

**В. В. Легкоступ***ОАО «АЛЕВКУРП», Королев Стан, Минский район, Минская область, Республика Беларусь***СПОСОБ УСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СВЯЗИ  
КАНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТА, НАВОДИМОГО С ПОМОЩЬЮ  
ДВУХ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

**Аннотация.** Рассмотрена пространственная задача наведения управляемого объекта в заданную точку на основе двух разностно-дальномерных измерений с использованием трех навигационных позиций. Определено общее уравнение, которое описывает кинематическую траекторию движения объекта вдоль линии пересечения двух гиперболоидов положения, соответствующих двум разностно-дальномерным измерениям. Установлено, что кинематическая траектория движения объекта лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости расположения навигационных позиций. Данная кинематическая траектория движения описывается уравнением коники в общем случае, а в диапазоне используемых на практике параметров положения навигационных позиций и объекта данное уравнение описывает конкретно гиперболу. Также приведен способ устранения пространственной связи каналов управления объекта, который заключается в специальном проектировании ускорений объекта при их преобразовании из измерительной системы координат в исполнительную. Это позволяет реализовать управление объектом в разностно-дальномерной навигационной системе при наличии трех навигационных позиций с использованием двух идентичных выражений кинематической связи, полученных для плоскостного случая, не требуя вывода полного, пространственного уравнения кинематической связи параметров движения объекта и разностно-дальномерной информации. Выполнено компьютерное моделирование процесса наведения объекта в точку цели в пространстве с использованием двух разностно-дальномерных измерений для проверки адекватности выражений проектирования ускорений, которое подтвердило работоспособность данного способа. Приведенный подход позволяет реализовать наведение объекта в разностно-дальномерной навигационной системе при наличии сигналов только от трех навигационных позиций из четырех требуемых.

**Ключевые слова:** разностно-дальномерная навигация, пространственная связь каналов управления, гиперболоид положения, гипербола положения, беспилотный летательный аппарат, наведение

**Для цитирования:** Легкоступ, В. В. Способ устранения пространственной связи каналов управления объекта, наводимого с помощью двух разностно-дальномерных измерений / В. В. Легкоступ // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2022. – Т. 67, № 4. – С. 409–420. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-4-409-420>

**Victor V. Legkostup***JSC "ALEVKURP", Korolev Stan, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus***METHOD OF SPATIAL CROSS-COUPPLING ELIMINATION OF CONTROL SYSTEM CHANNELS  
FOR OBJECT GUIDANCE USING TWO TDoA MEASUREMENTS**

**Abstract.** The problem of object guidance to the target point using two time difference of arrival (TDoA) measurements obtained from three navigation positions is considered. A general equation that describes a kinematic trajectory of the object along the line of intersection of two object position hyperboloids corresponding to the two TDoA measurements is obtained. It has been found out that the kinematic trajectory of the object lies in a plane perpendicular to the plane of three navigation positions. This kinematic trajectory can be described by the conic equation in the general case, and in the range of position parameters used in practice this equation yields a hyperbola. A method of elimination of object spatial cross-coupled link between control system channels, consisting in a special projection of accelerations of the object during their transformation from the measuring coordinate system to the wind coordinate system is described. This made it possible to implement object control in TDoA navigation system with three navigation positions only using two identical expressions of the kinematic link obtained for a planar case without full spatial equation for kinematic link of the object's motion and TDoA information. A computer simulation of the object guidance to a target point in space using two TDoA measurements was performed to check the accordance of the acceleration design expressions, which produced a positive results of viewed method. The approach described in the article makes it possible to implement object guidance using TDoA navigation system if available only three of four required navigation positions.

**Keywords:** TDoA, navigation, kinematic link, guidance, unmanned aerial vehicle, hyperbola, hyperboloid

**For citation:** Legkostup V. V. Method of spatial cross-coupling elimination of control system channels for object guidance using two TDoA measurements. *Vestsi Natsyyanal'nei akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2022, vol. 67, no. 4, pp. 409–420 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-4-409-420>

**Введение.** Исследованию разностно-дальномерных навигационных систем посвящено достаточно много работ, краткое рассмотрение которых можно найти в [1, 2]. Основной тенденцией развития данного направления стало создание сначала наземных разностно-дальномерных навигационных систем, а затем и спутниковых [3]. Одним из преимуществ этого вида систем является возможность одновременного обслуживания множества объектов – потребителей навигационной информации (далее – объектов), поскольку объектам не требуется передавать какой-либо запросный сигнал. Другое преимущество – потенциальное удешевление и уменьшение массогабаритных характеристик навигационного оборудования объектов.

В классической постановке решение навигационной задачи в пространстве требует наличия по крайней мере трех разностно-дальномерных измерений, получаемых на основе приема сигналов от четырех навигационных позиций [3]. В случае потери навигационных сигналов от одной или нескольких навигационных позиций получить решение навигационной задачи, которое однозначно соответствовало бы местоположению объекта, становится невозможным. Некоторые вопросы, связанные с помехоустойчивостью и надежностью работы современных спутниковых систем навигации, рассмотрены в [4, 5]. В определенных случаях возможно создание такой конфигурации навигационной системы и объектов, что при наличии лишь трех навигационных позиций получаемое множество решений пересекается с целевой точкой, в которую объект совершает движение. Организации решения такой задачи посвящена данная работа.

Для решения задачи наведения объекта с помощью разностно-дальномерной навигационной системы автором в [6] была разработана аналитическая методика получения кинематической связи разностно-дальномерных измерений и параметров движения объекта для двумерного случая. Это позволило синтезировать контур управления, осуществляющий наведение объекта на плоскости вдоль гиперболы, используя при этом две навигационные позиции вместо трех [7]. Попытка обобщить данный подход на случай трехмерного пространства для решения задачи наведения объекта с применением уменьшенного количества разностно-дальномерных измерений, используя при этом три позиции разностно-дальномерной навигационной системы вместо четырех, приводит к необходимости поиска пространственной связи разностно-дальномерной информации и параметров движения объекта.

Основная проблема реализации пространственного наведения с использованием кинематической связи для плоскостного случая заключается в том, что в пространстве объект не движется строго в плоскости действия ускорений, вырабатываемых под воздействием устройства управления. Эта плоскость меняет свою ориентацию вместе с движением объекта. При переходе от двумерного движения к трехмерному, во-первых, линии положения объекта в виде гипербол превращаются в поверхности положения, являющиеся двуполостными гиперболоидами вращения. Поскольку объект перемещается в пространстве, то плоскость, в которой происходит его движение, в общем случае не проходит через линии баз навигационных позиций, что предполагалось при получении выражения кинематической связи в [6]. Во-вторых, возникает пространственная взаимосвязь каналов управления. Это обусловлено тем, что объект может быть ориентирован в пространстве произвольным образом по отношению к поверхностям положения, связанным с навигационными позициями, которые определяют измерительную систему координат объекта.

