

А. В. Исаев¹, Ю. В. Суходолов¹, А. А. Шейников²

¹*Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь*

²*Военная академия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь*

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ СПЕКТРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДВОЙНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Аннотация. Разработан способ выделения информационных спектральных составляющих из исследуемого сигнала с минимальной погрешностью, возникающей при некоррелированных изменениях параметров этого сигнала, путем создания последовательностей из двойных импульсов. Предложен метод синтеза испытательного сигнала, в котором преобладают спектральные составляющие, используемые при анализе параметров этого сигнала, и максимально подавляются соседние с информативной спектральные составляющие. Рассмотрена процедура построения структур из комбинаций двойных импульсных последовательностей, получены уравнения для амплитуд их спектральных составляющих, и в соответствии с этим определены основные требования и правила для вычисления основных временных параметров получаемых импульсных последовательностей. Проведен анализ областей чувствительности к изменению основных параметров импульсной последовательности. Приведен пример получения испытательного сигнала с выделением 13-й спектральной составляющей на фоне подавления пяти соседних, а также выполнен анализ погрешности измерения, связанной с нестабильностью основных параметров сформированной импульсной последовательности. Представленный метод позволяет организовать выделение информативной спектральной составляющей путем исключения соседних и при этом, повысить точность измерения параметров сигнала за счет уменьшения влияния нестабильности его параметров, что недостижимо при использовании современных методов при цифровой обработке сигналов. Метод может использоваться в энергетике при анализе состояния работоспособности электрических машин, для измерения скорости и расстояния в радиолокации и др.

Ключевые слова: комбинация двойных импульсных последовательностей, амплитудно-частотный спектр импульсной последовательности, выделение спектральной составляющей, погрешность от нестабильности параметров сигнала

Для цитирования: Исаев, А. В. Динамическая модель структуры спектра последовательностей двойных импульсов / А. В. Исаев, Ю. В. Суходолов, А. А. Шейников // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2022. – Т. 67, № 1. – С. 94–104. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-1-94-104>

Aleksandr V. Isaev¹, Yuri V. Suchodolov¹, Aleksey A. Sheinikau²

¹*Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus*

²*Military Academy of the Republic Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

DYNAMIC MODEL OF THE STRUCTURE OF THE SPECTRUM OF SEQUENCES FROM DOUBLE PULSES

Abstract. A method has been developed for extracting informational spectral components from the signal under study with a minimum error arising from uncorrelated changes in the parameters of this signal by creating sequences of double pulses. A method for synthesizing a test signal is proposed, in which the spectral components used in the analysis of the parameters of this signal predominate and the spectral components adjacent to the informative one are maximally suppressed. The procedure for constructing structures from combinations of double pulse sequences is considered, equations for the amplitudes of their spectral components are obtained, and in accordance with this, the basic requirements and rules for calculating the main temporal parameters of the resulting pulse sequences are determined. The analysis of the areas of sensitivity to changes in the main parameters of the pulse sequence has been carried out. An example of obtaining a test signal with the selection of the 13th spectral component against the background of the suppression of five neighboring ones is considered, and an analysis of the measurement error associated with the instability of the main parameters of the generated pulse sequence is performed. The presented method makes it possible to organize the selection of an informative spectral component with a maximum quality factor by excluding neighboring ones and, at the same time, to increase the accuracy of measuring signal parameters by reducing the influence of the instability of its parameters, which is unattainable using modern approaches, including digital signal processing. The method can be used in the power industry when analyzing the state of operability of electrical machines, for measuring speed and distance in radar, etc.

Keywords: a combination of double pulse sequences, the amplitude-frequency spectrum of the pulse sequence, the separation of the spectral component, the error from the instability of the signal parameters

For citation: Isaev A. V., Suchodolov Yu. V., Sheinikau A. A. Dynamic model of the structure of the spectrum of sequences from double pulses. *Vesti Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2022, vol. 67, no. 1, pp. 94–104 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-1-94-104>

Введение. Одной из наиболее важных проблем современного приборостроения, и в частности диагностики, является максимально достоверное измерение параметров исследуемых процессов (временных, амплитудных и др.) и получение их с минимальной погрешностью. При этом основная сложность состоит в качественном выделении измеряемого параметра, то есть в организации фильтрации.

Существует большое количество подходов к организации фильтрации сигналов, начиная от построения простейших, активных и пассивных фильтров, выполненных на основе RC- или LC-цепочек, и заканчивая созданием современных цифровых комплексов, реализующих программно-аппаратное выделение спектральной составляющей из исследуемого сигнала.

Однако каждый из таких подходов имеет существенные недостатки. Так, активные и пассивные фильтры, построенные на основе RC- или LC-цепочек, даже имея несколько каскадов (2-го, 3-го порядка и выше), чаще всего недостаточно добротны по отношению к выделяемой спектральной составляющей [1]. Поэтому в настоящее время при необходимости качественного выделения сигнала в большинстве случаев используют цифровые фильтры, построенные на методах выделения отдельных спектральных составляющих.

Одной из существенных проблем проектирования цифрового фильтра является выбор такой его структуры, при которой минимизируются вычислительные ресурсы, необходимые для его реализации.

Выделяют несколько видов цифровых фильтров. Так, разработана прямая форма цифрового фильтра с импульсной характеристикой конечной длительности [2, 3]. Недостатком этого вида являются значительные вычислительные затраты, необходимые для его реализации.

