

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2024-69-4-307-317>
УДК 536.33;511.178;519.178



Оригинальная статья

П. С. Гринчук^{1*}, В. Г. Лузин²

¹*Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,
ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь*

²*ООО «ПромТермоСистема», ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь*

**ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРЕВАТЕЛЕЙ ТИПА РАДИАЦИОННАЯ ТРУБА
НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ**

Аннотация. Выполнен анализ особенностей работы электрических нагревателей закрытого вида типа радиационная труба. На основе опыта эксплуатации радиационных труб производства компании «ПромТермоСистема» (Беларусь) показаны ключевые аспекты, влияющие на долговечность нагревателей. В качестве основных технических проблем рассматриваются плотное расположение нагревательных элементов (металлических прутков) в малом объеме и связанные с этим электрические пробой электроизоляционных керамических вставок. На основе теории графов предложен метод анализа коммутации нагревательных элементов при их плотной упаковке, который позволил найти новые рациональные схемы коммутации. Метод основан на построении нумерованных графов на отверстиях в керамическом элементе для нагревательных прутков и нахождении графа с минимальным весом. По смыслу построения графа его вес пропорционален максимальной разности потенциалов между прутками. Найденные схемы коммутации снижают максимальную разность потенциалов на керамических изоляторах на 35–50 %, от 70 В до 35±45 В, а напряженность электрического поля – от 10 кВ/м до 5,0±6,5 кВ/м. Это позволяет пропорционально увеличить надежность и долговечность нагревателей, уменьшить вероятность электрических пробоев керамики.

Ключевые слова: электрический нагреватель, коммутация, теория графов, электрический пробой, высокотемпературная электроизоляционная керамика

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Информация об авторах: *Гринчук Павел Семенович* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, заведующий отделением теплофизики Института тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси. <https://orcid.org/0000-0002-4124-3186>. E-mail: gps@hmti.ac.by; *Лузин Владимир Георгиевич* – директор ООО «ПромТермоСистема». E-mail: pts2024xto@mail.ru

Вклад авторов: *Гринчук Павел Семенович* – формулировка и обоснование концепции исследования, идея метода оптимизации электрической коммутации на основе теории графов, решение задачи оптимизации коммутации, написание статьи; *Лузин Владимир Георгиевич* – разработка конструкции нагревателей, сбор информации об опыте эксплуатации нагревателей.

Для цитирования: Гринчук, П. С. Повышение надежности высокотемпературных электрических нагревателей типа радиационная труба на основе методов теории графов / П. С. Гринчук, В. Г. Лузин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2024. – Т. 69, № 4. – С. 307–317. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2024-69-4-307-317>

Поступила в редакцию: 10.09.2024

Утверждена к публикации: 16.12.2024

Подписана в печать: 23.12.2024

Original article

Pavel S. Grinchuk^{1*}, Vladimir G. Luzin²

¹*A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus,
15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus*

²*“PromTermoSistema” LLC, 15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus*

**INCREASING THE RELIABILITY OF HIGH-TEMPERATURE ELECTRIC HEATERS
OF THE RADIANT TUBE TYPE BASED ON GRAPH THEORY METHODS**

Abstract. The analysis of the operating features of closed-type electric heaters of the radiant tube type is performed. Based on the operating experience of the radiant tubes manufactured by “PromTermoSistema” LLC (Belarus), the key aspects

affecting the durability of the heaters are shown. One of the main technical problems is the dense arrangement of heating elements (metal rods) in a small volume and the associated electrical breakdowns of electrically insulating ceramic inserts. Based on graph theory, a method is proposed for analyzing the commutation of heating elements with dense packing, which made it possible to find new rational commutation schemes. The method is based on constructing numbered graphs on the holes for heating rods in the ceramic element and finding the graph with the minimum weight. According to the meaning of constructing a graph, its weight is proportional to the maximum potential difference between the rods. The found commutation schemes reduce the maximum potential difference on ceramic insulators by 35–50 %, from 70 V to 35÷45 V, and the electric field strength from 10 kV/m to 5.0÷6.5 kV/m. This allows proportionally increasing the reliability and durability of heaters, reducing the probability of electrical breakdowns of ceramics.

Keywords: electric heater, switching, graph theory, electrical breakdown, high-temperature electrical insulating ceramics

Conflict of interest: the authors declare that there is no conflict of interest.

Information about the authors: *Pavel S. Grinchuk* – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Head of the Thermophysics Department at A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus. <https://orcid.org/0000-0002-4124-3186>. E-mail: gps@hmti.ac.by; *Vladimir G. Luzin* – Director at “PromTermoSistema” LLC. E-mail: pts2024xto@mail.ru

Contribution of the authors: *Pavel S. Grinchuk* – formulation and justification of the research concept, the idea of the method for optimizing electrical commutation based on graph theory, solving the commutation optimization problem, writing the article; *Vladimir G. Luzin* – development of the heater design, collecting information on the operating experience of heaters.