Решить данную проблему можно несколькими способами. Первый способ заключается в вычислении нормалей к гиперболоидам положения в точке объекта и построении локального касательного базиса, на который определенным образом необходимо спроектировать управляющие ускорения объекта, компенсирующие связи каналов управления. Второй способ заключается в определении кинематической связи управляющих ускорений объекта и измеряемых им разностей дальностей, а также их производных для пространственного случая с учетом взаимной связи каналов управления. Поскольку кинематическая связь для плоскостного случая уже была определена ранее в [6], в данной работе рассматривается связь ускорений объекта между измерительной и исполнительной (в которой действуют ускорения объекта) системами координат, что позволяет реализовать устройство перепроектирования ускорений для устранения пространственной связи каналов управления и использование для наведения объекта в пространстве комбинации из двух контуров управления, полученных для плоскостного случая в [7].

**Кинематическая траектория пространственного движения объекта.** Рассмотрим движение объекта  $B$  вдоль линии пересечения двух гиперболоидов положения  $\Gamma_1, \Gamma_2$ , определяемых по-

стоянными значениями разностей дальностей от объекта до двух пар навигационных позиций (НП), одна из которых общая:  $\Pi_0, \Pi_1$  и  $\Pi_0, \Pi_2$  соответственно. Для простоты пусть начало декартовой системы координат совмещено с общей навигационной позицией  $\Pi_0$ , которая выступает в роли ведущей. Будем считать, что вторая НП  $\Pi_1$  располагается вдоль оси  $OX$  навигационной системы координат (НСК). Третья НП  $\Pi_2$  располагается в плоскости  $OXZ$  НСК таким образом, что линия, образованная НП  $\Pi_0$  и  $\Pi_2$  расположена под углом  $\phi_b$  к линии, проходящей через НП  $\Pi_0$  и  $\Pi_1$ . Первая база системы, образованная позициями  $\Pi_0$  и  $\Pi_1$ , имеет длину  $b_1 = 2c_1$ , где  $c_1$  – фокусное расстояние для первой пары позиций. Вторая база системы, образованная позициями  $\Pi_0$  и  $\Pi_2$ , соответственно имеет длину  $b_2 = 2c_2$ , где  $c_2$  – фокусное расстояние для второй пары позиций.

Расстояние между объектом и точками  $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2$  обозначим следующим образом:

$$\begin{aligned} d_0 &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}, \\ d_1 &= \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}, \\ d_2 &= \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $x, y, z$  – декартовы координаты объекта;  $x_0, y_0, z_0$  – декартовы координаты навигационной позиции  $\Pi_0$ ;  $x_1, y_1, z_1$  – декартовы координаты навигационной позиции  $\Pi_1$ ;  $x_2, y_2, z_2$  – декартовы координаты навигационной позиции  $\Pi_2$ .

На рис. 1 отражено взаимное расположение трех НП  $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2$ , объекта Б, а также кинематической траектории движения объекта (пунктирная линия).

Если ввести разности времен распространения навигационного сигнала от двух пар НП до объекта в виде

$$\Delta t_{01} = \frac{\Delta d_{01}}{c}; \quad \Delta t_{02} = \frac{\Delta d_{02}}{c}, \tag{2}$$

где  $\Delta d_{01} = d_0 - d_1$ ;  $\Delta d_{02} = d_0 - d_2$ ;  $c$  – скорость распространения навигационного сигнала в среде, то гиперboloид положения  $\Gamma_1$  будет определяться условием  $\Delta t_{01} = \text{const}$ , а гиперboloид положения  $\Gamma_2$  – условием  $\Delta t_{02} = \text{const}$ . На рис. 2 приведены построенные в среде Wolfram Mathematica изображения с двух ракурсов трех навигационных позиций, двух гиперboloидов положения объекта и линии пересечения гиперboloидов положения соответствующей кинематической траектории движения объекта.

Величины  $\Delta t_{01}$  и  $\Delta t_{02}$  доступны для непосредственного измерения объектом, однако для удобства дальнейшего анализа будем характеризовать гиперboloиды положения  $\Gamma_1, \Gamma_2$  объекта следующими безразмерными параметрами, используемыми в эллиптической системе координат [8]:

$$\tau_1 = \frac{c\Delta t_{01}}{b_1}; \quad \tau_2 = \frac{c\Delta t_{02}}{b_2}. \tag{3}$$

Точки  $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2$  образуют плоскость, описываемую следующим уравнением:

$$A_1x + A_2y + A_3z + A_4 = 0, \tag{4}$$

где  $A_1 = \begin{vmatrix} y_0 & z_0 & 1 \\ y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \end{vmatrix}; A_2 = \begin{vmatrix} z_0 & x_0 & 1 \\ z_1 & x_1 & 1 \\ z_2 & x_2 & 1 \end{vmatrix}; A_3 = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix}; A_4 = - \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$

Определим вид кинематической траектории движения объекта. Данная траектория является линией пересечения гиперboloидов положения объекта. Она находится из условия  $\tau_1 = \tau_2$ . Приравнявая выражения (3) друг другу и используя выражения (2), получим следующее уравнение, определяющее линию пересечения гиперboloидов  $\Gamma_1, \Gamma_2$ :

$$d_0 - d_1 - b_1\tau_1 = d_0 - d_2 - b_2\tau_2. \tag{5}$$

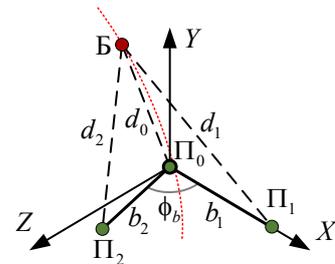


Рис. 1. Взаимное пространственное расположение позиций навигационной системы и наводимого объекта  
Fig. 1. Relative spatial location of the positions of the navigation system and the guided object

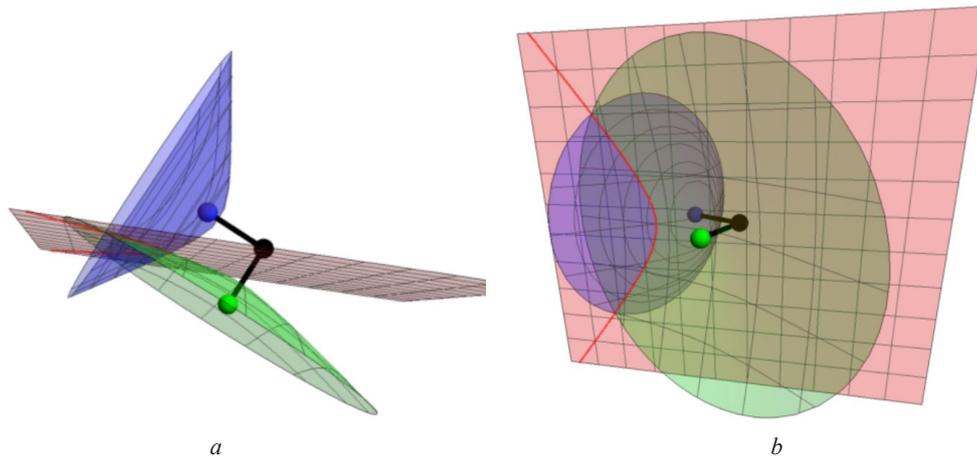


Рис. 2. Внешний вид гиперboloидов положения объекта (зеленый и синий цвета), плоскости наведения (розовый цвет) и кинематической траектории наведения объекта (красный цвет): *a* – вид сверху, *b* – вид сбоку. Навигационные позиции изображены в виде шаров черного, синего и зеленого цветов