Наиболее распространенным на практике видом цифрового фильтра является структура типа «быстрое преобразование Фурье» (БПФ), где производится умножение спектра на массив амплитудно-частотной характеристики фильтра [2, 3]. Данная структура характеризуется минимальными вычислительными затратами. Отличительной чертой такого типа является реализация процедуры БПФ с существенным перекрытием входного сигнала во временной области, что обусловлено необходимостью получения аperiodической свертки этого сигнала с импульсной реакцией фильтра.

Фильтр Калмана – цифровой фильтр, который оценивает вектор состояния динамической системы, используя ряд неполных и зашумленных измерений. Работа фильтра основана на рекурсивном дооценивании вектора состояния заранее известной динамической системы, а следовательно, для расчета текущего состояния системы необходимо знать текущее измерение, а также предыдущее состояние самого фильтра [3].

Особенностью перечисленных цифровых фильтров являются сложности, связанные с изменением его основных характеристик. Поэтому в настоящее время ведутся работы по разработке адаптивных фильтров, имеющих возможность перенастраиваться в режиме реального времени под текущие задачи. Например, создан адаптивный фильтр, в котором для повышения точности и устойчивости фильтрации в структуру фильтра Калмана вводятся дополнительные элементы и связи, реализующие оптимальную коррекцию фильтра по среднеквадратическому критерию Красовского и включающие дополнительный фильтр коррекции – фильтр для оценивания «невязки», которая используется для настройки основного фильтра и фильтра коррекции с применением алгоритма нетерминального управления (патент RU №. 2110883 «Адаптивный фильтр для оценки нестационарных процессов», авторы – Ю. А. Юркин, А. В. Гаврилов; патент RU №. 2747199С1 «Цифровой фильтр для нестационарных сигналов», автор – П. А. Безмен). Недостатком таких фильтров является влияние «белого» шума на их состояние, в то время как шум имеет более сложную структуру, а значит, и возможности по его удалению из полезного сигнала [4]. Также в настоящее время исследователями ведутся

работы по совершенствованию различных адаптивных фильтров [5, 6] (U.S. Patent Application No. 16/003,980 «Adaptive filter method, system and apparatus», authors – Ahmad Khalifi, Azzedine Zerguine; Патент RU No. 2 631 976 C2 «Перестраиваемый цифровой фильтр с программируемой структурой», автор – В. Д. Белоногов).

Между тем все перечисленные методики выделения спектральных составляющих не предусматривают учет нестабильности основных параметров исследуемых сигналов, что выражается в увеличении абсолютной погрешности, возникающей при некоррелированных изменениях этих параметров. Поэтому в настоящее время ведутся работы по совершенствованию систем цифровой фильтрации, построенных на основе анализа импульсных последовательностей, сформированных из измеряемых сигналов [7] (патент № 19 225 C1 «Способ определения времени задержки между двумя периодическими последовательностями импульсов», авторы – Ю. В. Суходолов, О. И. Киш, Л. П. Крученок).

Цель настоящей работы – разработка метода выделения информационных спектральных составляющих из исследуемого сигнала с минимальной погрешностью, возникающей при некоррелированных изменениях параметров этого сигнала, путем создания последовательностей из двойных импульсов.

Получение математического описания модели структуры спектра двойных импульсных последовательностей. Для того чтобы определить изменения того или иного параметра при спектральном подходе к диагностике часто приходится проводить процедуру выделения информативных спектральных составляющих с помощью различных фильтрующих устройств. Однако с помощью полосового фильтра, в том числе и построенного на основе активного RC-фильтра, получение высокой добротности связано с трудностями схемотехнического исполнения, а при увеличении номера спектральной составляющей из-за разности частот между ними выделение становится процедурой затруднительной. Поэтому при современных способах контроля и диагностики состояния обмоток электрических машин, измерения временных параметров в электронике или электротехнике, а также расстояния и скорости в радиолокации и др. необходимо синтезировать такой испытательный сигнал, в котором бы преобладали спектральные составляющие, используемые при анализе параметров этого сигнала, то есть максимально подавить соседние с информативной спектральные составляющие.

В самом простом случае, если необходимо подавить одну или две спектральные составляющие, можно обратиться к последовательности из двух импульсов. Амплитудно-спектральная характеристика такой последовательности рассмотрена в [8]. Амплитуда n -й спектральной составляющей такой последовательности устанавливается зависимостью

$$|U_n| = \frac{2E}{\pi n} \left(\sin \frac{n\omega t_i}{2} \right) \left(\cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right), \quad (1)$$

где E – амплитуда импульсов; t_{z1} – задержка между импульсами в двойной последовательности; t_i – длительность импульсов; n – номер спектральной составляющей; ω – циклическая частота, определяемая по формуле $\omega = 2\pi/T$ (T – период импульсной последовательности).

Амплитуды спектральных составляющих, которые равны нулю (n_{0t_i} и $n_{0t_{z1}}$), определяются из соотношений: $\sin \frac{n\omega t_i}{2} = 0$ и $\cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} = 0$.

