

УДК 536.2:532/533;517.958:539.219.3

Н. Н. ГРИНЧИК¹, У. М. ХАРМА², Т. Е. ЩЕЛАК¹

**К ПРОБЛЕМЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ВЛАГОПЕРЕНОСА
В КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ**

¹*Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси,*
²*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*

(Поступила в редакцию 19.06.2014)

Тепломассоперенос в капиллярно-пористых средах определяет условия протекания широкого класса технологических процессов и физических явлений в строительной, пищевой, химической и легкой промышленности, а также в агрофизике.

В настоящее время наиболее известен и распространен метод теоретического описания взаимосвязанных процессов тепловлагопереноса на основе теории А. В. Лыкова [1]. Для моделирования неізотермического влагопереноса в капиллярно-пористых телах А. В. Лыков ввел ряд специфических коэффициентов массопереноса (влагопроводность, термовлагопроводность, ізотермическая массоемкость, критерий фазового перехода), известных только для ограниченного класса материалов. Коэффициенты термовлагопроводности и критерий фазового перехода (отношение потока пара к суммарному потоку пара и жидкости) являются функциями толщины исследуемого образца, что осложняет их широкое использование. В исходной системе дифференциальных уравнений [1] появляются члены, для которых отсутствуют замыкающие соотношения [2], например поток жидкости. Метод теоретического описания [1] также затруднительно использовать при исследовании кинетики взаимосвязанных электродинамических, тепло- и массообменных процессов, протекающих в дисперсных системах при сушке и термообработке мощным электромагнитным полем [3, 4].

Теория двухфазной фильтрации, основанная на раздельном описании каждой из фаз и законов сохранения массы обеих фаз фильтрующейся жидкости, позволяет более строго подойти к описанию тепломассопереноса в пористых средах при наличии фазовых превращений.

Однако система уравнений двухфазной фильтрации также не замкнута. В классическом варианте теории принимается следующая гипотеза. Разность давлений в фазах $P_c = P_v - P_{liq}$, которую трактуют как капиллярное давление, выражается через универсальную функцию мгновенной насыщенности:

$$P_c = P_v - P_{liq} = \sigma \cos(\Theta) (n/k)^{\frac{1}{2}} J(\theta_{liq}). \quad (1)$$

Данное представление впервые предложено Левереттом, а безразмерная функция $J(\theta_{liq})$ носит название функции Леверетта.

Экспериментально установлено, что функция $J(\theta_{liq})$ сохраняет свой вид с достаточной точностью для целых классов сходных по структуре пористых сред. Отметим, что зависимости $J(\theta_{liq})$ получают для равновесного распределения фаз. Поверхностное натяжение σ , краевой угол смачивания Θ данной жидкости пористого образца (а не гладкой поверхности) являются сложными функциями температуры и для реальных пористых сред фактически неизвестны, поэтому задачи капиллярной пропитки в неізотермических условиях, как правило, не рассматриваются. Представив, что удалось экспериментально определить неізотермическую функцию Леверетта $J(T, \theta_{liq})$, даже в этом случае невозможно задать граничные условия при изменении

«климатических» факторов, так как в функцию Леверетта не входит давление пара. Поэтому нельзя определить теплоту сорбции или десорбции, поскольку замыкающие соотношения отсутствуют.

Таким образом, рассмотренные выше подходы имеют один общий недостаток – связь с основными положениями физики и термодинамики поверхностных явлений выражена в недостаточной степени, что приводит к трудностям в практических расчетах.

В то же время описание тепломассопереноса должно учитывать многофазность фильтрации и поверхностные явления. Исследования в области тепловлагопереноса в капиллярно-пористых телах имеют длительную историю и к настоящему времени накоплен большой теоретический и экспериментальный материал. Приоритетных результатов в этом направлении добились школы теплофизиков-гидромехаников П. А. Ребиндера, Л. Р. Фокина, П. Я. Кочиной, А. В. Лыкова, Д. Р. Филипа, Д. А. де Вриза и др. [5–7].

В настоящее время при описании процессов совместного тепло- и массопереноса в капиллярно-пористых средах даже для простейшего случая не существует единого феноменологического подхода, причем расхождения в физической и математической постановке подобных задач в теориях сушки, сорбции и двухфазной фильтрации носят принципиальный характер. Известные подходы практически не используют достижения в области термодинамики и физики поверхностных явлений.