Fig. 2. Appearance of the hyperboloids of the object position (green and blue), the plane of guidance (pink) and the kinematic trajectory of the guided object (red): *a* – top view, *b* – side view. Navigation positions are depicted as balls in black, blue and green colors

Возводя в квадрат обе части уравнения (5) и вводя обозначения  $\tilde{x}_1 = x_1 - x_0$ ,  $\tilde{x}_2 = x_2 - x_0$ ,  $\tilde{y}_1 = y_1 - y_0$ ,  $\tilde{y}_2 = y_2 - y_0$ ,  $\tilde{z}_1 = z_1 - z_0$ ,  $\tilde{z}_2 = z_2 - z_0$ ,  $d_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ ,  $d_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$ ,  $d_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$ , получим уравнение плоскости, в которой расположена кинематическая траектория движения объекта:

$$2x(\Delta d_{02}\tilde{x}_1 - \Delta d_{01}\tilde{x}_2) + 2y(\Delta d_{02}\tilde{y}_1 - \Delta d_{01}\tilde{y}_2) + 2z(\Delta d_{02}\tilde{z}_1 - \Delta d_{01}\tilde{z}_2) + \Delta d_{02}(d_0^2 - d_1^2 + \Delta d_{01}^2) - \Delta d_{01}(d_0^2 - d_2^2 + \Delta d_{02}^2) = 0. \quad (6)$$

Уравнение данной плоскости может быть записано в общем виде:

$$B_1x + B_2y + B_3z + B_4 = 0, \quad (7)$$

где  $B_1 = 2(\Delta d_{02}x_1 - \Delta d_{01}x_2)$ ;  $B_2 = 2(\Delta d_{02}y_1 - \Delta d_{01}y_2)$ ;  $B_3 = 2(\Delta d_{02}z_1 - \Delta d_{01}z_2)$ ;  $B_4 = \Delta d_{02}(\Delta d_{01}^2 + d_0^2 - d_1^2) - \Delta d_{01}(\Delta d_{02}^2 + d_0^2 - d_2^2)$ .

Из выражения (6) видно, что линия пересечения двух гиперboloидов лежит в плоскости, которая полностью определяется координатами навигационных позиций и разностями расстояний  $\Delta d_{01}$ ,  $\Delta d_{02}$  до объекта. Данная плоскость является ортогональной к плоскости расположения баз навигационной системы, поскольку скалярное произведение нормальных векторов к данным плоскостям равно нулю:

$$A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0. \quad (8)$$

Для определения вида линии пересечения гиперboloидов необходимо найти проекцию множества точек, общих для гиперboloидов  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ , на какую-либо из координатных плоскостей. Это можно сделать путем исключения одной из переменных в уравнении гиперboloида  $\Gamma_1$ , производя подстановку данной переменной из уравнения гиперboloида  $\Gamma_2$ . Например, исключая переменную  $z$ , получим выражение

$$C_{11}x^2 + 2C_{12}xy + C_{22}y^2 + 2C_{13}x + 2C_{23}y + C_{33} = 0, \quad (9)$$

где  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{23}$ ,  $C_{33}$  – коэффициенты, зависящие от расположения НП и объекта (не приведены в явном виде ввиду своей громоздкости).

Выражение (9) описывает различные коники в общем случае. Однако при задании координат НП и объекта в практически важном диапазоне значений, а именно когда угол  $\phi_b$  близок к прямому (отличается от прямого не более чем на  $30^\circ$ ) и параметры  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  гиперboloидов положения объекта находятся в диапазоне  $[-0,7; 0,7]$ , выражение (9) описывает гиперболу. Задание данного диапазона значений является вполне приемлемым условием, поскольку в случае слишком острого угла  $\phi_b$  гиперboloиды положения будут также пересекаться под острым углом, существенно ухудшая точность оценки пространственного местоположения объекта. В случае близких

к  $\pm 1$  значений параметров  $\tau_1, \tau_2$  кривизна кинематической траектории движения объекта окажется достаточно высокой, что приведет к значительной динамической ошибке.

**Связь ускорений объекта в измерительной и исполнительной системах координат.** Для устранения перекрестной связи каналов управления необходимо осуществить проектирование требуемых нормальных ускорений объекта, вычисленных для измерительной системы координат на оси, вдоль которых действуют физические ускорения объекта, представляемые обычно в скоростной системе координат. Приведенные в [6] аналитические выражения определяют зависимость соответствующего разностно-дальномерного навигационного параметра  $\tau$  от кинематического ускорения  $W$ , действующего по нормали к гиперболе положения объекта. Для двух измерительных каналов кинематическая связь будет представлена в виде уравнений:

$$W_1 = c_1(2\dot{\rho}_1\dot{\tau}_1 + \rho_1\ddot{\tau}_1); \quad W_2 = c_2(2\dot{\rho}_2\dot{\tau}_2 + \rho_2\ddot{\tau}_2), \quad (10)$$

где  $W_1, W_2$  – кинематические ускорения объекта, связанные с измерительной системой координат;  $\rho_1 = \frac{d_0 + d_1}{b_1}, \rho_2 = \frac{d_0 + d_2}{b_2}$  – нормированные суммарные дальности между объектом и парами позиций  $\Pi_0, \Pi_1$  и  $\Pi_0, \Pi_2$  соответственно.

Переход к пространственному случаю в уравнениях (10) осуществляется путем вращения гипербол положения, получаемых из уравнения вокруг оси, проходящей через навигационные позиции. В таком случае нормали к гиперболам положения, вдоль которых действуют ускорения  $W_1, W_2$ , переходят в нормали  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  к соответствующим гиперблоидам положения  $\Gamma_1, \Gamma_2$ . При переходе к пространственному случаю необходимо определить эти нормали для выражения связи физических ускорений объекта  $W_y, W_z$  с ускорениями  $W_1, W_2$  измерительной системы координат. Нормали  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  определяются через градиенты соответствующих параметров  $\tau_1, \tau_2$  как функций, зависящих от координат:

$$\mathbf{n}_1 = \nabla\tau_1 = \begin{pmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}} \\ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{y - y_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}} \\ \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{z - z_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2}} \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$\mathbf{n}_2 = \nabla\tau_2 = \begin{pmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{x - x_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}} \\ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{y - y_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}} \\ \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{z - z_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}} \end{pmatrix}.$$