For citation: Grinchuk P. S., Luzin V. G. Increasing the reliability of high-temperature electric heaters of the radiant tube type based on graph theory methods. *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-tekhnichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2024, vol. 69, no. 4, pp. 307–317 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2024-69-4-307-317>

Received: 10.09.2024

Approved for publication: 16.12.2024

Signed to the press: 23.12.2024

Введение. Существует ряд технических задач, где необходимо использовать электрический нагрев в специальных, в том числе в химически активных, атмосферах. Характерным примером является процесс газовой цементации сталей с целью придания высокой твердости и износостойкости поверхности деталей при сохранении пластичности их сердцевины [1]. Традиционно в нагревателях, работающих при температурах до 1200 °С, применяются сплавы сопротивления – нихром или фехраль. Долговременная работоспособность таких сплавов связана с формированием на их поверхности стойких защитных оксидных слоев – оксида хрома для нихрома и оксида алюминия для фехрали [2]. Поэтому наиболее благоприятна для работы таких нагревателей окислительная воздушная атмосфера.

При работе нагревателя в химически активной атмосфере, например в эндогазе при цементации (~40 об.% водорода, ~20 об.% СО), оксидные слои будут быстро восстанавливаться водородом и угарным газом. Это резко снижает срок службы нагревателей. Для защиты нагревателей используют чехлы из жаропрочных сплавов или из безоксидной керамики (карбид кремния). Обладая хорошими электроизоляционными свойствами, оксидная керамика также может активно деградировать и разрушаться в восстановительной атмосфере. При этом материал нагревателя стараются разместить как можно компактнее внутри защитного чехла. Такие нагреватели получили название радиационных труб [3]. Существует два варианта размещения труб внутри печи – вертикально (рис. 1) и горизонтально.

Для механической поддержки самого нагревателя и электрической изоляции отдельных элементов нагревателя друг от друга (во избежание межвитковых замыканий) и от электропроводящего защитного кожуха используются специальные фасонные керамические элементы. В зависимости от мощности нагревателя и потребности в концентрации этой мощности в небольшом объеме могут применяться керамические элементы с одним, двумя и даже тремя концентрическими кольцами отверстий для размещения прутков нагревательного элемента (рис. 2). Отметим, что характерная плотность энерговыделения в радиационных трубах составляет около 1 МВт/м³, а напряженность электрического поля на поверхности керамических элементов может достигать 10 кВ/м. Плотное размещение нагревательных элементов в малом объеме является одной из основных конструктивных проблем.

Такое плотное размещение приводит к относительно частому выходу из строя радиационных труб по причине электрического пробоя керамической изоляции. Накопленный опыт эксплуатации данных нагревателей позволяет отметить характерные дефекты и выявить определенные закономерности (рис. 3).

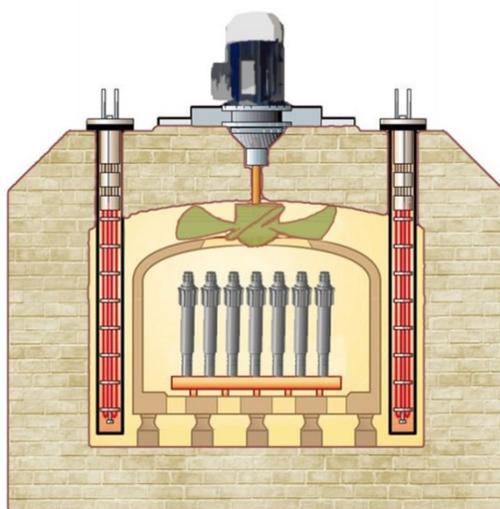


Рис. 1. Вертикальное расположение радиационных труб в печи с цементационной атмосферой
Fig. 1. Vertical arrangement of radiation tubes in a furnace with a carburizing atmosphere

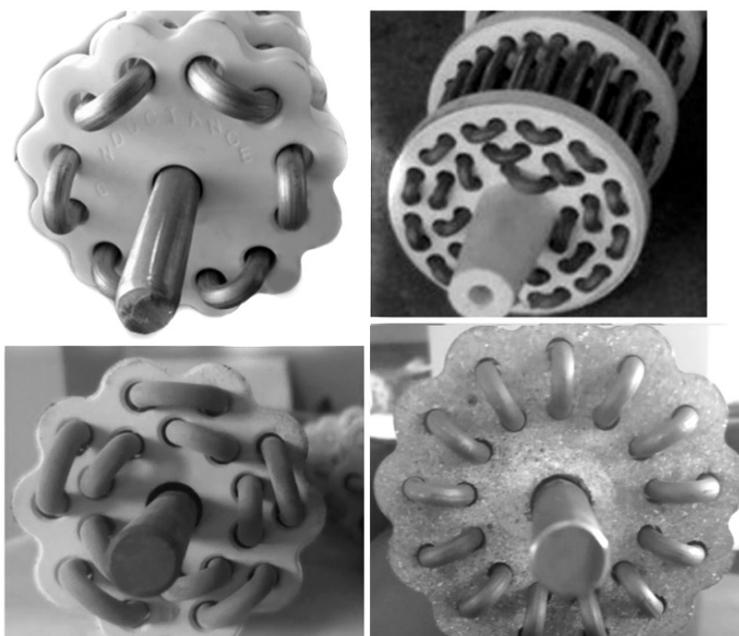


Рис. 2. Керамические элементы (диски) для радиационных труб с различным количеством отверстий и концентрических колец из отверстий (от 1 до 3) для размещения прутков нагревателя

