δ – величина эквивалентного равномерного воздушного зазора.

Выражение (6) определяет функцию пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля возбуждения в эквивалентном воздушном зазоре СЭМ с ДЗО, график и амплитудно-частотная характеристика которой представлены на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что для исследуемой СЭМ с ДЗО в спектре сигнала индукции модулированного магнитного поля возбуждения пространственные гармоники порядка vp являются преобладающими, что соответствует преобладающим гармоническим составляющим пространственной обмоточной функции обмотки (см. рис. 2). Вместе с тем в результате модуляции первичного распределения МДС возбуждения явными зубцами статора спектр сигнала содержит гармонические составляющие, порядковый номер которых не равен vp .

Выражение (7) определяет гармонический состав индукции магнитного поля возбуждения СЭМ с ДЗО. Из данного выражения видно, что посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора выполняется модуляция первичного распределения МДС постоянных магнитов. После модуляции МДС (3) зубцами статора в воздушном зазоре электрической машины индукция магнитного поля возбуждения содержит кроме исходных гармоник порядка vp с механической скоростью вращения Ω_r также модулированные гармоники с порядком $|vp \pm jz_1|$, вращающиеся со скоростью $vp\Omega_r/(vp \pm jz_1)$. Положительная и отрицательная скорости вращения соответствуют гармоникам, вращающимся в одном или обратном направлении с ротором.

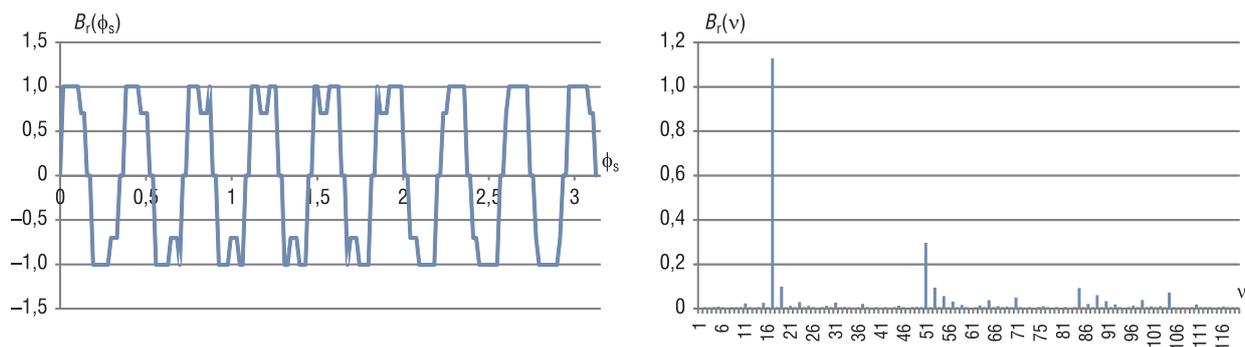


Рис. 6. График пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля возбуждения в эквивалентном воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ($m = 9, q = 2/17$) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 6. The graph of the spatial distribution of the induction of the modulated magnetic field of excitation in the equivalent air gap of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ($m = 9, q = 2/17$) and its amplitude-frequency characteristic

Анализ магнитного поля реакции якоря. Схема обмотки и параметры обмотки характеризуются пространственной обмоточной функцией (см. рис. 2), которая оказывает значительное влияние на МДС реакции якоря. Гармонический состав ПОФ определяет характер распределения МДС обмотки вдоль воздушного зазора.

Зависимость функции распределения первичной МДС реакции якоря $F_s(\phi_s, t)$ от распределения пространственной обмоточной функции определяет следующее выражение:

$$F_s(\phi_s, t) = \sum_{n=1}^m [Q_n(\phi_s) i_n(t)], \tag{8}$$

где $Q_n(\phi_s)$ – пространственная обмоточная функция n -й фазы, $i_n(t)$ – ток в n -й фазе обмотки якоря.

