

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА
MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2023-68-2-121-136>
УДК 631.372:534.1



Оригинальная статья

Ч. И. Жданович*, В. Н. Плищ

*Белорусский национальный технический университет,
пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь*

**ВЫБОР КОЛИЧЕСТВА И РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОДДЕРЖИВАЮЩИХ КАТКОВ
ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА НА ОСНОВАНИИ АНАЛИЗА КОЛЕБАНИЙ
ВЕРХНЕЙ ВЕТВИ РЕЗИНОАРМИРОВАННОЙ ГУСЕНИЦЫ**

Аннотация. Получена аналитическая зависимость для определения амплитуды колебаний резиноармированной гусеницы в пролете свободной ветви обвода трактора между поддерживающими катками. Исследован процесс колебаний указанного типа гусеницы в середине пролета свободной ветви при работе гусеничных тракторов марки «Беларус» в тяговом и транспортном режимах с учетом скорости движения. Показано, что в качестве определяющего критерия по выбору параметров пролетов свободной ветви обвода необходимо принимать резонансные режимы поперечных колебаний резиноармированной гусеницы на эксплуатационных диапазонах работы трактора. Рассчитаны максимальные значения амплитуд колебаний такой гусеницы в пролете свободной ветви обвода между поддерживающими катками для семейства гусеничных тракторов «Беларус» при различных режимах работы. Проведен частотный анализ колебаний и установлено, что на гусеничных сельскохозяйственных тракторах с резиноармированными гусеницами возможен режим возникновения резонансных колебаний в пролете свободной ветви обвода между поддерживающими катками. Получена аналитическая зависимость для определения предельного расстояния между поддерживающими катками обвода гусеничного трактора с резиноармированной гусеницей, упругой и заблокированной подвесками по критерию вывода резонансного режима колебаний гусеницы в пролете свободной ветви за эксплуатационный диапазон работы трактора. Рассчитаны значения предельных расстояний между поддерживающими катками для тракторов «Беларус» 1802, 2102 и 2103 при различных режимах работы подвески. Определено необходимое количество поддерживающих катков и даны рекомендации по месту их установки. Результаты настоящих исследований могут быть использованы при создании и эксплуатации тракторов с резиноармированными гусеницами.

Ключевые слова: гусеничный трактор, резиноармированная гусеница, режимы движения, колебания ветви, амплитуда колебаний, поддерживающие катки, расположение катков

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Информация об авторах: *Жданович Чеслав Иосифович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Тракторы», Белорусский национальный технический университет. <https://orcid.org/0000-0002-3165-7625>. E-mail: chzhdanovich@mail.ru; *Плищ Владимир Николаевич* – старший преподаватель кафедры «Тракторы», Белорусский национальный технический университет. <http://orcid.org/0000-0001-5869-2781>. E-mail: v_plishch@mail.ru

Вклад авторов: *Жданович Чеслав Иосифович* – редактирование текста рукописи, уточнение выводов, экспертная оценка, утверждение финальной версии; *Плищ Владимир Николаевич* – поиск публикаций по теме статьи, разработка методологии исследования, написание текста рукописи, работа с графическим материалом.

Для цитирования: Жданович, Ч. И. Выбор количества и расположения поддерживающих катков гусеничного трактора на основании анализа колебаний верхней ветви резиноармированной гусеницы / Ч. И. Жданович, В. Н. Плищ // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2023. – Т. 68, № 2. – С. 121–136. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2023-68-2-121-136>

Поступила в редакцию: 14.03.2023

Утверждена к печати: 25.05.2023

© Жданович Ч. И., Плищ В. Н., 2023

* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author.

Original article

Cheslav I. Zhdanovich*, Vladimir N. Plishch

*Belarusian National Technical University, 65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus***SELECTING NUMBER AND LOCATION OF SUPPORT ROLLERS OF CRAWLER TRACTOR BASED ON ANALYSIS OF VIBRATIONS OF UPPER BRANCH OF RUBBER TRACK**

Abstract. An analytical dependence was obtained to determine the amplitude of vibrations of the rubber track in the span of the free branch of the tractor bypass between the supporting rollers. The process of oscillations of this type of track in the middle of the span of a free branch during the operation of tracked tractors of the brand “Belarus” in pull and transport modes, taking into account the speed of movement, is investigated. It is shown that the resonant modes of transverse vibrations of the rubber track at the operational ranges of the tractor operation should be taken as the determining criterion for choosing the parameters of the spans of the free branch of the bypass. The maximum values of the oscillation amplitudes of such a track in the span of the free branch of the bypass between the supporting rollers for the family of tracked tractors “Belarus” under different operating modes are calculated. A frequency analysis of oscillations was carried out and it was found that on tracked agricultural tractors with rubber tracks, a mode of occurrence of resonant oscillations in the span of the free branch of the bypass between the supporting rollers is possible. An analytical dependence has been obtained to determine the limiting distance between the supporting rollers of a tractor with a rubber track and elastic and locked suspensions according to the criterion of deducing the resonant mode of vibration of the track in the span of a free branch outside the operational range of the tractor. The values of the maximum distances between the support rollers for tractors “Belarus” 1802, 2102 and 2103 at different suspension modes are calculated. The required number of supporting rollers is determined and recommendations are given on the place of their installation. The results of these studies can be used in the creation and operation of tractors with rubber tracks

Key words: crawler tractor, rubber track, driving modes, branch oscillations, amplitude of oscillations, support rollers, location of rollers

Conflict of interest: the authors declare that there is no conflict of interest.

Information about the authors: *Cheslav I. Zhdanovich** – Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department “Tractors”, Belarusian National Technical University. <https://orcid.org/0000-0002-3165-7625>. E-mail: chzhdanovich@mail.ru; *Vladimir N. Plishch* – Senior Lecturer of the Department “Tractors”, Belarusian National Technical University. <http://orcid.org/0000-0001-5869-2781>. E-mail: v_plishch@mail.ru

Contribution of the authors: *Cheslav I. Zhdanovich* – editing the text of the manuscript, clarification of conclusions, expert evaluation, approval of the final version; *Vladimir N. Plishch* – search for publications on the topic of the article, development of research methodology, writing the text of the manuscript, working with graphic material.

For citation: Zhdanovich Ch. I., Plishch V. N. Selecting number and location of support rollers of crawler tractor based on analysis of vibrations of upper branch of rubber track. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2023, vol. 68, no. 2, pp. 121–136 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2023-68-2-121-136>

Received: 14.03.2023

Approved for printing: 25.05.2023

Введение. В настоящее время на сельскохозяйственных тракторах широко используются резиноармированные гусеницы (РАГ) и упругие подвески [1–4]. Скорости такой техники выросли до 30 км/ч [1]. Часто РАГ устанавливается в движитель, изначально спроектированный под металлическую гусеницу, путем ее замены. При этом предварительное натяжение металлических гусениц с открытым металлическим шарниром обычно не превышает 8 кН [5]. Для машин легких весовых классов с упругим обводом предварительное статическое натяжение обычно доводят до 20 кН [5]. Для сельскохозяйственных тракторов с РАГ и упругой подвеской предварительное статическое натяжение составляет, как правило, 15–20 кН [6].

В [7, 8] проведены исследования по влиянию конструктивных параметров гусеничного движителя на тягово-сцепные свойства трактора и сопротивление его движению, однако вопросы выбора количества поддерживающих катков и схемы их расположения в этих работах не рассматриваются. Теоретические зависимости для выбора расстояния между поддерживающими катками в настоящее время в литературе не приведены. Как правило, рекомендуют использовать в движителе два поддерживающих катка [9]. На сельскохозяйственных тракторах с упругой подвеской чаще всего применяются два поддерживающих катка [9, 10], иногда – три [1]. Увеличение количества поддерживающих катков приводит к дополнительным затратам мощности на их вращение, потерям в ходовой системе и увеличению расхода топлива и стоимости трактора, уменьшение – к большим амплитудам колебаний участков свободных ветвей и возникновению резонансных режимов. При проектировании ходовой части машины важно обеспечить такие

характеристики гусеничного обвода как колебательной системы, при которых исключалось бы возникновение вынужденных колебаний ветвей со значительной амплитудой [11].

Для моделирования колебаний ветвей металлгусеничного обвода используют положения теории поперечных колебаний стержней, подверженных действию осевой силы [11, 12], теорию динамической устойчивости упругих систем [13], теорию колебаний ветвей передач с гибкой связью [14–16], анализ волновых процессов в ветвях гусеничных обводов [17, 18]. При этом в математической модели расчетная длина участка свободной ветви часто принимается равной длине двух смежных пролетов, возмущающее воздействие на ветвь в этом случае задается со стороны среднего поддерживающего катка [11], либо длине одного пролета [19]. Для анализа и решения полученных зависимостей и уравнений используют методы Фурье [11] и Крылова–Боголюбова [19], а также другие способы решения и численного моделирования.

Также проводились стендовые исследования динамики верхней ветви гусеничного обвода на физической модели гусеничного движителя [20] и экспериментальные исследования реальных гусеничных машин для определения условий возникновения поперечных колебаний верхней ветви [21]. В качестве факторов, вызывающих колебания ветви, рассматривают звенчатость гусеницы, наличие провисания ветвей, перемещение опор, колебание корпуса, при этом учитывают конструктивные особенности, инерционные, жесткостные и силовые параметры гусеничного обвода, скорость перематывания свободной ветви [11, 14, 16, 18–20, 22–24]. Установлено, что в эксплуатационном диапазоне возможно возникновение резонансных режимов, которые приводят к большим амплитудам колебаний ветви.