Необходимость учета особенностей капиллярно-пористых сред достаточно очевидна и тривиальна, но отличается сложностью реализации в феноменологических моделях.

В связи с этим авторами данной работы ставилась цель разработки феноменологической модели нестационарных процессов взаимосвязанного тепловлагопереноса в капиллярно-пористых средах с учетом влияния капиллярных и поверхностных сил, интенсивности массообмена между фазами и термокапиллярных течений.

Математическая модель неизотермического влагопереноса строится из следующих соображений. Для капиллярно-пористой среды, в которой содержится водяной пар и жидкость, справедливы уравнения сохранения массы жидкости и водяного пара [8]:

$$\frac{\partial(\rho_{liq}\theta_{liq})}{\partial t} = -\nabla(\rho_{liq}\mathbf{v}_{liq}) - I, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho_v\theta_v)}{\partial t} = -\nabla(\rho_v\mathbf{v}_v) + I, \quad (3)$$

где ρ_{liq} и ρ_v – плотность жидкости и водяного пара; \mathbf{v}_{liq} и \mathbf{v}_v – скорость движения воды и водяного пара в пористой среде; θ_v – объемное содержание пара; I – интенсивность массообмена между водой и водяным паром.

Суммируя уравнения (2) и (3), получаем следующее уравнение неизотермического влагопереноса:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla(\rho_v\mathbf{v}_v) - \nabla(\rho_{liq}\mathbf{v}_{liq}), \quad (4)$$

где $w = \rho_{liq}\theta_{liq} + \rho_v\theta_v$ – влагосодержание капиллярно-пористой среды, которое показывает отношение массы воды и водяного пара к полному объему пористой среды.

Из уравнения движения жидкой фазы запишем выражение для интенсивности массообмена между жидкостью и паром I :

$$I = -\nabla(\rho_{liq}\mathbf{v}_{liq}) - \frac{\partial(\rho_{liq}\theta_{liq})}{\partial t}. \quad (5)$$

В соответствии с теорией двухфазной фильтрации для вычисления скорости движения водяного пара и жидкости используется обобщенный закон Дарси. Однако для моделирования неизотермического переноса воды и водяного пара с помощью уравнения (4) также необходимо

знание зависимости давления жидкости и водяного пара от влагосодержания и температуры. Для определения данной зависимости предложено использовать изотермы сорбции (десорбции) влаги пористой средой при различных температурах $\theta_e = f(\varphi, T)$ и уравнение, устанавливающее взаимосвязь между давлением жидкости и относительной влажностью [2]:

$$P_{liq} = P_v - \left(P_{sat} + \frac{RT\rho_{liq}}{M} \ln \varphi \right), \quad (6)$$

где P_{liq} и P_v – давление воды и водяного пара в среде; $P_{sat}(T)$ – давление насыщенного пара над поверхностью воды; R – универсальная газовая постоянная; M – молекулярная масса воды; T – температура; φ – относительная влажность.

Уравнение (6) известно как уравнение Кельвина. Для рассматриваемой задачи справедлива гипотеза локального термодинамического равновесия и, следовательно, использование уравнения Кельвина здесь оправдано.

Относительная влажность и давление водяного пара связаны между собой выражением $\varphi = P_v/P_{sat}$, а давление насыщенного пара как функцию температуры можно описать определенным аналитическим уравнением $P_{sat}(T)$. Отсюда получаем зависимость давления жидкости от давления водяного пара и температуры [2]:

$$P_{liq} = P_v - \left(P_{sat}(T) + \frac{RT\rho_{liq}}{M} \ln \frac{P_v}{P_{sat}(T)} \right). \quad (7)$$

С использованием изотермы сорбции $\theta_e = f(\varphi, T)$, закона для идеального газа $\rho_v = P_v M/RT$, выражения $\varphi = P_v/P_{sat}$ и учитывая, что $\theta_v = \theta_{sat} - \theta_{liq}$, получаем функциональную зависимость содержания влаги от давления водяного пара и температуры:

$$w = \rho_{liq} f\left(\frac{P_v}{P_{sat}}, T\right) + \frac{P_v M}{RT} \left(\theta_{sat} - f\left(\frac{P_v}{P_{sat}}, T\right) \right). \quad (8)$$

Из уравнения (7) находится функция, определяющая изменение давления водяного пара от температуры и давления жидкости: $P_v = f'(T, P_{liq})$. С ее использованием из выражения (8) получаем зависимость влагосодержания от давления жидкости и температуры:

$$w = \rho_{liq} f\left(\frac{f'(T, P_{liq})}{P_{sat}}, T\right) + \frac{P_v M}{RT} \left(\theta_{sat} - f\left(\frac{f'(T, P_{liq})}{P_{sat}}, T\right) \right). \quad (9)$$

Соотношение (9) отражает физико-химические свойства жидкости, структурные характеристики пористого тела и необходимо при решении уравнения неизоэнтальпического влагопереноса для описания взаимосвязи между влагосодержанием, температурой, давлением жидкости и водяного пара.