При синусоидальных (слева) и полигармонических (относительные значения амплитуд гармоник тока $I_{1m} = 1; I_{3m} = 0,2$ [5]) токах (справа) в фазных обмотках исследуемой СЭМ с ДЗО график изменения функции распределения первичной МДС реакции якоря $F_s(\phi_s)$ в момент времени t показан на рис. 7.

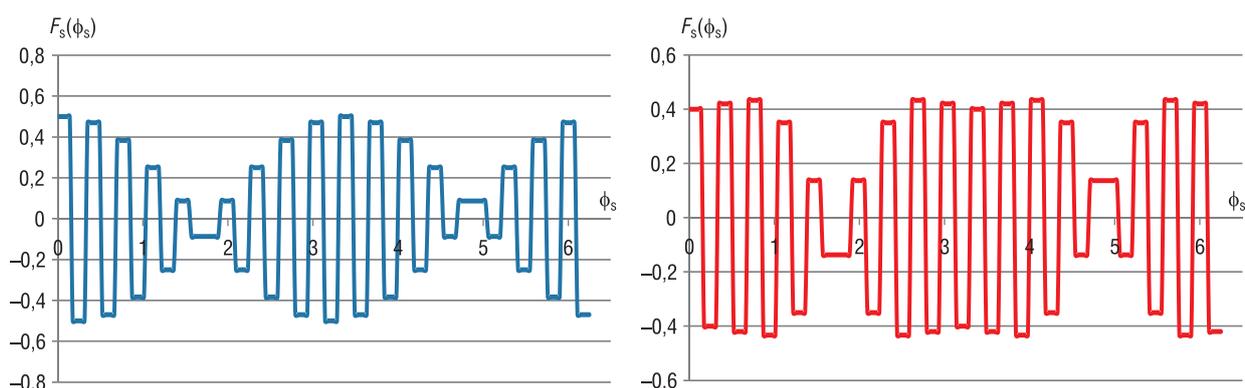


Рис. 7. График изменения функции распределения первичной магнитодвижущей силы реакции якоря $F_s(\phi_s)$ синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при $m = 9, q = 2/17$

Fig. 7. Graph of the change in the distribution function of the primary magnetomotive force of the armature reaction $F_s(\phi_s, t)$ of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at $m = 9, q = 2/17$

На рис. 8 представлены амплитудно-частотные характеристики функций распределения первичной МДС реакции якоря $F_s(\phi_s, t)$ при синусоидальных (синий) и полигармонических (красный) токах в фазных обмотках электрической машины.

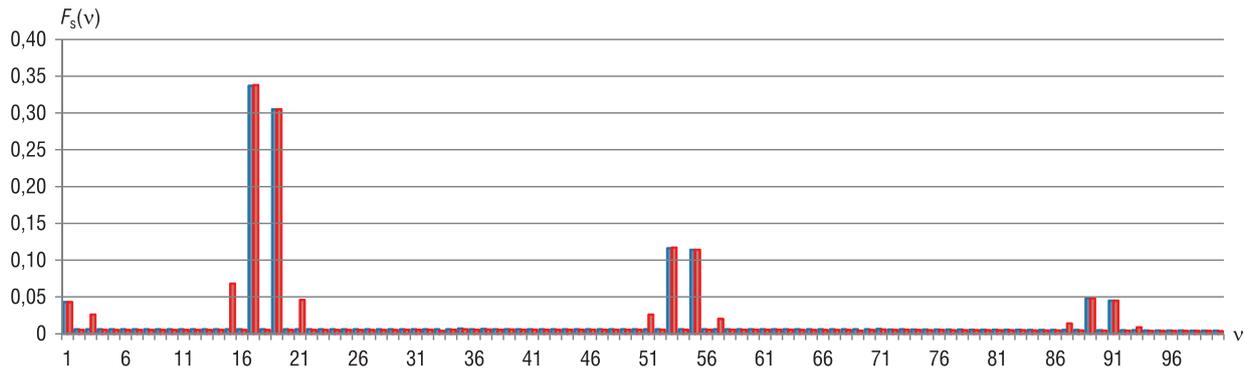


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики функции распределения первичной магнитодвижущей силы реакции якоря $F_s(\phi_s, t)$ при синусоидальных (синий) и полигармонических (красный) токах в фазных обмотках синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при $m = 9, q = 2/17$