Приведенный анализ литературных источников показывает, что исследования проводились для металлгусеничных движителей с открытым и резинометаллическим шарнирами. Отсутствует информация по определению и изучению поперечных колебаний свободных ветвей обводов с РАГ для сельскохозяйственных тракторов, их (колебаний) влияния на конструктивные параметры резиногусеничного движителя трактора. В связи с применением на тракторах РАГ возникла необходимость исследования колебаний верхней ветви гусеничного обвода для снижения амплитуды колебаний и вывода резонансного режима за эксплуатационный диапазон работы трактора путем обоснованного выбора конструктивных параметров движителя, количества и расположения поддерживающих катков.

Цель исследования – разработка методологии определения количества и нахождение места расположения поддерживающих катков сельскохозяйственного гусеничного трактора с резиноармированной гусеницей, упругой и заблокированной подвесками на основании анализа колебаний верхней ветви гусеничного обвода и выбор указанных параметров для гусеничных тракторов семейства «Беларус».

Моделирование колебаний резиноармированной гусеницы в пролете между поддерживающими катками. Объектом исследования принят сельскохозяйственный трактор с РАГ и упругой подвеской, которая при работе с высокой тяговой нагрузкой может блокироваться. Поддерживающие катки на таких тракторах, как правило, жестко крепятся к остоу трактора. Поэтому со стороны поддерживающих катков на РАГ будут передаваться колебания остова трактора. Как известно, подвеска улучшает плавность хода, уменьшает динамические нагрузки и колебания остова трактора [5, 9]. Поэтому с целью упрощения математических выкладок рассмотрим наиболее неблагоприятный режим движения трактора с заблокированной подвеской. Для этого случая можно принять допущение, что остов трактора будет совершать колебания по закону изменения микропрофиля движения.

Формирующее возмущение микропрофиль опорной поверхности может быть различным. В общем случае характеристика микропрофиля задается статистическими функциями [25, 26]. Применительно к тракторам их реализация представлена в [27]. Использование в вычислениях микропрофиля, заданного числовыми значениями, с определенным шагом требует использования численных методов для решения задач и не позволяет установить точные аналитические зависимости. Однако для выявления основных закономерностей рассматриваемого процесса нет необходимости прибегать к сложным корреляционному, спектральному и вероятностному методам анализа и с достаточной для качественного анализа точностью считать профиль неровности гармоническим. Как показывает сопоставление такого подхода с вероятностным, принципиальные выводы в обоих случаях для гусеничных машин получаются одинаковыми [11].

Анализ дорог, наезженных гусеничными машинами, позволяет утверждать, что форма единичных неровностей, которые наиболее часто встречаются на них, близка к гармонической. При движении по пути с чередующимися подряд одинаковыми неровностями машина на определенной скорости может попасть в резонансный режим движения. Если в данном режиме будет обеспечена требуемая плавность хода, то и во всех других режимах при движении по этим же неровностям она будет лучше. Таким образом, в качестве расчетного предпочтительно выбрать гармонический синусоидальный профиль пути, который обеспечивает получение при заданной скорости резонансного режима колебаний [28, 29].

С целью упрощения математических выкладок примем следующие допущения:

поддерживающие катки имеют жесткий обод без обрешивания;

РАГ рассматривается как гибкая нить с равномерно распределенным весом по длине без учета изгибной жесткости и гистерезисных потерь при колебаниях (амплитуда колебаний значительно меньше длины пролета);

подвеска трактора полностью передает микропрофиль опорной поверхности на остов без его сглаживания (наиболее неблагоприятный режим движения);

остов трактора перемещается по закону изменения микропрофиля опорной поверхности;

профиль опорной поверхности гармонический синусоидальный.

Расчетная схема для определения амплитуды колебаний РАГ y (м) для любого сечения x (м) пролета между поддерживающими катками представлена на рис. 1.

Согласно расчетной схеме, между поддерживающими катками 1 и 2, длину пролета между которыми обозначим l (м), находится резиноармированная гусеница 3. Под действием растягивающего усилия F (Н) гусеница имеет постоянный контакт в точках A и B с поддерживающими катками. Ее удельный вес обозначим q (Н/м). При перемещении поддерживающих катков 1 и 2 вместе с остовом трактора при движении по микропрофилю опорной поверхности в пролете AB возникают вынужденные поперечные колебания РАГ. Эти колебания подвержены на конце $x = 0$ в точке A действию возмущающей силы, вызывающей смещение этого конца, равно $A_1 \sin \omega t$, и на конце $x = l$ в точке B – действию возмущающей силы, вызывающей смещение этого конца, равно $A_2 \sin \omega t$ (см. рис. 1). Здесь A_1, A_2 – амплитуды колебаний 1-го и 2-го поддерживающих катков, м; ω – частота вынужденных колебаний, рад/с; t – время, с. Обозначим точку C – середину пролета.

В такой постановке данная задача относится к разделу вынужденных колебаний струн и стержней математической физики, в частности вынужденных колебаний струны с подвижными опорами, и приводится к решению известного уравнения вида [30]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a_F^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g(x, t) \quad (1)$$

при граничных условиях:

$$y|_{x=0} = \chi_1(t), \quad y|_{x=l} = \chi_2(t), \quad (2)$$

и начальных условиях:

$$y|_{t=0} = f(x), \quad \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{t=0} = F(x), \quad (3)$$

где $a_F = \sqrt{\frac{F}{\rho}} = \sqrt{\frac{gF}{q}}$; ρ – линейная плотность РАГ, Н·с²/м²; g – ускорение свободного падения, м/с²;

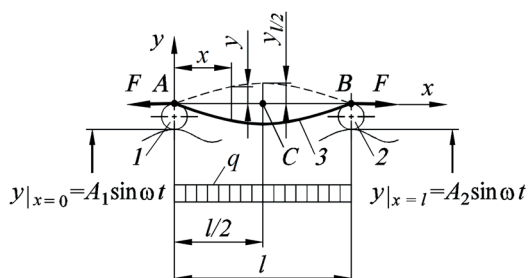


Рис. 1. Расчетная схема для определения колебаний резиноармированной гусеницы трактора, находящейся между поддерживающими катками: 1, 2 – поддерживающие катки; 3 – резиноармированная гусеница

Fig. 1. Calculation scheme for determining the oscillations of a rubber tractor track located between the supporting rollers: 1, 2 – supporting rollers; 3 – rubber track

$g(x, t) = \frac{1}{\rho} p(x, t)$; $p(x, t)$ – внешняя сила, рассчитанная на единицу длины, Н/м.

К решению этой задачи нельзя применить метод Фурье, так как граничные условия (2) неоднородны. Но эта задача легко сводится к задаче с нулевыми граничными условиями. Метод решения такой задачи достаточно подробно изложен и известно решение для случая, когда первое из граничных условий (2) $y|_{x=0} = 0$ [30]. Данное решение является частным случаем. Полное решение задачи в условиях (1)–(3) в литературе не приведено.

В связи с этим решим уравнение (1) при условиях (2) и (3). При этом будем предполагать, что в начальный момент времени ($t = 0$) начальные смещения и начальные скорости на обоих концах равны нулю. Тогда эта задача сводится к решению однородного уравнения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a_F^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4)$$

при граничных условиях:

$$y|_{x=0} = A_1 \sin \omega t, \quad y|_{x=l} = A_2 \sin \omega t, \quad (5)$$

и начальных условиях:

$$y|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (6)$$

Решение задачи найдем в виде суммы [30]:

$$y = \xi + \eta, \quad (7)$$

где η – решение однородного уравнения (4), удовлетворяющее только граничным условиям (5); ξ – решение того же уравнения, удовлетворяющее граничным условиям:

$$\xi|_{x=0} = 0, \quad \xi|_{x=l} = 0, \quad (8)$$

и начальным условиям:

$$\xi|_{t=0} = f(x) = -\eta|_{t=0}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial t}|_{t=0} = F(x) = -\frac{\partial \eta}{\partial t}|_{t=0}. \quad (9)$$

Решение η из выражения (7) найдем следующим образом [30]:

$$\eta = X(x) \sin \omega t, \quad (10)$$

где $X(x)$ – функция от x , описывающая форму собственных колебаний (нормальная функция), м [12].