Fig. 2. Ceramic elements (disks) for radiant tubes with a different number of holes and concentric rings of holes (from 1 to 3) for placing heater rods

Общей особенностью электроизоляционных керамик является увеличение их электропроводности с ростом температуры. Так, при возрастании температуры от комнатной до 1000 °С электрическое сопротивление этих материалов может уменьшиться на семь-восемь порядков (рис. 4) [4–6]. Причем это характерно для всех высокотемпературных изоляторов, включая один из лучших – оксид магния [5]. На фоне таких свойств самих электроизоляционных материалов дополнительной причиной упомянутого электрического пробоя может быть низкое качество керамики, вызванное наличием в ее составе посторонних электропроводящих включений. К этому приводит недальновидная практика отдельных производителей, состоящая в использовании вторичных огнеупоров, бывших в употреблении и содержащих большое количество посторонних примесей, в качестве источника сырья для изготовления ответственных деталей [7].

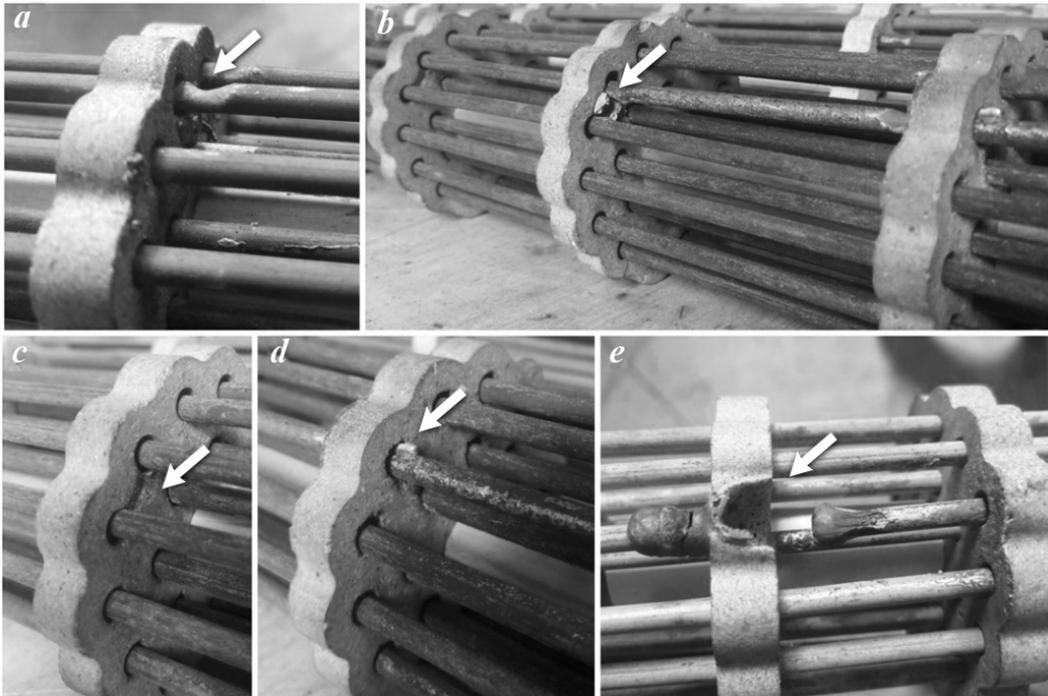


Рис. 3. Характерные дефекты вышедших из строя нагревательных элементов радиационных труб:
a – критическое уменьшение поперечного сечения прутка, вызванное вероятным локальным горением электрической дуги; *b, c* – начальная стадия эрозии керамического элемента по линии максимальной разности потенциалов; *d* – оплавление прутка в месте максимальной разности потенциалов; *e* – полное расплавление прутка и сильная эрозия керамического элемента в месте горения электрической дуги

Fig. 3. Typical defects of failed heating elements: *a* – critical reduction in the cross-section of the rod caused by probable local burning of the electric arc; *b, c* – initial stage of ceramic element erosion along the line of maximum potential difference; *d* – melting of the rod at the point of maximum potential difference; *e* – complete melting of the rod and strong erosion of the ceramic element at the point of burning of the electric arc

