

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.313

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-1-75-85>

Поступила в редакцию 12.01.2022

Received 12.01.2022

С. В. Пантелеев, А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин*Военная академия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь***РАЗРАБОТКА АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНОГО МАГНИТНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ КАТУШКУ РАБОЧЕЙ ОБМОТКИ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКОЙ**

Аннотация. В результате исследования двумерной конечно-элементной модели магнитного поля синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками выявлены типовые магнитные потоки (основной, краевого эффекта, рассеяния) в ее магнитной системе. Проведен анализ степени влияния магнитных потоков краевого эффекта и рассеяния на величину основного магнитного потока, и построены эквивалентные схемы магнитной цепи исследуемой синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при различных положениях зубцов статора относительно полюсов ротора. Разработана аналитическая модель для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками. Особенностью предложенной модели является учет зависимости основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки от координаты положения ротора, магнитных потоков краевого эффекта и рассеяния. Разработанная модель позволяет решить задачу количественного определения величины основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки с высокой точностью. Кроме того, предложенная модель позволяет определить влияние основных геометрических параметров магнитной цепи на характер изменения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки при наименьших временных затратах. Разработанная аналитическая модель может быть применима в процессе оптимизации синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками.

Ключевые слова: синхронная электрическая машина, магнитный поток, теория магнитных цепей, метод конечных элементов

Для цитирования: Пантелеев, С. В. Разработка аналитической модели для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки синхронной электрической машины с дробной зубцовой обмоткой / С. В. Пантелеев, А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2022. – Т. 67, № 1. – С. 75–85. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-1-75-85>

Stanislav V. Panteleev, Andrey B. Menzhinski, Andrey N. Malashin*Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***DEVELOPMENT OF AN ANALYTICAL MODEL FOR DETERMINING THE MAGNETIC LEAKAGE FLUX THROUGH THE STATOR TEETH OF A SYNCHRONOUS ELECTRIC MACHINE WITH A FRACTIONAL TOOTH WINDING**

Abstract. As a result of the study of a two-dimensional finite element model of the magnetic field of a synchronous electric machine with fractional tooth windings, typical magnetic fluxes (fundamental, edge effect, scattering) in its magnetic system have been identified. The analysis of the degree of influence of magnetic fluxes of the edge effect and scattering on the magnitude of the main magnetic flux is carried out and equivalent circuits of the magnetic circuit of the studied synchronous electric machine with fractional tooth windings are constructed for different positions of the stator teeth relative to the rotor poles. An analytical model has been developed to determine the main magnetic flux through the coil of the working winding of a synchronous electric machine with fractional toothed windings. A feature of the proposed model is taking into account the dependence of the main magnetic flux through the coil of the working winding on the coordinate of the rotor position, the magnetic fluxes of the edge effect and scattering. The developed model allows solving the problem of quantitative determination of the value of the main magnetic flux through the coil of the working winding with high accuracy. In addition, the proposed model makes it possible to determine the influence of the main geometrical parameters of the magnetic circuit on the nature of the change in the main magnetic flux through the coil of the working winding with the least amount of time. The developed analytical model can be applied in the process of optimizing a synchronous electric machine with fractional tooth windings.

Keywords: synchronous electric machine, magnetic flux, theory of magnetic circuits, finite element method

For citation: Panteleev S. V., Menzhinski A. B., Malashin A. N. Development of an analytical model for determining the magnetic leakage flux through the stator teeth of a synchronous electric machine with a fractional tooth winding. *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2022, vol. 67, no. 1, pp. 75–85 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-1-75-85>

Введение. В системах электроснабжения автономных объектов широко применяются синхронные электрические машины с постоянными магнитами (ПМ), что объясняется высокой надежностью, простотой конструкции, высоким КПД и коэффициентом мощности по сравнению с другими классами электрических машин [1, 2]. В этом классе выделяют группу синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками (СЭМ с ДЗО), которые имеют сниженную удельную массу за счет уменьшения длины лобовых частей обмотки, осевых размеров электрической машины, ширины ярма магнитопровода статора и ярма ротора [3, 4].

Для СЭМ с ДЗО характерны: двусторонняя зубчатость (наличие открытых и полузакрытых пазов) магнитной системы [3–5], многополюсная структура ротора (количество полюсов ротора отличается от количества зубцов статора на 1–3 единицы), наличие высших гармоник в функции распределения индукции магнитного поля возбуждения [4, 6], несинусоидальный характер распределения пространственных обмоточных функций [7, 8]. Это обуславливает наличие в магнитной системе СЭМ с ДЗО повышенных значений (относительно синхронных электрических машин с распределенной обмоткой) краевых магнитных потоков [9, 10], потоков рассеяния через вершину зубца [6, 7], потоков дифференциального рассеяния [4]. Все перечисленное является причиной дополнительных потерь в электрической машине, непосредственно влияющих на величину основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки и, соответственно, на ЭДС (наличие высших гармоник) исследуемой электрической машины

Расчет величины основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки представляет собой один из основных этапов электромагнитного расчета электрической машины [5, 11]. А применение для этого эквивалентной схемы замещения магнитной цепи (ЭСЗ МЦ) электрической машины, построенной с учетом наиболее вероятных путей распространения магнитных потоков в магнитной системе, является наиболее распространенным подходом [12, 13]. Использование ЭСЗ МЦ позволяет установить взаимосвязь между величиной магнитных потоков и геометрическими параметрами магнитной системы электрической машины, а также свойствами материалов, что выступает одним из необходимых условий для процесса ее оптимизации [11].

При этом в ходе проектирования СЭМ с ДЗО на начальных этапах электромагнитного расчета аналитическим методом авторами научных работ либо принимаются традиционные допущения об отсутствии потоков рассеяния и потоков краевого эффекта [6, 14] (или не учитывается зависимость величины таких потоков от координаты положения ротора), синусоидальном характере распределения функций индукции магнитного поля в воздушном зазоре и ЭДС в рабочей обмотке [4, 6], либо для определения величины магнитного потока через катушку рабочей обмотки используется функция распределения индукции магнитного поля вдоль воздушного зазора [15, 16], что для СЭМ с ДЗО обуславливает значительную погрешность расчета из-за наличия магнитных потоков рассеяния через вершину зубца. Применение таких допущений является причиной недостоверного определения величины магнитного потока через катушку рабочей обмотки СЭМ с ДЗО.

Цель настоящей работы – разработка аналитической модели для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки СЭМ с ДЗО с учетом его зависимости от координаты положения ротора, наличия потоков краевого эффекта и рассеяния.