С учетом изложенного выше и пренебрегая вследствие незначительности движением водяного пара под действием силы тяжести, уравнение неизоэнтальпического влагопереноса записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial P_{liq}} \frac{\partial P_{liq}}{\partial t} = \nabla \left(\rho_v \frac{K_0 K_v}{\eta_v} \frac{\partial P_v}{\partial T} \nabla T \right) + \\ + \nabla \left(\rho_{liq} \frac{K_0 K_{liq}}{\eta_{liq}} \nabla P_{liq} + \rho_v \frac{K_0 K_v}{\eta_v} \frac{\partial P_v}{\partial P_{liq}} \nabla P_{liq} - \rho_{liq} \frac{K_0 K_{liq}}{\eta_{liq}} \rho_{liq} g \nabla D \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где K_0 – коэффициент проницаемости пористой среды; $K_{liq}(\theta_{liq})$, $K_v(\theta_v)$ – коэффициенты относительной фазовой проницаемости жидкости и водяного пара; η_{liq} , η_v – коэффициенты дина-

мической вязкости жидкости и водяного пара; g – ускорение свободного падения; D – координата в вертикальном направлении.

При малом содержании влаги в пористом теле, когда соответствующая изотерме сорбции равновесная относительная влажность $\varphi \leq 0,7$, основной перенос влаги происходит за счет диффузии и переконденсации пара [2], поэтому $K_{liq}(\theta_{liq}) = 0$. При $\varphi \leq 0,7$ адсорбционно-связанные молекулы воды в образце можно считать неподвижными.

Здесь для нахождения производных влагосодержания по температуре и давлению жидкости используется уравнение (9), а для нахождения производной давления водяного пара по давлению жидкости – замыкающее соотношение (7).

Для нахождения распределения температуры в капиллярно-пористой среде с учетом теплоты фазовых превращений вода – пар применяется уравнение переноса энергии [6]:

$$\frac{\partial(C_v T)}{\partial t} = \nabla(\lambda(\theta_{liq}, T)\nabla T) + LI, \quad (11)$$

где C_v – объемная теплоемкость капиллярно-пористой среды; λ – эффективный коэффициент теплопроводности; L – удельная теплота фазового перехода.

Вычисление удельной теплоты фазовых превращений осуществлено с учетом теплоты сорбции, которая находится на основании уравнения Клапейрона – Клаузиуса, и зависимости давления водяного пара от температуры и давления жидкости $P_v = f'(T, P_{liq})$:

$$L = r_0 - \frac{RT^2}{M} \left(\frac{\partial \ln f'(T, P_{liq})}{\partial T} \right), \quad (12)$$

где r_0 – теплота фазового перехода свободной воды в водяной пар.

В случае испарения влаги с поверхности капиллярно-пористой среды к уравнению переноса влаги задается граничное условие вида

$$P_{liq} = f''(\varphi, T) + \left(P_{sat}(T) + \frac{RT\rho_{liq}}{M} \ln \frac{f''(\varphi, T)}{P_{sat}(T)} \right). \quad (13)$$

Для учета влияния остальных климатических факторов на процессы тепломассопереноса полученные уравнения дополняются общеизвестными граничными условиями первого и второго рода.

Таким образом, предложена математическая модель тепловлагопереноса, базирующаяся на уравнениях двухфазной фильтрации, изотермах сорбции влаги, термодинамических уравнениях Кельвина и Клапейрона – Клаузиуса. В предложенной модели в отличие от известных разработок вычисление параметров массопереноса основано на изотермах сорбции, термодинамических уравнениях и уравнениях двухфазной фильтрации, а не на использовании эмпирических коэффициентов, что приводит к трудностям при практических расчетах. Кроме того, в большинстве работ по неизотермической двухфазной фильтрации не учитывается теплота сорбции, в то время как ее вклад в перенос энергии в пористой среде может быть существенным.