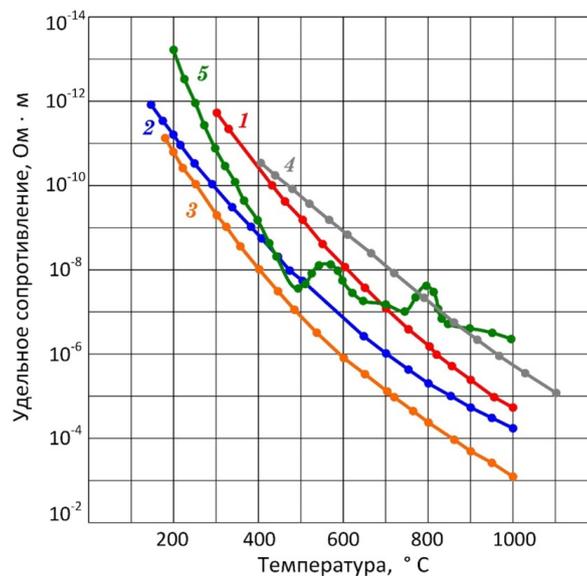


Рис. 4. Удельное электрическое сопротивление электроизоляционной керамики при различных температурах:
кривая 1 – оксид алюминия [4]; кривая 2 – стеатит (талк, обогащенный магнием) с малыми потерями [4];
кривая 3 – цирконовый фарфор [4]; кривая 4 – оксид магния [5]; кривая 5 – прозрачное кварцевое стекло [6]

Fig. 4. Specific electrical resistance of electrical insulating ceramics at different temperatures: curve 1 – aluminum oxide [4]; curve 2 – low-loss steatite (talc enriched with magnesium) [4]; curve 3 – zircon porcelain [4]; curve 4 – magnesium oxide [5]; curve 5 – transparent quartz glass [6]

Анализ причин выхода нагревателей из строя показывает, что в большинстве случаев пробой возникает между двумя точками с максимальной разностью потенциалов, которая может составлять для конкретной геометрии керамического элемента 70 В и выше. При этом напряженность поля в данной точке достигает 10 В/мм. Отметим, что пробивная напряженность поля для огнеупорных керамических диэлектриков составляет около 1,5 кВ/мм при комнатной температуре [4]. Так что при отмеченном выше возрастании на порядки электропроводности керамики при повышении температуры ее электрический пробой имеет отличную от нуля вероятность.

Метод решения проблемы. Существуют два способа решения рассматриваемой проблемы – работа с качеством и составом керамического огнеупорного диэлектрика и работа с коммутацией элементов нагревателя внутри керамики. Оптимизация коммутации прутков нагревателя, призванная уменьшить создаваемые в керамике разности потенциалов, может существенно нивелировать влияние некачественного материала.

Надежность и долговечность нагревателей требует использования в них прутков из сплавов сопротивления достаточно большого диаметра (6–8 мм). Нагревательный элемент большего диаметра медленнее деградирует при прочих равных условиях. Наиболее распространенная конструкция радиационных труб состоит из набора одинаковых конструктивных элементов – длинных сдвоенных U-образных прутков из сплава сопротивления длиной порядка 0,7–1,5 м, которые свариваются (коммутируются) в холодной части нагревателя. Как правило, это последовательно соединяемые части с одинаковым сопротивлением, так что на каждом прутке имеет место одинаковое падение напряжения. Из-за большой длины прутка относительно велико падение напряжения на нем. Например, при напряжении питания нагревателя 110 В его конструкция состоит из 18–22 прутков, так что на каждом прутке падение напряжения составляет около 5 В. Анализ проблемы электрического пробоя керамического изолятора показал, что пробой случается в подавляющем числе случаев между соседними прутками с высокой разницей потенциалов. Стандартная коммутация, которая используется в этих нагревателях, основана на замкнутой кольцевой конфигурации (рис. 2, 5, а). Вынужденная кольцевая конфигурация приводит к тому, что в месте подвода напряжения к нагревателю разность потенциалов между соседними прутками может достигать 70 В.

Рассмотрим проблему оптимизации коммутации последовательно соединенных сопротивлений (U-образных прутков). В стандартном варианте прутки размещены в соседних ячейках последовательно и в холодной части нагревателя их выводы сварены перемычками. Схема размещения прутков в керамике показана на рис. 5, а (вид сверху). Пронумеруем последовательно все