Fig. 8. Amplitude-frequency characteristics of the distribution function of the primary magnetomotive force of the armature reaction $F_s(\phi_s, t)$ at sinusoidal (blue) and polyharmonic (red) currents in the phase windings of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at $m = 9, q = 2/17$

На основании информации, отраженной на рис. 7 и 8, можно сделать вывод, что в функции распределения первичной МДС реакции якоря преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен

$$\begin{aligned} k_{i\nu} &= i(z_1/2) + \nu I_m; \\ m_{i\nu} &= i(z_1/2) - \nu I_m, \end{aligned} \tag{9}$$

где $i = 1, 3, 5, \dots$ – целые числа, $\nu I_m = 1, 3, \dots$ – порядок гармоник тока в обмотке якоря.

С учетом этого выражение (8) можно представить в частотной области и приближенном виде следующим образом:

$$F_s(\phi_s, t) \approx \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{\nu=1,3,\dots} F_{k_{i\nu}} \cos(\omega_s - k_{i\nu}\phi_s) + \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{\nu=1,3,\dots} F_{m_{i\nu}} \cos(-\omega_s - m_{i\nu}\phi_s), \tag{10}$$

где $\omega_s = p_r \Omega_r$ – электрическая угловая скорость вращения; $F_{k_{i\nu}}$ и $F_{m_{i\nu}}$ – амплитуды гармоник k -го и m -го порядка соответственно.

Неравномерный воздушный зазор электрической машины обуславливает модуляцию первичного распределения МДС реакции якоря пазами статора (4), (5). Модулированная МДС обеспечивает в эквивалентном равномерном воздушном зазоре распределение индукции магнитного поля возбуждения, радиальная составляющая которой определяется выражениями:

$$B_s(\phi_s, t) = \lambda_0 F_s(\phi_s, t) M_s(\phi_s); \tag{11}$$

$$\begin{aligned} B_s(\phi_s, t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{\nu=1,3,\dots} \sum_{j=0}^{\infty} F_{k_{i\nu}} M_{sj} \left[\cos(\omega_s - \phi_s(k_{i\nu} + jz_1)) + \cos(\omega_s - \phi_s(k_{i\nu} - jz_1)) \right] \times \\ &\times \frac{1}{2} \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{\nu=1,3,\dots} \sum_{j=0}^{\infty} F_{m_{i\nu}} M_{sj} \left[\cos(-\omega_s - \phi_s(m_{i\nu} + jz_1)) + \cos(-\omega_s - \phi_s(m_{i\nu} - jz_1)) \right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Выражение (11) определяет функцию пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля реакции якоря в эквивалентном воздушном зазоре СЭМ с ДЗО, график и амплитудно-частотная характеристика которой представлены на рис. 9.

Очевидно, что в результате модуляции первичного распределения МДС реакции якоря явными зубцами статора спектр сигнала содержит гармонические составляющие, порядковый номер которых не равен $k_{i\nu}$ и $m_{i\nu}$.

Выражение (12) определяет гармонический состав индукции магнитного поля реакции якоря СЭМ с ДЗО. Из этого выражения следует, что посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора выполняется модуляция (5) первичного распределения МДС реакции якоря (10). После модуляции МДС зубцами статора в воздушном зазоре электрической машины спектр индук-