При численном решении полученные уравнения (10) и (11) записываются в виде системы уравнений тепловлагопереноса:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} - L \frac{\partial \theta_{liq}}{\partial t} + L\rho_{liq} \nabla v_{liq} - \nabla(\lambda \nabla T) = 0, \\ C_{hv} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{wp} \frac{\partial P_{liq}}{\partial t} - \nabla(K_{hv} \nabla T) - \nabla(K_{wv} \nabla P_{liq} - K_w \rho_{liq} g \nabla D) = 0. \quad (14)$$

Коэффициенты уравнений (14) находятся из следующих выражений: $C_{hv} = \partial w / \partial T$; $K_w = \rho_{liq} K_0 K_{liq} / \eta_{liq}$; $C_{wp} = \partial w / \partial P_{liq}$ и $K_{hv} = \rho_v K_0 K_v / \eta_v \partial P_v / \partial T$.

При решении системы уравнений (14) температура и давление жидкости аппроксимируются полиномами [8]

$$T \approx \tilde{T} = \sum_{j=1}^M T_j N_j, \quad P_{liq} \approx \tilde{P}_{liq} = \sum_{j=1}^M P_{liqj} N_j, \quad (15)$$

где T_j и P_{liqj} – значение температуры и давления жидкости в j -м узле; N_j – базисная функция в j -м узле; M – общее количество узлов.

При использовании метода взвешенных невязок в постановке Галеркина система уравнений неизоотермического влагопереноса при граничных условиях второго рода записывается в виде

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \begin{vmatrix} N_i C_v & 0 \\ N_i C_{hv} & N_i C_{wp} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tilde{P}_{liq}}{\partial t} \end{vmatrix} \partial \Omega - \int_{\Omega} \begin{vmatrix} N_i L \frac{\partial \theta_{liq}}{\partial t} \\ 0 \end{vmatrix} \partial \Omega + \\ & + \int_{\Omega} \begin{vmatrix} N_i L \rho_{liq} \nabla v_{liq} \\ 0 \end{vmatrix} \partial \Omega - \int_{\Omega} \begin{vmatrix} 0 \\ \nabla N_i K_w \rho_{liq} g \nabla D \end{vmatrix} \partial \Omega + \\ & + \int_{\Omega} \begin{vmatrix} N_i \nabla \lambda \nabla N_j & 0 \\ N_i \nabla K_{hv} \nabla N_j & N_i \nabla K_{wv} \nabla N_j \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_j \\ P_{liqj} \end{vmatrix} \partial \Omega - \int_{\Gamma} \begin{vmatrix} N_i \alpha T_{\infty} \\ 0 \end{vmatrix} \partial \Gamma + \int_{\Gamma} \begin{vmatrix} N_i \alpha N_j & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_j \\ P_{liqj} \end{vmatrix} \partial \Gamma - \\ & - \int_{\Gamma} \begin{vmatrix} N_i q_h \\ N_i (q_v + q_{liq}) \end{vmatrix} \partial \Gamma - \int_{\Gamma} \begin{vmatrix} N_i \varepsilon \sigma T_{\infty}^4 \\ 0 \end{vmatrix} \partial \Gamma + \int_{\Gamma} \begin{vmatrix} N_i \varepsilon \sigma N_j^4 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_j^4 \\ P_{liqj} \end{vmatrix} \partial \Gamma = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Для дискретизации по времени значения температуры, давления жидкости, влагосодержания, скорости и их производных по времени в момент $t = t_n + \gamma \Delta t_n$ аппроксимируются следующими выражениями [9]:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|^{n+\gamma} \approx \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t_n}, \quad T^{n+\gamma} = (1 - \gamma) T^n + \gamma T^{n+1},$$

$$\left. \frac{\partial P_{liq}}{\partial t} \right|^{n+\gamma} \approx \frac{P_{liq}^{n+1} - P_{liq}^n}{\Delta t_n}, \quad P_{liq}^{n+\gamma} = (1 - \gamma) P_{liq}^n + \gamma P_{liq}^{n+1},$$

$$\left. \frac{\partial \theta_{liq}}{\partial t} \right|^{n+\gamma} \approx \frac{\theta_{liq}^{n+1} - \theta_{liq}^n}{\Delta t_n},$$

$$v_{liq}^{n+\gamma} = (1 - \gamma) v_{liq}^n + \gamma v_{liq}^{n+1}. \quad (17)$$

Подставляя в систему уравнений (14) полученные аппроксимации (17) и применяя квадратурную формулу Гаусса – Лобатто для вычисления подынтегральных выражений, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно P_{liq}^{n+1} и T^{n+1} . Ее решение методом Ньютона – Рафсона дает значения давления жидкости и температуры в момент времени $n + 1$.