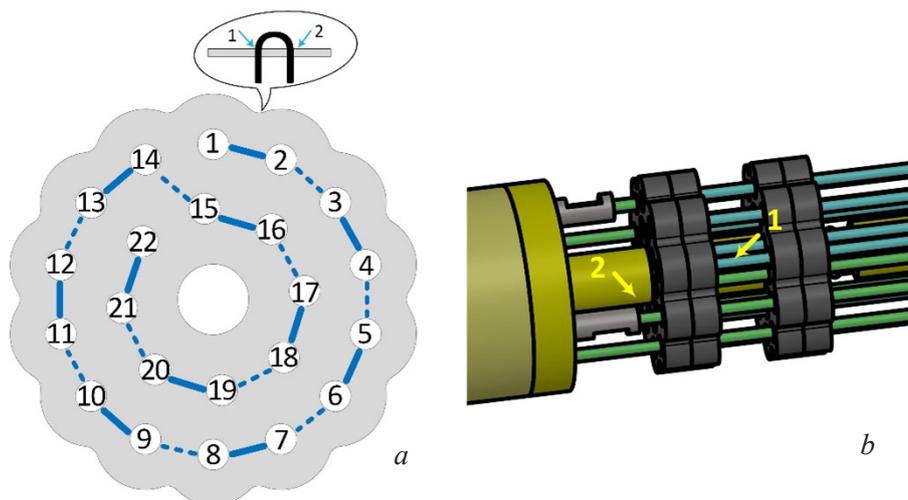


Рис. 5. Нумерация отверстий в керамическом элементе (диске), в которые вставляются прутки из сплава сопротивления, для построения графа (а) и два уровня (1 и 2) в холодной части нагревателя, на которых возможна коммутация прутков нагревателя, что также важно для построения графа (b)

Fig. 5. Numbering of the ceramic element (disk) holes into which the resistance alloy rods are inserted for constructing the graph (a) and two levels (1 and 2) in the cold part of the heater, at which commutation of the heater rods is possible, which is also important for constructing the graph (b)

соединенные прутки, а фактически все отверстия в керамическом элементе (диске), через которые они проходят (см. рис. 5, *a*). Видно, что если падение потенциала на каждом прутке составляет ΔU , а разность номеров между соседними ячейками – N , то между этими ячейками создается разность потенциалов $\Delta U \times N$. В указанном выше примере при последовательной сборке нагревателя максимальная разность потенциалов возникнет между точками 1 и 15 и составит 70 В при напряжении питания нагревателя 110 В (см. рис. 5, *a*). Именно в таких местах возникают пробой нагревателей при эксплуатации.

Несложно заметить, что предложенная нумерация дает алгоритм построения нумерованного упорядоченного графа [8]. Пусть наше рабочее поле (керамический диск) содержит фиксированное всегда четное количество отверстий (вершины графа) и их положение на диске строго задано. При построении графа не допускается исключение вершин из рассмотрения – из каждой вершины должно выходить хотя бы одно ребро. Не допускается также пересечение любых ребер графа. Для рассматриваемой проблемы граф – это совокупность вершин (отверстий в керамике) и ребер (U-образных элементов, соединяющих два соседних отверстия, сплошные линии на рис. 5, *a*). При этом можно отметить, что по физическому смыслу самого объекта, нагревателя, граф должен быть аperiодическим и не должен содержать никаких циклов, кроме одного главного. Последовательность соединения элементов в электрическую цепь представляет собой гамильтонов путь, а сам граф по определению является гамильтоновым графом.

Важным для дальнейшего рассмотрения является факт, что конструктивно основная коммутация прутков осуществляется на первом уровне в холодной части нагревателя (1 на рис. 5, *b*), а дополнительная коммутация для прутков, расположенных на большом расстоянии друг от друга, возможна на уровне 2 (2 на рис. 5, *b*). Это допускает более сложную коммутацию прутков нагревателя с разбиениями на подграфы (группы). В этом случае последовательно соединенные элементы не обязательно должны располагаться в соседних отверстиях керамики. Соответственно, числа в обозначениях элементов нагревателя не обязательно должны располагаться в соседних вершинах графа. Назовем весом графа максимальную разность номеров любых двух соседних вершин данного графа. Например, на рис. 5, *a* вес построенного графа равен $14 = 15 - 1 = 16 - 2$.

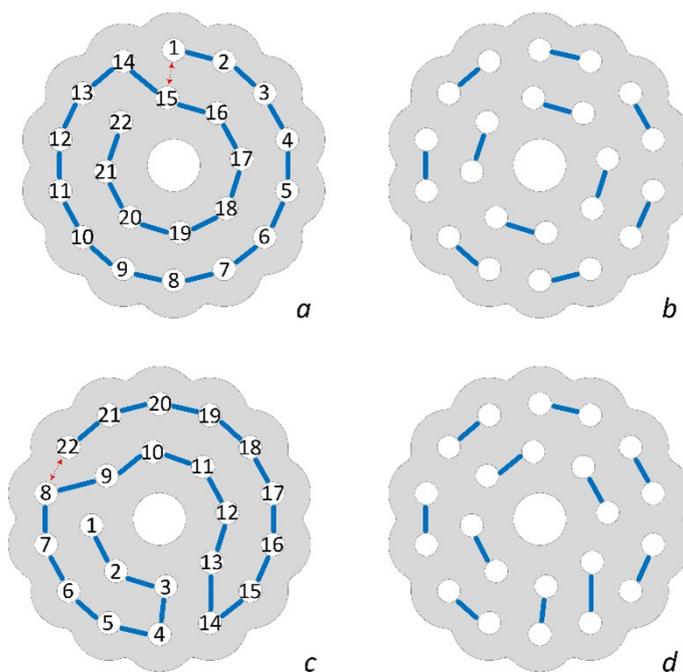


Рис. 6. Граф с весом 14 без разбиения на подграфы на рассматриваемом поле вершин (*a, c*) и общий вид коммутации нагревателя (вид сверху) (*b, d*)