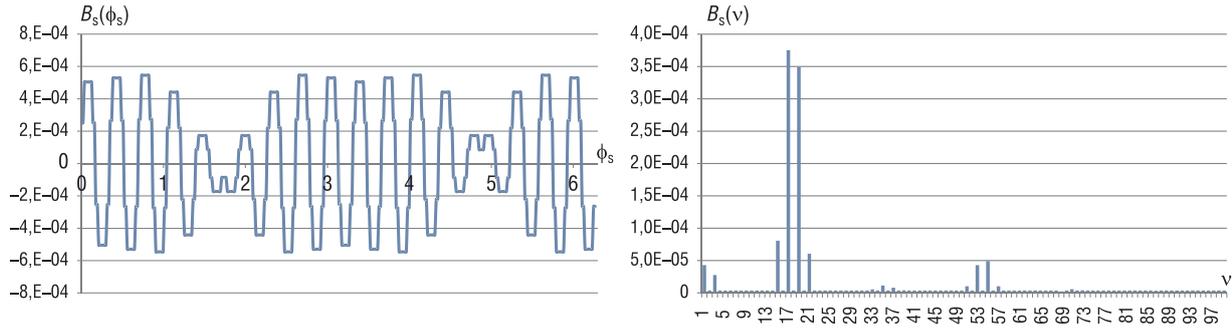


Рис. 9. График пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля реакции якоря в эквивалентном воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ($m = 9$, $q = 2/17$) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 9. Graph of the spatial distribution of the induction of the modulated magnetic field of the armature reaction in the equivalent air gap of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ($m = 9$, $q = 2/17$) and its amplitude-frequency characteristic

ции магнитного поля реакции якоря содержит кроме исходных гармоник порядка k_{iv} (и m_{iv}) с механической скоростью вращения $p\Omega_r/k_{iv}$ (и $-p\Omega_r/m_{iv}$) также модулированные гармоники с порядком $|k_{iv} \pm jz_1|$ (и $|m_{iv} \pm jz_1|$), вращающиеся с механической скоростью $p\Omega_r/|k_{iv} \pm jz_1|$ (и $-p\Omega_r/|m_{iv} \pm jz_1|$).

Таким образом, функция первичного распределения МДС реакции якоря (см. рис. 8) содержит гармонические составляющие, которые посредством зубцов статора модулируются до первого и третьего порядков. С учетом модуляции вращающегося магнитного поля в воздушном зазоре уточненный процесс работы СЭМ с ДЗО представлен следующим образом:

постоянные магниты, расположенные на поверхности ротора, образуют МДС, которая сначала синхронно модулируется полюсами ротора, а затем асинхронно – зубцами магнитопровода статора;

чтобы максимизировать потокосцепление и ЭДС, порядок преобладающих гармонических составляющих пространственной обмоточной функции обмотки якоря должен быть равен порядку преобладающих гармонических составляющих модулированной МДС от постоянных магнитов;

амплитуды рабочих гармоник индукции модулированного магнитного поля реакции якоря могут быть увеличены за счет модуляции нерабочих гармоник МДС реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков.

Результаты моделирования. Проверку адекватности аналитических выражений для определения функции магнитной индукции в воздушном зазоре и индуцированной ЭДС в многофазной обмотке электрической машины корректно проводить в сравнении с результатами расчета посредством магнитостатической векторной модели магнитного поля электрической машины. Определение функции изменения магнитной индукции в воздушном зазоре и расчет мгновенных значений ЭДС в обмотке рассмотрен на примере девятифазной синхронной электрической машины с двуслойной дробной зубцовой обмоткой ($q = 2/17$, см. рис. 1), функционирующей в режиме холостого хода. Исходные данные для расчета представлены в таблице.

Исходные данные для моделирования
Initial data for modeling

Параметр	Значение
Активная мощность	0,9 кВт
Плотность тока	$2 \cdot 10^6$ А/м ²
Скорость вращения	3500 об/мин
Число фаз, m	9
Число пазов, z_1	36
Число полюсов, $2p$	34
Тип ротора	Внешний
Радиус статора, R_s	71,5 мм
Эффективная длина, l_m	35 мм
Толщина ярма магнитопровода ротора	3 мм
Толщина ярма магнитопровода статора	6 мм
Величина воздушного зазора, δ	1 мм
Толщина постоянного магнита, δ_{pm}	4 мм
Остаточная магнитная индукция ПМ, B_r	1,1 Тл
Ширина паза статора	$0,4\tau_s$
Ширина открытия паза статора, σ_s	$0,2\tau_s$
Толщина зубцового наконечника	2 мм
Высота паза	14 мм
Число витков на 1 зубец	40
Площадь сечения проводника	$0,5$ мм ²

Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов в СЭМ с ДЗО представлена на рис. 10.