Пример 1. Для верификации предложенной математической модели влагопереноса в почве полученные результаты

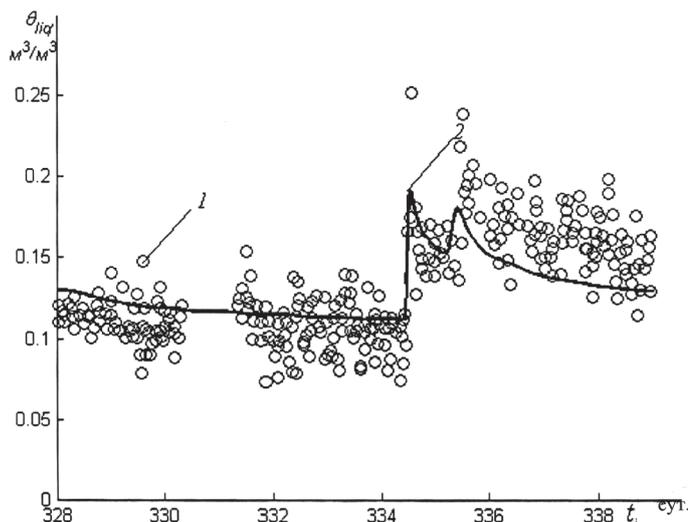


Рис. 1 Изменение объемного влагосодержания почвы на глубине 2 см в течение 12 сут: 1 – экспериментальные данные; 2 – результаты моделирования

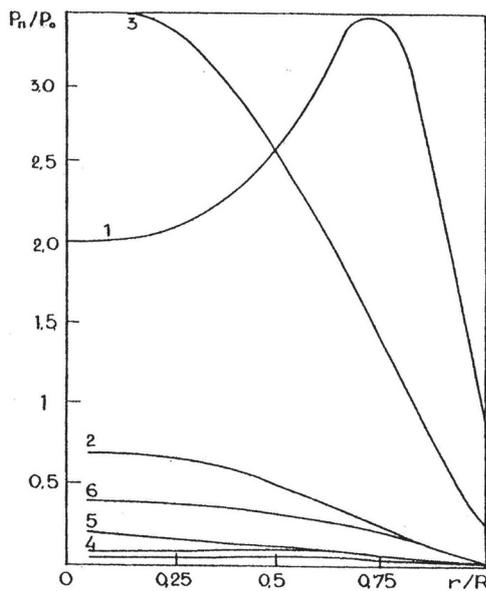


Рис. 2. Распределение локальных давлений пара в сечении образца при дискретном теплоподводе: 1–6 – число переключений

носителя является периодической функцией времени. Однако при этом фактически решается чисто температурная задача периодического нагрева и охлаждения, но без учета влияния на процесс массопереноса.

Проведены численные исследования процессов сушки целлюлозной бумаги марки К-120 при дискретном теплоподводе, коэффициенты переноса, геометрические размеры, условия в климатической камере, режимы осцилляций приведены в [2].

Результаты численных расчетов внутрипорового давления, которое вычислялось согласно изотерме сорбции, приведены на рис. 2 для дискретного радиационного теплоподвода, также показана зависимость давления пара в трех точках от времени (рис. 3) с волнообразной релаксацией его давления и уменьшением амплитуды с течением времени [2].

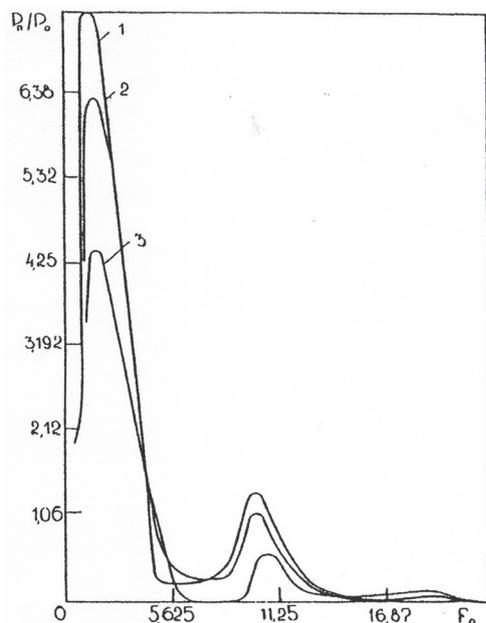


Рис. 3. Зависимость от времени давлений пара в трех точках образца (1 – центр, 2 – середина, 3 – поверхность) при дискретном теплоподводе (число переключений 6)