Разработка аналитической модели. В СЭМ с ДЗО обмотка статора выполняется из катушек, каждая из которых размещена на отдельном зубце магнитопровода (МП) статора (шаг обмотки $y = 1$). Обмотка в общем случае состоит из Θ повторяющихся частей, соединенных последовательно. В каждой из этих частей содержится m катушечных групп, количество которых равно числу фаз электрической машины. В катушечную группу включаются расположенные подряд и соединенные последовательно катушки, число которых равно z_{gr} . При этом одному полюсному делению ротора СЭМ с ДЗО соответствует не целое, а дробное число зубцовых (пазовых) делений статора. Схема обмотки над полюсом или над парой полюсов не может быть дублирована для построения всей обмотки. Машины с зубцовым шагом работоспособны при определенных соотношениях числа полюсов ротора и числа зубцов статора. Правила выбора параметров Θ , m , z_{gr} и количества пар полюсов p для СЭМ с ДЗО приведены в [3].

Авторами настоящей статьи приняты к рассмотрению симметричные m -фазные обмотки с таким распределением, при котором обмоточные коэффициенты рабочих гармоник, а следовательно, и амплитуды рабочих гармоник ЭДС и МДС будут наибольшими [17]. На рис. 1 при-

веден внешний вид СЭМ с ДЗО со следующими параметрами: $m = 9$, $\Theta = 1$, $z_{gr} = 3$, $p = 13$. На рис. 2 представлены схема линейной развертки электромагнитной системы и схема обмотки исследуемой СЭМ с ДЗО.

Для аналитического представления магнитного потока через рабочую обмотку СЭМ с ДЗО применяется эквивалентная схема замещения магнитной цепи электрической машины, построение которой основано на цепном представлении интегральных параметров магнитного поля с учетом наиболее вероятных путей распространения магнитных потоков в магнитной системе [4, 12].

Моделирование магнитного поля синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками. Для выявления основных магнитных потоков в магнитной системе и создания эквивалентной схемы магнитной цепи исследуемой электрической машины необходимо построить двумерную конечно-элементную модель (ДКЭМ) магнитного поля (МП) магнитной системы СЭМ с ДЗО. Применение ДКЭМ МП позволяет учесть: геометрические размеры магнитной системы; свойства сред распределения магнитного поля (нелинейности кривой намагничивания ферромагнитных материалов); параметры источников магнитного поля. Посредством такой модели с высокой степенью адекватности определяются типовые магнитные потоки в магнитной системе исследуемой электрической машины [18, 19].



Рис. 1. Внешний вид исследуемой синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками
 Fig. 1. External view of the investigated synchronous electric machine with fractional tooth winding

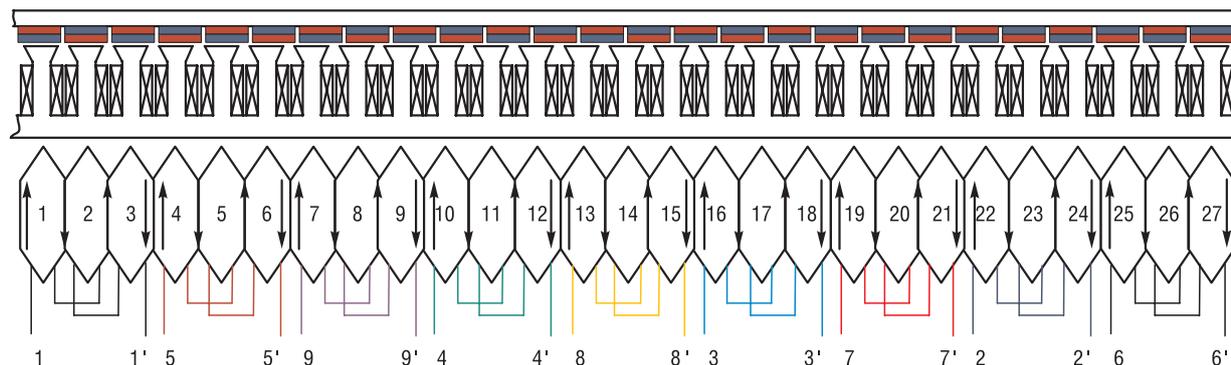


Рис. 2. Схема линейной развертки электромагнитной системы и схема обмотки исследуемой синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками
 Fig. 2. Diagram of the linear sweep of the electromagnetic system and the winding diagram of the investigated synchronous electric machine with fractional tooth winding

На рис. 3 представлена ДКЭМ МП исследуемой СЭМ с ДЗО и обозначены области магнитной системы, которые определяют четыре типовых случая относительного положения зубца статора и полюса ротора. Области магнитной системы 1–4 имеют магнитные потоки различного характера и тем самым представляют повышенный интерес для исследования картины распределения МП.

Анализ ДКЭМ МП магнитной системы СЭМ с ДЗО показал, что в магнитной системе СЭМ с ДЗО существуют различные магнитные потоки:

- 1) основной (рабочий) магнитный поток $\Phi_{\delta 0}$, который включает в себя магнитный поток в воздушном зазоре между полюсами статора и ротора Φ_{δ} и краевой магнитный поток (поток краевого эффекта) Φ_e . Основной магнитный поток сцепляется с витками рабочей обмотки (формирует потокосцепление) и имеет важное значение в процессе преобразования энергии;
- 2) магнитный поток краевого эффекта Φ_e , проходящий через воздушные промежутки по краям полюсов (зубцов МП_р) и замыкающиеся по МП_р. Данный магнитный поток также сцепляется с витками рабочей обмотки (формирует потокосцепление);



Рис. 3. Двумерная конечно-элементная модель магнитного поля магнитной системы исследуемой синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками
 Fig. 3. Two-dimensional finite element model of the magnetic field of the magnetic system of the investigated synchronous electric machine with fractional tooth winding

3) магнитный поток рассеяния Φ_σ , который не сцепляется с витками рабочей обмотки электрической машины. Для СЭМ с ДЗО характерно наличие нескольких видов потоков рассеяния: поток рассеяния через зубец Φ_σ^z ; поток пазового рассеяния Φ_σ^{sl} ; поток рассеяния через воздушный зазор Φ_σ^δ ; поток рассеяния на конце ПМ Φ_σ^{PM} .

При этом мгновенные значения основного магнитного потока $\Phi_{\delta 0}$ (в том числе магнитного потока краевого эффекта Φ_e) и магнитного потока рассеяния через зубец Φ_σ^z зависят от координаты положения ротора, а функция их изменения носит периодический характер. Число периодов изменения таких функций вдоль воздушного зазора исследуемой электрической машины определяется как наибольший общий делитель количества зубцов статора и количества полюсов ротора НОД ($z_1, 2p$).

Эквивалентная схема магнитной цепи СЭМ с ДЗО. При построении эквивалентной схемы магнитной цепи СЭМ с ДЗО был принят ряд традиционных допущений [11, 12, 20]: потери в МПр от вихревых токов и магнитное сопротивление МПр не учитываются; ПМ стабилизирован, положение рабочей точки ПМ в процессе работы не меняется; МПр не насыщен.

С учетом выявленных основных магнитных потоков (см. рис. 3), а также принятых допущений магнитной системе исследуемой СЭМ с ДЗО может быть поставлена в соответствие эквивалентная схема магнитной цепи, показанная на рис. 4.