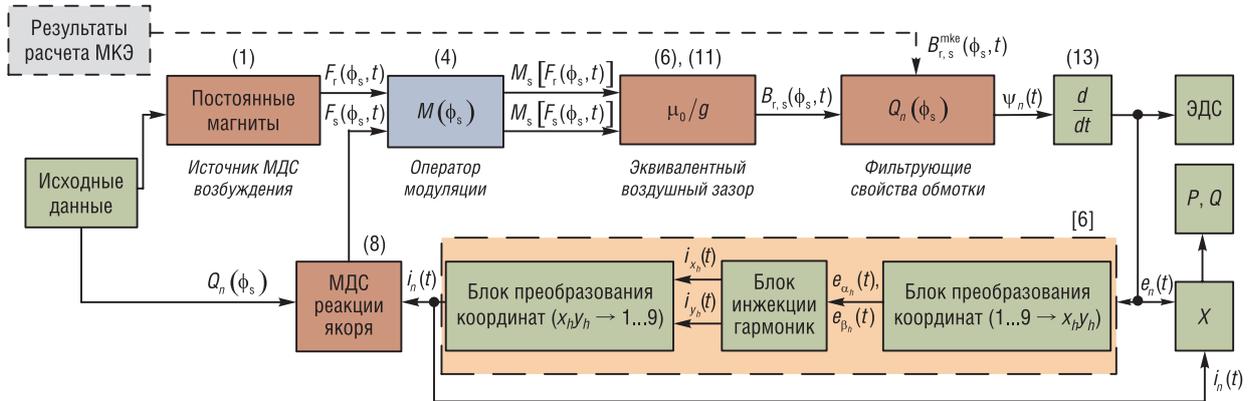


Рис. 10. Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов в синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 10. Block diagram of a mathematical model for the study of electromagnetic processes in a synchronous electric machine with fractional tooth windings

Из информации, отраженной на рис. 10, следует, что производительность электрической машины существенно зависит от комбинации трех элементов: источника магнитного поля, модулятора и обмотки с характерными для нее фильтрующими свойствами.

На основе исходных данных построена двумерная конечно-элементная модель магнитного поля исследуемой СЭМ с ДЗО в режиме холостого хода (рис. 11).