сравнивались с экспериментальными измерениями метеорологических условий, распределения влаги и температуры в почве, представленными в [10]. Из сравнения результатов моделирования неізотермического влагопереноса с экспериментальными измерениями (рис. 1) следует, что рассчитанные значения влагосодержания находятся в пределах 95%-ного доверительного интервала, построенного для экспериментальных данных.

Пример 2. Для улучшения качества сушки термолабильных материалов (пищевые продукты, хлопок сырец, бумага и др.) в ряде работ предлагалось использовать дискретный во времени теплоподвод, который практически можно реализовать периодическим изменением температуры теплоносителя (осциллирующий режим), нагревом с циркуляцией материала и промежуточным охлаждением, прерывистым облучением и т. п. В большинстве работ формулируется система уравнений взаимосвязанного тепло- и массопереноса при дискретном теплоподводе на основе использования системы уравнений А. В. Лыкова, когда температура теплоносителя является периодической функцией времени.

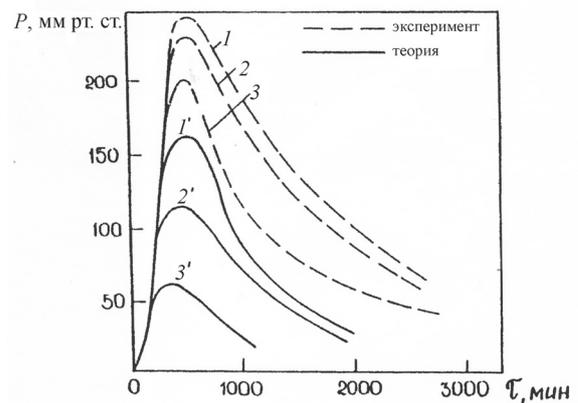


Рис. 4 Экспериментальные и теоретические зависимости внутрипорового давления пара в трех точках (1, 1' – центр, 2, 2' – середина, $h = 10$ мм, 3, 3' – приповерхностный слой, $h = 20$ мм для образца бумажной изоляции толщиной $h = 30$ мм при температуре излучателя $T_c = 110$ °С)

Наблюдается хорошее качественное согласие теоретических и экспериментальных результатов (рис. 4). Пики давления пара наблюдаются для одного и того же момента времени $t = 500$ мин. При этом нарастание давления пара в трех точках в начальной стадии процесса происходит аналогичным образом, а увеличение его давления в процессе сушки является установленным фактом.

Нами также анализировались экспериментальные данные и теоретические зависимости температуры в различных зонах образца от времени сушки (рис. 5). Для более достоверной верификации разработанных моделей требуются более точные экспериментальные измерения.

Пример 3. Рассмотрим пористую среду, например плоский образец электроизоляционной бумаги К-120 с малой начальной влажностью $u_{iq0} = 65,73$ кг/м³ при 293 К. В этом случае, согласно изотерме сорбции, внутрипоровое давление составляет $P_{v0} = 1052$ Па. Образец помещается в непроницаемую для пара и влаги оболочку. Требуется найти стационарное распределение влаги по толщине образца в известном стационарном температурном поле.

Температурное поле изменяется по линейному закону:

$$T(x) = T_1 + (T_2 - T_1)x/l = T_1 + kx, \quad (18)$$

где T_1 и T_2 – температура поверхности.

При малых влажностях, как уже отмечалось выше, влага не перемещается в виде жидкости. В этом случае для стационарного состояния в условиях изоляции давление пара является величиной постоянной $P_v = \text{const}$ по толщине образца (без учета влияния перекрестных членов). Для определения неизвестного давления пара используем тот факт, что суммарное количество влаги до начала и в конце опыта – величина постоянная, т. е. выполняется уравнение баланса массы

$$\int_0^l u_0 dx = \int_0^l A \exp(-\alpha T(x)) (\beta P_v)^{-\chi + \psi T(x)} dx, \quad (19)$$

где $A = 367,935$, $\alpha = 0,033$, $\beta = 0,0076$, $\chi = 0,96$, $\psi = 0,005$ – постоянные в изотерме сорбции.