Номера спектральных составляющих, амплитуды которых равны нулю:

$$\begin{aligned} n_{0t_i} &= N \frac{T}{t_i}; \\ n_{0t_{z1}} &= N \frac{T}{2t_{z1}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $N = 1, 2, 3, \dots$ – номер нуля

Следовательно, задаваясь номером спектральной составляющей, которую необходимо подавить, можно рассчитать длительность импульсов t_i и время задержки между импульсами t_{z1} в формируемой импульсной последовательности. Амплитудно-частотный спектр такой последовательности при различных значениях t_{z1} представлен на рис. 1

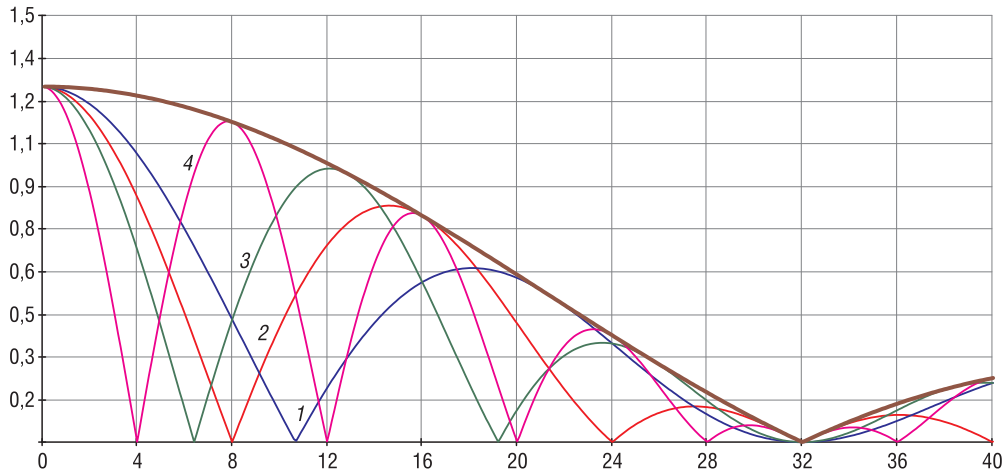


Рис. 1. Амплитудно-частотный спектр последовательности из двух импульсов при длительности импульса $t_i = T/32$: $1 - t_{z1} = 1,5t_i$; $2 - t_{z1} = 2t_i$; $3 - t_{z1} = 2,5t_i$; $4 - t_{z1} = 4t_i$

Fig. 1. Amplitude-frequency spectrum of a sequence of two pulses with a pulse duration $t_i = T/32$: $1 - t_{z1} = 1.5t_i$; $2 - t_{z1} = 2t_i$; $3 - t_{z1} = 2.5t_i$; $4 - t_{z1} = 4t_i$

Однако наибольшего результата по выделению отдельной спектральной составляющей можно достигнуть путем подавления большего количества соседних с информативной гармоник. Поэтому рассмотрим использование двойных импульсов при формировании сигналов с задержкой между двойными последовательностями. Для этого повторим рассмотренную последовательность из двух импульсов через время задержки t_{z2} . Временная диаграмма такой последовательности представлена на рис. 2.

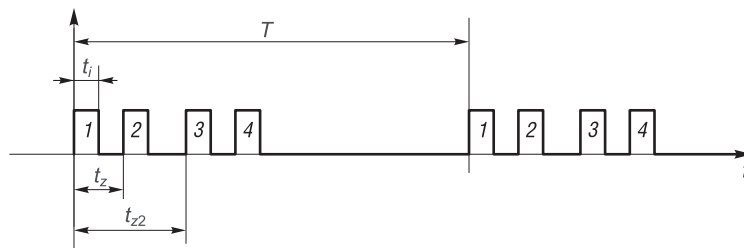


Рис. 2. Исследуемая последовательность двух двойных импульсов

Fig. 2. The investigated sequence of two double pulses

Уравнение для амплитуды n -й спектральной составляющей представленной последовательности определим как сумму импульсов, входящих в нее. Так, уравнение для первого импульса имеет вид

$$\dot{U}_{11}(n) = \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}), \tag{3}$$

где j – мнимая единица, равная $\sqrt{-1}$; e – основание степени экспоненты, примерно равное 2,718 281 828 459 045...;

для второго –

$$\dot{U}_{12}(n) = \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) e^{-jn\omega t_{z1}}; \tag{4}$$

двойной последовательности импульсов –

$$\begin{aligned} \dot{U}_{p1}(n) &= \dot{U}_{11}(n) + \dot{U}_{12}(n) = \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) + \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) e^{-jn\omega t_{z1}} = \\ &= \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) (1 + e^{-jn\omega t_{z1}}). \end{aligned} \tag{5}$$

Учитывая теорему о смещении [9], уравнение для второй последовательности с импульсами 3 и 4 представим следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{p2}(n) &= \dot{U}_{21}(n) + \dot{U}_{22}(n) = \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) e^{-jn\omega t_{z2}} + \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) e^{-jn\omega t_{z2}} e^{-jn\omega t_{z1}} = \\ &= \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) (1 + e^{-jn\omega t_{z1}}) e^{-jn\omega t_{z2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда комплексная амплитуда n -й спектральной составляющей суммы двух двойных импульсных последовательностей будет равна

$$\begin{aligned} \dot{U}(n) &= \dot{U}_{p1}(n) + \dot{U}_{p2}(n) = \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) (1 + e^{-jn\omega t_{z1}}) + \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) (1 + e^{-jn\omega t_{z1}}) e^{-jn\omega t_{z2}} = \\ &= \frac{E}{\pi nj} (1 - e^{-jn\omega t_i}) (1 + e^{-jn\omega t_{z1}}) (1 + e^{-jn\omega t_{z2}}). \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразовав выражение (7), получим

$$\dot{U}(n) = \frac{8E}{\pi n} \left(\sin \frac{n\omega t_i}{2} \right) \left(\cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right) \left(\cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right) e^{-jn\omega \frac{n\omega t_i}{2}} e^{-jn\omega \frac{n\omega t_{z1}}{2}} e^{-jn\omega \frac{n\omega t_{z2}}{2}}. \quad (8)$$