На рис. 4 обозначено: $R_{e(n-1)}, R_{en}$ и $R_{e(n+1)}$ – магнитные сопротивления воздушных промежутков по путям потоков краевого эффекта; $R_{\delta(n-1)}, R_{\delta n}$ и $R_{\delta(n+1)}$ – магнитные сопротивления воздушных зазоров между полюсами статора и ротора; $R_\sigma^\delta, R_\sigma^{PM}, R_\sigma^{sl}$ – магнитные сопротивления воздушных промежутков по путям потоков рассеяния через воздушный зазор, на конце ПМ и пазового соответственно; $R_{\sigma(n-1),n}^z, R_{\sigma n,(n+1)}^z$ – магнитные сопротивления воздушных промежутков по

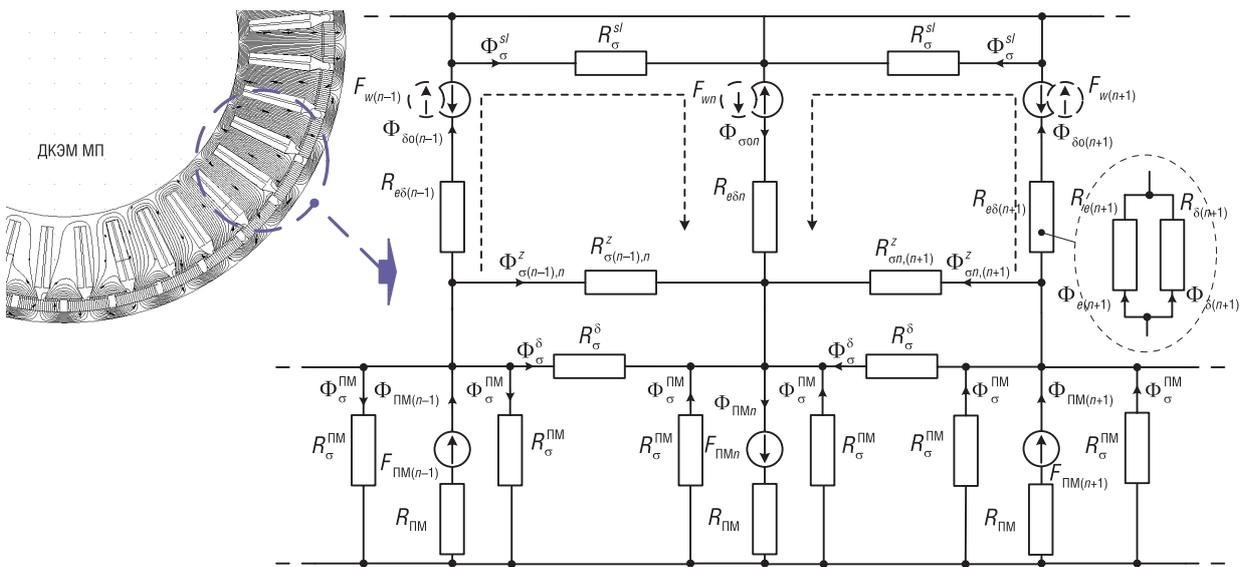


Рис. 4. Эквивалентная схема магнитной цепи синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками
 Fig. 4. Equivalent circuit of the magnetic circuit of a synchronous electric machine with fractional tooth winding

путям потоков рассеяния через зубец; $R_{e\delta(n-1)}$, $R_{e\delta n}$ и $R_{e\delta(n+1)}$ – магнитные сопротивления воздушных промежутков по путям основного магнитного потока; $R_{\text{ПМ}}$ – магнитное сопротивление ПМ; $F_{w(n-1)}$, F_{wn} и $F_{w(n+1)}$ – магнитодвижущая сила (МДС) катушки рабочей обмотки; $F_{\text{ПМ}(n-1)}$, $F_{\text{ПМ}n}$ и $F_{\text{ПМ}(n+1)}$ – МДС ПМ; $\Phi_{\text{ПМ}(n-1)}$, $\Phi_{\text{ПМ}n}$ и $\Phi_{\text{ПМ}(n+1)}$ – магнитный поток ПМ. Магнитные сопротивления $R_{e(n-1)}$, R_{en} , $R_{e(n+1)}$, $R_{\delta(n-1)}$, $R_{\delta n}$, $R_{\delta(n+1)}$, $R_{e\delta(n-1)}$, $R_{e\delta n}$, $R_{e\delta(n+1)}$, $R_{\sigma(n-1),n}^z$, $R_{\sigma n,(n+1)}^z$ зависят от координаты положения ротора. Индексы $n-1$, n и $n+1$ относятся к левому, центральному и правому ПМ (катушке рабочей обмотки) соответственно.

Из рис. 4 видно, что магнитные сопротивления воздушных промежутков по путям основного магнитного потока $R_{e\delta(n-1)}$, $R_{e\delta n}$, $R_{e\delta(n+1)}$ могут быть представлены в виде

$$R_{e\delta(n\pm 1,n)} = \frac{R_{e(n\pm 1,n)}R_{\delta(n\pm 1,n)}}{R_{e(n\pm 1,n)} + R_{\delta(n\pm 1,n)}} = \frac{R_{\delta(n\pm 1,n)}}{k_e}, \quad (1)$$

где $k_e = (R_{e(n\pm 1,n)} + R_{\delta(n\pm 1,n)})/R_{e(n\pm 1,n)}$ – коэффициент краевого эффекта [12].

Расчет основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки. При расчете основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки магнитные потоки рассеяния пазового Φ_{σ}^{sl} и на конце ПМ $\Phi_{\sigma}^{\text{ПМ}}$ не учитывались. С учетом принятых допущений эквивалентная схема магнитной цепи СЭМ с ДЗО (см. рис. 4) в преобразованном виде представлена рис. 5.

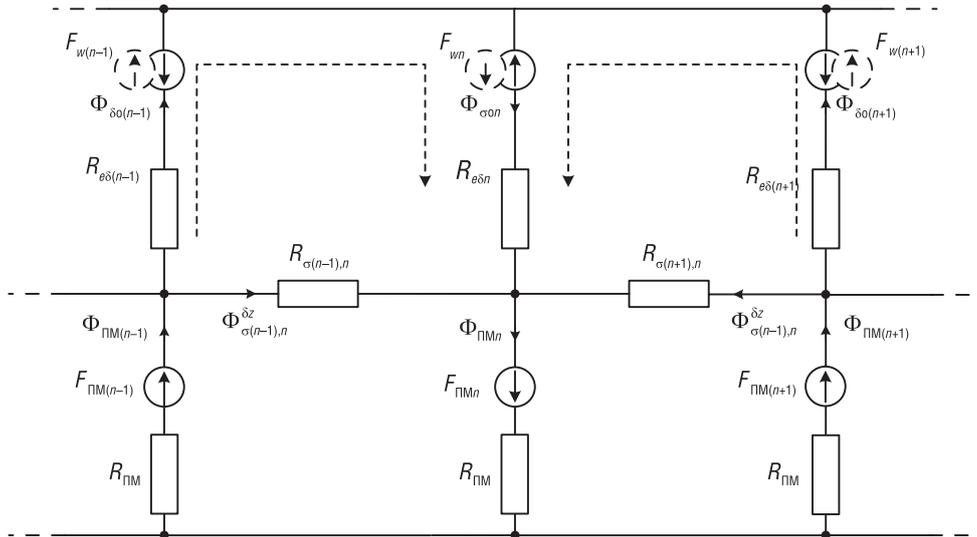


Рис. 5. Преобразованная эквивалентная схема магнитной цепи синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 5. Converted equivalent circuit of a magnetic circuit of a synchronous electric machine with fractional tooth winding