Используя данные нормали, легко определить касательный к линии пересечения гиперблоидов вектор  $\mathbf{n}_0$ , являющийся бинормалью полученных в (11) градиентов:

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2. \quad (12)$$

Данные векторы  $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  формируют базис локальной измерительной системы координат, не являющийся ортогональным в общем случае. При проектировании ускорений объекта на базис измерительной системы координат с целью устранения связи каналов основным требованием должно стать отсутствие какого-либо влияния ускорения  $W_1$  первого измерительного канала, вызванного наличием рассогласования по параметру  $\tau_1$  на второй измерительный канал, соответствующий гиперблоиду положения  $\Gamma_2$ . В противном случае это вызвало бы появление рассогла-

сования и по параметру  $\tau_2$ , приводя к возникновению ускорения  $W_2$ , влияющего в свою очередь на измерение параметра  $\tau_1$ , что характеризовало бы наличие перекрестной положительной обратной связи каналов управления. Это же утверждение справедливо в отношении влияния ускорения  $W_2$  второго измерительного канала на рассогласование по параметру  $\tau_1$ . Математически отсутствие перекрестных обратных связей может быть выражено в виде равенств:

$$\mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0; \quad \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{n}_1 = 0, \quad (13)$$

где  $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$  – векторы, вдоль которых должны действовать ускорения  $W_1, W_2$  соответственно при отсутствии перекрестных обратных связей.

Условия (13) определяют лишь плоскости, в которых располагаются соответствующие векторы  $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$ . Дополнительным условием, которое позволяет однозначно определить данные векторы, может быть ортогональность искомым векторам вектору, касательному к линии пересечения гиперboloидов  $\Gamma_1, \Gamma_2$ :

$$\mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{n}_0 = 0; \quad \mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{n}_0 = 0. \quad (14)$$

Условие (14) является вполне естественным, так как при синтезе систем управления подвижными объектами, в особенности летательными аппаратами, обычно рассматривается действие управляющих ускорений в плоскости, нормаль к которой близка по направлению к касательному вектору траектории движения объекта.

Поскольку из условий (13), (14) видно, что вектор  $\mathbf{W}_1$  ортогонален векторам  $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_2$ , а вектор  $\mathbf{W}_2$  ортогонален векторам  $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_1$ , можно заключить, что векторы  $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$  действуют вдоль соответствующих векторов  $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ :

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_0; \quad \mathbf{m}_2 = \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_0. \quad (15)$$

На рис. 3 показано взаимное расположение базиса исполнительной системы координат, вдоль ортов которой действуют ускорения  $W_1, W_2$  объекта, а также нормалей к гиперболам положения объекта, образованных сечением гиперboloидов положения плоскостью, ортогональной к касательному вектору траектории движения объекта.

Таким образом, векторы  $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$  с целью устранения связи каналов управления должны определяться в виде соответствующих проекций:

$$\mathbf{W}_1 = W_1 \frac{\mathbf{m}_2}{\|\mathbf{m}_2\|}; \quad \mathbf{W}_2 = W_2 \frac{\mathbf{m}_1}{\|\mathbf{m}_1\|}. \quad (16)$$

Если гиперboloиды положения в точке расположения объекта пересекаются ортогонально друг другу, то в результате проектирования ускорений  $W_1, W_2$  будут получены равенства:

$$\mathbf{m}_1 = \mathbf{n}_2; \quad \mathbf{m}_2 = \mathbf{n}_1, \quad (17)$$

означающие то, что ускорения объекта действуют строго вдоль нормалей к гиперboloидам  $\Gamma_1, \Gamma_2$ . Если же эти гиперboloиды пересекаются неортогонально друг другу, то проектирование (16)

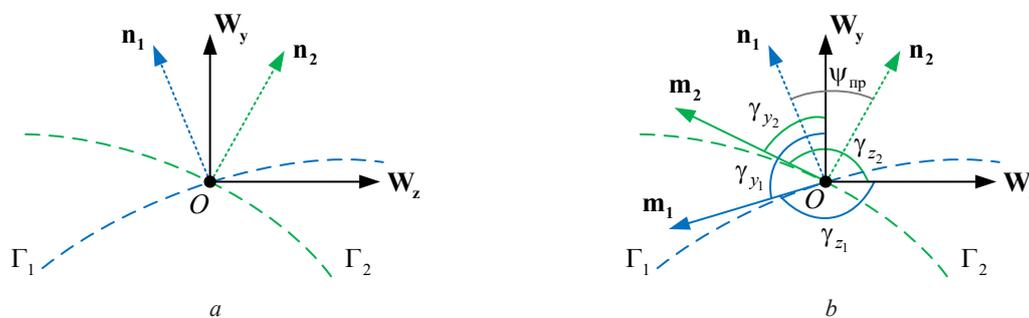


Рис. 3. Взаимное расположение базиса системы координат, в которой действуют ускорения объекта  $W_y, W_z$  и нормальных векторов  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  к гиперboloидам положения в их сечении (a), а также касательных векторов  $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$  к гиперboloидам положения объекта (b)

Fig. 3. Relative location of the object coordinate system related to the object accelerations  $W_y, W_z$  and normal vectors  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  to the object position hyperboloids in its cross section (a), tangent vectors  $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$  to the object position hyperboloids (b)

привнесет в выражения кинематических связей (10) дополнительный коэффициент усиления  $k_m$ , лежащий в диапазоне от нуля до единицы, который снижает общие коэффициенты передач кинематических связей:

$$\begin{aligned} W_1 &= k_m c_1 (2\dot{\rho}_1 \dot{\tau}_1 + \rho_1 \ddot{\tau}_1); \\ W_2 &= k_m c_2 (2\dot{\rho}_2 \dot{\tau}_2 + \rho_2 \ddot{\tau}_2), \end{aligned} \tag{18}$$

где  $k_m = 1 - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$ .

Теперь следует спроектировать управляющие ускорения объекта  $W_y, W_z$  на векторы  $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$ . Для этого необходимо знать ориентацию скоростной системы координат объекта в пространстве. Установим эту ориентацию с помощью углов курса  $\varphi$ , наклона вектора скорости  $\theta$  и крена  $\gamma$ , определяющих повороты вокруг осей  $OY, OZ, OX$  земной правосторонней системы координат соответственно. Таким образом, матрица поворота объекта задается выражением

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \tag{19}$$

После проектирования ускорения объекта примут следующий вид:

$$\begin{aligned} W_{m_1} &= \frac{W_2}{\mathbf{m}_1 \mathbf{n}_2} = -W_2 \operatorname{csc} \psi_{\text{пр}}; \\ W_{m_2} &= \frac{W_1}{\mathbf{m}_2 \mathbf{n}_1} = W_1 \operatorname{csc} \psi_{\text{пр}}, \end{aligned} \tag{20}$$

где  $\psi_{\text{пр}}$  – угол между нормальными  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ .

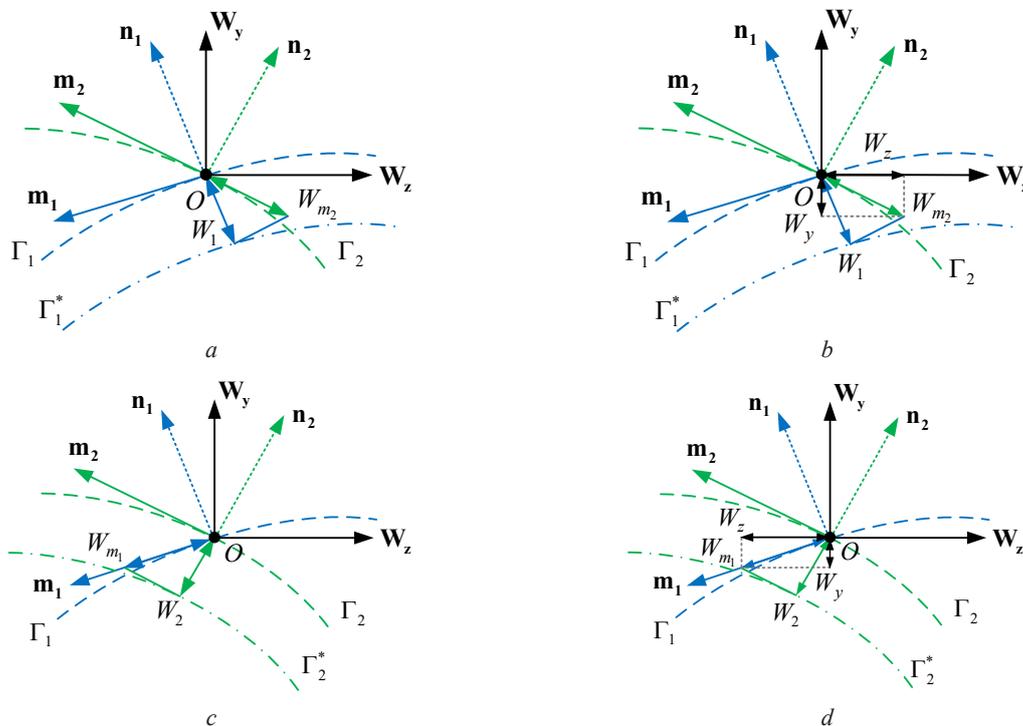


Рис. 4. Взаимное расположение системы координат объекта, в котором действуют нормальные ускорения  $W_y, W_z$ , и проекций измерительной системы координат:  $a$  – проекция ускорения  $W_1$ , действующего вдоль вектора  $\mathbf{n}_1$  на вектор  $\mathbf{m}_2$ ;  $b$  – проекции вектора  $\mathbf{W}_{m_2}$  на оси, вдоль которых действуют ускорения объекта  $W_y, W_z$ ;  $c, d$  – аналогичные графикам  $a, b$  проекции ускорения  $W_2$  на оси  $W_y, W_z$

Fig. 4. Relative location of the object coordinate system, normal accelerations  $W_y, W_z$  and projections of the measuring coordinate system:  $a$  – projection of acceleration  $W_1$  acting along vector  $\mathbf{n}_1$  onto vector  $\mathbf{m}_2$ ;  $b$  – projections of vector  $\mathbf{W}_{m_2}$  on the axes connected to accelerations  $W_y, W_z$ ;  $c, d$  – similar to  $a, b$  projections of acceleration  $W_2$  onto  $W_y, W_z$

Полученные в (20) проекции ускорений объекта представляют собой вектор

$$\mathbf{W}_m = W_{m_1} \frac{\mathbf{m}_2}{\|\mathbf{m}_2\|} + W_{m_2} \frac{\mathbf{m}_1}{\|\mathbf{m}_1\|}. \quad (21)$$

На рис. 4 приведена геометрия взаимного расположения скоростной системы координат в плоскости управления, в которой действуют ускорения  $W_y$ ,  $W_z$ , а также проекции ускорений  $W_{m_1}$ ,  $W_{m_2}$  измерительной системы координат.

Таким образом, окончательный вид связи ускорений объекта и проекций ускорений измерительной системы координат устанавливается следующими уравнениями:

$$W_y = \mathbf{W}_m \frac{\mathbf{W}_y}{\|\mathbf{W}_y\|} = W_{m_1} \cos \gamma_{y_1} + W_{m_2} \cos \gamma_{y_2}; \quad W_z = \mathbf{W}_m \frac{\mathbf{W}_z}{\|\mathbf{W}_z\|} = W_{m_1} \cos \gamma_{z_1} + W_{m_2} \cos \gamma_{z_2}, \quad (22)$$

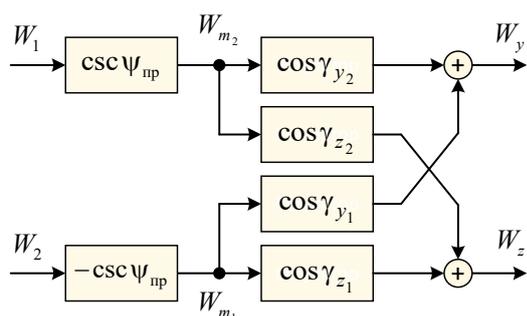


Рис. 5. Функциональная схема устройства проектирования ускорений объекта из измерительной системы координат в скоростную

Fig. 5. Functional diagram of the system transformation of object accelerations from the measuring coordinate system to the velocity coordinate system

**Проверка предлагаемого способа проектирования ускорений методом компьютерного моделирования.** Работоспособность представленной кинематической связи ускорений проверялась методом компьютерного моделирования. Для этого использовалась пространственная модель движения летательного аппарата, описываемая следующими выражениями [9]:

$$\begin{aligned} \omega_z &= W_y / V; \quad \omega_y = -W_z / V; \quad \alpha = W_y T_{\text{сн}} / V; \quad \beta = -W_z T_{\text{сн}} / V; \\ \omega_{x_1} &= \omega_x \cos(\alpha) \cos(\beta) + (\omega_y + \dot{\beta}) \sin(\alpha) - \omega_z \cos(\alpha) \sin(\beta); \\ \omega_{y_1} &= -\omega_x \sin(\alpha) \cos(\beta) + (\omega_y + \dot{\beta}) \cos(\alpha) + \omega_z \sin(\alpha) \sin(\beta); \\ \omega_{z_1} &= \omega_x \sin(\beta) + \omega_z \cos(\beta) + \dot{\alpha}; \\ \omega_x &= (\omega_{y_1} \sin(\alpha) + \omega_{x_1} \cos(\alpha)) / \cos(\beta) - \omega_z \tan(\beta) + \lambda_x; \\ \dot{v} &= (\omega_x - \tan(\theta) (\omega_y \cos(v) - \omega_z \sin(v))); \\ \dot{\varphi} &= (\omega_y \cos(v) - \omega_z \sin(v)) / \cos(\theta); \quad \dot{\theta} = \omega_y \sin(v) + \omega_z \cos(v); \\ \dot{x} &= V \cos(\theta) \cos(\varphi); \quad \dot{y} = V \sin(\theta); \quad \dot{z} = -V \cos(\theta) \sin(\varphi), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ ,  $\omega_x$  – угловые скорости вращения скоростной системы координат, связанной с вектором скорости объекта по углу курса, углу наклона вектора скорости и углу крена соответственно;  $V$  – модуль вектора скорости объекта;  $T_{\text{сн}}$  – постоянная снаряда для объекта, равная отношению скорости объекта к коэффициенту передачи от угла атаки к нормальному ускорению объекта ( $T_{\text{сн}} = 1$ );  $\alpha$ ,  $\beta$  – углы атаки и скольжения соответственно;  $\omega_{y_1}$ ,  $\omega_{z_1}$ ,  $\omega_{x_1}$  – угловые скорости вращения системы координат, связанной с корпусом объекта, соответствующие изменениям углов рыскания, тангажа и крена;  $\lambda_x$  – сигнал управления по крену;  $v$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$  – углы крена, курса и наклона вектора скорости соответственно;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – декартовы координаты объекта.