Следовательно, амплитуда n -й спектральной составляющей будет определяться как

$$|U(n)| = \frac{8E}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right|, \quad (9)$$

где t_{z2} – время задержки между двумя последовательностями из двух импульсов

Согласно (9) в спектре сигнала появится дополнительный набор спектральных составляющих $n_{0t_{z2}}$, амплитуды которых равны нулю и чей номер определяется из соотношения

$$\cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} = 0,$$

откуда

$$n_{0t_{z2}} = N \frac{T}{2t_{z2}}. \quad (10)$$

Амплитудно-частотный спектр получаемой импульсной последовательности при различных значениях t_{z2} и прочих равных параметрах представлен на рис. 3

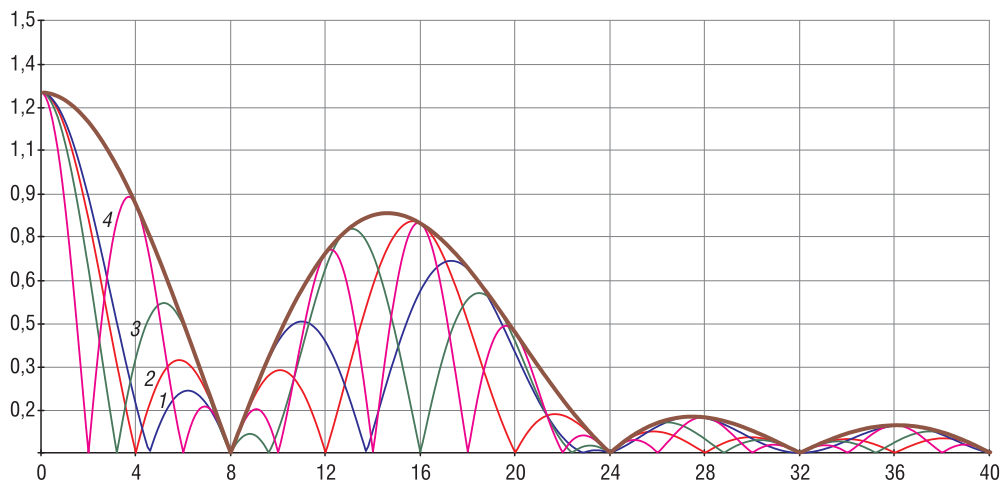


Рис. 3. Спектральный состав двух двойных последовательностей импульсов при длительности импульса $t_i = T/32$ и времени задержки между импульсами $t_{z1} = 2t_i$: 1 – $t_{z2} = 3,5t_i$; 2 – $t_{z2} = 4t_i$; 3 – $t_{z2} = 5t_i$; 4 – $t_{z2} = 8t_i$

Fig. 3. Spectral composition of two double sequences of pulses with a pulse duration $t_i = T/32$ and a delay time between pulses $t_{z1} = 2t_i$: 1 – $t_{z2} = 3.5t_i$; 2 – $t_{z2} = 4t_i$; 3 – $t_{z2} = 5t_i$; 4 – $t_{z2} = 8t_i$

Для подавления следующей, соседней с информативной спектральной составляющей повторим полученную ранее двойную последовательность из двух импульсов через время задержки t_{w3} . Проведем ряд аналогичных (3)–(7) преобразований, получим выражение для определения амплитуды n -й спектральной составляющей:

$$|U(n)| = \frac{16E}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right|, \quad (11)$$

где t_{z3} – время задержки между двойными комбинациями двойных импульсных последовательностей.

Согласно (11) в спектре сигнала появится еще один набор спектральных составляющих $n_{0t_{z3}}$, амплитуды которых равны нулю и чей номер определяется из соотношения

$$\cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} = 0.$$

Следовательно,

$$n_{0t_{z3}} = N \frac{T}{2t_{z3}}. \quad (12)$$

Амплитудно-частотный спектр такой последовательности при различных значениях t_{z3} представлен на рис. 4

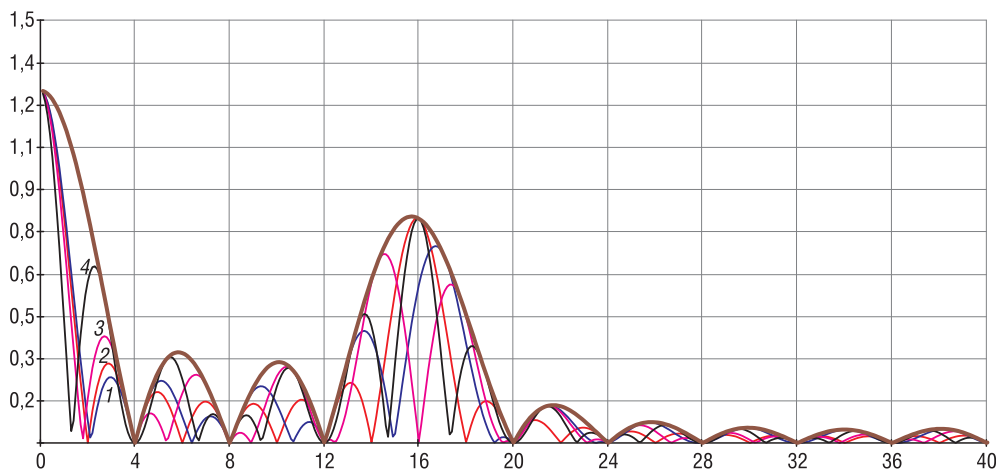


Рис. 4. Спектральный состав двойной комбинации двойных импульсных последовательностей при длительности импульса $t_i = T/32$, $t_{z1} = 2t_i$ и $t_{z2} = 4t_i$: 1 – $t_{z3} = 7,5t_i$; 2 – $t_{z3} = 8t_i$; 3 – $t_{z3} = 8,5t_i$; 4 – $t_{z3} = 10t_i$