Fig. 6. Graph with weight 14 without subdivision into subgraphs on the considered vertex field (*a, c*) and general view of the heater switching (top view) (*b, d*)

Окончание таблицы

Номер разбиения	Номер слагаемого											Вес графа
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
17	16	2	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–
18	14	4	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–
19	12	6	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–
20	12	4	4	2	–	–	–	–	–	–	–	–
21	10	8	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–
22	10	6	4	2	–	–	–	–	–	–	–	–
23	10	4	4	4	–	–	–	–	–	–	–	–
24	8	8	4	2	–	–	–	–	–	–	–	–
25	8	6	6	2	–	–	–	–	–	–	–	–
26	8	6	4	4	–	–	–	–	–	–	–	7
27	6	6	6	4	–	–	–	–	–	–	–	–
28	14	2	2	2	2	–	–	–	–	–	–	–
29	12	4	2	2	2	–	–	–	–	–	–	–
30	10	6	2	2	2	–	–	–	–	–	–	–
31	10	4	4	2	2	–	–	–	–	–	–	–
32	8	8	2	2	2	–	–	–	–	–	–	–
33	8	6	4	2	2	–	–	–	–	–	–	–
34	8	4	4	4	2	–	–	–	–	–	–	–
35	6	6	6	2	2	–	–	–	–	–	–	–
36	6	6	4	4	2	–	–	–	–	–	–	7
37	6	4	4	4	4	–	–	–	–	–	–	–
38	12	2	2	2	2	2	–	–	–	–	–	–
39	10	4	2	2	2	2	–	–	–	–	–	–
40	8	6	2	2	2	2	–	–	–	–	–	–
41	8	4	4	2	2	2	–	–	–	–	–	–
42	6	6	4	2	2	2	–	–	–	–	–	–
43	6	4	4	4	2	2	–	–	–	–	–	–
44	4	4	4	4	4	2	–	–	–	–	–	7
45	10	2	2	2	2	2	2	–	–	–	–	–
46	8	4	2	2	2	2	2	–	–	–	–	–
47	6	6	2	2	2	2	2	–	–	–	–	–
48	6	4	4	2	2	2	2	–	–	–	–	–
49	4	4	4	4	2	2	2	–	–	–	–	–
50	8	2	2	2	2	2	2	2	–	–	–	–
51	6	4	2	2	2	2	2	2	–	–	–	–
52	4	4	4	2	2	2	2	2	–	–	–	–
53	6	2	2	2	2	2	2	2	2	–	–	–
54	4	4	2	2	2	2	2	2	2	–	–	–
55	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	–	–
56	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	7

Работа с возможными разбиениями на заданном поле вершин позволила определить следующую картину. Введение всего одного разбиения позволяет уменьшить вес графа с 14 до 9 (рис. 6, 7), что в данном конкретном случае соответствует уменьшению разности потенциалов на керамике от 70 до 45 В. Такой вес возможно получить на разбиении $22 = 12 + 10$ (см. рис. 7). Дальнейшее увеличение числа подграфов не дает уже такого заметного эффекта. Так, при разбиении на 3 подграфа можно получить вес, равный 8, причем в нескольких вариантах: $22 = 10 + 6 + 6$ (рис. 8)

и $22 = 8 + 8 + 6$ (рис. 9). Дальнейшее увеличение числа подграфов с 3 по 4 позволяет уменьшить вес разбиения только до 7: $22 = 8 + 6 + 4 + 4$ (рис. 10). Данная картина может интуитивно подвигнуть к выводу, что увеличение числа разбиений до максимально возможного (11 раз по 2) позволит уменьшить вес разбиения чуть ли не до 1. Интересным математическим фактом является то обстоятельство, что это не так. У задачи существует нетривиальный минимум по весу разбиения в зависимости от количества подграфов. Вероятно, что на данном поле вершин таким минимумом является разбиение $22 = 8 + 6 + 4 + 4$ на 4 графа с весом 7 (см. рис. 10).