Подставив (10) в уравнение (4), получим [30]

$$X''(x) + \frac{\omega^2}{a_F^2} X(x) = 0. \quad (11)$$

Чтобы получить решение $\eta = (x, t)$ вида (10), удовлетворяющее граничным условиям (5), необходимо найти решение уравнения (11), удовлетворяющее граничным условиям:

$$X(0) = A_1, \quad X(l) = A_2. \quad (12)$$

Общее решение уравнения (11) имеет вид

$$X(x) = C_1 \cos \frac{\omega x}{a_F} + C_2 \sin \frac{\omega x}{a_F}. \quad (13)$$

Решая уравнение (13) при граничных условиях (12), получим

$$C_1 = A_1, \quad C_2 = \frac{A_2 - A_1 \cos \frac{\omega l}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}}. \quad (14)$$

Следовательно, выражение (13) с учетом (14) после преобразований примет вид

$$X(x) = A_1 \left(\cos \frac{\omega x}{a_F} - \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{a_F} \sin \frac{\omega x}{a_F} \right) + A_2 \frac{\sin \frac{\omega x}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}}. \quad (15)$$

После подстановки (15) в (10) и преобразований получим следующее выражение:

$$\eta(x, t) = \left(A_1 \left(\cos \frac{\omega x}{a_F} - \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{a_F} \sin \frac{\omega x}{a_F} \right) + A_2 \frac{\sin \frac{\omega x}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}} \right) \sin \omega t. \quad (16)$$

Теперь найдем решение $\xi = (x, t)$. Из формул (9) с учетом (16) определим начальные условия:

$$\xi|_{t=0} = f(x) = -\eta|_{t=0} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} \Big|_{t=0} = F(x) = -\frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{t=0} = -A_1 \omega \left(\cos \frac{\omega x}{a_F} - \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{a_F} \sin \frac{\omega x}{a_F} \right) - A_2 \omega \frac{\sin \frac{\omega x}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}}. \quad (18)$$

При этом решение однородного уравнения (4), удовлетворяющее граничным условиям (8) и начальным условиям (14), дается рядом и приводится в [30]:

$$\xi(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{k\pi a_F t}{l} \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad (19)$$

где k – порядок гармоники;

$$b_k = \frac{2}{k\pi a_F} \int_0^l \left(-A_1 \omega \left(\cos \frac{\omega x}{a_F} - \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{a_F} \sin \frac{\omega x}{a_F} \right) - A_2 \omega \frac{\sin \frac{\omega x}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}} \right) \sin \frac{k\pi x}{l} dx = \frac{2\omega a_F \left((-1)^{k-1} A_2 + A_1 \right)}{l \left(\omega^2 - \left(\frac{k\pi a_F}{l} \right)^2 \right)}.$$

После преобразований выражение (19) примет вид

$$\xi(x, t) = \frac{2\omega a_F}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} A_2 + A_1}{\omega^2 - \left(\frac{k\pi a_F}{l} \right)^2} \sin \frac{k\pi a_F t}{l} \sin \frac{k\pi x}{l}. \quad (20)$$

Взяв сумму выражений (16) и (20), в соответствии с (7) получим решение поставленной задачи

$$y(x, t) = \left(A_1 \left(\cos \frac{\omega x}{a_F} - \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{a_F} \sin \frac{\omega x}{a_F} \right) + A_2 \frac{\sin \frac{\omega x}{a_F}}{\sin \frac{\omega l}{a_F}} \right) \sin \omega t + \frac{2\omega a_F}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} A_2 + A_1}{\omega^2 - \left(\frac{k\pi a_F}{l} \right)^2} \sin \frac{k\pi a_F t}{l} \sin \frac{k\pi x}{l}. \quad (21)$$

Используя выражение (21), можно определить амплитуду колебаний РАГ в любой точке пролета между поддерживающими катками и выявить резонансные режимы колебаний.

Для установления количественных оценок амплитуд колебаний РАГ в качестве объектов исследований примем гусеничные сельскохозяйственные тракторы марки «Беларус» [1, 6].

Чтобы определить порядок высшей гармоники k_{\max} для сельскохозяйственных тракторов с РАГ, воспользуемся методикой, приведенной в [11]. Для ветви с равномерно распределенными параметрами порядок гармоник может быть очень высоким. Практически же определяющей является первая гармоника (первая главная форма). Амплитуды последующих форм быстро уменьшаются. Кроме того, в реальных ветвях, обладающих звенчатостью, порядок наивысшей гармо-

ники зависит от шага цепи. Если принять минимальное количество траков, из которых может состоять волна, равным четырем, то можно записать условие для определения порядка высшей гармоники k_{\max} :

$$k_{\max} \leq \frac{l}{2l_0}, \quad (22)$$

где l_0 – шаг резиноармированной гусеницы, м.

Результаты расчета значений высшей гармоники k_{\max} с использованием выражения (22) для различных моделей трактора «Беларус» с РАГ приведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты расчета значений высшей гармоники k_{\max}
 Table 1. Results of calculating the values of the highest harmonic k_{\max}

Модель трактора	Длина пролета ветви, l , мм	Шаг резиноармированной гусеницы, l_0 , мм	Расчетное значение высшей гармоники, k_{\max}
«Беларус» 1802	1712	125	7
«Беларус» 2102		133	6
«Беларус» 2103		158	5

На основании результатов расчета, приведенных в табл. 1, в качестве порядка высшей гармоники для тракторов «Беларус» с РАГ для дальнейших исследований примем $k = 7$ при длине пролета $l = 1712$ мм.

Ранее было определено, что для описания микропрофиля опорной поверхности будем использовать гармоническую синусоидальную зависимость. Тогда, согласно [31], она примет вид

$$y = \frac{h}{2} \sin \omega t, \quad (23)$$

$$\omega = \frac{2\pi v}{l_n}, \quad (24)$$

где h – высота неровности, м; ω – частота вынужденных колебаний, рад/с; v – скорость движения трактора (при отсутствии буксования равна скорости перематывания верхней ветви обвода относительно остова трактора), м/с; l_n – длина неровности, м.

Основными рабочими поверхностями для сельскохозяйственных тракторов являются поля после уборки злаковых культур (агрофон «стерня») либо подготовленные под посев, а также грунтовые дороги. При выборе параметров микропрофиля будем руководствоваться наиболее неблагоприятным случаем.

Согласно [32], математическое ожидание m_h и среднеквадратическое отклонение σ_h высоты неровности стерни пшеницы для трех разных участков соответственно составили m_h/σ_h : вдоль основной обработки – 35/10,9 мм/мм, 29/12,5, 35/14,2 мм/мм; поперек основной обработки – 28,5/11,8 мм/мм, 85/21,4, 73/20,8 мм/мм. Поэтому для тракторов среднюю высоту неровностей \bar{h} для поля после уборки злаковых культур (агрофон «стерня») примем равной 70 мм.

По данным [33], замеры для грунтовых дорог показали, что высота неровности соответственно составляет: для малоизношенных – 20–30 мм; для среднеизношенных – 30–40 мм; для сильноизношенных – 40–70 мм. По результатам исследований, изложенных в [34], средняя высота неровностей \bar{h} для грунтовых дорог составляет: ровный участок – 30 мм; удовлетворительный участок – 30–40 мм; разбитый участок – 40–70 мм. Поэтому для тракторов среднюю высоту неровностей \bar{h} для грунтовых дорог примем также равной 70 мм.

Согласно замерам, проведенным для полей, подготовленных под посев, средние значения высот неровностей \bar{h} составили от 20 до 70 мм [29]. В связи с этим для полей, подготовленных под посев, среднее значение высоты неровности \bar{h} примем 70 мм.

Для гусеничных машин статистические данные по характеристикам микропрофилей дорог приведены в [31]. Согласно приведенным данным для гусеничных машин соответственно \bar{h}/σ_h для стерни, пахоты и проселочной дороги средней укатанности составляют 70/30 мм/мм, 70/30 и 70/28 мм/мм, средняя длина неровностей \bar{l}_n соответственно: 5–8 м, 5–8 и 9–13 м.

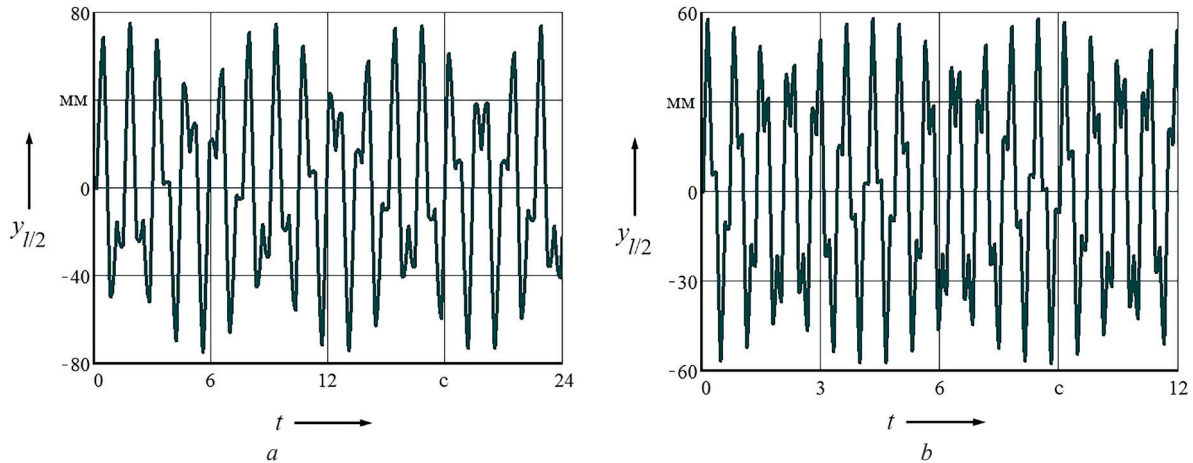


Рис. 2. График процесса колебаний резиноармированной гусеницы в середине пролета свободной ветви при работе трактора «Беларус» 2103: *a* – в тяговом режиме со скоростью движения 12 км/ч и минимальном натяжении в свободной ветви 2,12 кН; *b* – в транспортном режиме со скоростью движения 26 км/ч и натяжением в свободной ветви 20,4 кН

Fig. 2. Graph of the oscillation process of the rubber track in the middle of the span of the free branch when the “Belarus”2103 tractor is operating: *a* – in traction mode at a speed of 12 km/h and a minimum tension in the free branch of 2.12 kN; *b* – in transport mode with a speed of 26 km/h and a tension in the free branch of 20.4 kN

Из исследований плавности хода гусеничных машин известно, что с точки зрения колебаний наиболее неблагоприятным является движение по микропрофилю с более высокой амплитудой и меньшей длиной неровности [28]. Тогда, обобщая приведенные данные, примем для дальнейших расчетов высоту неровности $h = 70$ мм и длину неровности $l_n = 5$ м. Данные величины с достаточной степенью точности будут обобщать все микропрофили сельскохозяйственных поверхностей для наиболее неблагоприятных режимов движения.