Fig. 4. Spectral composition of a double combination of double pulse sequences with a pulse duration $t_i = T/32$, $t_{z1} = 2t_i$, and $t_{z2} = 4t_i$: 1 – $t_{z3} = 7.5t_i$; 2 – $t_{z3} = 8t_i$; 3 – $t_{z3} = 8.5t_i$; 4 – $t_{z3} = 10t_i$

Учитывая соотношения (1), (9) и (11), можно сделать вывод, что с помощью конструкций последовательностей импульсов, составленных из комбинаций двойных импульсов, можно подавить в непосредственном окружении от информирующей спектральной составляющей необходимое количество соседних. В общем виде выражение для амплитуд спектральных составляющих импульсных последовательностей, построенных из комбинаций двойных импульсов, имеет вид

$$|U(n)| = \frac{2EK}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \times \prod_{L=1}^K \left| \cos \frac{n\omega t_{zL}}{2} \right|, \quad (13)$$

где K – количество последовательных комбинаций из двойных импульсных последовательностей; L – порядковый номер комбинации из двойных импульсных последовательностей.

Абсолютная погрешность при генерации импульсного сигнала. Абсолютная погрешность генерации сигнала, построенного из конструкций двойных последовательностей импульсов, возникающая при нестабильности формирования параметров E , ω , t_i , t_{z1} , t_{z2} и t_{z3} , определяется

как величина полного дифференциала [10] в результате некорректированных изменений параметров полученной конструкции:

$$\left| \Delta U_{E\omega t_i t_{z1} t_{z2} t_{z3}} \right| = \frac{d|U_n|}{dE} \Delta E + \frac{d|U_n|}{d\omega} \Delta \omega + \frac{d|U_n|}{dt_i} \Delta t_i + \frac{d|U_n|}{dt_{z1}} \Delta t_{z1} + \frac{d|U_n|}{dt_{z2}} \Delta t_{z2} + \frac{d|U_n|}{dt_{z3}} \Delta t_{z3}, \quad (14)$$

где ΔE , $\Delta \omega$, Δt_i , Δt_{z1} , Δt_{z2} , Δt_{z3} – соответственно изменения параметров E , ω , t_i , t_{z1} , t_{z2} и t_{z3} .

Определим чувствительность как частные производные из выражения (11) к изменяемым параметрам:

$$\frac{d|U_n|}{dE} = \frac{8}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right|; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d|U_n|}{d\omega} = \frac{4E}{\pi} & \left(t_i \cos \frac{n\omega t_i}{2} \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} - t_{z1} \sin \frac{n\omega t_i}{2} \sin \frac{n\omega t_{z1}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} - \right. \\ & \left. - t_{z2} \sin \frac{n\omega t_i}{2} \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \sin \frac{n\omega t_{z2}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right) \text{sign} \left(\sin \frac{n\omega t_i}{2} \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right); \quad (16) \end{aligned}$$

$$\frac{d|U_n|}{dt_i} = \frac{4E\omega}{\pi n} \left| \cos \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right| \text{sign} \left(\sin \frac{n\omega t_i}{2} \right); \quad (17)$$

$$\frac{d|U_n|}{dt_{z1}} = \frac{4E\omega}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \sin \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right| \text{sign} \left(\cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right); \quad (18)$$

$$\frac{d|U_n|}{dt_{z2}} = \frac{4E\omega}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \sin \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right| \text{sign} \left(\cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right); \quad (19)$$

$$\frac{d|U_n|}{dt_{z3}} = \frac{4E\omega}{\pi n} \left| \sin \frac{n\omega t_i}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z1}}{2} \right| \cdot \left| \cos \frac{n\omega t_{z2}}{2} \right| \cdot \left| \sin \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right| \text{sign} \left(\cos \frac{n\omega t_{z3}}{2} \right). \quad (20)$$

Минимальная чувствительность к изменению неинформационных параметров определяется приравнением к нулю частных производных в выражениях (15)–(20), в результате решения которых находим экстремумы функций $|U_n|$. Учитывая, что решение всех полученных уравнений представляет собой сложное выражение, проведем анализ областей чувствительности с помощью ПО Mathcad. Исходные параметры полученной комбинации последовательности двойных импульсов следующие: $E = 3,3$ В, $f = 1000$ Гц ($T = 1$ мс), $t_i = 32$ мкс, $t_{z1} = 64$ мкс, $t_{z2} = 128$ мкс, $t_{z3} = 256$ мкс (рис. 5, 6).

Одним из примеров применения данного метода может быть выделение отдельных спектральных составляющих методом перемножения сигналов. Использование синусоидальных сигналов, учитывая невысокую стабильность параметров при формировании, приводит к большим погрешностям. Поэтому целесообразнее применять составляющие той же частоты, полученные из последовательности импульсов с заданными амплитудой и временными параметрами, и таким образом воспользоваться их преимуществами: получение высокой стабильности временных параметров и удовлетворительной амплитуды, погрешности от нестабильности которых можно уменьшить, используя спектральные составляющие с большим, чем 10-й, номер. Это, согласно выражению (14), позволит уменьшить погрешность измерения более чем в 10 раз.