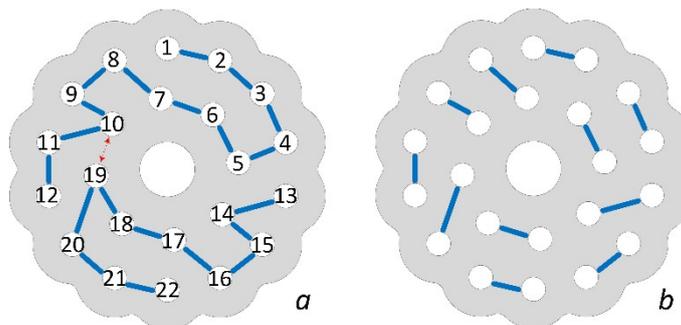


Рис. 7. Разбиение 22 вершин с весом 9 на 2 подграфа $\{12 + 10\}$ (a) и общий вид коммутации нагревателя (b)

Fig. 7. Partitioning of 22 vertices with weight 9 into 2 subgraphs $\{12 + 10\}$ (a) and general view of heater switching (b)

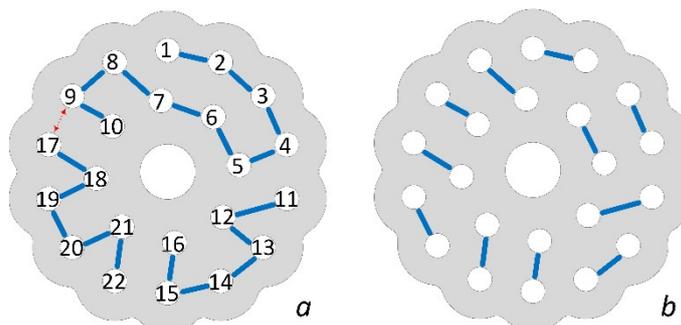


Рис. 8. Разбиение 22 вершин с весом 8 на 3 подграфа $\{10 + 6 + 6\}$ (a) и общий вид коммутации нагревателя (b)

Fig. 8. Partitioning of 22 vertices with weight 8 into 3 subgraphs $\{10 + 6 + 6\}$ (a) and general view of heater switching (b)

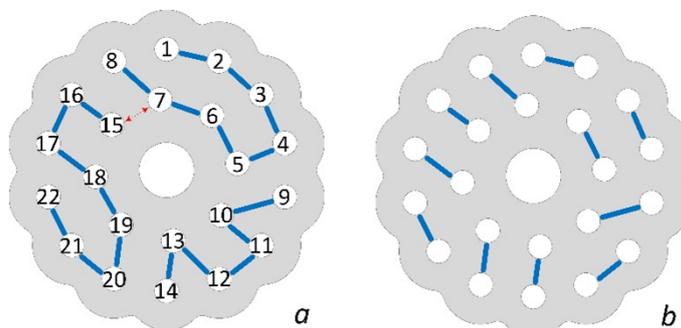


Рис. 9. Разбиение 22 вершин с весом 8 на 3 подграфа $\{8 + 8 + 6\}$ (a) и общий вид коммутации нагревателя (b)

Fig. 9. Partitioning of 22 vertices with weight 8 into 3 subgraphs $\{8 + 8 + 6\}$ (a) and general view of heater switching (b)

При увеличении разбиения до 5 слагаемых вес разбиения уже не уменьшается и остается постоянным, равным 7 (см. рис. 10, таблицу). Однако это утверждение не является математически строгим, вероятно, зависит от конфигурации вершин и требует отдельного рассмотрения.

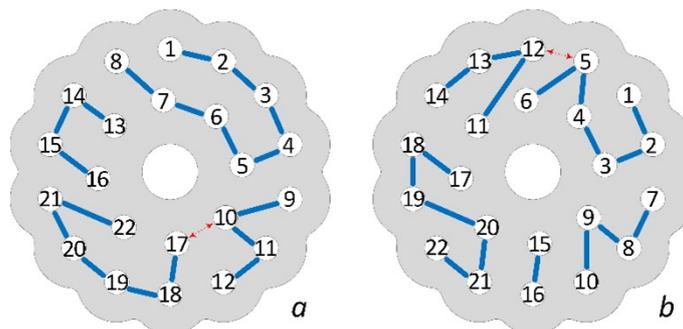


Рис. 10. Разбиение 22 вершин с весом 7 на 4 подграфа $\{8 + 6 + 4 + 4\}$ (a) и разбиение 22 вершин с весом 7 на 5 подграфов $\{6 + 6 + 4 + 4 + 2\}$ (b)

Fig. 10. Partitioning of 22 vertices with weight 7 into 4 subgraphs $\{8 + 6 + 4 + 4\}$ (a) and partitioning of 22 vertices with weight 7 into 5 subgraphs $\{6 + 6 + 4 + 4 + 2\}$

Отметим, что конфигурации графов с минимальным весом при заданном количестве разбиений (подграфов) обладают определенной внутренней симметрией (см. рис. 8, b; 9, b). Это косвенно указывает на корректность полученных решений. Следует упомянуть, что аддитивная теория чисел применялась и ранее для решения задач электрической коммутации [10].