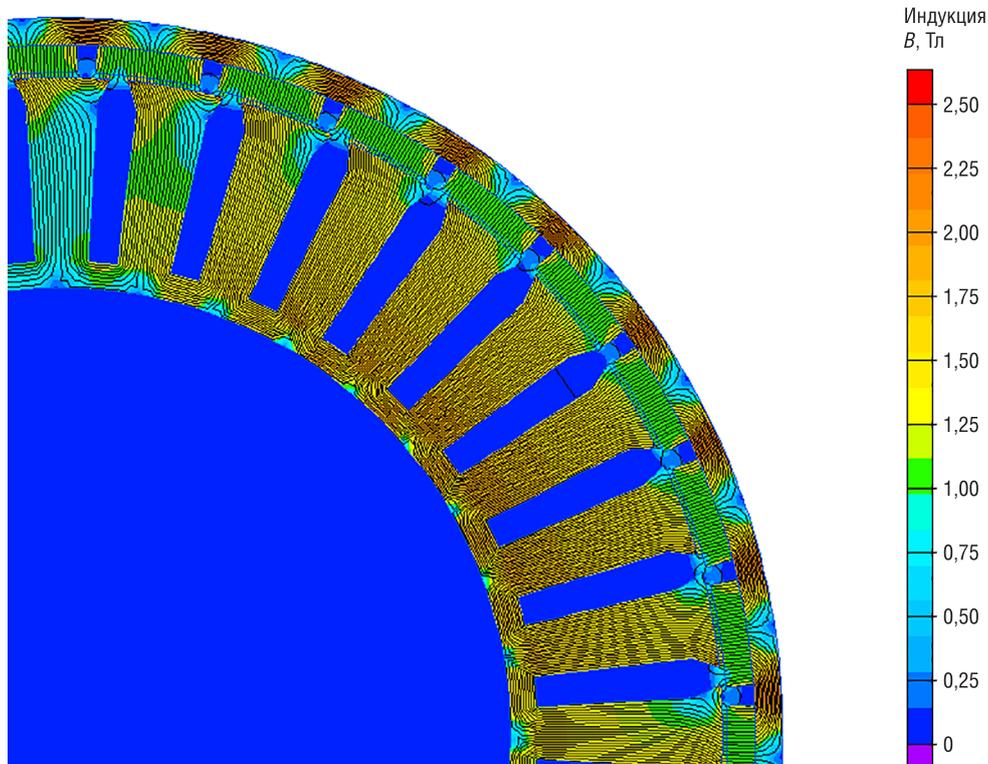


Рис. 11. Двумерная конечно-элементная модель магнитного поля синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ($m = 9, q = 2/17$) в режиме холостого хода

Fig. 11. Two-dimensional finite element model of the magnetic field of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ($m = 9, q = 2/17$) in idle mode

Сосредоточенная обмотка, намотанная вокруг зубцов магнитопровода статора, извлекает компоненты вращающегося магнитного поля для создания ЭДС. С учетом выражений (1), (4) ЭДС холостого хода в фазной обмотке определяется следующим образом:

$$e_n(t) = -\frac{d}{dt} \left[\lambda_0 R_s l_m \int_{\phi_s=0}^{2\pi} Q_n(\phi_s) F_r(\phi_s, t) M_s(\phi_s) d\phi_s \right], \quad (13)$$

где R_s – радиус воздушного зазора, l_m – эффективная длина статора.

В выражении (13) посредством пространственной обмоточной функции [14] учтено влияние несинусоидального распределения фазных обмоток в пазах магнитопровода статора СЭМ с ДЗО, поскольку схема обмотки оказывает значительное влияние на наведенную ЭДС в обмотке электрической машины.

На рис. 12 представлены результаты расчета ЭДС холостого хода в фазе 1 симметричной девятифазной обмотки якоря исследуемой электрической машины посредством разработанного аналитического метода (синим) и численного метода конечных элементов (красным).

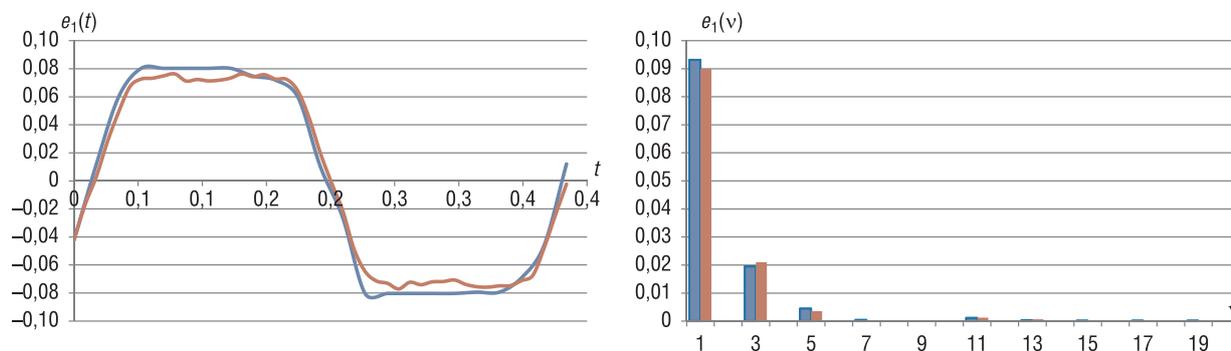


Рис. 12. График изменения функции электродвижущей силы холостого хода в фазе 1 обмотки якоря синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ($m = 9, q = 2/17$) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 12. Graph of the change in the function of the no-load electromotive force in phase 1 of the armature winding of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ($m = 9, q = 2/17$) and its amplitude-frequency characteristic

Из рис. 12 видно, что в электродвижущей силе холостого хода СЭМ с ДЗО доля третьей гармонической составляющей составляет 20,9 % и 23,3 % от первой при аналитическом и численном методах расчета соответственно. Расхождение результатов, полученных посредством аналитического и численного методов, не превышают 10 %. Такая погрешность является приемлемой для большинства инженерных расчетов. Погрешность обусловлена принятыми допущениями при разработке аналитической модели магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины.