Рассмотрим вариант выделения, например, 13-й спектральной составляющей у исследуемого сигнала путем подавления в нем пяти соседних. В качестве исходных параметров определим следующие: частота периодического сигнала $f = 1000$ Гц ($T = 1/f = 1$ мс) и амплитуда $E = 3,3$ В.

Чтобы выделить 13-ю спектральную составляющую, поместим ноль амплитудного спектра на место соседней нечетной 15-й. Для этого выберем скважностью испытательных импульсов $q = 15$.

В соответствии с выражением (2) определим длительность импульсов t_i для подавления 15-й спектральной составляющей при номере сформированного нуля $N = 1$:

$$t_i = N \frac{T}{n\omega t_i} = 67 \text{ мкс.}$$

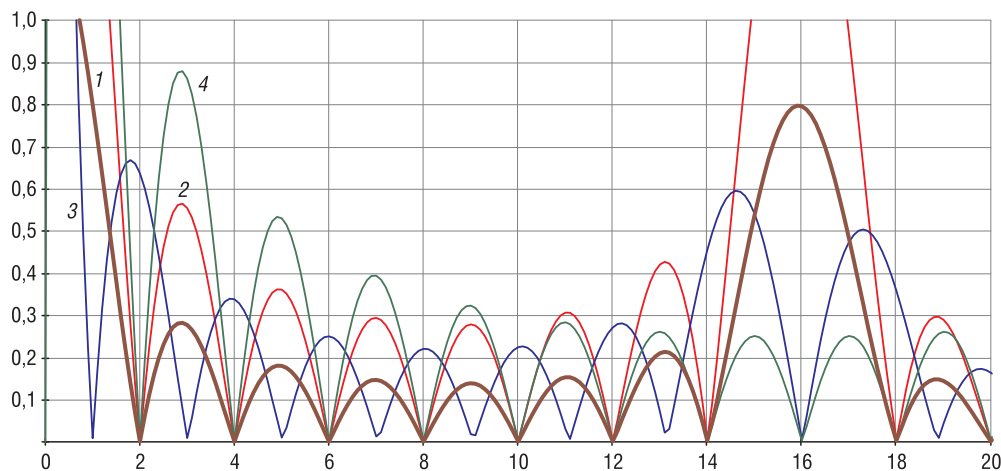


Рис. 5. Кривые чувствительности амплитудно-частотного спектра к изменению параметров импульсной последовательности: 1 – амплитудно-частотный спектр двойной комбинации двойных импульсных последовательностей; 2 – чувствительность к амплитуде сформированных импульсов E ; 3 – чувствительность к частоте следования импульсов ω ; 4 – чувствительность к изменению длительности импульсов t_i ; 5 – чувствительность к изменению времени задержки в импульсной последовательности t_{z1}

Fig. 5. Curves of sensitivity of the amplitude-frequency spectrum to changes in the parameters of the pulse sequence: 1 – amplitude-frequency spectrum of a double combination of double pulse sequences; 2 – sensitivity to the amplitude of the formed pulses E ; 3 – sensitivity to pulse repetition rate ω ; 4 – sensitivity to changes in the pulse duration t_i ; 5 – sensitivity to a change in the delay time in the pulse sequence t_{z1}

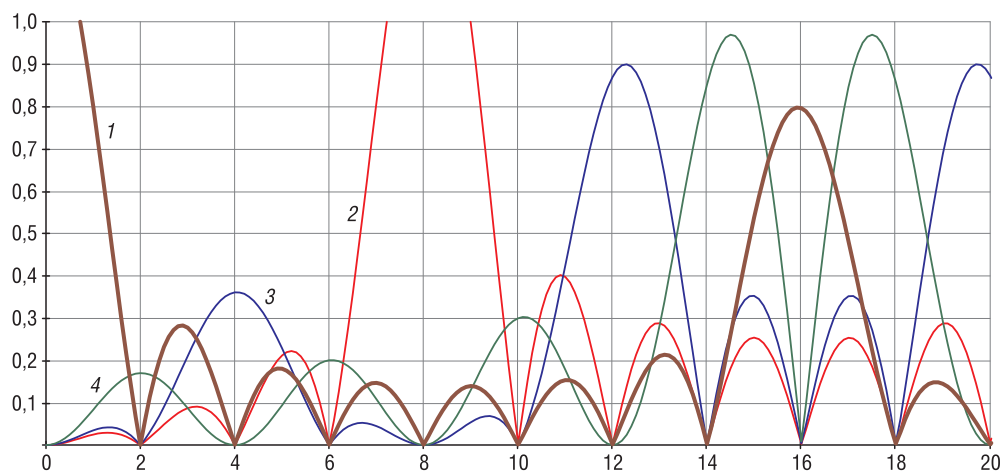


Рис. 6. Кривые чувствительности амплитудно-частотного спектра к изменению параметров импульсной последовательности: 1 – амплитудно-частотный спектр двойной комбинации двойных импульсных последовательностей; 2 – чувствительность к изменению времени задержки между импульсами в последовательности t_{z1} ; 3 – чувствительность к изменению времени задержки между двойными импульсами в последовательности t_{z2} ; 4 – чувствительность к изменению времени задержки между двойной комбинации двойных импульсных последовательностей t_{z3}