В [11] установлено, что наибольшее изменение длина гусеничного обвода претерпевает при вертикальном перемещении корпуса машины (продольно – угловые колебания отсутствуют). В связи с этим в дальнейших расчетах примем, что $A_1 = A_2 = h/2 = 35$ мм. Амплитуды колебаний $y(x, t)$ определим для середины пролета при $x = l/2$ и обозначим $y_{l/2}$. Частоту вынужденных колебаний ω определим в соответствии с выражением (24). Результаты моделирования колебаний свободной ветви РАГ в середине пролета между поддерживающими катками для трактора «Беларус» 2103 с использованием зависимости (21) при различных скоростях движения и усилиях натяжения РАГ при работе в тяговом и транспортном диапазонах представлены на рис. 2.

Условия возникновения резонансных режимов колебаний гусеницы. Из анализа выражения (21) следует, что резонансный режим наступит в случае выполнения условия [35]

$$\omega - \frac{k\pi a_F}{l} = 0, \quad (25)$$

то есть при равенстве вынужденной и собственной частот колебаний в пролете между поддерживающими катками участка РАГ.

На гусеничных тракторах поддерживающие катки жестко соединены с остомом, и частота вынужденных колебаний (ω) определяется известной зависимостью (24) [11].

Вторая составляющая выражения (25) ($k\pi a_F/l$) представляет собой частоту собственных колебаний участка РАГ, находящейся в пролете между поддерживающими катками. В литературе для гусеничных тракторов приведена только собственная частота колебаний в подвеске, которая для трактора ДТ-75 над передним мостом составила 3,17 Гц, над задним – 2,63 Гц, для трактора Т-150 над передним мостом – 1,80 Гц, над задним – 2,82 Гц [36]. Однако частота собственных колебаний РАГ в пролете свободной ветви трактора отличается от указанных показателей. Обозначим ее ω_{bk} (рад/с). С учетом (24) и (1) ω_{bk} будет определяться выражением

$$\omega_{bk} = \frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{gF}{q}}. \quad (26)$$

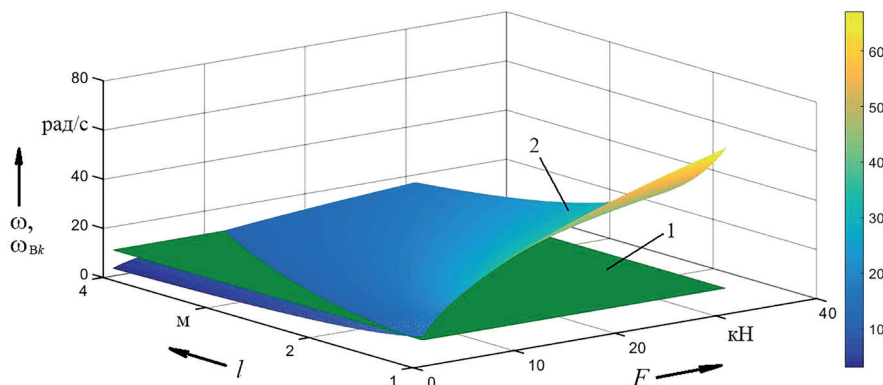


Рис. 3. Зависимость частот колебаний ω и $\omega_{вк}$ от длины пролета l и усилия в гусенице F :
 l – частота вынужденных колебаний ω ; 2 – частота собственных колебаний $\omega_{вк}$
Fig. 3. Dependence of oscillation frequencies ω and $\omega_{вк}$ on span length l and force in track F :
 l – frequency of forced oscillations ω ; 2 – frequency of natural oscillations $\omega_{вк}$

Используя зависимости (24) и (26) для сельскохозяйственного трактора класса 4 с РАГ были проведены теоретические исследования для первой формы колебаний [37]. С точки зрения частотного анализа эта форма колебаний является наиболее неблагоприятным случаем, так как частота свободных колебаний имеет наименьшее значение. Результаты теоретических исследований приведены на рис. 3.

При анализе полученных данных установлено, что в эксплуатационном диапазоне работы при различных натяжениях РАГ и расстояниях между поддерживающими катками (агрофон «стерня»; $l_n = 5$ м, $v = 30$ км/ч; $k = 1$; $q = 626,5$ Н/м; $l = 1-4$ м; $F = 1-31$ кН) возможно возникновение резонансных режимов колебаний РАГ в пролете свободной ветви движителя сельскохозяйственного трактора.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод, что в качестве определяющего критерия по выбору параметров пролетов свободной ветви трактора с РАГ необходимо принимать вывод резонансных режимов поперечных колебаний гусеницы за эксплуатационный диапазон работы машины. В данном случае снижение амплитуды колебаний свободной ветви носит вторичное значение, так как резонансный режим колебаний является более опасным в ходовых системах тракторов.

Выбор расстояния между поддерживающими катками. Сельскохозяйственные тракторы «Беларус» 2103 могут комплектоваться РАГ с цевочным зацеплением шириной $b = 500$ мм. Удельный вес q этих гусениц составляет 818,7 Н/м [6]. На военных гусеничных машинах (ВГМ) при b от 250 до 600 мм применяются гусеницы с резинометаллическими шарнирами с соответствующими конструктивными параметрами q/b [(Н/м)/мм]: Т-80 – 1332,6/580; Т-72 – 1284,6/580; Т-64 А – 1108,1/540; МТС – 972,8/484; БМП-1 – 558,9/300; БМД – 242,2/250 [38]. Предварительное статическое натяжение РАГ тракторов «Беларус» 2103 по критерию устойчивости на ведущем колесе с упругой подвеской составляет 20,4 кН [6]. На ВГМ предварительное статическое натяжение в упругом обводе доводят до следующих значений: у машин легких весовых классов – 20 кН, у машин средних и тяжелых весовых классов – 30 кН [5].

В расчетных моделях все типы упругих гусениц тракторов и ВГМ с достаточным приближением заменяются лентой с равномерно распределенными по ее длине весом и жесткостью, что позволяет использовать для анализа методы теории упругости [6, 11, 39]. Пролет свободной ветви трактора с РАГ по конструктивным параметрам, формирующим ее собственную частоту поперечных колебаний согласно (26), по перечисленным параметрам находится в диапазоне конструктивных параметров движителей ВГМ, формирующих пролет свободной ветви гусеницы с резинометаллическими шарнирами. Поэтому для частотного анализа поперечных колебаний РАГ можно использовать общие теоретические положения и результаты экспериментальных исследований по определению частот собственных колебаний ветви.

Вынужденную частоту колебаний пролета свободной ветви формируют колебания остова трактора. При ее совпадении с собственной частотой колебаний свободной ветви обвода, находя-

шейся в пролете между поддерживающими катками, могут возникать поперечные резонансные колебания со значительной амплитудой. Для упругих обводов эффект от возмущения исчезает почти полностью, когда разница между значениями этих частот составляет 20 % [11]. На основании приведенных экспериментальных исследований гусеничного обвода условие устойчивости для свободной упругой ветви можно представить в виде

$$1,2\omega \leq \omega_{bk}. \quad (27)$$

Величину $1,2\omega$ обозначим $[\omega]$ и назовем допускаемой собственной частотой колебаний пролета свободной ветви обвода трактора по критерию возникновения поперечных резонансных колебаний. Тогда выражение (27) примет вид

$$[\omega] \leq \omega_{bk}. \quad (28)$$

Результаты частотного анализа участка свободной ветви для трактора «Беларус» 2103 приведены на рис. 4. Из анализа частот колебаний следует, что при правильно выбранном предварительном натяжении РАГ резонансный режим колебаний свободной ветви не наступает.

Величина $[\omega]$ формируется условиями эксплуатации трактора, ω_{bk} – конструктивными параметрами пролета свободной ветви и РАГ (26), то есть F , q и l . Усилие в свободной ветви во время движения в зависимости от режимов работы трактора меняется от своего минимального значения $0,5ql_{cb}$ (l_{cb} – длина свободной ветви обвода трактора, м [6, 39]) до предварительного статического натяжения F_c , Н [6, 39], которое выбирается минимальным по условию устойчивости гусеницы на ведущем колесе [6]. Удельный вес резиноармированной гусеницы q имеет свое минимальное значение по условиям прочности, и дальнейшее его снижение нецелесообразно. Таким образом, наиболее эффективным и целесообразным способом влияния на собственную частоту колебаний в пролете свободной ветви является обоснованный выбор расстояния между поддерживающими катками, которое определяется, как правило, количеством поддерживающих катков. Поэтому в качестве критерия при выборе количества поддерживающих катков сельскохозяйственного трактора с РАГ необходимо принимать вывод резонансного режима колебаний участков свободной ветви за эксплуатационный диапазон и решать поставленную задачу путем подбора количества поддерживающих катков.