Вводя обозначение $\alpha = \beta P_v$ и используя подстановку $\alpha^x = \exp(x \ln \alpha)$, имеем для образца длиной $l = 1$

$$A \exp(-\alpha T_1) a^{-\chi + \psi T_1} \int_0^l \exp(-\alpha kx) \exp(x \ln a^{kx}) dx = u_0 \quad (20)$$

и окончательно

$$\frac{A \exp(-\alpha T_1) a^{-\chi + \psi T_1} \int_0^l \exp[K(-\alpha + \mu \ln a)] - 1}{K(-\alpha + \mu \ln a)} = u_0. \quad (21)$$

Требуется определить постоянную α из решения следующего уравнения:

$$A \exp(-\alpha T_1) a^{-\chi + \psi T_1} [a^{k\mu} \exp(-\alpha K) - 1] = u_0 K(-\alpha + \mu \ln a). \quad (22)$$

Для образца толщиной $l = 1$ м и $\Delta T = T_2 - T_1 = 40$ К трансцендентное уравнение имеет вид

$$23,25\alpha^{0,5} (\alpha^{0,2} 0,267 - 1) = -86,77 + 13,48 \ln \alpha. \quad (23)$$

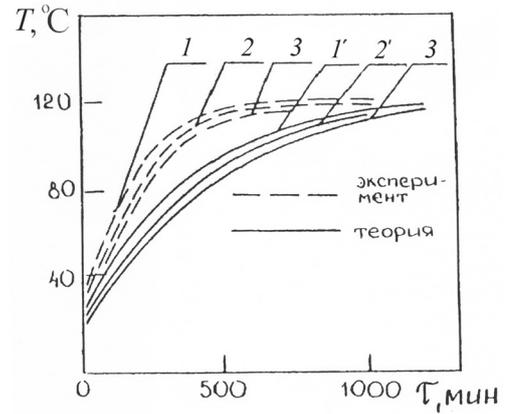


Рис. 5 Зависимость температуры в различных зонах образца от времени сушки 1,1' – приповерхностный слой; 2,2' и 3,3' – средний и внутренний слой соответственно

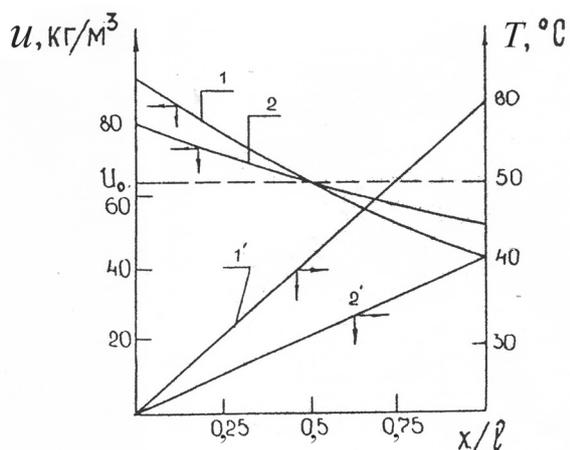


Рис. 6. Распределение влаги и температуры в исследуемом образце при малых влажностях ($l, l' - \Delta T = 60 \text{ }^\circ\text{C}$; $2, 2' - \Delta T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$)

толщине образца приведены на рис. 6, из которого видно, что вследствие переконденсации пара величина влагосодержания больше в «холодных» частях образца.

Следует отметить, что, согласно теории А. В. Лыкова, стационарное распределение влаги в стационарном температурном поле полагается известным из опыта, его затруднительно вычислить теоретически. Зная распределение влаги в температурном поле в стационарных условиях, вычисляют термоградиентный коэффициент $\delta = \left(\frac{\Delta u_{liq}}{\Delta T} \right)_{u_{liq}}$ и затем используют его в общих уравнениях тепломассопереноса [1]. Сложность моделирования при таком подходе обусловлена тем, что δ существенно зависит от градиентов температуры и от толщины образца.

Таким образом, предложена математическая модель тепловлагопереноса в капиллярно-пористых средах, базирующаяся на уравнениях двухфазной фильтрации, изотермах сорбции влаги, термодинамических уравнениях Кельвина и Клапейрона – Клаузиуса. В предложенной модели в отличие от известных разработок вычисление параметров массопереноса основано на изотермах сорбции, термодинамических уравнениях и уравнениях двухфазной фильтрации, а не на использовании эмпирических коэффициентов, что приводит к трудностям при практических расчетах. Разработан численный метод решения уравнений тепловлагопереноса, базирующийся на методе взвешенных невязок.

Полученные результаты могут быть использованы для моделирования тепломассопереноса в различных технологических процессах, в строительной, пищевой и химической промышленности, а также в агрофизике.

Условные обозначения

q_v – потока пара, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; q_{liq} – поток жидкости, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; I – интенсивность массообмена между фазами, $\text{кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$; \tilde{v} – удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$; L – удельная теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; P_c – капиллярное давление, Па ; P_v – давление пара, Па ; P_{sat} – давление насыщенного пара, Па ; P_{liq} – давление жидкости, Па ; Θ – краевой угол смачивания; θ_v – насыщенность пористой среды паром, $\text{м}^3/\text{м}^3$; θ_{liq} – насыщенность пористой среды жидкостью, $\text{м}^3/\text{м}^3$; θ_{cr} – критическая насыщенность, $\text{м}^3/\text{м}^3$; m – пористость, $\text{м}^3/\text{м}^3$; D_v – коэффициент диффузии пара, $\text{м}^2/\text{с}$; D_{liq} – коэффициент диффузии жидкости, $\text{м}^2/\text{с}$; v'_v, v'_{liq} – молярный объем водяного пара и жидкости соответственно, $\text{м}^3/\text{моль}$; v''_v, v''_{liq} – соответственно молярная масса водяного пара и жидкости, $\text{кг}/\text{моль}$; ϕ – относительная влажность пара, %; K_{liq} – проницаемость пара и жидкости, м^2 ; $f(\theta_v), f(\theta_{liq})$ – относительные фазовые проницаемости пара и жидкости соответственно; η_v, η_{liq} – динамическая вязкость пара и жидкости, $\text{Па} \cdot \text{с}$.

Решая (23), имеем $\alpha = 16,25$ и давление пара соответственно $P_v = 2144 \text{ Па}$. Подставляя найденные значения давления пара в уравнение изотермы сорбции, получаем

$$u = A \exp(-\alpha T(x)) (\beta P_n)^{-\chi + u T(x)}. \quad (24)$$

Стационарное распределение влаги зависит не только от начальной влажности и температуры, но и от градиентов температуры. При той же толщине l и $\Delta T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ трансцендентное уравнение (23) имеет вид

$$23,25\alpha^{0,5} (\alpha^{0,2} 0,516 - 1) = -43,85 + 6,74 \ln \alpha. \quad (25)$$

Корнем уравнения (25) является $\alpha = 11,7$, что соответствует $P_v = 1539,3 \text{ Па}$. Результаты моделирования распределения влаги и температуры по

Литература

1. Лыков А. В. Теория сушки. М., 1968.
2. Гринчик Н. Н. Процессы переноса в пористых средах, электролитах, мембранах. Мн., 1991.
3. Adamovich A. L., Grinchik N. N., Kundas S. P., Terekhov V. I. // J. of Thermophysics and aeromechanics. 2004. Vol. 11, N 2. P. 253–268.
4. Grinchik N. N., Terekhov V. I. et. al. // Electromagnetic wave propagation in complex matter / Ed. by Ahmed A. Kishk. Published by Intech, Janeza Trdine 9, 5100 Rijeka, Croatia, 2011.
5. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., 1977.
6. Philip J. R., de Vries D. A. // Transactions American Geophysical Union, 1957. Vol. 38, N 5. P. 222–231.
7. de Vries D. A. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1987. Vol. 30, N 7. P. 1343–1350.
8. Grifoll J., Gastó J. M., Cohen Y. // Advances in Water Resources. 2005. Vol. 28. P. 1254–1266.
9. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М., 1986.
10. Saito H., Šimunek J., Mohanty B. P. // Vadose Zone Journal. 2006. N. 5. P. 784–800.

N. N. GRINCHIK, U. M. HARMA, T. E. SCHELAK

TO THE PROBLEM OF NON-ISOTHERMAL MOISTURE TRANSFER IN CAPILLARY-POROUS MEDIA

Summary

A mathematical model of moisture transfer in capillary-porous media is proposed. It is based on the equations of two-phase filtration, isotherms of moisture sorption, thermodynamic equations of Kelvin and Klapirone – Klausius. The numerical method of moisture transfer equations solving is developed on the basis of weighted residuals method. The results obtained can be used for simulation of heat and mass transfer in different technological processes, in building, food and chemical industry, and in agrophysics also.