Используемые в задачах наведения объекты, как правило, стабилизированы по крену, что может быть реализовано следующим выражением, соответствующим классическому пропорционально-дифференцирующему регулятору [9]:

$$\lambda_x = k_{xp}(v_0 - v) + k_{xd}(\dot{v}_0 - \dot{v}), \tag{24}$$

где  $k_{xp}, k_{xd}$  – коэффициенты усиления регулятора по рассогласованию и по производной от рассогласования соответственно, которые выбираются из условий устойчивости контура управления и его качества работы ( $k_{xp} = 70, k_{xd} = 0,1$ );  $v_0, \dot{v}_0$  – требуемое значение по углу крена и его производной (полагаются равными нулю).

Непосредственно сам регулятор, формирующий требуемые ускорения объекта, был реализован на основании следующих уравнений [2]:

$$W_1 = c_1 \rho_1 \left[ k_s^2 (\tau_{10} - \tau_1) + \sqrt{2} k_s (\dot{\tau}_{10} - \dot{\tau}_1) \right]; \quad W_2 = c_2 \rho_2 \left[ k_s^2 (\tau_{20} - \tau_2) + \sqrt{2} k_s (\dot{\tau}_{20} - \dot{\tau}_2) \right], \tag{25}$$

где  $k_s^2$  – параметр, определяющий полосу пропускания и устойчивость системы ( $k_s^2 = 1$ );  $\tau_{10}, \tau_{20}$  – разностно-дальномерные параметры положения точки цели;  $\dot{\tau}_{10}, \dot{\tau}_{20}$  – скорости изменения разностно-дальномерных параметров положения точки цели (полагаются равными нулю).

Так как для оценки нормалей (11) к гиперболоидам положения следует осуществлять оценку координат объекта, то в общем случае помимо измерений объектом двух разностей дальностей необходимо иметь также оценку расстояния между объектом и навигационной системой, поскольку направление градиента (11) наиболее сильно меняется вблизи базовых линий. Такая оценка дальности может вырабатываться с использованием итерационного обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК). Имея оценку координат объекта в земной системе координат, а также оценку координат навигационной системы, можно получить начальную оценку координат  $x^*, y^*, z^*$  объекта по отношению к навигационной системе, а также уточнить ее с использованием измеренных значений разностей дальностей до навигационных позиций с помощью ОМНК. При отсутствии какой-либо информации о дальности между объектом и навигационной системой работоспособность такой системы можно обеспечить лишь в том случае, если процесс наведения объекта начинается на расстоянии между объектом и навигационной системой, значительно превышающем наибольшую из двух базовых линий. В таком случае направления векторов градиентов (11) будут изменяться незначительно в зависимости от дальности до объекта, так как гиперболоиды положения объекта на относительно больших дальностях приближаются к своим асимптотическим конусам. Более точные оценки можно получить, используя оценку суммарных дальностей  $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2$  путем измерения собственной скорости объекта  $V_0$  и доплеровских сдвигов частоты навигационных сигналов [10]. Имея вектор  $\mathbf{x}^* = [x^* \ y^* \ z^*]^T$  оценок относительных декартовых координат объекта в навигационной системе, а также вектор измерений  $\mathbf{z}_{\text{МНК}} = [\hat{\tau}_1 \ \hat{\tau}_2 \ \hat{\rho}_1 \ \hat{\rho}_2]^T$ , итерационный ОМНК реализуется на основании выражения [11]

$$\mathbf{x}_{n+1}^* = \mathbf{x}_n^* + \left( \mathbf{H}_c^T \mathbf{W}_c \mathbf{H}_c \right)^{-1} \mathbf{H}_c^T \mathbf{W}_c \left( \mathbf{z}_{\text{МНК}} - \mathbf{f}_{\text{МНК}}(\mathbf{x}_n^*) \right), \tag{26}$$

где  $n$  – номер текущей итерации;  $\mathbf{W}_c = \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\tau_2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\rho_1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\rho_2}^2 \end{bmatrix}^{-1}$  – диагональная весовая матрица,

обратная к ковариационной матрице вектора  $\mathbf{z}_{\text{МНК}}$ ;  $\mathbf{f}_{\text{МНК}}(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} \tau_1(\mathbf{x}^*) \\ \tau_2(\mathbf{x}^*) \\ \rho_1(\mathbf{x}^*) \\ \rho_2(\mathbf{x}^*) \end{bmatrix}$  – векторная функция;

$\rho_1(\mathbf{x}^*) = \frac{d_0(\mathbf{x}^*) + d_1(\mathbf{x}^*)}{2c_1}$ ,  $\rho_2(\mathbf{x}^*) = \frac{d_0(\mathbf{x}^*) + d_2(\mathbf{x}^*)}{2c_2}$  – суммарные дальности между объектом и па-

рами позиций  $\Pi_0$ ,  $\Pi_1$  и  $\Pi_0$ ,  $\Pi_2$  соответственно;  $\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \tau_1(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial y} \tau_1(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial z} \tau_1(\mathbf{x}^*) \\ \frac{\partial}{\partial x} \tau_2(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial y} \tau_2(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial z} \tau_2(\mathbf{x}^*) \\ \frac{\partial}{\partial x} \rho_1(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial x} \rho_1(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial x} \rho_1(\mathbf{x}^*) \\ \frac{\partial}{\partial x} \rho_2(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial y} \rho_2(\mathbf{x}^*) & \frac{\partial}{\partial z} \rho_2(\mathbf{x}^*) \end{bmatrix}$  – матрица

Якоби, вычисляемая для текущих декартовых координат  $\mathbf{x}^*$  объекта.