Для решения поставленной задачи определим расстояние между поддерживающими катками $l_{пк}$. При высоких натяжениях гусениц стрелы их провисания малы и с достаточной степенью точности можно принять, что $l_{пк} = l$. Для свободной ветви, находящейся под усилием F , будем понимать натяжение свободной ветви гусеницы в движении $F_{свв}$, определяемое согласно [39].

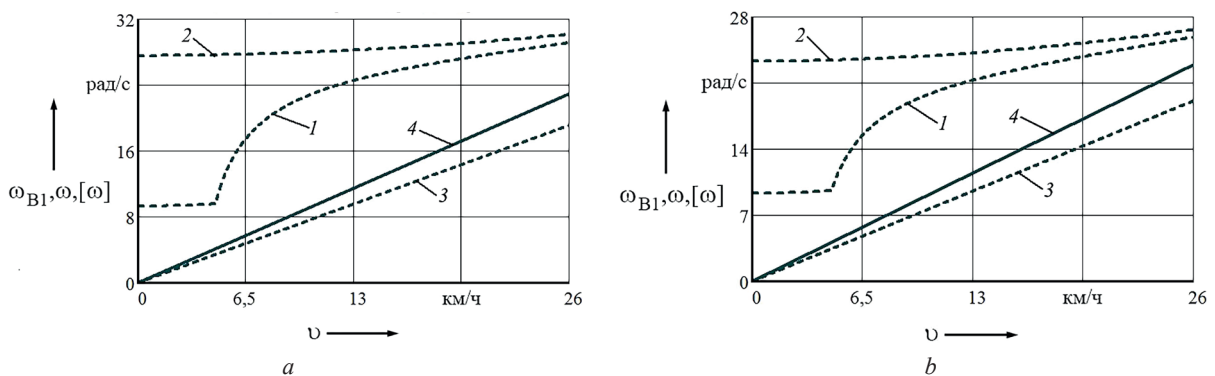


Рис. 4. Зависимость частот колебаний трактора «Беларус» 2103 при включенной (а) и при заблокированной (б) подвесках: 1 – собственная частота колебаний резиноармированной гусеницы 1-й формы ω_{b1} в тяговом режиме движения с реализацией номинальной мощности двигателя; 2 – собственная частота колебаний резиноармированной гусеницы 1-й формы ω_{b1} в режиме движения без крюковой нагрузки; 3 – вынужденная частота колебаний остова трактора ω ; 4 – допустимое значение частоты колебаний по критерию резонанса $[\omega]$

Fig. 4. Dependence of the oscillation frequencies of the tractor “Belarus” 2103 with enabled (a) and locked (b) suspension: 1 – natural frequency of oscillations of the rubber track of the 1st form ω_{b1} in the traction mode of motion with the implementation of the rated engine power; 2 – natural frequency of oscillations of the rubber track of the 1st form ω_{b1} in the mode of movement without hook load; 3 – forced oscillation frequency of the tractor frame ω ; 4 – permissible value of the oscillation frequency according to the resonance criterion $[\omega]$

Тогда, подставляя в выражение (27) ω и ω_{bk} согласно зависимостям (24) и (26) и решая полученное неравенство относительно $l_{пк}$, получим

$$l_{пк} \leq \frac{kl_H}{2,4v} \sqrt{\frac{gF_{сву}}{q}}. \quad (29)$$

Для выбора конструктивных параметров гусеничного движителя трактора воспользуемся требованиями, предъявляемыми к сельскохозяйственной технике по оценке безопасности. В качестве условий работы гусеничных сельскохозяйственных тракторов общего назначения тяговых классов 3–5 и более при измерении вибрации необходимо принимать тяговую операцию «пахота» и рельеф «поле после уборки злаковых культур». Параметры агрофона приведены в ГОСТ 12.2.002-2020 «Техника сельскохозяйственная. Методы оценки безопасности» в виде табличных данных. В результате аппроксимации гармонической синусоидальной функцией с использованием статистических методов [40] табличных данных для агрофона «поле после уборки злаковых культур» определяли длину неровности $l_H = 2,375$ м. Усилие в свободной ветви обвода трактора в движении $F_{сву}$ задавалось согласно [39], остальные параметры приведены в [6]. Результаты определения $l_{пк}$ для трактора «Беларус» 2103 при $k = 1$ с использованием зависимости (29) для случая равенства выражения при упругой и заблокированной подвесках приведены на рис. 5.

Использование выражения (29) при создании новых схем движителей представляет определенные сложности, так как расчеты требуют вычисления натяжения свободной ветви гусеницы в движении $F_{сву}$ согласно [39]. Анализ результатов расчетов, представленных на рис. 5, дает основание утверждать, что приоритетным при определении $l_{пк}$ является режим движения трактора на максимальной скорости v_{max} . Оценка растягивающих усилий в свободной ветви обвода в движении $F_{сву}$, приведенных в виде графических зависимостей в [39], показывает, что при максимальной скорости движения трактора усилие в свободной ветви обвода в движении $F_{сву}$ равно предварительному статическому натяжению F_c при любых тяговых нагрузках и режимах работы подвески, то есть $F_{сву} = F_c$ при $v = v_{max}$. С учетом этих допущений выражение (29) примет вид

$$l_{пк} \leq \frac{kl_H}{2,4v_{max}} \sqrt{\frac{gF_c}{q}}. \quad (30)$$

Результаты определения $l_{пк}$ с использованием зависимости (30) для гусеничных тракторов «Беларус» [6] с РАГ при различных режимах работы подвески представлены в табл. 2.

Исходя из данных, приведенных в табл. 2, можно рекомендовать при проектных расчетах для гусеничных тракторов «Беларус» с РАГ принимать расстояние между поддерживающими катками не более 1,743 м.

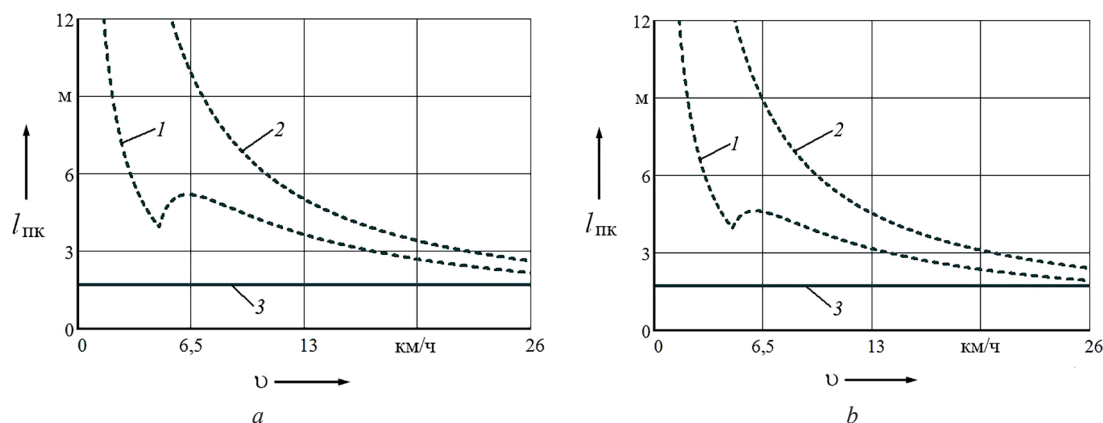


Рис. 5. Зависимость расстояния между поддерживающими катками от скорости движения трактора «Беларус» 2103 при включенной (а) и при заблокированной (б) подвесках: 1 – тяговый режим с реализацией номинальной мощности двигателя; 2 – режим движения без крюковой нагрузки; 3 – конструктивное решение $l_{пк} = 1,6995$ м

Fig. 5. Dependence of the distance between the support rollers on the speed of the tractor “Belarus” 2103 with enabled (a) and locked (b) suspension: 1 – traction mode with the realization of the rated engine power; 2 – driving mode without hook load; 3 – constructive solution $l_{пк} = 1,6995$ m

Т а б л и ц а 2. Результаты расчета максимальных значений расстояний между поддерживающими катками для тракторов «Беларус» при различных режимах работы подвески

Table 2. The results of calculating the maximum values of the distances between the support rollers for tractors “Belarus” in different modes of suspension

Режим работы подвески	Максимальные значения расстояний между поддерживающими катками движителей тракторов «Беларус» при различных режимах работы подвески, м		
	«Беларус» 1802	«Беларус» 2102	«Беларус» 2103
Включена	2,111	2,581	2,132
Заблокирована	1,743	2,315	1,798

Расположение поддерживающих катков. На сельскохозяйственных тракторах класса 3 обычно устанавливают движители с четырьмя опорными и двумя поддерживающими катками (ДТ-90 [9], Т-74 [9], ДТ-175С [10], Т-150 [9], ВТ-100 [41]). Расстояние между поддерживающими катками определяется, как правило, размером между осями опорных балансирных кареток. Для трактора ДТ-90 оно составляет 1096 мм, для Т-74 – 1070 мм, Т-150 – 1180 мм [9]. На тракторах «Беларус» класса 3 («Беларус» 1802) применяют пять опорных (три балансирные каретки) и три поддерживающих катка [1], класса 4 («Беларус» 2102 и «Беларус» 2103) – пять опорных (три балансирные каретки) и два поддерживающих катка. В первом случае («Беларус» 1802) расстояние между поддерживающими катками составляет 0,53 и 1,1 м, во втором («Беларус» 2102 и «Беларус» 2103) – 1,712 м.

Расчеты для трактора «Беларус» 2103 с использованием методики, приведенной в [42], показали, что на вращение двух (пары) поддерживающих катков при максимальной скорости движения трактора затрачивается 1 % номинальной мощности двигателя. Масса одного поддерживающего катка в сборе составляет 35 кг, кронштейна поддерживающего катка – 18 кг. В результате масса трактора без учета изменения геометрии обвода при уменьшении на пару поддерживающих катков снизится на 106 кг. Это приведет также к снижению сопротивления движению трактора, потерь в гусеничном движителе и удельного расхода топлива. Исходя из этого очевидно, что трактор целесообразно комплектовать минимальным количеством поддерживающих катков, что повысит его технико-экономические показатели.

Известны два подхода по выбору параметров и компоновке поддерживающих катков гусеничных машин и тракторов с упругой подвеской. В первом случае при компоновке гусеничного движителя ВГМ выбирают наружный диаметр поддерживающих катков в диапазоне 0,18–0,25 м и располагают их в пространствах между опорными катками в крайнем верхнем положении последних и гусеницей для исключения касания опорных и поддерживающих катков в процессе движения [43]. Во втором подходе для гусеничных тракторов при выборе диаметра поддерживающего катка рекомендуют использовать теоретическую зависимость, приведенную в [42], расстановка поддерживающих катков осуществляется, как правило, по осям балансирных кареток в горизонтальной плоскости [9]. Соответственно расстояние между смежными поддерживающими катками из конструктивных соображений определяется осями соседних опорных кареток.

Диаметр опорных катков гусеничных сельскохозяйственных тракторов с упругой подвеской (ДТ-175С, Т-150 [44], «Беларус» 2103) составляет 400 мм, поддерживающих – 225 мм у ДТ-175С и Т-150 [44], 250 мм – у «Беларус» 2103. Ходовые системы имеют аналогичную схему. При кинематическом анализе ходовой системы трактора «Беларус» 2103 установлено, что в случае полного хода опорного катка (балансир упирается в ограничитель хода) расстояние в вертикальной плоскости между крайними точками опорного и поддерживающего катков равно 140 мм. Поэтому с достаточной степенью точности можно принять допущение, что для гусеничных сельскохозяйственных тракторов при любом режиме работы подвески и условиях движения трактора при любом расположении поддерживающих катков в горизонтальной плоскости всегда будет обеспечиваться гарантированный зазор между опорным и поддерживающим катками. Поэтому, в отличие от ВГМ, вероятность касания поддерживающих и опорных катков у гусеничных тракторов отсутствует. На этом основании примем, что для гусеничных сельскохозяйственных тракторов с упругой подвеской при размещении поддерживающих катков в горизонтальной плоскости можно не учитывать расположения опорных катков.

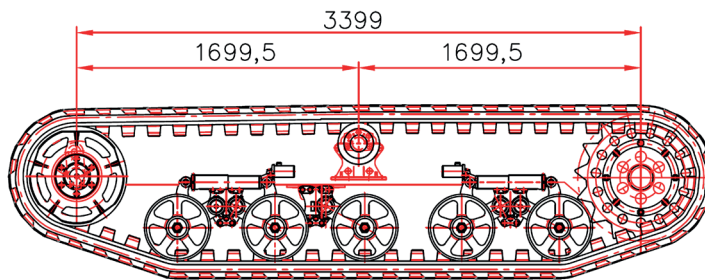


Рис. 6. Гусеничный движитель трактора «Беларус» с одним поддерживающим катком
Fig. 6. Track mover of the tractor “Belarus” with one support roller

Таким образом, при компоновке поддерживающих катков тракторов «Беларус» количество поддерживающих катков должно быть минимальным с учетом выполнения условия (30). Расстояние между ними не должно превышать 1,743 м. Исходя из этого для тракторов «Беларус» целесообразно применение одной пары поддерживающих катков в ходовой системе трактора с РАГ. Данное конструктивное решение представлено на рис. 6.

Заключение. Получена аналитическая зависимость для определения амплитуды колебаний РАГ в пролете свободной ветви обвода трактора между поддерживающими катками, учитывающая конструктивные параметры гусеницы, растягивающие усилия в обводе. Данная зависимость позволяет без использования численных (приближенных) методов вычислений находить амплитуду и резонансные режимы колебаний РАГ в пролете между поддерживающими катками свободной ветви при выполнении трактором технологических операций с различной тяговой нагрузкой на крюке и скоростью движения, учитывая при этом микропрофиль опорной поверхности.

Рассчитаны максимальные значения амплитуд колебаний РАГ в пролете свободной ветви обвода между поддерживающими катками для тракторов «Беларус» моделей 1802, 2102 и 2103 при различных режимах работы и длине пролета в 1,712 м: тяговый диапазон ($v = 12$ км/ч) – 75 мм, 76 и 75 мм соответственно; транспортный диапазон ($v = 26$ км/ч) – 58 мм, 52 и 58 мм соответственно.

Проведен частотный анализ колебаний и установлено, что на гусеничных сельскохозяйственных тракторах с РАГ возможен режим возникновения резонансных колебаний в пролете свободной ветви обвода между поддерживающими катками.

Получена аналитическая зависимость для определения предельного расстояния между поддерживающими катками обвода гусеничного трактора с РАГ, упругой и заблокированной подвесками по критерию вывода резонансного режима колебаний гусеницы в пролете свободной ветви за эксплуатационный диапазон работы трактора.

Рассчитаны значения предельных расстояний между поддерживающими катками для тракторов «Беларус» 1802, 2102 и 2103 при различных режимах работы подвески: режим «подвеска работает» – 2,111 м, 2,581 и 2,132 м соответственно; режим «подвеска заблокирована» – 1,743 м, 2,315 и 1,798 м соответственно.

Установлено, что на гусеничных тракторах «Беларус» с РАГ целесообразно применять в обводе движителя один поддерживающий каток. Предложена конструкция гусеничного движителя с резиноармированной гусеницей, в состав которой входит один поддерживающий каток. Расстояние между поддерживающим катком и ведущим, а также направляющим колесами составляет 1699,5 мм. Масса трактора за счет такого технического решения снижена на 106 кг. Это конструктивное решение позволит повысить технико-экономические показатели при производстве и эксплуатации тракторов с РАГ.

Список использованных источников

1. Коробкин, В. А. Гусеничный трактор общего назначения «Беларус 1802» / В. А. Коробкин // *Международ. аграр. журн.* – 2001. – № 9. – С. 46–48.
2. Performance of an agricultural tractor fitted with rubber tracks / G. Molari [et al.] // *Biosystems Engineering.* – 2012. – Vol. 111, N 1 – P. 57–63. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2011.10.008>
3. Rasool, S. Improving the tractive performance of walking tractors using rubber tracks / S. Rasool, H. Raheman // *Biosystems Engineering.* – 2018. – Vol. 167. – P. 51–62. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2017.12.013>
4. A Simple Rubber Crawler Model for Studying Fluctuation in Crawler Tension / T. Fukushima [et al.] // *Engineering in Agriculture, Environment and Food (EAEF).* – 2018. – Vol. 14, № 3. – P. 122–126. <https://doi.org/10.1016/j.eaef.2018.02.008>
5. Платонов, В. Ф. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины / В. Ф. Платонов, Г. Р. Леиашвили. – М.: Машиностроение, 1986. – 296 с.

6. Жданович, Ч. И. Выбор предварительного натяжения резиноармированной гусеницы сельскохозяйственного трактора с упругой подвеской / Ч. И. Жданович, В. Н. Плищ // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2022. – Т. 60, № 2. – С. 243–256. <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2022-60-2-243-256>
7. Васильев, А. В. Влияние конструктивных параметров гусеничного трактора на его тягово-сцепные свойства / А. В. Васильев, Е. Н. Докучаева, О. Л. Уткин-Любовцов. – М.: Машиностроение, 1969. – 192 с.
8. Ксеневиц, И. П. Ходовая система – почва – урожай / И. П. Ксеневиц, В. А. Скотников, М. И. Ляско; под общ. ред. И. П. Ксеневица. – М.: Агропромиздат, 1985. – 304 с.
9. Анилович, В. Я. Конструирование и расчет сельскохозяйственных тракторов: справ. пособие / В. Я. Анилович, Ю. Т. Водолажченко; под ред. проф. Б. П. Кашубы. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1976. – 456 с.
10. Трактор ДТ-175С / В. П. Шевчук [и др.]; под общ. ред. Я. Ф. Ракина. – М.: Агропромиздат, 1988. – 335 с.
11. Платонов, В. Ф. Динамика и надежность гусеничного движителя / В. Ф. Платонов. – М.: Машиностроение, 1973. – 232 с.
12. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
13. Ольшанский, В. П. О параметрических колебаниях участков гусеничного обвода / В. П. Ольшанский, Н. В. Кохановский // Теория механизмов и машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1978. – Вып. 24. – С. 40–46.
14. Светлицкий, В. А. Передачи с гибкой связью: теория и расчет / В. А. Светлицкий. – М.: Машиностроение, 1967. – 155 с.
15. Епифанов, В. В. Влияние вида возмущения и скорости продольного движения гибкой связи на формы ее колебаний / В. В. Епифанов, Н. В. Кохановский // Теория механизмов и машин: Респ. междуведомств. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1987. – Вып. 42. – С. 95–97.
16. Держанский, В. Б. Подавление параметрических колебаний элементов ходовой части гусеничной машины / В. Б. Держанский, И. А. Тараторкин, А. И. Тараторкин // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. Аэрокосм. техника, технологии и машиностроение. – 2012. – № 3 (34). – С. 151–156.
17. Школа С. В. Рукавишникова. Развитие теории систем местность–машина и опыт создания на ее основе гусеничных снегоболотоходных машин / В. А. Антоненко [и др.]. – Н. Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р. Е. Алексеева, 2017. – 298 с.
18. Держанский, В. Б. Влияние волновых процессов в движителе быстроходной гусеничной машины на устойчивость прямолинейного движения / В. Б. Держанский, И. А. Тараторкин // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объед. ин-т машиностр. НАН Беларусі. – Минск, 2012. – Вып. 1. – С. 81–85.
19. Аврамов, В. П. Исследование вибраций верхней ветви гусеничного обвода / В. П. Аврамов, В. В. Епифанов, Н. В. Кохановский // Теория механизмов и машин: Респ. междуведомств. науч.-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1988. – Вып. 44. – С. 93–97.
20. Факторы снижения виброактивности верхней ветви гусеничного обвода быстроходных транспортных машин / Н. В. Кохановский [и др.] // Вестн. Нац. техн. ун-та «ХПИ»: сб. науч. тр.: темат. вып. – Харьков, 2005. – Вып. 37: Транспортное машиностроение. – С. 105–112.
21. Кохановский, Н. В. Экспериментальное определение резонансных режимов параметрических колебаний участков гусеничного обвода с резинометаллическими шарнирами / Н. В. Кохановский // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. – Харьков: Вища школа, 1981. – № 178, вып. 4: Конструирование и исследование тракторов. – С. 72–76.
22. Леонов, С. И. Поперечные колебания верхней ветви обвода гусеничного движителя с передним расположением звездочки / С. И. Леонов // Изв. вузов. Машиностроение. – 1958. – № 9. – С. 10–20.
23. Кохановский, Н. В. Частотное уравнение поперечных колебаний движущейся гусеничной ветви с резинометаллическими шарнирами / Н. В. Кохановский, С. В. Павленко, А. Г. Янчик // Вестн. Нац. техн. ун-та «ХПИ»: сб. науч. тр.: темат. вып. – Харьков, 2005. – Вып. 53: Машиноведение и САПР. – С. 87–92.
24. Тараторкин, А. И. Исследование параметрических резонансных колебаний в ходовой части гусеничной машины / А. И. Тараторкин // Вестн. Южно-Урал. гос. ун-та. Сер. «Машиностроение». – 2022. – Т. 22, № 1. – С. 83–93.
25. Савочкин, В. А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин / В. А. Савочкин, А. А. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1993. – 320 с.
26. Силаев, А. А. Спектральная теория поддрессоривания транспортных машин / А. А. Силаев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1972. – 192 с.
27. Барский, И. Б. Динамика трактора / И. Б. Барский, В. Я. Анилович, Г. М. Кутьков. – М.: Машиностроение, 1973. – 280 с.
28. Дмитриев, А. А. Теория и расчет нелинейных систем поддрессоривания гусеничных машин / А. А. Дмитриев, В. А. Чобиток, А. В. Тельминов. – М.: Машиностроение, 1976. – 207 с.
29. Романюк, Н. Н. Снижение уплотняющего воздействия на почву мобильных энергосредств / Н. Н. Романюк. – Минск: БГАТУ, 2020. – 200 с.
30. Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики: учеб. пособие / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1970. – 710 с.
31. Волков, Ю. П. Ходовая часть транспортных гусеничных машин: учеб. пособие: в 2 ч. / Ю. П. Волков, В. Е. Ролле, А. Д. Самойлов. – СПб.: С.-Петербург. гос. техн. ун-т, 1997. – Ч. 2: Система поддрессоривания. – 142 с.
32. Кравченко, В. И. Уплотнение почв машинами / В. И. Кравченко. – Алма-Ата: Наука, 1986. – 96 с.
33. Системы поддрессоривания современных тракторов: конструкция, теория и расчет / Д. А. Попов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1974. – 176 с.
34. Субботин, В. И. Выбор участков неровных дорог и искусственных препятствий для испытаний тракторов на плавность хода / В. И. Субботин // Вопросы исследования колебаний сельскохозяйственных тракторов: сб. науч. тр. / НАТИ. – М., 1966. – Вып. 183. – С. 107–138.

35. Журавков, М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности: учеб. пособие / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск: БГУ, 2011. – 543 с.
36. Кутьков, Г. М. Тяговая динамика тракторов / Г. М. Кутьков. – М.: Машиностроение, 1980. – 215 с.
37. Плищ, В. Н. Исследование колебаний свободной ветви гусеничного движителя трактора / В. Н. Плищ // Автомобиле- и тракторостроение: материалы междунар. науч.-практ. конф., Минск, 14–18 мая 2018 г.: в 2 т. / Белорус. нац. техн. ун-т; редкол.: Д. В. Капский (отв. ред.) [и др.]. – Минск, 2018. – Т. 1. – С. 180–183.
38. Теория и конструкция танка: в 10 т. / редкол.: П. П. Исаков (гл. ред.) [и др.]. – М.: Машиностроение, 1982–1990. – Т. 6: Вопросы проектирования ходовой части военных гусеничных машин / Б. А. Абрамов [и др.]. – 1985. – 244 с.
39. Жданович, Ч. И. Определение усилий в ветвях обвода трактора с резиноармированной гусеницей и упругой подвеской / Ч. И. Жданович, В. Н. Плищ // Агротранспорт. – 2021. – № 6. – С. 2–7.
40. Романюк, Ф. А. Теория и практика инженерного эксперимента / Ф. А. Романюк, Б. А. Каледин. – Минск: БНТУ, 2007. – 352 с.
41. ВТ-100 – новое семейство волгоградских тракторов / И. А. Долгов [и др.] // Тракторы и с.-х. машины. – 1999. – № 7. – С. 2–5.
42. Шарипов, В. М. Конструирование и расчет тракторов / В. М. Шарипов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2009. – 752 с.
43. Волков, Ю. П. Ходовая часть транспортных гусеничных машин: учеб. пособие: в 2 ч. / Ю. П. Волков, В. Е. Ролле, А. Д. Самойлов. – СПб.: С.-Петербург. гос. техн. ун-т, 1995. – Ч. 1: Гусеничный движитель. – 115 с.
44. Ходовые системы тракторов: устройство, эксплуатация, ремонт: справочник / В. М. Забродский [и др.]. – М.: Агропромиздат, 1986. – 271 с.