Заключение. В разработанной аналитической модели магнитного поля СЭМ с ДЗО учтены наличие высших гармонических составляющих МДС постоянных магнитов, переменная магнитная проводимость воздушного зазора и несинусоидальный закон изменения пространственных обмоточных функций.

Значимость разработанной аналитической модели магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО заключается в возможности с высокой достоверностью определить влияние геометрических параметров магнитной цепи и схемы многофазной обмотки на характер изменения функций индукции магнитного поля в воздушном зазоре и ЭДС в обмотке электрической машины при наименьших временных затратах. Предложенная модель может быть использована при оптимизации СЭМ с ДЗО.

Разработанный способ анализа магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО позволяет разделить механизмы наведения рабочих гармоник индукции магнитного поля реакции якоря (для исследуемой электрической машины – первого и третьего порядка) в воздушном зазоре на два типа: за счет рабочих гармонических составляющих МДС реакции якоря $k_{i\nu}(m_{i\nu}) = \nu\rho$; за счет модуляции нерабочих гармоник МДС реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков $k_{i\nu}(m_{i\nu}) \pm jz_1 = \nu\rho$.

Список использованных источников

1. Вольдек, А. И. Электрические машины. Машины переменного тока: учеб. для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.
2. Levi, E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications / E. Levi // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2008. – Vol. 55, № 5. – P. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Шевченко, А. Ф. Анализ магнитодвижущих сил дробных зубцовых обмоток электрических машин / А. Ф. Шевченко, Т. В. Честюнина // Электротехника. – 2009. – № 12. – С. 3–7.
4. Шевченко, А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком: дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.03 / А. Ф. Шевченко; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 1999. – 340 л.
5. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3. – С. 80–86.
6. Пантелеев, С. В. Разработка системы векторного управления полупроводникового преобразователя, обеспечивающей полигармонический режим работы многофазной электрической машины / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин, А. Е. Каледа // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2020. – Т. 65, № 3. – С. 331–339. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-331-339>
7. Топорков, Д. М. Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и возбуждением от постоянных магнитов: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.01 / Д. М. Топорков; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 2016. – 139 л.
8. Slot harmonic effect on magnetic forces and vibration in low-speed permanent-magnet machine with concentrated windings / M. Valavi [et al.] // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2014. – Vol. 50, № 5. – P. 3304–3313. <https://doi.org/10.1109/tia.2014.2309717>
9. Aslan, B. Analytical Model of Magnet Eddy-Current Volume Losses in Multi-phase PM Machines with Concentrated Winding / B. Aslan, E. Semail, J. Legranger // ECCE'12, IEEE Energy Conversion Congress, Sept. 2012, United States. – P. 3371–3378. <https://doi.org/10.1109/ECCE.2012.6342330>
10. Шрейнер, Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 583 с.
11. Голубев, А. Н. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой / А. Н. Голубев, А. А. Лапин // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 8–13.
12. Лапин, А. А. Разработка многофазного синхронного регулируемого электропривода для мобильных установок: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / А. А. Лапин; Иванов. гос. энергет. ун-т. – Иваново, 2007. – 233 л.
13. Иванов-Смоленский, А. В. Применение метода проводимостей зубцовых контуров для расчета синхронных машин с постоянными магнитами на поверхности ротора / А. В. Иванов-Смоленский, М. А. Аванесов, Е. В. Казьмин // Электричество. – 2009. – № 8. – С. 42–51.
14. Scullier, F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines / F. Scullier, E. Semail, J. F. Charpentier // Eur. Phys. J. Appl. Phys. – 2010. – Vol. 50, № 3. – Art. № 31102. <https://doi.org/10.1051/epjap/2010058>
15. Cheng, M. A general air-gap field modulation theory for electrical machines / M. Cheng, P. Han, W. Hua // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2017. – Vol. 64, № 8. – P. 6063–6074. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2682792>
16. Zhu, Z. Q. Analysis of air-gap field modulation and magnetic gearing effect in fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous machines / Z. Q. Zhu, Y. Liu // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2018. – Vol. 65, № 5. – P. 3688–3698. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2758747>