Заключение. Проанализированы основные причины выхода из строя нагревателей типа радиационная труба для промышленных печей. Показано, что основной причиной выхода из строя нагревателей является электрический пробой керамической изоляции, связанный с плотным расположением нагревательных прутков. Предложен алгоритм анализа коммутации таких нагревателей, который позволяет оптимизировать подключение и уменьшить возникающую на электроизоляционной керамике разность потенциалов. Алгоритм основан на использовании теории разбиений из теории чисел и методов теории графов. Работа с разбиениями позволяет уменьшить при прочих равных условиях разность потенциалов на керамическом изоляторе с 70 по 35 В при разбиении прутков нагревателей на 4 группы. Для уменьшения разности потенциалов с 70 по 45 В достаточно разбить нагреватели всего на 2 группы, то есть приварить одну дополнительную перемычку.

Предложенные схемы коммутации и алгоритмы их построения могут применяться для создания высокотемпературных радиационных нагревателей с повышенным сроком службы. Математический алгоритм на основе теории графов и теории разбиений, приведенный в данной работе, может использоваться при построении оптимальной коммутации нагревателей с другой геометрией керамических дисков.

Список использованных источников

1. Гринчук, П. С. О проблемах развития отечественных технологий цементации конструкционных сталей / П. С. Гринчук, В. М. Константинов // Наука и инновации. – 2023. – № 1. – С. 19–23.
2. Гринчук, П. С. Математическое моделирование тепловых режимов работы электропечей сопротивления / П. С. Гринчук // Инженер.-физ. журн. – 2010. – Т. 83, № 1. – С. 28–37.
3. Электротермическое оборудование: справочник / под общ. ред. А. П. Альтгаузена, М. Я. Смелянского, М. С. Шевцова. – М.: Энергия, 1967. – 486, [1] с.
4. Хиппель, А. Р. Диэлектрики и их применение: пер. с англ. / А. Р. Хиппель. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 336 с.
5. Wilson, I. O. Magnesium oxide as a high-temperature insulant / I. O. Wilson // IEE Proceedings A (Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education, Reviews). – 1981. – Vol. 128, № 3. – P. 159–164. <https://doi.org/10.1049/ip-a-1.1981.0026>
6. Марковский, Л. Я. Химическая электротермия / Л. Я. Марковский, Д. Л. Оршанский, В. П. Прянишников. – Л.: М.: Госхимиздат, 1952. – 408 с.
7. Огнеупорные материалы на основе вторичных ресурсов и фосфатных соединений / К. Б. Подболотов [и др.] // Новые огнеупоры. – 2018. – № 12. – С. 9–13. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2018-12-9-13>
8. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
9. Эндрюс, Г. Теория разбиений: пер. с англ. / Г. Эндрюс. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
10. Brauer, A. A problem of additive number theory and its application in electrical engineering / A. Brauer // Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society. – 1945. – Vol. 61, №1/2. – P. 55–66.

References

1. Grinchuk P., Konstantinov V. On the problems of domestic technologies for the structural steels carburizing development. *Nauka i innovatsii = Science and Innovations*, 2023, no. 1, pp. 19–23 (in Russian).
2. Grinchuk P. S. Mathematical modeling of thermal operating regimes of electric resistance furnaces. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2010, vol. 83, no. 1, pp. 30–40. <https://doi.org/10.1007/s10891-010-0316-4>
3. Al'tgauzen A. P., Smelyanskii M. Ya., Shevtsov M. S. (eds.). *Electrothermal Equipment: Handbook*. Moscow, Energia Publ., 1967. 486 p. (in Russian).
4. Von Hippel, A. R. *Dielectric Materials and Applications; Papers by Twenty-Two Contributors*. Cambridge: published jointly by the Technology Press of M.I.T. and Wiley, 1954. 438 p.
5. Wilson I. O. Magnesium oxide as a high-temperature insulant. *IEE Proceedings A (Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education, Reviews)*, 1981, vol. 128, no. 3, pp. 159–164. <https://doi.org/10.1049/ip-a-1.1981.0026>
6. Markovsky L. Ya., Orshansky D. L., Pryanishnikov V. P. *Chemical Electrothermy*. Leningrad, Moscow, Goskhimizdat, Publ., 1952. 408 p. (in Russian).
7. Podbolotov K. B., Volochko A. T., Khort N. A., Gusarov S. V. Refractory materials on base of the secondary resources and phosphate compounds. *Novye ognepory = New Refractories*, 2018, no. 12, pp. 9–13 (in Russian). <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2018-12-9-13>
8. Harary F. *Graph Theory*. Addison-Wesley Publishing Company, 1969. IX, 274 p. <https://doi.org/10.21236/ad0705364>
9. Andrews G. E. *The Theory of Partitions*. Cambridge University Press, 1984. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511608650>
10. Brauer A. A problem of additive number theory and its application in electrical engineering. *Journal of the Elisha Mitchell Scientific Society*, 1945, vol. 61, no.1/2, pp. 55–66.