References

1. Korobkin V. A. General purpose crawler tractor “Belarus 1802”. *Mezhdunarodnyi agrarnyi zhurnal* [International Agricultural Journal], 2001, no. 9, pp. 46–48 (in Russian).
2. Molari G., Bellentani L., Guarnieri A., Walker M., Sedoni E. Performance of an agricultural tractor fitted with rubber tracks. *Biosystems Engineering*, 2012, vol. 111, no. 1, pp. 57–63. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2011.10.008>
3. Rasool S., Raheman H. Improving the tractive performance of walking tractors using rubber tracks. *Biosystems Engineering*, 2018, vol. 167, pp. 51–62. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2017.12.013>
4. Fukushima T., Inoue E., Mitsuoka M., Sato K., Oguri T. A Simple Rubber Crawler Model for Studying Fluctuation in Crawler Tension. *Engineering in Agriculture, Environment and Food*, 2018, vol. 14, no. 3, pp. 122–126. <https://doi.org/10.1016/j.eaef.2018.02.008>
5. Platonov V. F., Leishvili G. R. *Tracked and Wheeled Transport and Pulling Machines*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986. 296 p. (in Russian).
6. Zhdanovich Ch. I., Plishch V. N. Selecting pre-tensioning of rubber reinforced track on agricultural tractor with cushion suspension. *Vestsi Natsyyanal'nay akademii navuk Belarusi. Seryya agrarnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian series*, 2022, vol. 60, no. 2, pp. 243–256 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2022-60-2-243-256>
7. Vasil'ev A. V., Dokuchaeva E. N., Utkin-Lyubovtsov O. L. *Influence of Design Parameters of Crawler Tractor on Its Traction Properties*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 192 p. (in Russian).
8. Ksenevich I. P., Skotnikov V. A., Lyasko M. I. *Running System – Soil – Harvest*. Moscow, Agropromizdat Publ., 1985. 304 p. (in Russian).
9. Anilovich V. Ya., Vodolazhchenko Yu. T. Kashuba B. P. (ed.). *Design and Calculation of Agricultural Tractors*. 2nd ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 456 p. (in Russian).
10. Shevchuk V. P., Rakin Ya. F., Kosenko V. V., Shapovalov I. P., Svinarev S. P., Goncharov N. N., Savran G. D., Bugora V. A. *Tractor DT-175C*. Moscow, Agropromizdat Publ., 1988. 335 p. (in Russian).
11. Platonov V. F. *Crawler Dynamics and Reliability*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 232 p. (in Russian).
12. Timoshenko S. P., Young D. H., Weaver W. *Fluctuations in Engineering*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 472 p. (in Russian).
13. Ol'shanskii V. P., Kokhanovskii N. V. On parametric vibrations of track bypass sections. *Teoriya mekhanizmov i mashin: respublikanskii mezhdovedomstvennyi nauchno-tekhnicheskii sbornik* [Theory of Mechanisms and Machines: Republican Interdepartmental Scientific and Technical Collection]. Kharkov, Vishcha shkola Publ., 1978, iss. 24, pp. 40–46 (in Russian).
14. Svetlitskii V. A. *Transmissions with Flexible Connection: Theory and Calculation*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 155 p. (in Russian).
15. Epifanov V. V., Kokhanovskii N. V. Influence of the type of perturbation and the speed of the longitudinal movement of a flexible connection on the forms of its oscillations. *Teoriya mekhanizmov i mashin: respublikanskii mezhdovedomstvennyi nauchno-tekhnicheskii sbornik* [Theory of Mechanisms and Machines: Republican Interdepartmental Scientific and Technical Collection]. Kharkov, Vishcha shkola Publ., 1987, iss. 42, pp. 95–97 (in Russian).
16. Derzhanskii V. B., Taratorkin I. A., Taratorkin A. I. Suppression of parametric vibrations of tracked vehicle undercarriage elements. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie = Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2012, no. 3 (34), pp. 151–156 (in Russian).
17. Antonets V. A., Barakhtanov L. V., Belyakov V. V., [et al.]. *School of S. V. Rukavishnikov. Development of the Theory of Terrain-Machine Systems and the Experience of Creating Tracked Snow and Swamp Vehicles on Its Basis*. Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, 2017. 298 p. (in Russian).

18. Derzhanskii V. B., Taratorkin I. A. Influence of wave processes in the propulsor of a high-speed tracked vehicle on the stability of rectilinear motion. *Aktual'nyye voprosy mashinovedeniya: sbornik nauchnykh trudov Ob"edinennogo instituta mashinostroeniya NAN Belarusi* [Topical Issues of Machine Science: Collection of Scientific Papers of the Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus]. Minsk, 2012, iss. 1, pp. 81–85 (in Russian).
19. Avramov V. P., Epifanov V. V., Kokhanovskii N. V. Investigation of vibrations of the upper branch of the track bypass. *Teoriya mekhanizmov i mashin: respublikanskii mezhdomstvennyi nauchno-tekhnicheskii sbornik* [Theory of Mechanisms and Machines: Republican Interdepartmental Scientific and Technical Collection]. Kharkov, Vishcha shkola Publ., 1988, iss. 44, pp. 93–97 (in Russian).
20. Kokhanovskii N. V., Pavlenko S. V., Stakhovskii O. V., Yanchik A. G. Factors for reducing the vibration activity of the upper branch of the track bypass of high-speed transport vehicles. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta "Khar'kovskii politekhnicheskii institut": sbornik nauchnykh trudov: tematischeskii vypusk. Vypusk 37: Transportnoe mashinostroenie* [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute": Collection of Scientific Papers: Thematic Issue. Iss. 37: Transport Engineering]. Kharkiv, 2005, pp. 105–112 (in Russian).
21. Kokhanovskii N. V. Experimental determination of resonant modes of parametric oscillations of track bypass sections with rubber-metal hinges. *Vestnik Khar'kovskogo politekhnicheskogo instituta. Konstruirovaniye i issledovaniye traktorov* [Bulletin of Kharkiv Polytechnic Institute. Tractor Design and Research]. Kharkiv, Vishcha shkola, 1981, no. 178, iss. 4, pp. 72–76 (in Russian).
22. Leonov S. I. Transverse vibrations of the upper branch of the bypass of a track mover with a front sprocket. *Izvestiya vuzov. Mashinostroyeniye-Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 1958, no. 9, pp. 10–20 (in Russian).
23. Kokhanovskii N. V., Pavlenko S. V., Yanchik A. G. Frequency equation of transverse oscillations of a moving track branch with rubber-metal hinges. *Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta "Khar'kovskii politekhnicheskii institut": sbornik nauchnykh trudov: tematischeskii vypusk. Vypusk 53: Mashinovedeniye i SAPR* [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute": Collection of Scientific Papers: Thematic Issue. Iss. 53: Mechanical engineering and CAD]. Kharkiv, 2005, pp. 87–92 (in Russian).
24. Taratorkin A. I. Investigation of parametric resonant oscillations in the undercarriage of a tracked vehicle. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya "Mashinostroyeniye" = Bulletin of the South Ural State University. Series "Mechanical Engineering Industry"*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 83–93 (in Russian).
25. Savochkin V. A., Dmitriev A. A. *Statistical Dynamics of Transport and Traction Tracked Vehicles*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993. 320 p. (in Russian).
26. Silaev A. A. *Spectral Theory of Suspension of Transport Vehicles*. 2nd ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 192 p. (in Russian).
27. Barsky I. B., Anilovich V. Ya., Kutkov G. M. *Tractor Dynamics*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973. 280 p. (in Russian).
28. Dmitriev A. A., Chobitok V. A., Tel'minov A. V. *Theory and Calculation of Nonlinear Suspension Systems for Tracked Vehicles*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 207 p. (in Russian).
29. Romanyuk N. N. *Reducing the Compacting Effect on the Soil of Mobile Power Facilities*. Minsk, BGATU Publ., 2020. 200 p. (in Russian).
30. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. *Equations in Partial Derivatives of Mathematical Physics*. 2nd ed. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970. 710 p. (in Russian).
31. Volkov Yu. P., Rolle V. E., Samoilov A. D. *Chassis of Transport Tracked Vehicles. Part 2: Suspension System*. St. Petersburg, St. Petersburg State Technical University Publ., 1997. 142 p. (in Russian).
32. Kravchenko V. I. *Soil Compaction by Machines*. Alma-Ata, Nauka Publ., 1986. 96 p. (in Russian).
33. Popov D. A., Popov E. G., Voloshin Yu. L., Kutin L. N., Subbotin V. I. *Suspension Systems of Modern Tractors: Design, Theory and Calculation*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 176 p. (in Russian).
34. Subbotin V. I. The choice of sections of rough roads and artificial obstacles for testing tractors for smooth running. *Voprosy issledovaniya kolebaniy sel'skokhozyaystvennykh traktorov: sbornik nauchnykh trudov* [Questions of Studying the Vibrations of Agricultural Tractors: Collection of Scientific Papers]. Moscow, 1966, iss. 183, pp. 107–138 (in Russian).
35. Zhuravkov M. A., Starovoitov E. I. *Continuous Media Mechanics. Theory of Elasticity and Plasticity*. Minsk, Belarusian State University Publ., 2011. 543 p. (in Russian).
36. Kutkov G. M. *Traction Dynamics of Tractors*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 215 p. (in Russian).
37. Plisich V. N. Investigation of oscillations of the free branch of the track tractor propulsion unit. Kapskiy D. V. (ed.), [et al.]. *Avtomobile- i traktorostroyeniye: materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Minsk, 14–18 maya 2018 g. Tom 1* [Automotive and Tractor Engineering: Materials of the International Scientific and Practical Conference, Minsk, May 14–18, 2018, vol. 1]. Minsk, 2018, pp. 180–183 (in Russian).
38. Isakov P. P. (ed.), [et al.]. *Theory and Design of a Tank. Vol. 6: Issues of Designing the Undercarriage of Military Tracked Vehicles*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 244 p. (in Russian).
39. Zhdanovich Ch. I., Plisich V. N. Determination of the forces in the branches of the tractor with rubber reinforced track and elastic suspension. *Agropanorama*, 2021, no. 6, pp. 2–7 (in Russian).
40. Romanyuk F. A., Kaledin B. A. *Theory and Practice of Engineering Experiment*. Minsk, BNTU, 2007. 352 p. (in Russian).
41. Dolgov I. A., Bychkov V. P., Kosenko V. V., Mel'nik Yu. V. VT-100 – a new family of Volgograd tractors. *Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashiny = Tractors and Agricultural Machinery*, 1999, no. 7, pp. 2–5 (in Russian).
42. Sharipov V. M. *Design and Calculation of Tractors*. 2nd ed. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009. 752 p. (in Russian).
43. Volkov Yu. P., Rolle V. E., Samoilov A. D. *Chassis of Transport Tracked Vehicles. Part 1: Track Mover*. St. Petersburg, St. Petersburg State Technical University Publ., 1995. 115 p. (in Russian).
44. Zabrodskii V. M., Fainleib A. M., Kutin L. N., Utkin-Lyubovtsov O. L. *Running Systems of Tractors: Device, Operation, Repair*. Moscow, Agropromizdat Publ., 1986. 271 p. (in Russian).