Итерационный процесс получения оценки ОМНК проводился до тех пор, пока различие вектора  $\mathbf{x}^*$  в двух последующих итерациях не оказывалось меньше 5 % от длины наименьшей из баз НС. Измеряемые случайные величины, входящие в вектор  $\mathbf{z}_{\text{МНК}}$ , полагались распределенными по гауссовскому закону:

$$\hat{\tau}_1 \approx N(\tau_1, \sigma_\tau^2); \quad \hat{\tau}_2 \approx N(\tau_2, \sigma_\tau^2); \quad \hat{\rho}_1 \approx N(\rho_1, \sigma_\rho^2); \quad \hat{\rho}_2 \approx N(\rho_2, \sigma_\rho^2), \quad (27)$$

где  $\sigma_\tau^2$  – дисперсия измерения разностей дальностей  $\tau_1, \tau_2$  ( $\sigma_\tau = 0,001$ );  $\sigma_\rho^2$  – дисперсия измерения сумм дальностей  $\rho_1, \rho_2$  ( $\sigma_\rho = 0,02$ ).

Среднеквадратическое отклонение (СКО)  $\sigma_\tau$  задано из расчета СКО измерения разности дальностей  $\Delta d$  до навигационной системы в 1 м при ширине наименьшей базы навигационной системы, равной 2000 м. Статистические характеристики величины  $\rho$  приведены в [12]. СКО  $\sigma_\rho$  получено методом Монте-Карло для  $\sigma_\tau = 0,001$ , скорости движения объекта  $V_0 = 200$  м/с, СКО оценки скорости движения объекта  $\sigma_{V_0} = 1$  м/с.

На рис. 6 приведена одна из реализаций траектории движения объекта, наводимого вдоль гиперболы по информации разностно-дальномерной навигационной системы, полученная путем численного моделирования. Длины баз навигационной системы полагались равными 2000 м, расположенные под прямым углом друг к другу с координатами:  $x_{\Pi_0} = 0$  м,  $y_{\Pi_0} = 0$  м,  $z_{\Pi_0} = 0$  м,  $x_{\Pi_1} = 2000$  м,  $y_{\Pi_1} = 0$  м,  $z_{\Pi_1} = 0$  м,  $x_{\Pi_2} = 0$  м,  $y_{\Pi_2} = 0$  м,  $z_{\Pi_2} = 2000$  м. Точка цели имела следующие координаты:  $x_{\Pi} = 2000$  м,  $y_{\Pi} = -2000$  м,  $z_{\Pi} = 2000$  м.

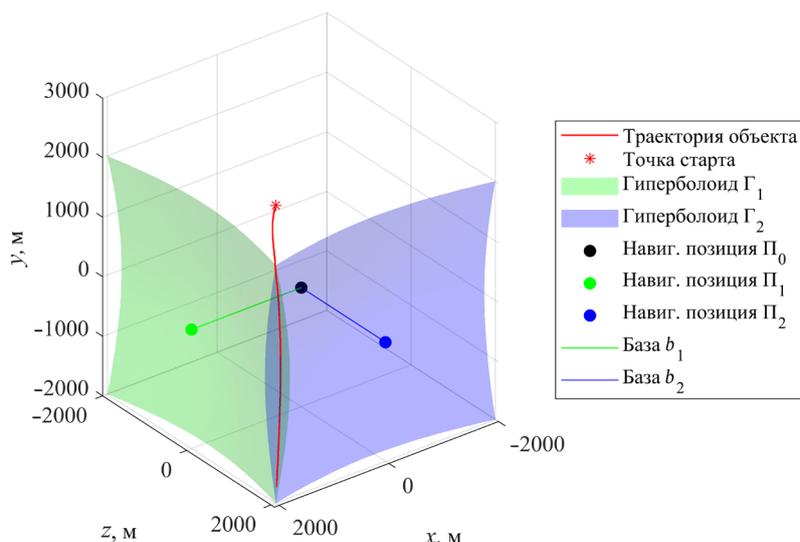


Рис. 6. Траектория движения объекта в навигационной системе, полученная с помощью численного эксперимента  
 Fig. 6. The trajectory of the object in the navigation system, obtained by numerical experiment

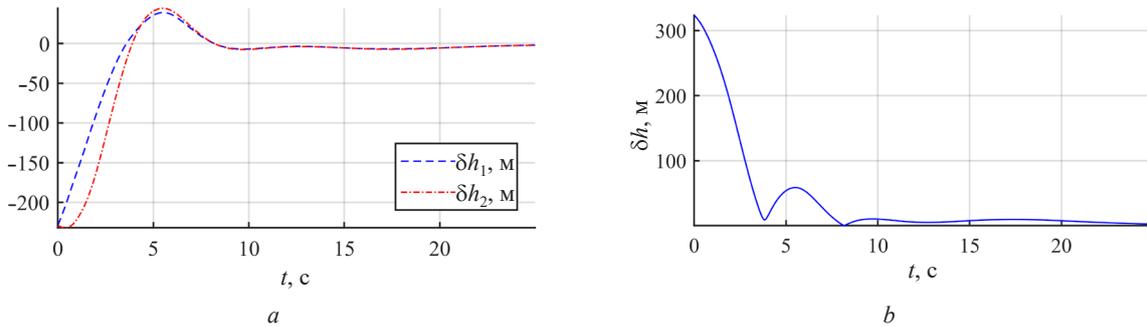


Рис. 7. Зависимости от времени линейных промахов  $\delta h_1$ ,  $\delta h_2$  объекта в двух каналах управления (а) и полного промаха  $\delta h$  (b)

Fig. 7. Time dependence of the object linear errors  $\delta h_1$ ,  $\delta h_2$  in each control channel (a) and full error  $\delta h$  (b)

На рис. 7, а приведены временные зависимости промахов  $\delta h_1$ ,  $\delta h_2$  двух измерительных каналов, соответствующих отклонениям объекта от гиперболоидов положения, выраженных в линейной мере с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} \delta h_1 &= c_1 \rho_1 (\tau_1^* - \tau_1); \\ \delta h_2 &= c_2 \rho_2 (\tau_2^* - \tau_2), \end{aligned} \quad (28)$$

где  $\tau_1^*$ ,  $\tau_2^*$  – разностно-дальномерные параметры положения точки цели в двух каналах управления.

На рис. 7, b приведена временная зависимость полного промаха  $\delta h$ , вычисленного на основании выражения

$$\delta h = \sqrt{\delta h_1^2 + \delta h_2^2}. \quad (29)$$

При моделировании движения объекта предполагалось, что объект способен развивать максимальное ускорение в 5g, или 50 м/с<sup>2</sup>. Временные зависимости ускорений объекта в двух взаимно перпендикулярных плоскостях представлены на рис. 8.

**Заключение.** Получены в замкнутой форме выражения, описывающие кинематические ускорения объекта в измерительной и исполнительной (связанной) системы координат. Выполнено имитационное моделирование, результаты которого подтвердили работоспособность предлагаемого способа управления объектом в пространстве. Анализ результатов моделирования показывает, что компенсация пространственной связи каналов управления обеспечивает устойчивость контура наведения. Реализация пространственного наведения объекта по двум разностно-дальномерным измерениям позволяет снизить количество навигационных позиций на одну, что эквивалентно уменьшению необходимого числа измерительных каналов.