Referens

1. Vol'dek A. I., Popov V. V. *Electric Cars. AC Machines*. St. Petersburg, Piter Publ., 2008. 350 p. (in Russian).
2. Levi E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, vol. 55, no. 5, pp. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Shevchenko A. F., Chestyunina T. V. Analysis of the magnetomotive forces of fractional tooth windings of electrical machines. *Elektrotehnika = Electrical Engineering*, 2009, no. 12, pp. 3–7 (in Russian).
4. Shevchenko A. F. *Electromechanical Energy Converters with Modulated Magnetic Flux*. Novosibirsk, 1999. 340 p. (in Russian).
5. Panteleev S. V., Malashin A. N. Increasing the energy performance of an electric machine by using a multiphase gear winding. *Vestnik Voennoi akademii Respubliki Belarus'* [Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus], 2017, no. 3, pp. 80–86 (in Russian).
6. Panteleev S. V., Malashin A. N., Kaleda A. E. Development of a vector control system of the semiconductor converter, which will provide a polyharmonic operating mode of a polyphase electric machine. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 3, pp. 332–340 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-332-340>
7. Toporkov D. M. *Toothed Ripple of Torque in Machines with Fractional Windings and Excitation from Permanent Magnets*. Novosibirsk, 2016. 139 p. (in Russian).
8. Valavi M., Member S., Nysveen A., Member S., Nilssen R., Rølvåg T. Slot harmonic effect on magnetic forces and vibration in low-speed permanent-magnet machine with concentrated windings. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2014, vol. 50, no. 5, pp. 3304–3313. <https://doi.org/10.1109/tia.2014.2309717>
9. Aslan B., Semail E., Legranger J. Analytical Model of Magnet Eddy-Current Volume Losses in Multi-phase PM Machines with Concentrated Winding. *ECCE'12, IEEE Energy Conversion Congress, September, 2012, United States*, pp. 3371–3378. <https://doi.org/10.1109/ECCE.2012.6342330>

10. Shreiner R. T. *Mathematical Modeling of AC Electric Drives with Semiconductor Frequency Converters*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2000. 583 p. (in Russian).
11. Golubev A. N., Lapin A. A. Mathematical model of a synchronous motor with a polyphase stator winding. *Elektrotehnika = Electrical Engineering*, 1998, no. 9, pp. 8–13 (in Russian).
12. Lapin A. A. *Development of a Polyphase Synchronous Variable Electric Drive for Mobile Installations*. Ivanovo, 2007. 233 p. (in Russian).
13. Ivanov-Smolenskii A. V., Avanesov M. A., Kaz'min E. V. Application of the method of conductivity of toothed contours for calculating synchronous machines with permanent magnets on the surface of the rotor. *Elektrichestvo*, 2009, no. 8, pp. 42–51 (in Russian).
14. Scuiller F., Semail E., Charpentier J. F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2010, vol. 50, no. 3, art. no. 31102. <https://doi.org/10.1051/epjap/2010058>
15. Cheng M., Han P., Hua W., General air-gap field modulation theory for electrical machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, vol. 64, no. 8, pp. 6063–6074. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2682792>
16. Zhu Z. Q., Liu Y. Analysis of air-gap field modulation and magnetic gearing effect in fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, vol. 65, no. 5, pp. 3688–3698. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2758747>

Информация об авторах

Пантелеев Станислав Владимирович – преподаватель кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Малашин Андрей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь).

Information about the authors

Stanislav V. Panteleev – Teacher of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Andrey N. Malashin – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Professor of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus).