

**А. И. Ольшанский, А. Л. Климентьев, А. А. Котов**

*Витебский государственный технологический университет, Витебск, Республика Беларусь*

## **ТЕПЛОМАССОБМЕН В ПРОЦЕССАХ СУШКИ ТОНКИХ НАТУРАЛЬНЫХ КОЖ ВНАКЛЕЙКУ НА ГЛАДКИЕ ПОВЕРХНОСТИ**

**Аннотация.** Изложены результаты исследования тепло- и массообмена в процессе сушки тонкой натуральной кожи внаклейку на гладкую поверхность. Используются результаты решения дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности с постоянными теплофизическими коэффициентами для определения средней температуры в период падающей скорости сушки. Приведены расчетные значения температур для влагоизолированной и свободной к испарению влаги поверхностей кожи. Рассмотрены методы упрощения решений нелинейных уравнений с целью линеаризации этих уравнений для аппроксимации решений с переменными коэффициентами переноса. Использование метода кусочно-ступенчатой аппроксимации коэффициентов переноса с постоянными значениями этих коэффициентов на малых временных интервалах показало, что для малоинтенсивных процессов сушки достаточно точно реализуются решения линейного уравнения теплопроводности, подтверждающие закономерности, полученные опытным путем. Дан расчет длительности сушки по методу Б. С. Сажина. Представлены результаты обработки опытных кривых сушки кож внаклейку. Дана проверка достоверности полученных уравнений и сопоставления эксперимента с расчетными значениями по формулам. Полученные приближенные аналитические решения при достоверных значениях коэффициентов переноса, подтвержденные установленными экспериментальным путем закономерностями, имеют практическое значение. В совокупности с экспериментальными методами аналитические методы позволяют установить оптимальные режимы сушки и более точно обобщать опытные данные.

**Ключевые слова:** натуральная кожа, конвективная сушка, влагосодержание, коэффициент сушки, скорость сушки, температура мокрого термометра, число Био, коэффициент теплопроводности

**Для цитирования:** Ольшанский, А. И. Тепломассообмен в процессах сушки тонких натуральных кож внаклейку на гладкие поверхности / А. И. Ольшанский, А. Л. Климентьев, А. А. Котов // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2023. – Т. 68, № 1. – С. 50–59. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2023-68-1-50-59>

**Anatoli I. Olshanski, Andrei L. Klimentyev, Alexej A. Kotow**

*Vitebsk State Technological University, Vitebsk, Republic of Belarus*

## **HEAT AND MASS TRANSFER IN THE PROCESSES OF DRYING THIN NATURAL LEATHERS PASTED ON SMOOTH SURFACES**

**Abstract.** The results of the study of drying thin natural leather pasted on a smooth surface are presented. The results of solving the differential equation of non-stationary heat conduction with constant thermophysical coefficients are used to determine the average temperature during the period of decreasing drying rate. The calculated values of temperatures for moisture-proof and moisture-free skin surfaces are given. Methods for simplifying solutions of nonlinear equations with the aim of linearizing these equations for approximating solutions with variable transport coefficients are considered. The use of the method of piecewise stepwise approximation of the transfer coefficients with constant values of these coefficients over short time intervals showed that for low-intensity drying processes, the solutions of the linear heat equation are implemented quite accurately, confirming the regularities obtained empirically. The calculation of the duration of drying according to the method of B. S. Sazhin is given. The results of the processing of experimental curves for drying leathers pasted are presented. The reliability of the obtained equations is verified and the experiment is compared with the calculated values using the formulas. The obtained approximate analytical solutions with reliable values of the transfer coefficients, confirmed by experimentally established regularities, are of practical importance. Together with experimental methods, analytical methods make it possible to establish optimal drying regimes and more accurately generalize experimental data.

**Keywords:** natural leather, convective drying, moisture content, drying factor, drying speed, wet thermometer temperature, Bio criterion, coefficient of thermal conductivity

**For citation:** Olshanski A. I., Klimentyev A. L., Kotow A. A. Heat and mass transfer in the processes of drying thin natural leathers pasted on smooth surfaces. *Vesti Natsyonal'noi akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2023, vol. 68, no. 1, pp. 50–59 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2023-68-1-50-59>

**Введение.** В настоящее время активно проводятся исследования по тепло- и массопереносу в процессах сушки для различных отраслей промышленности. Результаты данной работы отражены, в частности, в [1–3]. Так, в [1] рассматривается математическая модель тепло-массопереноса в процессе сушки влажного материала, в [2, 3] исследуются пути повышения эффективности процессов сушки и массообменных процессов термовлажностной обработки текстильных материалов в производстве кожи и нетканых клееных материалов.

Следует отметить, что на физико-механические свойства готовой высушенной кожи влияют все технологические операции кожевенного производства, но основное влияние оказывает сушка. В процессе сушки натуральных кож происходит удаление из материала влаги, кожа на протяжении всего процесса испытывает усадку, которая особенно при сушке кожи хромового дубления дает значительную усадку по площади до 25–30 % [4–6]. Сушка растянутых на рамах кож не дает хороших результатов [4–6]. При сушке кож в двухфазном состоянии, когда после первой сушки применяется повторное увлажнение и сушка, необратимая потеря площади от усадки остается равной 12–15 % [6]. Однако такой метод сушки усложняет и сам процесс, и конструкцию сушильной камеры [5, 6].

Аналитические решения имеют важное значение тогда, когда они хорошо согласуются с закономерностями, полученными экспериментальным путем, что требует исследований для установления зависимостей коэффициентов переноса от влагосодержания и температуры.

*Цель работы* – показать возможность использования в практических расчетах кинетики сушки результатов аналитических решений.

**Кинетика сушки натуральных кож.** Натуральные кожи относятся к термочувствительным материалам, и основным препятствием для быстрой интенсивной сушки при повышенных температурах является усадка. Поэтому сушка кож проводится при мягких режимах: температуре  $t_c = 30–60$  °С, скорости  $v = 0,5–2,0$  м/с и высоких значениях влагосодержания воздуха  $\varphi = 30–60$  % [4–6].

Конвективная сушка влажных материалов осуществляется нагретым газом или воздухом, при этом температура на поверхности материала в период постоянной скорости сушки равна температуре мокрого термометра  $t_{м.т}$  [7–9]. В случае если одна поверхность материала покрыта влагоизоляционным слоем, через который не происходит испарения влаги, то температура этой поверхности выше  $t_{м.т}$  за счет дополнительного подвода тепла теплообменом через сухую поверхность. Причем чем больше отношение сухой поверхности к влажной, тем больше повышается температура материала по отношению к  $t_{м.т}$  [5, 6, 10, 11].

При сушке кож внаклейку используется сухая фанера, предварительно покрытая лаком. Важную роль играют составы клея при приклеивании кожи к пластине. К клею предъявляются разные требования в зависимости от метода наклеивания кожи (лицевой или бахтармянной стороной). Клеевая смесь должна прикреплять кожу с определенной прочностью для избегания деформации, особенно в первый период сушки [5, 6].

Важную роль при выборе рациональных режимов сушки, типа, размеров и конструкции сушильной установки играет длительность сушки. Сушка отличается большой сложностью, что крайне затрудняет получение аналитических зависимостей для расчета кинетики сушки конкретного материала. Для расчета длительности сушки используются различные приближенные экспериментальные методы, основанные на наиболее общих закономерностях процесса и устойчивых комплексных переменных [4–8].

К таким методам относится и метод, разработанный Б. С. Сажиным [8]. Метод расчета кинетики сушки основан на решении обобщенного уравнения массопередачи, которое применительно к сушке имеет вид [8]

$$\left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = K (\bar{u}_0 - \bar{u}) (\bar{u}_{пр} - u_p), \quad (1)$$

где  $\bar{u}_0$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{u}_{пр}$ ,  $u_p$  – начальное, текущее, в стадии прогрева и равновесное влагосодержание материала соответственно, кг/кг;  $K$  – коэффициент скорости сушки, мин<sup>-1</sup>.

Произведение  $(\bar{u}_0 - \bar{u})(\bar{u}_{пр} - u_p)$  представляет собой обобщенную комплексную переменную, основную движущую силу сушки, учитывающую изменение скорости сушки. Коэффициент

скорости сушки  $K$  остается постоянной величиной как в первом, так и во втором периодах сушки, и кривая сушки описывается одним уравнением [8, 9].

Интегрированием уравнения (1) от влагосодержания в стадии прогрева материала  $\bar{u}_{\text{пр}}$  до равновесного  $u_p$  при начальном  $\bar{u}_0$  получим [8]:

$$\tau = \frac{\bar{u}_0}{K(\bar{u}_0 - u_p)} \cdot \ln \frac{(\bar{u}_0 - \bar{u})(\bar{u}_{\text{пр}} - u_p)}{(\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{пр}})(\bar{u} - u_p)}. \quad (2)$$

Уравнение (2) запишем в виде

$$\tau = \frac{\bar{u}_0}{K(\bar{u}_0 - u_p)} \cdot Z, \quad (3)$$

где параметр  $Z$  рассчитывается следующим образом [8]:

$$Z = \ln \frac{(\bar{u}_0 - \bar{u})(\bar{u}_{\text{пр}} - u_p)}{(\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{пр}})(\bar{u} - u_p)}. \quad (4)$$

В системе координат  $Z = f(\tau)$  кривые сушки представляют собой прямые, угол наклона которых определяет коэффициент скорости сушки  $K$ , а отрезки, отсекаемые по оси  $Z$ , – величину влагосодержания прогрева  $\bar{u}_{\text{пр}}$ . Значения  $\bar{u}_{\text{пр}}$  более точно устанавливаются по кривой сушки  $\tau = f(\bar{u})$  с наличием температурной кривой  $t = f(\tau)$ .

Кинетика сушки в период прогрева материала аппроксимируется уравнением вида [8, 9]

$$\left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = \frac{\bar{t} - t_{\text{н}}}{t_{\text{м.т}} - t_{\text{н}}} \cdot N, \quad (5)$$

где  $\bar{t}$  – среднееобъемная температура материала, °C;  $t_{\text{н}}$  – начальная температура материала, °C;  $N$  – скорость сушки в первом периоде, мин<sup>-1</sup>.

Интегрированием уравнения (5) определяется время прогрева материала:

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{\text{пр}}}{N} \cdot \frac{t_{\text{м.т}} - t_{\text{н}}}{\bar{t} - t_{\text{н}}}. \quad (6)$$

На основе обработки многих опытных данных по конвективной сушке различных капиллярно-пористых влажных материалов Н. С. Михеевой предложено простое уравнение длительности сушки, включая оба периода [6].

Уравнение имеет вид

$$\tau = \frac{1,8}{N} \left( (\bar{u}_0 - u_p) - 0,56\bar{u}_0 \right) \ln \frac{\bar{u}_0}{\bar{u} - u_p}. \quad (7)$$

В уравнениях Б. С. Сажина и Н. С. Михеевой не нужно знать критического влагосодержания материала  $\bar{u}_{\text{кр}}$ , которое для многих материалов зависит от режима сушки [4–9]. Для определения длительности сушки по уравнению (2) необходимо знать только влагосодержание прогрева материала  $\bar{u}_{\text{пр}}$ , а по уравнению (7) – скорость сушки в первом периоде  $N$ . Вычисленные значения скорости сушки по уравнениям (2) и (3) и их сопоставление со значениями, полученными экспериментальным путем, приводятся в таблице.

**Условия сушки и теплообмен.** Сушка натуральных кож внаклейку на гладкую поверхность создает условия, когда с одной свободной поверхности кожи происходит испарение влаги в окружающую среду с наличием периодов постоянной и падающей скорости сушки, а с другой, влагоизолированной, – интенсивность испарения влаги равна нулю.

Неограниченная пластина с наклеенной кожей с начальной температурой  $t_{\text{н}}$  помещается в среду с температурой  $t_{\text{с}} > t_{\text{н}}$ . Теплообмен с поверхностями пластины происходит по закону Ньютона. Со свободной поверхности влага испаряется с интенсивностью  $j_{\text{св}}$ , с другой, влагоизолированной, с интенсивностью  $j_{\text{из}} = 0$ , что создает характерные условия теплообмена [5, 6, 10, 11].

Результаты вычислений температуры и длительности сушки опойка по уравнениям и сопоставление результатов с экспериментальными данными

The results of calculations of the temperature and duration of drying of the flask according to the equations and comparison of the results with experimental data

Пластина $0,9 \times 0,5 \times 1,6 \cdot 10^{-3}$ м, $\rho = 500$ кг/м <sup>3</sup> , $m = 0,34$ кг. $\bar{u}_0 = 2,03$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,93$ ; $u_p = 0,125$ ; $\bar{u}_{пр} = 1,87$ ; $N = 0,015$ мин <sup>-1</sup> ; $\bar{\alpha}_{кр} = 16,0$ Вт/м <sup>2</sup> ·°С; $K_{эф} = 0,03$ мин <sup>-1</sup> ; $\tau_1 = 75$ мин; $j_1 = 0,162 \cdot 10^{-3}$ кг/м <sup>2</sup> ·с; $q_1 = 380$ Вт/м <sup>2</sup> . Режим сушки: $t_c = 60$ °С; $v = 0,5$ м/с; $\phi = 30$ %; $t_{м.т} = 30$ °С											
$\bar{u}$	$\bar{u}/\bar{u}_{кр}$	$\lambda_{вл}$ , Вт/м·°С (14)	$\bar{\alpha}$ , Вт/м <sup>2</sup> ·°С (12)	Ві	$j_{II} \cdot 10^3$ , кг/м <sup>2</sup> ·с (15)	$t_{п.из}$ , °С (9)	$t_{п.св}$ , °С (10)	Z (4)	$\tau$ , мин (экс.)	$\tau$ , мин (2)	$\tau$ , мин (7)
0,9	0,97	0,187	15,6	0,044	0,162	37,0	30,0	2,38	86	84,0	83,5
0,8	0,86	0,167	14,5	0,045	0,145	45,2	32,5	2,72	100	96,2	95,7
0,7	0,75	0,156	13,3	0,044	0,126	46,4	33,8	3,11	110	108,7	109,8
0,6	0,64	0,147	12,1	0,042	0,117	47,6	36,3	3,87	130	132,0	130,0
0,5	0,54	0,138	10,7	0,040	0,095	48,7	38,5	4,48	150	153,0	152,7
0,4	0,43	0,131	9,2	0,037	0,077	50,2	41,4	5,33	178	181,0	180,8
0,3	0,32	0,127	7,8	0,034	0,063	52,3	44,5	6,71	225	225,0	224,4
Пластина $0,9 \times 0,5 \times 1,5 \cdot 10^{-3}$ м, $\rho = 490$ кг/м <sup>3</sup> , $m = 0,33$ кг. $\bar{u}_0 = 2,04$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,96$ ; $u_p = 0,12$ ; $\bar{u}_{пр} = 1,87$ ; $N = 0,013$ мин <sup>-1</sup> ; $\bar{\alpha}_{кр} = 13,5$ Вт/м <sup>2</sup> ·°С; $K_{эф} = 0,026$ мин <sup>-1</sup> ; $\tau_1 = 100$ мин; $j_1 = 0,13 \cdot 10^{-3}$ кг/м <sup>2</sup> ·с; $q_1 = 312$ Вт/м <sup>2</sup> . Режим сушки: $t_c = 50$ °С; $v = 0,5$ м/с; $\phi = 30$ %; $t_{м.т} = 27$ °С											
$\bar{u}$	$\bar{u}/\bar{u}_{кр}$	$\lambda_{вл}$ , Вт/м·°С (14)	$\bar{\alpha}$ , Вт/м <sup>2</sup> ·°С (12)	Ві	$j_{II} \cdot 10^3$ , кг/м <sup>2</sup> ·с (15)	$t_{п.из}$ , °С (9)	$t_{п.св}$ , °С (10)	Z (4)	$\tau$ , мин (экс.)	$\tau$ , мин (2)	$\tau$ , мин (7)
0,8	0,83	0,166	11,9	0,042	0,112	37,8	29,4	2,93	120	118,5	116,5
0,7	0,73	0,155	11,0	0,039	0,110	39,2	30,5	3,35	137	135,5	140,0
0,6	0,62	0,146	9,7	0,036	0,087	40,4	31,2	3,67	150	151,0	152,6
0,5	0,52	0,137	8,4	0,034	0,074	41,5	33,3	4,28	175	176,4	174,8
0,4	0,42	0,130	7,3	0,028	0,062	43,0	35,2	4,89	200	198,4	210,0
0,3	0,32	0,124	6,2	0,022	0,048	44,8	38,4	6,12	250	252,0	254,0
Пластина $0,9 \times 0,5 \times 1,5 \cdot 10^{-3}$ м, $\rho = 510$ кг/м <sup>3</sup> , $m = 0,345$ кг. $\bar{u}_0 = 2,04$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,98$ ; $u_p = 0,13$ ; $\bar{u}_{пр} = 1,9$ ; $N = 0,012$ мин <sup>-1</sup> ; $\bar{\alpha}_{кр} = 16$ Вт/м <sup>2</sup> ·°С; $K_{эф} = 0,024$ мин <sup>-1</sup> ; $\tau_1 = 100$ мин; $j_1 = 0,117 \cdot 10^{-3}$ кг/м <sup>2</sup> ·с; $q_1 = 270$ Вт/м <sup>2</sup> . Режим сушки: $t_c = 40$ °С; $v = 0,5$ м/с; $\phi = 30$ %; $t_{м.т} = 24$ °С											
$\bar{u}$	$\bar{u}/\bar{u}_{кр}$	$\lambda_{вл}$ , Вт/м·°С (14)	$\bar{\alpha}$ , Вт/м <sup>2</sup> ·°С (12)	Ві	$j_{II} \cdot 10^3$ , кг/м <sup>2</sup> ·с (15)	$t_{п.из}$ , °С (9)	$t_{п.св}$ , °С (10)	Z (4)	$\tau$ , мин (экс.)	$\tau$ , мин (2)	$\tau$ , мин (7)
0,8	0,78	0,165	14,0	0,041	0,094	32,5	25,8	2,89	130	127,7	128,6
0,7	0,69	0,154	12,5	0,038	0,084	33,8	26,4	3,29	142	145,0	146,0
0,6	0,59	0,145	11,4	0,036	0,073	34,7	27,8	3,77	165	167,0	167,0
0,5	0,49	0,136	10,3	0,030	0,062	36,5	29,6	4,38	190	194,6	194,0
0,4	0,39	0,131	8,9	0,028	0,053	37,4	31,7	5,15	225	227,6	227,8
0,3	0,30	0,122	5,6	0,023	0,042	38,2	33,2	6,25	275	278,0	276,7

Примечание:  $\rho$  – плотность материала пластины, кг/м<sup>3</sup>;  $m$  – масса пластины, кг;  $v$  – скорость воздуха, м/с.

В процессе сушки с уменьшением влагосодержания материала теплофизические коэффициенты: теплопроводности  $\lambda_{вл}$ , удельной теплоемкости  $c_{вл}$ , температуропроводности  $a$ , – изменяются. Наибольшее изменение претерпевает коэффициент теплопроводности  $\lambda_{вл}$ . Коэффициент  $a$  изменяется незначительно, поскольку с уменьшением  $\lambda_{вл}$  одновременно уменьшается произведение  $c_{вл} \cdot \rho$ , где  $\rho$  – плотность влажного тела,  $c_{вл}$  – удельная теплоемкость влажного тела [6, 10, 12].

Следовательно, при известной зависимости  $\lambda_{вл} = f(\bar{u})$  задача решается с достаточной точностью. Решение дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности при постоянных коэффициентах переноса дано А. В. Лыковым [10].

Дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности имеет вид

$$\frac{dt}{d\tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \tag{8}$$

краевые условия:

$$\text{при } \tau = 0, t = t_{н}; \text{ при } x = +R, \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\bar{\alpha}}{\lambda_{вл}}(t_c - t_{п}) - \frac{r \cdot j_{св}}{\lambda} = 0; \text{ при } x = -R, j_{из} = 0.$$

Здесь  $R$  – половина толщины образца кожи, м;  $\bar{\alpha}$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>·°С;  $r$  – тепло-та парообразования, Дж/кг;  $t_{\text{п}}$  – температура на поверхности кожи, °С.

Решение (8) с краевыми условиями при постоянных коэффициентах переноса и значениях теплообменного критерия  $Bi \ll 1$  имеет вид:

для теплоизолированной поверхности кожи при  $j_{\text{из}} = 0$

$$t_{\text{п.из}} = t_{\text{с}} - \frac{r \cdot j_{\text{св}}}{2\bar{\alpha}_{\text{из}}} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{Bi + 1} \right], \quad (9)$$

где  $\bar{\alpha}_{\text{из}}$  – коэффициент теплоотдачи для теплоизолированной поверхности;  
для свободной поверхности кожи

$$t_{\text{п.св}} = t_{\text{с}} - \frac{r \cdot j_{\text{св}}}{\bar{\alpha}_{\text{исп}}} \cdot \frac{1}{Bi + 1}, \quad (10)$$

где  $\bar{\alpha}_{\text{исп}}$  – коэффициент теплоотдачи со свободной поверхности кожи.

Технология приклеивания кожи к гладкой поверхности пластины прикрепляет кожу с высокой плотностью, что позволяет пренебречь термическим сопротивлением контактного теплопереноса при соприкосновении гладкой подложки с поверхностью материала.

Интенсивность испарения влаги со свободной поверхности кожи в периоде постоянной скорости сушки устанавливается из уравнений

$$\frac{r \cdot j_{\text{св}}}{\bar{\alpha}_{\text{исп}}} = t_{\text{с}} - t_{\text{м.т}}, \quad j_{\text{св}} = \frac{\bar{\alpha}_{\text{исп}} \cdot (t_{\text{с}} - t_{\text{м.т}})}{r}. \quad (11)$$

Коэффициент теплоотдачи  $\bar{\alpha}$  при конвективной сушке кожи определяется приближенно по формуле для теплообменного критерия Нуссельта [9, 13, 14]

$$Nu = 0,9 \cdot Re^{0,5} \left( \frac{T_{\text{с}}}{T_{\text{м.т}}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right)^{0,65}, \quad (12)$$

где критерий Нуссельта  $Nu = \frac{\bar{\alpha}_{\text{исп}} \cdot l}{\lambda_{\text{воз}}}$ ; критерий Рейнольдса  $Re = \frac{v \cdot l}{\nu_{\text{воз}}}$ ;  $T_{\text{с}}$ ,  $T_{\text{м.т}}$  – абсолютные температуры сухого и мокрого термометров, К;  $l$  – линейный размер материала по набеганию потока воздуха, м;  $\lambda_{\text{воз}}$ ,  $\nu_{\text{воз}}$  – соответственно коэффициенты теплопроводности, Вт/м·°С, и кинематической вязкости, м<sup>2</sup>/с, воздуха по таблицам в зависимости от температуры [9, 13].

При обтекании плоской сухой поверхности пластины при значении  $Re < 5 \cdot 10^5$  критериальное уравнение для воздуха имеет вид [9, 13]

$$Nu = 0,57 \cdot Re^{0,5}. \quad (13)$$

Число Био ( $Bi$ ) определяется по зависимости

$$Bi = \frac{\bar{\alpha}_{\text{исп}} \cdot R}{\lambda_{\text{вл}}}.$$

Обработкой данных по коэффициенту теплопроводности влажных натуральных кож, представленных в [4, 5], нами была получена зависимость для коэффициента теплопроводности влажной кожи [11, 12]

$$\lambda_{\text{вл}} = \lambda_0 + 1,31 \cdot 10^{-3} \cdot \bar{t} \cdot \bar{u} \cdot \exp(\bar{u}), \quad (14)$$

где  $\lambda_0$  – теплопроводность абсолютно сухой кожи. Значения коэффициентов теплопроводности сухой кожи для разных материалов следующие: рантовая подошва –  $\lambda_0 = 0,122$  Вт/м·°С; красная дубная юфта –  $\lambda_0 = 0,11$  Вт/м·°С; опоек хромового дубления –  $\lambda_0 = 0,095$  Вт/м·°С; юфта танидного дубления –  $\lambda_0 = 0,115$  Вт/м·°С. Решение нелинейного уравнения нестационарной теплопроводности при переменных коэффициентах переноса связано с большими трудностями. Обзоры мето-

дов аппроксимации, линеаризации, итерации при решении нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности изложены в [14–18].

Процессы сушки натуральных кож являются малоинтенсивными, и значительных изменений температуры за малые промежутки времени не наблюдается.

При значениях числа  $Bi \ll 1$  лимитирующее влияние на условия сушки оказывает внешний теплообмен поверхности материала с окружающей средой. Внутренний теплообмен влияет слабо (внешняя задача) [4, 9, 12], и можно допустить, что испарение влаги происходит полностью у поверхности тела.

Для уравнений (9) и (10) при определении температур применялась, как в [17, 18], кусочно-ступенчатая аппроксимация для коэффициентов  $\lambda_{вл}$ ,  $c_{вл}$ ,  $a$  и  $\bar{\alpha}$  с постоянными их значениями на расчетных временных интервалах [13–15]. Таким образом, при переходе от одного интервала к следующему учитывалось изменение коэффициентов переноса от влагосодержания и температуры.

**Обработка опытных кривых сушки хромового опойка внаклейку.** На рис. 1–3 изображены кривые сушки наклеенного на сухую фанеру опойка в полупроизводственных условиях сушки при различных режимах [5]. Температурные кривые построены по формулам (9) и (10) для влагоизолированной и свободной поверхностей кожи. Значения температур, вычисленных по формулам, приведены в таблице.

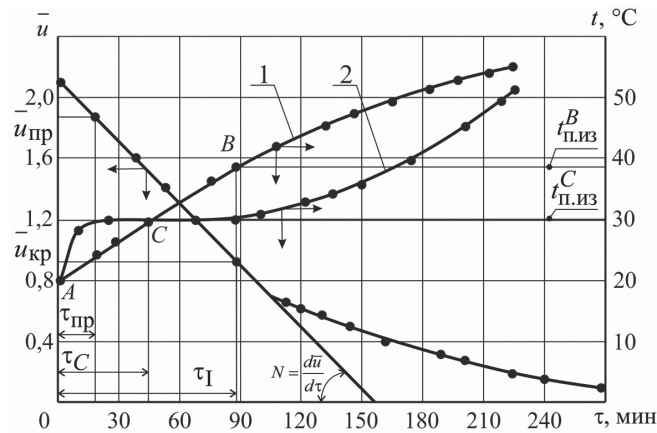


Рис. 1. Кривые сушки  $\bar{u} = f(\tau)$  и температурные кривые  $\bar{t} = f(\tau)$  для влагоизолированной (кривая 1) и свободной к испарению влаги (кривая 2) поверхностей при сушке опойка внаклейку для режима сушки:  $t_c = 60^\circ\text{C}$ ;  $v = 0,5$  м/с;  $\varphi = 30\%$  [2]

Fig. 1. The drying curves  $\bar{u} = f(\tau)$  and temperature curves  $\bar{t} = f(\tau)$  for moisture-proof (curve 1) and moisture-free (curve 2) surfaces when drying of glued flask in the drying mode:  $t_c = 60^\circ\text{C}$ ;  $v = 0.5$  m/s;  $\varphi = 30\%$  [2]

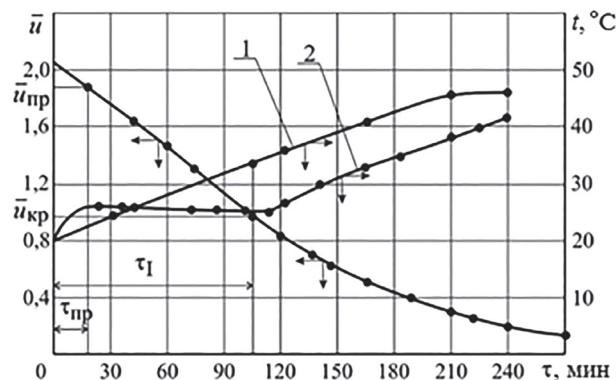


Рис. 2. Кривые сушки  $\bar{u} = f(\tau)$  и температурные кривые  $\bar{t} = f(\tau)$  для влагоизолированной (кривая 1) и свободной к испарению влаги (кривая 2) поверхностей при сушке опойка внаклейку для режима сушки:  $t_c = 50^\circ\text{C}$ ;  $v = 0,5$  м/с;  $\varphi = 30\%$  [2]

Fig. 2. The drying curves  $\bar{u} = f(\tau)$  and temperature curves  $\bar{t} = f(\tau)$  for moisture-proof (curve 1) and moisture-free (curve 2) surfaces when drying of glued flask in the drying mode:  $t_c = 50^\circ\text{C}$ ;  $v = 0.5$  m/s;  $\varphi = 30\%$  [2]

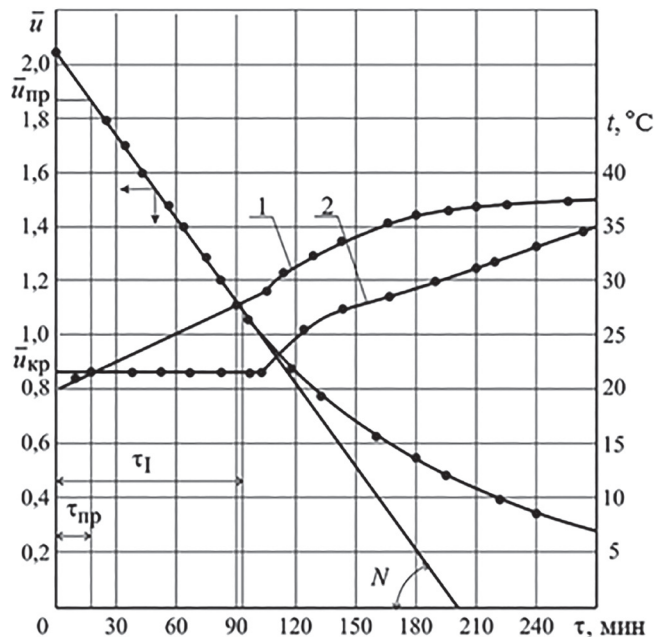


Рис. 3. Кривые сушки  $\bar{u} = f(\tau)$  и температурные кривые  $\bar{t} = f(\tau)$  для влагоизолированной (кривая 1) и свободной к испарению влаги (кривая 2) поверхностей при сушке опойка внаклейку для режима сушки:  $t_c = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $v = 0,5\text{ м/с}$ ;  $\phi = 30\text{ \%}$  [2]

Fig. 3. The drying curves  $\bar{u} = f(\tau)$  and temperature curves  $\bar{t} = f(\tau)$  for moisture-proof (curve 1) and moisture-free (curve 2) surfaces when drying of glued flask in the drying mode:  $t_c = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ;  $v = 0.5\text{ м/s}$ ;  $\phi = 30\text{ \%}$  [2]

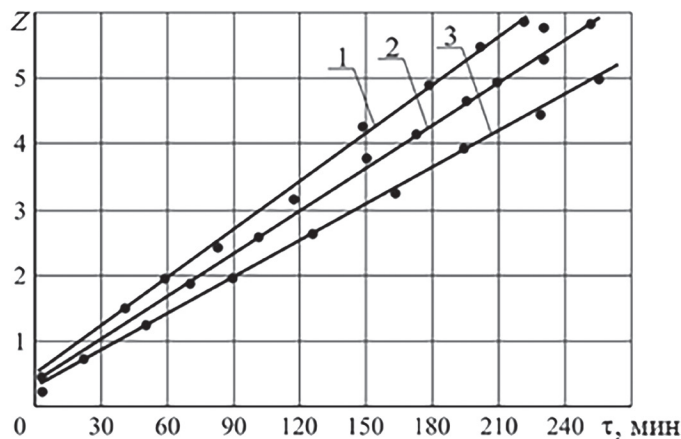


Рис. 4. Зависимость параметра  $Z = f(\tau)$  для процессов сушки опойка внаклейку при различных режимах сушки (режимы сушки даны в таблице)

Fig. 4. The dependence of the parameter  $Z = f(\tau)$  in the process of drying of glued flask with a sticker at various drying modes (drying modes are indicated in the table)

Интенсивность испарения влаги со свободной поверхности кожи во втором периоде сушки рассчитывалась по формуле [4, 11, 17]

$$j_{II}^{CB} = \rho \cdot R_v \cdot N \left( \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_{кр} - u_p} \right), \tag{15}$$

где интенсивность испарения влаги в первом периоде  $j_I^{CB} = \rho \cdot R_v \cdot N$ ;  $R_v$  – отношение объема тела к поверхности.

Эффективный коэффициент сушки  $K_{\phi}$  по методу Б. С. Сажина определялся графическим построением зависимостей для параметра  $Z = f(\tau)$ , где  $Z$  – вычислялся по соотношению (4). На рис. 4 даны зависимости  $Z = f(\tau)$  для процессов сушки опойка, а значения  $Z$  приведены в таблице.

Зависимости параметра  $Z = f(\tau)$  представляют собой прямые в системе координат  $\ln Z = f(\tau)$ . Закономерности изменения температур на влагоизолированной и свободной поверхностях кожи при сушке внаклейку полностью согласовываются с результатами эксперимента. Установлено, что для влагоизолированной поверхности кожи при отсутствии испарения влаги температура  $t_{м.т}$  всегда выше. Это происходит за счет дополнительного подвода тепла теплообменом через сухую поверхность.

Следует отметить, что в условиях обычной сушки кожи при поверхности испарения  $2F$  скорость сушки больше, чем в случае, когда испарение происходит только с одной стороны, но, как показывают опыты, не в 2 раза.

Из рис. 1–3 видно, что при сушке внаклейку градиенты температуры по сечению кожи значительно выше, чем при двусторонней сушке, при этом градиенты температуры совпадают по направлению с градиентами влагосодержания, и термический перенос влаги усиливает скорость сушки. Поэтому скорость сушки при испарении влаги с одной поверхности уменьшается не в 2 раза, а в 1,2–1,3 [5, 6].

Уравнение (9) в периоде постоянной скорости сушки для влагоизолированной поверхности кожи при определении температуры не применимо. Температуру в этом периоде можно определить из уравнения теплового баланса, предполагая, что она изменяется линейно.

Обозначим участок на кривой нагрева  $I$  на рис. 1 в первом периоде сушки для влагоизолированной поверхности через  $A-B$  и запишем уравнение теплового баланса для точки  $C$ , лежащей на этой прямой, следующим образом:

$$\bar{\alpha}_{из} \cdot \tau_1 \cdot (t_{п.из}^B - t_{п.из}^C) = \bar{\alpha}_{из} \cdot \tau_C \cdot (t_{п.из}^C - t_n), \quad (16)$$

где  $\tau_1$  – время сушки от начальной температуры  $t_n$  в точке  $A$  до температуры  $t_{п.из}^B$  в точке  $B$  для первого периода сушки влагоизолированной поверхности,  $\tau_C$  – время сушки от начальной температуры  $t_n$  в точке  $A$  до температуры  $t_{п.из}^C$  (точка  $C$ ).

Правая часть уравнения (16) представляет собой поток тепла, нагревающий влагоизолированную поверхность кожи от начальной температуры  $t_n$  (точка  $A$ ) до температуры  $t_{п.из}^C$  (точка  $C$ ) за время сушки  $\tau_C$ .

Левая часть уравнения (16) – поток тепла, идущий на нагрев поверхности кожи от температуры  $t_{п.из}^C$  в точке  $C$  до температуры  $t_{п.из}^B$  в точке  $B$  за время первого периода сушки влагоизолированной поверхности  $\tau_1$ . Линия  $A-B$  представляет температурную кривую  $t_n = f(\tau)$  для влагоизолированной поверхности в первом периоде сушки. Видно, что температура поверхности кожи непрерывно увеличивается за счет дополнительного притока тепла из-за теплообмена через сухую поверхность.

Температура поверхности кожи в точке  $C$  из уравнения баланса тепла (15) равна

$$t_{п.из}^C = \frac{\tau_1 \cdot t_{п.из}^B + \tau_C \cdot t_n}{\tau_1 + \tau_C}. \quad (17)$$

Для режима сушки опойка  $t_c = 60$  °С;  $v = 0,5$  м/с;  $\varphi = 30$  % (см. рис. 1) для конца первого периода сушки влагоизолированной поверхности кожи (точка  $B$ )  $\tau_1 = 5100$  с, а температура  $t_{п.из}^B = 37$  °С. Время сушки от начальной температуры  $t_n = 20$  °С до температуры  $t_{п.из}^B$  в точке  $C$  составляет  $\tau_C = 2700$  с. Температура в точке  $C$ , лежащей на прямой  $A-B$ , равна

$$t_{п.из}^C = \frac{5100 \cdot 37 + 2700 \cdot 20}{2700 + 5100} \approx 30,4 \text{ °С.}$$

Вычисленная температура в точке  $C$  практически совпадает с опытной, следовательно в первом периоде для влагоизолированной поверхности температура изменяется линейно.

Время прогрева при сушке опойка внаклейку при влагосодержании прогрева  $\bar{u}_{пр}$  по формуле (6) для данного режима сушки составляет

$$\tau_{пр} = \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{пр}}{N} \cdot \frac{t_{м.т} - t_n}{t - t_n} = \frac{2,03 - 1,85}{0,013} \cdot \frac{30 - 20}{28,5 - 20} = 15,1 \text{ мин.} \quad (18)$$

Таким образом, время прогрева материала практически совпадает с экспериментом.



**Заклучение.** Аналитическое решение дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности для натуральной кожи с переменными теплофизическими характеристиками с применением упрощающих методов кусочно-ступенчатой аппроксимации и итерации показало возможность использования таких аналитических решений для описания низкоинтенсивных процессов конвективной сушки тонких плоских влажных материалов.

Приближенные аналитические решения при достоверных значениях коэффициентов переноса в случае, когда они подтверждают закономерности, установленные экспериментальным путем, имеют практическое значение. В совокупности с экспериментальными методами аналитические методы позволяют установить оптимальные режимы сушки и более точно обобщить опытные данные.

### Список использованных источников

1. Натареев, О. С. Теплоперенос в процессе конвективной сушки влажного материала / О. С. Натареев, Н. Р. Коксина, С. В. Натареев // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2015. – Т. 58, вып. 2. – С. 67–72.
2. Процессы сушки и термовлажностной обработки в текстильной и легкой промышленности / М. Г. Балыхин [и др.] // Актуальные проблемы сушки и термовлажностной обработки материалов в различных отраслях промышленности и агропромышленном комплексе: сб. науч. ст. Первых Междунар. Лыковских науч. чтений. – М., 2015. – С. 193–204.
3. Кошелева, М. К. Особенности процесса сушки нетканых текстильных материалов / М. К. Кошелева, С. П. Рудобашта // Актуальные проблемы сушки и термовлажностной обработки материалов в различных отраслях промышленности и агропромышленном комплексе: сб. науч. ст. Первых Междунар. Лыковских науч. чтений. – М., 2015. – С. 205–210.
4. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 590 с.
5. Лыков, А. В. Кинетика и динамика процессов сушки и увлажнения / А. В. Лыков. – М.: Гизлегпром, 1938. – 776 с.
6. Кавказов, Ю. Л. Тепло- и массообмен в технологии кожи и обуви / Ю. Л. Кавказов. – М.: Легкая индустрия, 1973. – 272 с.
7. Красников, В. В. Кондуктивная сушка / В. В. Красников. – М.: Энергия, 1973. – 288 с.
8. Сажин, Б. С. Основы техники сушки / Б. С. Сажин. – М.: Химия, 1984. – 320 с.
9. Акулич, П. В. Расчеты сушильных и теплообменных установок / П. В. Акулич. – Минск: Белорус. наука, 2010. – 443 с.
10. Лыков, А. В. Теория сушки капиллярно-пористых коллоидных материалов пищевой промышленности / А. В. Лыков, Л. Я. Ауэрман. – М.: Пищепромиздат, 1946. – 286 с.
11. Ольшанский, А. И. Исследование сушки натуральной кожи методом регулярного режима и обобщенными комплексными переменными / А. И. Ольшанский, А. Л. Климентьев // Вестн. Витеб. гос. технол. ун-та. – 2017. – № 1 (32). – С. 88–98.
12. Ольшанский, А. И. Исследование кинетики конвективной сушки натуральных кож / А. И. Ольшанский, А. Л. Климентьев // Вестн. Витеб. гос. технол. ун-та. – 2018. – № 1 (34). – С. 49–62.
13. Михеев, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М.: Энергия, 1973. – 600 с.
14. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
15. Пехович, А. И. Расчеты теплового режима твердых тел / А. И. Пехович, В. М. Жидких. – Л.: Энергия, 1968. – 304 с.
16. Хрусталева, Б. М. Тепло- и массообмен: учеб. пособие: в 2 ч. / Б. М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А. П. Ненчука. – Минск: БНТУ, 2009. – Ч. 2. – 274 с.
17. Рудобашта, С. П. Массотеплоперенос в системах с твердой фазой / С. П. Рудобашта. – М.: Химия, 1980. – 248 с.
18. Рудобашта, С. П. Расчет кинетики сушки дисперсных материалов на основе аналитических методов // Инженер.-физ. журн. – 2010. – Т. 83, № 4. – С. 705–714.