На рис. 5 обозначено: $R_{\sigma(n-1),n} = \frac{R_{\sigma}^{\delta}R_{\sigma(n-1),n}^z}{R_{\sigma}^{\delta} + R_{\sigma(n-1),n}^z}$ и $R_{\sigma n,(n+1)} = \frac{R_{\sigma}^{\delta}R_{\sigma n,(n+1)}^z}{R_{\sigma}^{\delta} + R_{\sigma n,(n+1)}^z}$ – полные магнитные

сопротивления воздушных промежутков по путям потоков рассеяния $\Phi_{\sigma(n-1),n}^{\delta z} = \Phi_{\sigma}^{\delta} + \Phi_{\sigma(n-1),n}^z$ и $\Phi_{\sigma n,(n+1)}^{\delta z} = \Phi_{\sigma}^{\delta} + \Phi_{\sigma n,(n+1)}^z$ соответственно.

Для левой и правой частей эквивалентной магнитной цепи СЭМ с ДЗО (рис. 5), применив законы Кирхгофа для магнитной цепи, соответственно запишем:

$$\begin{cases} (F_{\text{ПМ}(n-1)} + F_{\text{ПМ}n}) \mp F_{w(n-1)} \mp F_{wn} = \Phi_{\text{ПМ}(n-1)}R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\text{ПМ}n}R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\delta\sigma(n-1)}R_{e\delta(n-1)} + k_{f(n-1)}\Phi_{\delta\sigma(n-1)}R_{e\delta n}, \\ F_{\text{ПМ}(n-1)} + F_{\text{ПМ}n} = \Phi_{\text{ПМ}(n-1)}R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\text{ПМ}n}R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\sigma(n-1),n}^{\delta z}R_{\sigma(n-1),n}, \\ \Phi_{\text{ПМ}(n-1)} = \Phi_{\delta\sigma(n-1)} + \Phi_{\sigma(n-1),n}^{\delta z}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} (F_{\text{ПМ}(n+1)} + F_{\text{ПМ}n}) \mp F_{w(n+1)} \mp F_{wn} = \Phi_{\text{ПМ}(n+1)} R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\text{ПМ}n} R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\delta o(n+1)} R_{e\delta(n+1)} + k_{f(n+1)} \Phi_{\delta o(n+1)} R_{e\delta n}, \\ F_{\text{ПМ}(n+1)} + F_{\text{ПМ}n} = \Phi_{\text{ПМ}(n+1)} R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\text{ПМ}n} R_{\text{ПМ}} + \Phi_{\sigma n,(n+1)}^{\delta z} R_{\sigma n,(n+1)}, \\ \Phi_{\text{ПМ}(n+1)} = \Phi_{\delta o(n+1)} + \Phi_{\sigma n,(n+1)}^{\delta z}, \end{cases} \quad (3)$$

где $k_{f(n\pm 1)}$ – коэффициент деления основного магнитного потока зубца в ярме статора.

С учетом того что $F_{\text{ПМ}(n-1)} = F_{\text{ПМ}n} = F_{\text{ПМ}(n+1)} = F_{\text{ПМ}}$, решение систем уравнений (2) и (3) относительно $\Phi_{\delta o(n-1)}$ и $\Phi_{\delta o(n+1)}$ имеет вид:

$$\Phi_{\delta o(n-1)} = \frac{\Phi_{\text{ПМ}(n-1)} R_{\sigma(n-1),n} \mp F_{w(n-1)} \mp F_{wn}}{R_{e\delta(n-1)} + k_{f(n-1)} R_{e\delta n} + R_{\sigma(n-1),n}}, \quad (4)$$

$$\Phi_{\delta o(n+1)} = \frac{\Phi_{\text{ПМ}(n+1)} R_{\sigma n,(n+1)} \mp F_{w(n+1)} \mp F_{wn}}{R_{e\delta(n+1)} + k_{f(n+1)} R_{e\delta n} + R_{\sigma n,(n+1)}}. \quad (5)$$

Значение магнитного потока ПМ определяется выражением [12]

$$\Phi_{\text{ПМ}} = F_{\text{ПМ}}/R_0, \quad (6)$$

где $R_0 = R_{e\delta(n\pm 1)} R_{\delta(n\pm 1),n} / (R_{e\delta(n\pm 1)} + R_{\delta(n\pm 1),n})$ – суммарное внешнее магнитное сопротивление по путям основного магнитного потока (с учетом краевого) и потоков рассеяния.

Подставив выражение (6) в (4) и (5), уравнения для определения основного магнитного потока через $(n-1)$ и $(n+1)$ катушки рабочей обмотки примут вид:

$$\Phi_{\delta o(n-1)} = \frac{F_{\text{ПМ}} \left(1 + R_{\sigma(n-1),n} R_{e\delta(n-1)}^{-1} \right) \mp F_{w(n-1)} \mp F_{wn}}{R_{e\delta(n-1)} + k_{f(n-1)} R_{e\delta n} + R_{\sigma(n-1),n}}, \quad (7)$$

$$\Phi_{\delta o(n+1)} = \frac{F_{\text{ПМ}} \left(1 + R_{\sigma n,(n+1)} R_{e\delta(n+1)}^{-1} \right) \mp F_{w(n+1)} \mp F_{wn}}{R_{e\delta(n+1)} + k_{f(n+1)} R_{e\delta n} + R_{\sigma n,(n+1)}}. \quad (8)$$

Представив соответствующие магнитные сопротивления через обратные им величины – магнитные проводимости, выражения (7) и (8) запишем следующим образом:

$$\Phi_{\delta o(n-1)} = \frac{F_{\text{ПМ}} \left(1 + G_{\sigma(n-1),n}^{-1} G_{e\delta(n-1)} \right) \mp F_{w(n-1)} \mp F_{wn}}{G_{e\delta(n-1)}^{-1} + k_{f(n-1)} G_{e\delta n}^{-1} + G_{\sigma(n-1),n}^{-1}}, \quad (9)$$

$$\Phi_{\delta o(n+1)} = \frac{F_{\text{ПМ}} \left(1 + G_{\sigma n,(n+1)}^{-1} G_{e\delta(n+1)} \right) \mp F_{w(n+1)} \mp F_{wn}}{G_{e\delta(n+1)}^{-1} + k_{f(n+1)} G_{e\delta n}^{-1} + G_{\sigma n,(n+1)}^{-1}}. \quad (10)$$

Из рис. 5 видно, что основной магнитной поток через n -ю катушку рабочей обмотки равен сумме двух выше определенных потоков:

$$\Phi_{\delta on} = \Phi_{\delta o(n-1)} + \Phi_{\delta o(n+1)}. \quad (11)$$

Расчет проводимостей. Расчет полных магнитных проводимостей рассеяния $G_{\sigma(n-1),n} = G_{\sigma(n-1),n}^z + G_{\sigma}^{\delta}$ и $G_{\sigma n,(n+1)} = G_{\sigma n,(n+1)}^z + G_{\sigma}^{\delta}$ при различных положениях зубцов статора относительно полюсов ротора (области магнитной системы 1...4 на рис. 3) выполнялся аналитическим методом с использованием элементарных магнитных проводимостей рассеяния [12]. Для этого рассмотрены рис. 6 и 7, на которых представлены структура магнитной системы СЭМ с ДЗО с обозначением элементарных проводимостей рассеяния и соответствующие ей эквивалентные схемы магнитных цепей для 1–4 областей магнитной системы соответственно.

На рис. 6 и 7 обозначено: $dG'_{[1...4]M(2)}$ и $dG''_{[1...4]M(2)}$ – элементарные магнитные проводимости рассеяния участков ПМ по пути потоков краевого эффекта и потоков воздушного зазора соответственно; $dG'_{[1...4]air(2)}$ и $dG''_{[1...4]air(2)}$ – элементарные магнитные проводимости рассея-

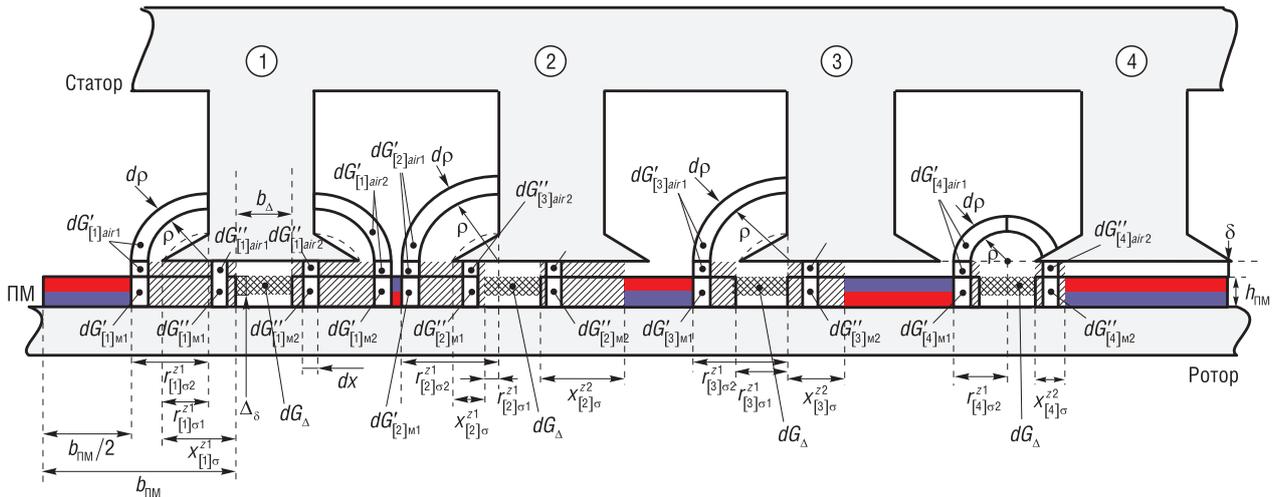


Рис. 6. Структура магнитной системы синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками с обозначением элементарных проводимостей рассеяния

Fig. 6. The structure of the magnetic system of a synchronous electric machine with fractional tooth winding with the designation of the elementary scattering conductivities

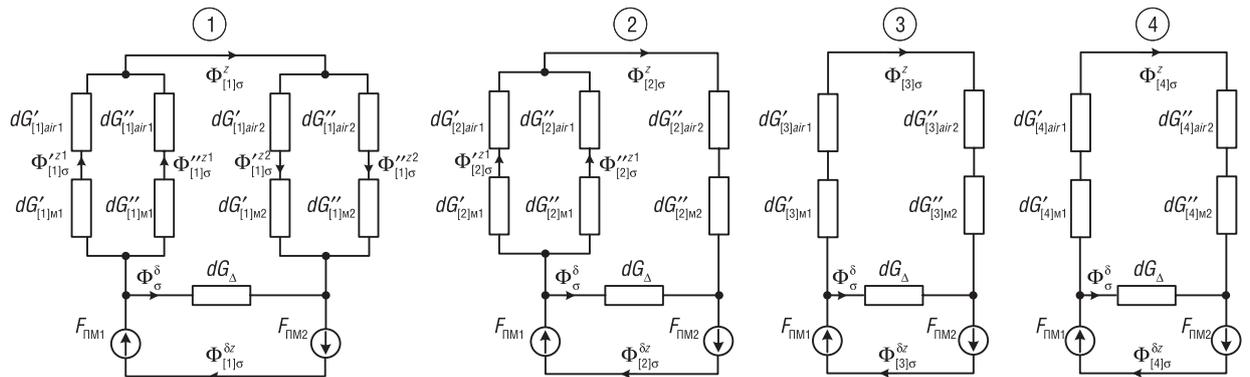


Рис. 7. Эквивалентные схемы магнитных цепей 1–4 областей магнитной системы синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками для расчета проводимостей рассеяния

Fig. 7. Equivalent circuits of magnetic circuits of 1–4 regions of the magnetic system of a synchronous electric machine with fractional tooth windings for calculating leakage conductivities

ния участков по воздуху по пути потоков краевого эффекта и потоков воздушного зазора соответственно; dG_{Δ} – элементарная магнитная проводимость рассеяния межполюсного участка; $b_{ПМ}$ – ширина ПМ, м; b_{Δ} – ширина межполюсного участка, м; $\Delta\delta$ – высота межполюсного участка, ограничивающая зону потока рассеяния, м; $h_{ПМ}$ – толщина ПМ, м; δ – величина воздушного зазора, м; $r_{[1..4]\sigma 1}^{z1(2)}, r_{[1..4]\sigma 2}^{z1(2)}$ – внутренний и наружный радиусы, ограничивающие зону потоков рассеяния через зубец, м; $x_{[1..4]\sigma}^{z1(2)}$ – часть ПМ, находящаяся в рабочем воздушном зазоре и в зоне потока рассеяния через зубец, м. Величины $r_{[1..4]\sigma 1}^{z1(2)}, r_{[1..4]\sigma 2}^{z1(2)}$ и $x_{[1..4]\sigma}^{z1(2)}$ зависят от координаты положения ротора. Индексы 1 и 2 относятся к левому и правому ПМ соответственно в каждой области магнитной системы [1..4].