### Список использованных источников

1. Powell, C. Hyperbolic origins / C. Powell // Journal of Navigation. – 1981. – Vol. 34, iss. 4. – P. 424–436. <https://doi.org/10.1017/S0373463300048049>
2. Blanchard, W. Air Navigation Systems. Chapter 4. Hyperbolic Airborne Radio Navigation Aids – A Navigator’s View of their History and Development / W. Blanchard // Journal of Navigation. – 1991. – Vol. 44, iss. 3. – P. 285–315. <https://doi.org/10.1017/S0373463300010092>
3. Groves, P. D. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems / P. D. Groves. – 2<sup>nd</sup> ed. – Artech House, 2013. – 776 p.
4. An Evaluation of eLoran as a Backup to GPS / G. W. Johnson [et al.] // IEEE Conf. on Technologies for Homeland Security, 16–17 May 2007, Woburn, MA, USA. – P. 95–100. <http://doi.org/10.1109/THS.2007.370027>
5. Czaplewski, K. Does Poland need eLoran? / K. Czaplewski // Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Transport System Telematics (TST 2018), March 20–23, 2018. – Krakow, 2018. – P. 525–544. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97955-7\\_35](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97955-7_35)

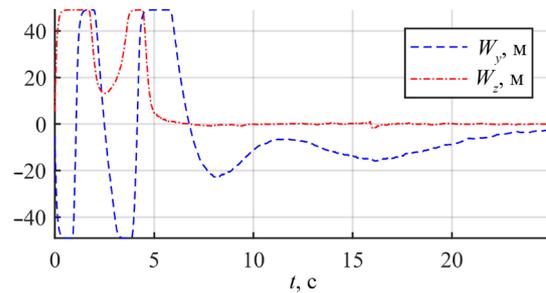


Рис. 8. Зависимость вертикального  $W_y$  и бокового  $W_z$  ускорений объекта от времени

Fig. 8. Time dependence of the vertical  $W_y$  and lateral  $W_z$  accelerations of the object

6. Легкоступ, В. В. Методика определения кинематической связи между управляющими летательным аппаратом ускорениями и его эллиптическими координатами в альтернативном представлении / В. В. Легкоступ // Систем. анализ и приклад. информатика. – 2021. – № 3. – С. 15–24. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-3-15-24>

7. Легкоступ, В. В. Методика синтеза устройства управления по методу аналитического конструирования оптимального регулятора для задачи наведения летательного аппарата вдоль гиперболы / В. В. Легкоступ, С. А. Шабан, В. Е. Маркевич // Докл. БГУИР. – 2022. – Т. 20, № 1. – С. 65–72. <https://doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-1-65-72>

8. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 832 с.

9. Кун, А. А. Основы построения систем управления ракетами: в 3 ч. / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. – Минск: Воен. акад. Респ. Беларусь, 2001. – 3 ч.

10. Легкоступ, В. В. Методика определения дальности до объекта в разностно-дальномерной навигационной системе по доплеровским смещениям частоты / В. В. Легкоступ, В. Е. Маркевич // Систем. анализ и приклад. информатика. – 2021. – № 4. – С. 40–46. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-4-40-46>

11. Степанов, О. А. Методы обработки навигационной измерительной информации / О. А. Степанов. – СПб.: Ун-т ИТМО, 2017. – 196 с.

12. Легкоступ, В. В. Методика определения статистических характеристик оценки дальности по доплеровским смещениям частоты / В. В. Легкоступ // Систем. анализ и приклад. информатика. – 2022. – № 1. – С. 20–26. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2022-1-20-26>

## References

1. Powell C. Hyperbolic origins. *Journal of Navigation*, 1981. vol. 34, iss. 4, pp. 424–436. <https://doi.org/10.1017/S0373463300048049>

2. Blanchard W. Air Navigation Systems. Chapter 4. Hyperbolic Airborne Radio Navigation Aids – A Navigator’s View of their History and Development. *Journal of Navigation*, 1991, vol. 44, iss. 3, pp. 285–315. <https://doi.org/10.1017/S0373463300010092>

3. Groves P. D. *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. 2<sup>nd</sup> ed. Artech House, 2013. 776 p.

4. Johnson G. W., Swaszek P. F., Hartnett R. J., Shalaev R., Wiggins M. *IEEE Conference on Technologies for Homeland Security, 16–17 May 2007, Woburn, MA, USA*, pp. 95–100. <http://doi.org/10.1109/THS.2007.370027>

5. Czaplewski K. Does Poland need eLoran? *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Transport System Telematics (TST 2018), March 20–23, 2018*. Krakow, 2018, pp. 525–544. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97955-7\\_35](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97955-7_35)

6. Legkostup V. V. Methodology of determining of the transfer function of engagement kinematics of accelerations of an aircraft and its elliptic coordinates in alternative representation. *Sistemnyi analiz i prikladnaya informatika = System Analysis and Applied Information Science*, 2021, no. 3, pp. 15–24 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-3-15-24>

7. Legkostup V. V., Shaban S. A., Markevich V. E. Procedure of the Synthesis of Control Device by the Method of Analytical Design of the Optimal Regulator for the Problem of Aircraft Guidance Along a Hyperbola. *Doklady BGUIR*, 2022, vol. 20, no. 1, pp. 65–72 (in Russian). <https://doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-1-65-72>

8. Korn G., Korn T. *Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers*. Moscow, Nauka Publ., 1970. 832 p. (in Russian).

9. Kun A. A., Luk’yanov V. F., Shaban S. A. *Fundamentals of Building Missile Control Systems*. Minsk, Military Academy of the Republic of Belarus, 2001. 3 chapters (in Russian).

10. Legkostup V. V., Markevich V. E. Method for determining of the distance to the object in the hyperbolic navigation system via doppler frequency offsets. *Sistemnyi analiz i prikladnaya informatika = System Analysis and Applied Information Science*, 2021, no. 4, pp. 40–46 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2021-4-40-46>

11. Stepanov O. A. *Estimation Algorithms for Navigation Data Processing*. St. Petersburg, ITMO University Publ., 2021. 174 p. (in Russian).

12. Legkostup V. V. Method for determining of statistical characteristics of evaluated distance obtained from measurements of Doppler frequency offsets. *Sistemnyi analiz i prikladnaya informatika = System Analysis and Applied Information Science*, 2022, no. 1, pp. 20–26 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2022-1-20-26>

## Информация об авторе

Легкоступ Виктор Валерьевич – научный сотрудник, ОАО «АЛЕВКУРП» (ул. Московская, 1а, 223027, д. Королев Стан, Минский район, Минская область, Республика Беларусь). E-mail: legkostupvv@gmail.com

## Information about the author

Victor V. Legkostup – Researcher, JSC “ALEVKURP” (1a, Moscovskaya Str., 223027, village Korolev Stan, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: legkostupvv@gmail.com