Fig. 6. Curves of sensitivity of the amplitude-frequency spectrum to changes in the parameters of the pulse sequence: 1 – amplitude-frequency spectrum of a double combination of double pulse sequences; 2 – sensitivity to a change in the delay time between pulses in the sequence t_{z1} ; 3 – sensitivity to a change in the delay time between double pulses in the sequence t_{z2} ; 4 – sensitivity to change in delay time between double combinations of double pulse sequences t_{z3}

Так же из выражения (2) для $n_{0t_{z1}}$ находим время задержки между импульсами в последовательности t_{z1} для подавления 11-й спектральной составляющей при $N = 2$:

$$t_{z1} = N \frac{T}{2n_{0t_{z1}}} = 90 \text{ мкс.}$$

Время задержки между двойными импульсами в последовательности t_{z2} для подавления 14-й спектральной составляющей определяем из соотношения (10) для $n_{0t_{z2}}$ при $N = 5$:

$$t_{z2} = N \frac{T}{2n_{0t_{z2}}} = 178 \text{ мкс.}$$

Время задержки между двойной комбинацией двойных импульсных последовательностей t_{z3} для подавления 12-й спектральной составляющей определяем из соотношения (12) для $n_{0t_{z3}}$ при $N = 9$:

$$t_{z3} = N \frac{T}{2n_{0t_{z3}}} = 375 \text{ мкс.}$$

Результирующий амплитудно-частотный спектр полученного сигнала представлен на рис. 7.

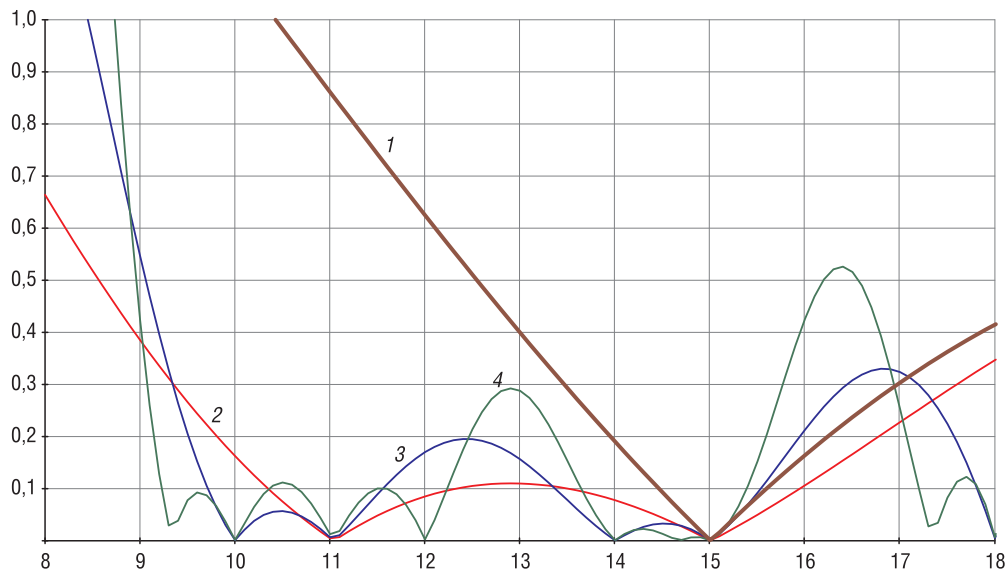


Рис. 7. Амплитудно-частотный спектр полученной комбинации двойных импульсных последовательностей: 1 – амплитудно-частотный спектр последовательности из одного импульса; 2 – амплитудно-частотный спектр двойной импульсной последовательности; 3 – амплитудно-частотный спектр двойной комбинации двойных импульсных последовательностей; 4 – амплитудно-частотный спектр результирующего сигнала

Fig. 7. Amplitude-frequency spectrum of the obtained double combination of double pulse sequences: 1 – amplitude-frequency spectrum of a sequence of one pulse; 2 – amplitude-frequency spectrum of a double pulse sequence; 3 – amplitude-frequency spectrum of a double combination of double pulse sequences; 4 – amplitude-frequency spectrum of the resulting signal

Амплитудно-частотный спектр импульсной последовательности, полученный по рассчитанным основным временным параметрам (см. рис. 7), демонстрирует значительное выделение 13-й спектральной составляющей при нулевом значении соседних пяти (10-я, 11, 12, 14 и 15-я спектральные составляющие).

Применение современных программируемых цифровых устройств (микроконтроллеры, программируемые логические интегральные схемы и др.) при формировании сигналов позволяет добиться нестабильность временных параметров ($\Delta\omega$, Δt_i , Δt_{z1} , Δt_{z2} , Δt_{z3} , ΔT_0) до 10^{-8} с (STM32F767ZG. High-performance and DSP with FPU, Arm Cortex-M7 MCU with 1 Mbyte of Flash memory, 216 MHz CPU, URL: <https://www.st.com/en/microcontrollers-microprocessors/stm32f767zg.html#documentation>). При этом нестабильность по амплитуде (ΔE) редко может достигать значения ниже 10^{-2} В (AD780 2.5 V/3.0 V High Precision Reference Data Sheet (Rev. E). URL: <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD780.pdf>). Следовательно, нестабильность по амплитуде является основным источником погрешности при формировании импульсных последовательностей из-за ее превосходящей величины. Тогда погрешность полу-

ченной импульсной последовательности $|\Delta U_{E\omega t_1 t_2 t_3}|$, связанная с нестабильностью, возникающей при некоррелированных изменениях этих параметров, в соответствии с выражением (14) будет равна

$$|\Delta U_{E\omega t_1 t_2 t_3}| = 9,77 \cdot 10^{-4}.$$

При этом погрешность, связанная с нестабильностью, по амплитуде будет составлять

$$\frac{d|U_n|}{dE} \Delta E = 2,9 \cdot 10^{-4},$$

то есть уменьшится на два порядка.