Из рис. 7 следует, что полные элементарные магнитные проводимости рассеяния для каждой области магнитной системы [1..4] могут быть представлены в виде:

$$dG_{[1]\sigma} = dG_{[1]\sigma}^* dG_{[1]\sigma}^{**} \left(dG_{[1]\sigma}^* + dG_{[1]\sigma}^{**} \right)^{-1} + dG_{\Delta}, \tag{12}$$

$$\text{где } dG_{[1]\sigma}^* = \frac{dG'_{[1]M1} dG'_{[1]air1}}{dG'_{[1]M1} + dG'_{[1]air1}} + \frac{dG''_{[1]M1} dG''_{[1]air1}}{dG''_{[1]M1} + dG''_{[1]air1}}, dG_{[1]\sigma}^{**} = \frac{dG'_{[1]M2} dG'_{[1]air2}}{dG'_{[1]M2} + dG'_{[1]air2}} + \frac{dG''_{[1]M2} dG''_{[1]air2}}{dG''_{[1]M2} + dG''_{[1]air2}};$$

$$dG_{[2]\sigma} = dG_{[2]\sigma}^* dG_{[2]\sigma}^{**} \left(dG_{[2]\sigma}^* + dG_{[2]\sigma}^{**} \right)^{-1} + dG_{\Delta}, \quad (13)$$

$$\text{где } dG_{[2]\sigma}^* = \frac{dG'_{[2]M1} dG'_{[2]air1}}{dG'_{[2]M1} + dG'_{[2]air1}} + \frac{dG''_{[2]M1} dG''_{[2]air1}}{dG''_{[2]M1} + dG''_{[2]air1}}, \quad dG_{[2]\sigma}^{**} = \frac{dG''_{[2]M2} dG''_{[2]air2}}{dG''_{[2]M2} + dG''_{[2]air2}};$$

$$dG_{[3]\sigma} = dG_{[3]\sigma}^* dG_{[3]\sigma}^{**} \left(dG_{[3]\sigma}^* + dG_{[3]\sigma}^{**} \right)^{-1} + dG_{\Delta}, \quad (14)$$

$$\text{где } dG_{[3]\sigma}^* = \frac{dG'_{[3]M1} dG'_{[3]air1}}{dG'_{[3]M1} + dG'_{[3]air1}}, \quad dG_{[3]\sigma}^{**} = \frac{dG''_{[3]M2} dG''_{[3]air2}}{dG''_{[3]M2} + dG''_{[3]air2}};$$

$$dG_{[4]\sigma} = dG_{[4]\sigma}^* dG_{[4]\sigma}^{**} \left(dG_{[4]\sigma}^* + dG_{[4]\sigma}^{**} \right)^{-1} + dG_{\Delta}, \quad (15)$$

$$\text{где } dG_{[4]\sigma}^* = \frac{dG'_{[4]M1} dG'_{[4]air1}}{dG'_{[4]M1} + dG'_{[4]air1}}, \quad dG_{[4]\sigma}^{**} = \frac{dG''_{[4]M2} dG''_{[4]air2}}{dG''_{[4]M2} + dG''_{[4]air2}}.$$

Элементарные проводимости по путям магнитных потоков рассеяния через зубец статора для бесконечно тонкого слоя dr или dx состоит из двух последовательно соединенных участков: воздушный промежуток и ПМ [12]. А элементарная проводимость рассеяния межполюсного интервала является проводимостью только воздушного участка. Полагаем, что элементарные магнитные проводимости рассеяния по воздуху представляются в виде тонких слоев dr ограниченных дугами окружностей радиуса ρ , сопряженных с небольшими прямолинейными участками, а в зоне воздушного зазора dx и межполюсного интервала $d\Delta_{\delta}$ – только прямолинейными участками [12]. Учитывая вышесказанное, элементарные магнитные проводимости рассеяния, можно представить в виде:

$$dG'_{[1\dots4]M1(2)} = \frac{\mu_r l d\rho_{1(2)}}{h_{\text{ПМ}}}; \quad dG'_{[1\dots3]air1(2)} = \frac{\mu_0 l d\rho_{1(2)}}{\delta + 0,5\pi\rho_{1(2)}}; \quad dG'_{[4]air1} = \frac{\mu_0 l d\rho_{1(2)}}{\delta + \pi\rho_{1(2)}};$$

$$dG''_{[1\dots4]M1(2)} = \frac{\mu_r l dx_{1(2)}}{h_{\text{ПМ}}}; \quad dG''_{[1\dots4]air1(2)} = \frac{\mu_0 l dx_{1(2)}}{\delta}; \quad dG_{\Delta} = \frac{\mu_0 l d\Delta_{\delta}}{b_{\Delta}}, \quad (16)$$

где μ_r – внутренняя проницаемость ПМ, Гн/м; l – длина ПМ в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка (эффективная длина), м; μ_0 – абсолютная магнитная проницаемость вакуума, Гн/м.

Выражения полных магнитных проводимостей рассеяния (12) – (15) для каждой области магнитной системы [1..4] с учетом подстановки в их элементарных магнитных проводимостей рассеяния (16) и последующим интегрированием примут вид:

для области 1

$$G_{[1]\delta} = \frac{\mu_0 l \left(\ln \left(\left(a + r_{[1]\sigma 2}^{z1} \right) \left(a + r_{[1]\sigma 1}^{z1} \right)^{-1} \right) + a^{-1} x_{[1]\sigma}^{z1} \right) \left(\ln \left(\left(a + r_{[1]\sigma 2}^{z2} \right) \left(a + r_{[1]\sigma 1}^{z2} \right)^{-1} \right) + a^{-1} x_{[1]\sigma}^{z2} \right)}{0,5\pi \left[\ln \left(\left(a + r_{[1]\sigma 2}^{z1} \right) \left(a + r_{[1]\sigma 1}^{z1} \right)^{-1} \right) + \ln \left(\left(a + r_{[1]\sigma 2}^{z2} \right) \left(a + r_{[1]\sigma 1}^{z2} \right)^{-1} \right) + a^{-1} \left(x_{[1]\sigma}^{z2} + x_{[1]\sigma}^{z1} \right) \right]} + \frac{\mu_0 \Delta_{\delta} l}{b_{\Delta}}; \quad (17)$$

для области 2

$$G_{[2]\sigma} = \frac{\mu_0 l a^{-1} x_{[2]\sigma}^{z2} \left(\ln \left(\left(a + r_{[2]\sigma 2}^{z1} \right) \left(a + r_{[2]\sigma 1}^{z1} \right)^{-1} \right) + a^{-1} x_{[2]\sigma}^{z1} \right)}{0,5\pi \left[\ln \left(\left(a + r_{[2]\sigma 2}^{z1} \right) \left(a + r_{[2]\sigma 1}^{z1} \right)^{-1} \right) + a^{-1} \left(x_{[2]\sigma}^{z2} + x_{[2]\sigma}^{z1} \right) \right]} + \frac{\mu_0 \Delta_{\delta} l}{b_{\Delta}}; \quad (18)$$