### References

1. Natareev O. S., Kokina N. R., Natareev S. V. Heat transfer in convective drying of wet material. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Khimiya i Khimicheskaya Tekhnologiya = ChemChemTech*, 2015, vol. 58, iss. 2, pp. 67–72 (in Russian).
2. Balyhin M. G., Razumeev K. E., Kosheleva M. K., Zakharova A. A. The processes of drying and hygrothermal processing in the textile and light industry. *Aktual'nye problemy sushki i termovlazhnostnoi obrabotki materialov v razlichnykh otraslyakh promyshlennosti i agropromyshlennom komplekse: sbornik nauchnykh statei Pervykh Mezhdunarodnykh Lykovskikh nauchnykh chtenii* [Actual Problems of Drying and Thermal Moisture Treatment of Materials in Various Industries and Agro-Industrial Complex: Collection of Scientific Articles of the First International Lyikov Scientific Readings]. Moscow, 2015, pp. 193–204 (in Russian).
3. Kosheleva M. K., Rudobashta S. P. The features of the drying process of nonwoven textile materials. *Aktual'nye problemy sushki i termovlazhnostnoi obrabotki materialov v razlichnykh otraslyakh promyshlennosti i agropromyshlennom komplekse: sbornik nauchnykh statei Pervykh Mezhdunarodnykh Lykovskikh nauchnykh chtenii* [Actual Problems of Drying

and Thermal Moisture Treatment of Materials in Various Industries and Agro-Industrial Complex: Collection of Scientific Articles of the First International Lykov Scientific Readings]. Moscow, 2015, pp. 205–210 (in Russian).

4. Lykov A. V. *Theory of Drying*. Moscow, Energiya Publ., 1968. 590 p. (in Russian).

5. Lykov A. V. *Kinetics and Dynamics of Drying and Moistening Processes*. Moscow, Gizlegprom Publ., 1938. 776 p. (in Russian).

6. Kavkazov Yu. L. *Heat and Mass Transfer in the Technology of Leather and Shoes*. Moscow, Legkaya industriya Publ., 1973. 272 p. (in Russian).

7. Krasnikov V. V. *Conductive Drying*. Moscow, Energiya Publ., 1973. 288 p. (in Russian).

8. Sazhin B. S. *Basics of Drying Technique*. Moscow, Khimiya Publ., 1984. 320 p. (in Russian).

9. Akulich P. V. *Calculations of Drying and Heat Exchangers*. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2010. 443 p. (in Russian).

10. Lykov A. V. *Theory of Drying Capillary-Porous Colloidal Materials of the Food Industry*. Moscow, Pishhepromizdat Publ., 1946. 286 p. (in Russian).

11. Olshanski A. I., Klimentyev A. L. The study of the drying of natural leather by the method of regular mode and generalized complex variables. *Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta = Vestnik of Vitebsk State Technological University*, 2017, no. 1 (32), pp. 88–98 (in Russian).

12. Olshanski A. I., Klimentyev A. L. Study of the kinetics of convective drying of natural leathers. *Vestnik Vitebskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta = Vestnik of Vitebsk State Technological University*, 2018, no. 1 (34), pp. 49–62 (in Russian).

13. Miheev M. A. *Fundamentals of Heat Transfer*. Moscow, Energiya Publ., 1973. 600 p. (in Russian).

14. Lykov A. V. *Theory of Thermal Conductivity*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 600 p. (in Russian).

15. Pehovich A. I. *Calculations of the Thermal Regime of Solids*. Leningrad, Energiya Publ., 1968. 304 p. (in Russian).

16. Hrustalev B. M. *Heat and Mass Transfer. Part 2*. Minsk, Belarusian National Technical University, 2009. 274 p. (in Russian).

17. Rudobashta S. P. *Mass and Heat Transfer in Systems with a Solid Phase*. Moscow, Khimiya Publ., 1980. 248 p. (in Russian).

18. Rudobashta S. P. Calculation of the kinetics of drying disperse materials on the basis of analytical methods. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2010, vol. 83, no. 4, pp. 753–763. <https://doi.org/10.1007/s10891-010-0394-3>

### Информация об авторах

*Ольшанский Анатолий Иосифович* – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Теплоэнергетика», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: [te.vstu@mail.ru](mailto:te.vstu@mail.ru).

*Климентьев Андрей Леонидович* – старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). <https://orcid.org/0000-0002-9535-2599>. E-mail: [klimentyev.vstu@gmail.com](mailto:klimentyev.vstu@gmail.com), [tm@vstu.by](mailto:tm@vstu.by).

*Котов Алексей Анатольевич* – ассистент кафедры «Теплоэнергетика», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: [te.vstu@mail.ru](mailto:te.vstu@mail.ru)

### Information about the authors

*Anatoli I. Olshanski* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor at the Department of Heat Power Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: [te.vstu@mail.ru](mailto:te.vstu@mail.ru).

*Andrei L. Klimentyev* – Senior Lecturer at the Department of Mechanical Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). <https://orcid.org/0000-0002-9535-2599>. E-mail: [klimentyev.vstu@gmail.com](mailto:klimentyev.vstu@gmail.com), [tm@vstu.by](mailto:tm@vstu.by).

*Alexej A. Kotow* – Assistant at the Department of Heat Power Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: [te.vstu@mail.ru](mailto:te.vstu@mail.ru)