Заключение. Разработан метод выделения информативных спектральных составляющих из исследуемого сигнала с минимальной погрешностью, возникающей при некоррелированных изменениях параметров этого сигнала, путем создания последовательностей из двойных импульсов, что может использоваться при анализе состояния работоспособности электрических машин, измерения расстояния в радиолокации и др.

Список использованных источников

1. Вангенхайм, Л. Активные фильтры и генераторы. Проектирование и схемотехника с использованием интегрированных микросхем / Л. Вангенхайм. – М.: Техносфера: Мир электроники, 2010. – 416 с.
2. Баженов, А. В. Пространственно-временная обработка сигналов в авиационных радиоэлектронных комплексах / А. В. Баженов. – Ставрополь: СВВАИУ, 2006. – 219 с.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – 2-е изд. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.
4. Lanchantin, P. Unsupervised segmentation of randomly switching data hidden with non-Gaussian correlated noise / P. Lanchantin, J. Lapuyade-Lahorgue, W. Pieczynski // *Signal Processing*. – 2011. – Vol. 91, №2. – P. 163–175. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2010.05.033>
5. Джиган, В. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи / В. Джиган // *Современная электроника*. – 2009. – №9. – С. 56–63.
6. Тараканов, А. Н. Адаптивная цифровая обработка сигналов / А. Н. Тараканов, В. В. Хрящев, А. Л. Приоров. – Ярославль: Яросл. гос. ун-т, 2001. – 134 с.
7. Спектральный метод измерения изменений временных интервалов между периодическими последовательностями импульсов / А. А. Шейников [и др.] // *Приборы и методы измерений*. – 2019. – Т. 10, №2. – С. 178–184. <http://doi.org/10.21122/2220-9506-2019-10-2-178-184>
8. Харкевич, А. А. Спектры и анализ / А. А. Харкевич. – Изд. 6-е. – М.: URSS, 2018. – 240 с.
9. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
10. Шейников, А. А. Измерение малых изменений параметров импульсных последовательностей / А. А. Шейников, Ю. В. Суходолов, А. Е. Каледя // *Вестн. Военной академии Респ. Беларусь*. – 2016. – № 1. – С. 153–159.

References

1. Wangenheim L. von. *Aktive Filter und Oszillatoren: Entwurf und Schaltungstechnik mit integrierten Bausteinen*. Springer, 2008. 392 s. (in German).
2. Bazhenov A. V. *Spatio-Temporal Signal Processing in Aviation Radio-Electronic Complexes*. Stavropol, Stavropol Higher Military Aviation School for Air Defense Pilots and Navigators, 2006. 219 p. (in Russian)
3. Lyons R. G. *Understanding Digital Signal Processing*. 3rd ed. Pearson Education, Inc, 2011. 564 p.
4. Lanchantin P., Lapuyade-Lahorgue J., Pieczynski W. Unsupervised segmentation of randomly switching data hidden with non-Gaussian correlated noise. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, no. 2, pp. 163–175. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2010.05.033>
5. Dzhigan V. Adaptive filters and their applications in radio engineering and communications. *Sovremennaya elektronika* [Modern Electronics], 2009, no. 9, pp. 56–63 (in Russian).
6. Tarakanov A. N., Khryashchev V. V., Priorov A. L. *Adaptive Digital Signal Processing*. Yaroslavl, Yaroslavl State University, 2001. 134 p. (in Russian).
7. Sheynikov A. A., Isayev A. V., Zelenko V. V., Sukhodolov Yu. V. Spectral Method of Measuring of Changes in Time Intervals between Periodic Pulse Sequences. *Pribory i metody izmerenii = Devices and Methods of Measurements*, 2019, vol. 10, no. 2, pp. 178–184. <http://doi.org/10.21122/2220-9506-2019-10-2-178-184> (in Russian).
8. Kharkevich A. A. *Spectra and Analysis*. 6th Ed. Moscow, URSS Publ., 2018. 240 p. (in Russian).
9. Gonorovskiy I. S. *Radio Circuits and Signals*. Moscow, Drofa Publ., 2006. 719 p. (in Russian).
10. Sheynikov A. A., Sukhodolov Yu. V., Kaleda A. Ye. Measurement of small changes in the parameters of pulse sequences. *Vestnik Voennoy akademii Respubliki Belarus' [Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus]*, 2016, no. 1, pp. 153–159 (in Russian).

Информация об авторах

Исаев Александр Витальевич – старший преподаватель кафедры «Информационно-измерительная техника и технологии», Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: isaev0302@gmail.com

Суходолов Юрий Викторович – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники и электроники, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: suhodolov@bntu.by

Шейников Алексей Александрович – кандидат технических наук, докторант кафедры авиационной техники и вооружения, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: af.varb.ao@yandex.by

Information about the authors

Aleksandr V. Isaev – Senior Lecturer of the Department of Information and Measuring Equipment and Technologies, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: isaev0302@gmail.com

Yuri V. Sukhodolov – Ph. D. (Engineering), Associate Professor of the Department of Electrical Engineering and Electronics, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: suhodolov@bntu.by

Aleksey A. Sheinikov – Ph. D. (Engineering), Doctoral Student of the Department of Aviation Technology and Armament, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: af.varb.ao@yandex.by