для области 3

$$G_{[3]\sigma} = \frac{\mu_0 l a^{-1} b_{\Delta}^{-1} \Delta_{\delta} \left[\ln \left((a + r_{[3]\sigma 2}^{z1}) (a + r_{[3]\sigma 1}^{z1})^{-1} \right) (2\pi^{-1} x_{[3]\sigma}^{z2} b_{\Delta} \Delta_{\delta}^{-1} + a) + x_{[3]\sigma}^{z2} \right]}{\ln \left((a + r_{[3]\sigma 2}^{z1}) (a + r_{[3]\sigma 1}^{z1})^{-1} \right) + a^{-1} x_{[3]\sigma}^{z2}}; \quad (19)$$

для области 4

$$G_{[4]\sigma} = \frac{\mu_0 l a^{-1} b_{\Delta}^{-1} \Delta_{\delta} \left[\ln \left(1 + 2a^{-1} r_{[4]\sigma 2}^{z1} \right) \left(\pi^{-1} \Delta_{\delta}^{-1} b_{\Delta} x_{[4]\sigma}^{z2} + 0,5a \right) + x_{[4]\sigma}^{z2} \right]}{0,5 \ln \left(1 + 2a^{-1} r_{[4]\sigma 2}^{z1} \right) + a^{-1} x_{[4]\sigma}^{z2}}, \quad (20)$$

где $a = 2\pi^{-1} (\mu_0 \mu_r^{-1} h_{\text{ПМ}} + \delta)$.

Структурная схема математической модели для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки $\Phi_{\text{дол}}$ СЭМ с ДЗО представлена на рис. 8.

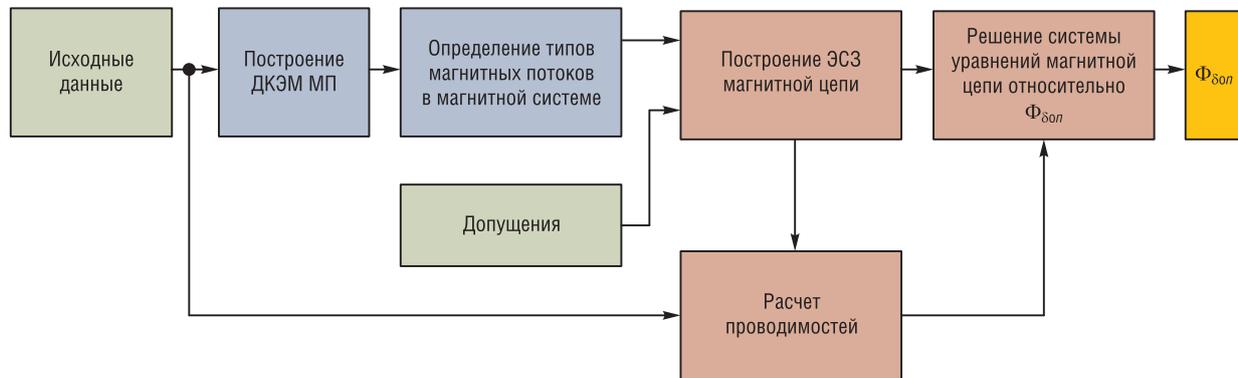


Рис. 8. Структурная схема математической модели для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 8. Block diagram of a mathematical model for determining the main magnetic flux through the coil of the working winding of a synchronous electric machine with fractional tooth winding

Из информации, представленной на рис. 8, следует, что достоверность аналитической модели для определения основного магнитного потока через рабочую обмотку электрической машины существенно зависит от корректного анализа ДКЭМ МП магнитной системы и определения типовых магнитных потоков при различных взаимных положениях полюсов ротора и статора.

Заключение. Посредством двумерной конечно-элементной модели магнитного поля определены типовые магнитные потоки в магнитной системе СЭМ с ДЗО. В результате анализа степени влияния магнитных потоков краевого эффекта и рассеяния на величину основного магнитного потока построены эквивалентные схемы магнитной цепи исследуемой электрической машины при различных положениях зубцов статора относительно полюсов ротора.

Разработана аналитическая модель для определения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки СЭМ с ДЗО, учитывающая его зависимость от координаты положения ротора, наличие потоков краевого эффекта и рассеяния. Предложенная модель позволяет решить задачу количественного определения величины основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки с высокой точностью. Практическая значимость разработанной аналитической модели заключается в возможности определения влияния основных геометрических параметров магнитной цепи на характер изменения основного магнитного потока через катушку рабочей обмотки при наименьших временных затратах. Предложенная аналитическая модель может быть применима в процессе оптимизации синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками.

Список использованных источников

1. Вольдек, А. И. Электрические машины. Машины переменного тока: учеб. для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.
2. Levi, E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications / E. Levi // *IEEE Trans. Ind. Electron.* – 2008. – Vol. 55, № 5. – P. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Шевченко, А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком: дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.03 / А. Ф. Шевченко. – Новосибирск: НГТУ, 1999. – 340 л.
4. Честюнина, Т. В. Исследование многополюсных синхронных магнитоэлектрических генераторов с дробными зубцовыми обмотками: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.01 / Т. В. Честюнина. – Новосибирск: НГТУ, 2012. – 176 л.
5. Иванов-Смоленский, А. В. Применение метода проводимостей зубцовых контуров для расчета синхронных машин с постоянными магнитами на поверхности ротора / А. В. Иванов-Смоленский, М. А. Аванесов, Е. В. Казьмин // *Электричество*. – 2009. – № 8. – С. 42–51.
6. Сан, Ю. Погружные вентильные электродвигатели с зубцовым шагом обмотки статора: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / Ю. Сан. – СПб.: СПбГМТУ, 2017. – 153 л.
7. Шрейнер, Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 583 с.
8. Пантелеев, С. В. Анализ особенностей магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой в полигармоническом режиме работы / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // *Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук*. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 343–355. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>
9. Analysis of Tooth-Tip Flux Leakage in Surface-Mounted Permanent Magnet Linear Vernier Machines / W. Li [et al.] // *IEEE Trans. Magn.* – 2013. – Vol. 49, № 7. – P. 3949–3952. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2244581>
10. Calculation and Analysis of Flux Leakage Coefficient of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors with Fractional Slot Concentrated Windings / P. Gao [et al.] // *IEEE Trans. Appl. Superconductivity*. – 2019. – Vol. 29, № 2. – Art. no. 0602004. <https://doi.org/10.1109/TASC.2019.2893740>
11. Балагуров, В. А. Электрические генераторы с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
12. Хитерер, М. Я. Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения / М. Я. Хитерер, И. Е. Овчинников. – СПб.: Корона-принт, 2013. – 368 с.
13. Менжинский, А. Б. Математическая модель генератора комбинированной конструкции возвратно-поступательного типа / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, Ю. Г. Коваль // *Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та*. – 2018. – № 2. – С. 74–85.
14. Захаренко, А. Б. Оптимизация проектирования тихоходного вентильного двигателя / А. Б. Захаренко, А. Ф. Авдонин // *Электротехника*. – 1999. – № 12. – С. 6–13.
15. Ponomarev, P. Effect of Slot-and-Pole Combination on the Leakage Inductance and the Performance of Tooth-Coil Permanent-Magnet Synchronous Machines / P. Ponomarev, P. Lindh, J. Pyrhonen // *IEEE Trans. Ind. Electron.* – 2013. – Vol. 60, № 10. – P. 4310–4317. <https://doi.org/10.1109/TIE.2012.2216246>
16. Нго, Фьонг Ле. Расчет индуктивностей синхронного двигателя с инкорпорированными постоянными магнитами / Фьонг Ле Нго // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. – 2017. – Т. 60, № 2. – С. 133–146. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-2-133-146>
17. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // *Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь*. – 2017. – № 3. – С. 80–86.
18. ELCUT Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.3.1: рук. пользователя [Электронный ресурс]. – СПб.: Тор, 2018. – Режим доступа: https://elcut.ru/downloads/manual_r_rocket.pdf – Дата доступа: 24.05.2018.
19. Менжинский, А. Б. Разработка уточненных электромагнитных моделей электрических генераторов возвратно-поступательного движения с постоянными магнитами / А. Б. Менжинский, А. Н. Малашин, П. Б. Менжинский // *Энергетика. Изв. вузов. и энергет. об-ний СНГ*. – 2021. – Т. 64, № 4. – С. 291–302. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-4-291-302>
20. Балагуров, В. А. Электрические машины с постоянными магнитами / В. А. Балагуров, Ф. Ф. Галтеев, А. Н. Ларионов; под ред. А. Н. Ларионова. – М.; Л.: Энергия, 1964. – 480 с.

References

1. Vol'dek A. I., Popov V. V. *Electric Cars. AC Machines*. St. Petersburg, Piter Publ., 2008. 350 p. (in Russian).
2. Levi E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, vol. 55, no. 5, pp. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Shevchenko A. F. *Electromechanical Energy Converters with Modulated Magnetic Flux*. Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 1999. 340 p. (in Russian).
4. Chestyunina T. V. *Research of Multi-Pole Synchronous Magnetolectric Generators with Fractional Slot Windings*. Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 2012. 176 p. (in Russian).
5. Ivanov-Smolenskii A. V., Avanesov M. A., Kaz'min E. V. Application of the method of conductivity of toothed contours for calculating synchronous machines with permanent magnets on the surface of the rotor. *Elektrichestvo*, 2009, no. 8, pp. 42–51 (in Russian)

6. San Ju. *Submersible Valve Motors with Toothed Stator Winding Pitch*. St. Petersburg, St. Petersburg State Marine Technical University, 2017. 153 p. (in Russian).
7. Shrejner R. T. *Mathematical Modeling of AC Electric Drives with Semiconductor Frequency Converters*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2000. 583 p. (in Russian).
8. Panteleev S. V., Malashin A. N. Analysis of features of the magnetic field of a synchronous electric machine with a multi-phase fractional slot winding in a polyharmonic mode of operation. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 343–355 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>
9. Li W., Chau K., Liu C., Gao S., Wu D. Analysis of Tooth-Tip Flux Leakage in Surface-Mounted Permanent Magnet Linear Vernier Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, vol. 49, no. 7, pp. 3949–3952. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2244581>
10. Gao P., Gu Y. X., Sha S. H., Abubakar U., Wang X. Y. Calculation and Analysis of Flux Leakage Coefficient of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors with Fractional Slot Concentrated Windings. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2019, vol. 29, no. 2, Art. no. 0602004. <https://doi.org/10.1109/TASC.2019.2893740>
11. Balagurov V. A., Galteev F. F. *Electric Machines with Permanent Magnets*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988. 280 p. (in Russian).
12. Khiterer M. Ya., Ovchinnikov I. E. *Synchronous Electric Reciprocating Machines*. St. Petersburg, Korona-Print Publ., 2013. 368 p. (in Russian).
13. Menzhinskii A. B., Malashin A. N., Koval J. G. Mathematical model of the generator of the combined design of reciprocating type. *Vestnik Gomelskogo technicheskogo universiteta = Bulletin of Gomel State Technical University*, 2018, no. 2, pp. 74–85 (in Russian).
14. Zaharenko A. B., Avdonin A. F. Design Optimization of a Low-Speed Brushless Motor. *Elektrotehnika = Electrical Engineering*, 1999, no. 12, pp. 6–13 (in Russian).
15. Ponomarev P., Lindh P., Pyrhonen J. Effect of Slot-and-Pole Combination on the Leakage Inductance and the Performance of Tooth-Coil Permanent-Magnet Synchronous Machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, vol. 60, no. 10, pp. 4310–4317. <https://doi.org/10.1109/TIE.2012.2216246>
16. Phuong Le Ngo. Calculation of inductance of the interior permanent magnet synchronous motor. *Energetika. Izvestiya Vysshikh uchebnykh zavedenii i energeticheskikh ob'edinenii SNG = ENERGETIKA. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 2017, vol. 60, no. 2, pp. 133–146 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2017-60-2-133-146>
17. Panteleev S. V., Malashyn A. N. Increasing the energy performance of an electric machine by applying a multi-phase toothed winding. *Vestnik Voennoi akademii Respubliki Belarus' = Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus*, 2017, no. 3, pp. 80–86 (in Russian).
18. *ELCUT Modeling of Electromagnetic, Thermal, and Elastic Fields by the Finite Element Method. Version 6.3.1.: User's Hands*. St. Petersburg, Tor Publ., 2018. Available at: https://elcut.ru/downloads/manual_r_pocket.pdf (accessed 24 May 2018) (in Russian).
19. Menzhinski A. B., Malashin A. N., Menzhinski P. B. Development of Refined Electromagnetic Models of Reciprocating Electric Generators with Permanent Magnets. *Energetika. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii i energeticheskikh ob'edinenii SNG = ENERGETIKA. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 2021, no. 4, pp. 291–302 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-4-291-302>
20. Balagurov V. A., Galteev F. F., Larionov A. N. *Electric Machines with Permanent Magnets*. Moscow, Energiya Publ., 1964. 480 p. (in Russian).

Информация об авторах

Пантелеев Станислав Владимирович – преподаватель кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Менжинский Андрей Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: volna05011990@mail.ru

Малашин Андрей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь).

Information about the authors

Stanislav V. Panteleev – Teacher of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Andrey B. Menzhinsky – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: volna05011990@mail.ru

Andrey N. Malashin – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Professor of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus).