

**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ**

УДК 621.396.519

С. В. АНИКЕЕВ, В. А. КУРЕНЁВ

**СИНТЕЗ ДВУХКООРДИНАТНОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ  
СО СВЕРХБЫСТРЫМ СКАНИРОВАНИЕМ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ**

Военная академия Республики Беларусь

(Поступила в редакцию 05.12.2014)

**Введение.** В системах со сверхбыстрым сканированием диаграмм направленности [1, 2] осуществляется тремор луча радиолокационной станции в пределах сектора сканирования. Рассмотрим методику оптимальной нелинейной фильтрации в системах данного типа при измерении угловой координаты цели и ее дальности.

**Постановка задачи.** Модель наблюдения в одном периоде повторения сигнала  $T_r$  при измерении угловой координаты цели и ее дальности может быть записана в виде [3]

$$y(t) = \sqrt{2P_{\text{ск}}} \operatorname{Re} \dot{G}_p[\Omega(t - \tau_{\text{ц}} - \tau_3)] \dot{u}(t - \tau_{\text{ц}}) e^{j\omega_0 t} + n(t), \quad (1)$$

где  $\dot{G}_p(\Omega t)$  – комплексная диаграмма направленности (по мощности), модулирующая сигналы при качании луча;  $\Omega$  – угловая скорость движения приемопередающей диаграммы направленности в секторе  $\Phi$ ;  $\tau_{\text{ц}} = 2r_{\text{ц}}/c$  и  $\tau_3 = \theta_{\text{ц}}/\Omega$  – временные запаздывания сигналов, обусловленные дальностью и угловым положением цели.

Измеряемые координаты цели полагаем случайными функциями времени с описанием в пространстве состояний следующими уравнениями:

$$d\theta_{\text{ц}}(t)/dt = -\alpha_{\theta}\theta_{\text{ц}}(t) + g_{\theta}v_{\theta}(t), \quad (2)$$

$$dr_{\text{ц}}(t)/dt = -\alpha_r r_{\text{ц}}(t) + g_r v_r(t). \quad (3)$$

Здесь  $\alpha_{\theta}$ ,  $\alpha_r$ ,  $g_{\theta}$ ,  $g_r$  – постоянные коэффициенты;  $v_{\theta}(t)$ ,  $v_r(t)$  – статистически независимые белые шумы.

В качестве критерия оценивания выберем широко применяемый при синтезе измерительных систем критерий минимума дисперсии ошибки [4, с. 16]. С учетом этого задача статистического синтеза измерительной системы с тремором диаграмм направленности может быть сформулирована как задача оптимальной нелинейной фильтрации, т. е. определение на основе наблюдений (1) и априорных сведений (2), (3) алгоритма обработки принимаемого сигнала  $y(t)$  с целью непрерывного оценивания с минимальными среднеквадратическими ошибками компонент вектора состояний  $\|\theta_{\text{ц}}(t) \quad r_{\text{ц}}(t)\|^T$ .

**Решение задачи.** Для удобства дальнейшего изложения запишем модель наблюдения (1) и априорные уравнения (2), (3) в векторной форме:

$$y(t) = \mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{n}(t), \quad (4)$$

$$d\boldsymbol{\lambda}(t)/dt = \mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(t) + \mathbf{G}\mathbf{v}(t), \quad (5)$$

где  $\mathbf{s}(t, \boldsymbol{\lambda})$  – сигнал цели;  $\boldsymbol{\lambda}(t) = \|\theta_{\text{ц}}(t) \quad r_{\text{ц}}(t)\|^T$  –  $n$ -мерный вектор фильтруемых параметров. Белые шумы  $\mathbf{n}(t)$  и  $\mathbf{v}(t)$  считаются независимыми. Располагая наблюдаемой реализацией процесса  $\mathbf{y}(t)$  и априорными сведениями о фильтруемом процессе  $\boldsymbol{\lambda}(t)$ , необходимо для каждого момента времени  $t$  сформировать апостериорную плотность вероятности фильтруемого процесса, позволяющую получить его оценку  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}(t)$ , отвечающую заданному критерию качества.

В случае гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятности искомые уравнения фильтрации для принятой модели (4), (5) имеют вид [4, с. 493]

$$d\hat{\boldsymbol{\lambda}}(t)/dt = \mathbf{A}\hat{\boldsymbol{\lambda}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{Z}(t), \quad (6)$$

$$d\mathbf{K}(t)/dt = \mathbf{G}\mathbf{V}\mathbf{G}^T + \mathbf{K}(t)\mathbf{A}^T + \mathbf{A}\mathbf{K}(t) + \mathbf{K}(t)\frac{\partial\mathbf{Z}(t)}{\partial\boldsymbol{\lambda}^T}\mathbf{K}^T(t), \quad (7)$$

где  $\mathbf{K}(t)$  – корреляционная матрица ошибок оценок;

$$\mathbf{Z}(t) = \frac{\partial\mathbf{s}^T(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial\boldsymbol{\lambda}}\mathbf{N}^{-1}[\mathbf{y}(t) - \mathbf{s}(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}})] \quad (8)$$

– вектор сигналов ошибок оптимального многомерного дискриминатора.

Уравнения (6) и (7) дают общее решение задачи фильтрации марковских параметров  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  и должны интегрироваться совместно с априорными уравнениями (5) при заданных начальных условиях  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}(0)$ ,  $\mathbf{K}(0)$ . Уравнение (6) называется уравнением оценок и раскрывает структуру непосредственно измерителя, а уравнение (7) является уравнением для дисперсий и взаимных дисперсий ошибок фильтрации. Оно определяет коэффициенты усиления в сглаживающих цепях измерителя и раскрывает структуру канала регулирования усиления.

Уравнения фильтрации отдельных компонент вектора  $\boldsymbol{\lambda}(t)$  для  $q, p = \overline{1, n}$  имеют вид

$$d\hat{\lambda}_q(t)/dt = -\alpha_q\hat{\lambda}_q(t) + \sum_{p=1}^n K_{qp}(t)Z_p(t), \quad (9)$$

$$dK_{qq}(t)/dt = g_q^2V_q - 2\alpha_qK_{qq}(t) + \sum_{r,s=1}^n K_{qr}(t)\frac{\partial}{\partial\lambda_s}Z_r(t)K_{sq}(t), \quad (10)$$

$$dK_{qp}(t)/dt = -\alpha_qK_{qp}(t) - \alpha_pK_{qp}(t) + \sum_{r,s=1}^n K_{qr}(t)\frac{\partial}{\partial\lambda_s}Z_r(t)K_{sp}(t). \quad (11)$$

Здесь  $\hat{\lambda}$  – оценочное значение измеряемого параметра.

**Анализ статистических эквивалентов.** Потенциально достижимые характеристики системы измерения как при раздельном, так и при совместном измерении координат полностью зависят от статистических эквивалентов оптимальных дискриминаторов. В ряде случаев их нахождение имеет самостоятельный интерес.

Рассматривая измерение угловых координат и дальности в системах со сверхбыстрым сканированием диаграмм направленности, основное внимание уделяем статистическим эквивалентам оптимальных дискриминаторов. Для случая плоской задачи, поставленной выше, многомерный дискриминатор имеет два парциальных канала – угловой и дальномерный. Получим алгоритм функционирования применительно к модели наблюдений (1).

Предположим, что дальность до цели измерена. Тогда операции, выполняемые оптимальным дискриминатором угловой координаты исходя из (8), можно представить следующим образом:

$$Z_{\theta}(t) = -\frac{\sqrt{2P_{\text{ск}}}}{N_0} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial\dot{G}_p \left[ \Omega(t - \hat{\tau}_{\text{ц}} - \hat{\tau}_3) \right]}{\partial\theta_{\text{ц}}} \dot{u}(t - \hat{\tau}_{\text{ц}}) e^{j\omega_0 t} y(t) \right\}. \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что обработка принимаемых сигналов при сверхбыстром сканировании отличается от обработки при медленном сканировании [5, с. 686] тем, что стробирующие импульсы по форме совпадают с производной от диаграммы направленности, которая по длительности значительно меньше длительности импульса передатчика. Кроме того, временное положение стробирующих импульсов устанавливается не только с учетом измеренной задержки принятого сигнала от начала сканирования, но и с учетом известной дальности до цели.

Усредняя формулу (12) статистически, а имеющиеся периодические функции усредняя по периоду их повторения, получаем следующее выражение для дискриминационной характеристики углового дискриминатора:

$$\bar{Z}_\theta = -2\alpha q_{\text{ск}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \dot{C}_\theta(\Omega \Delta \tau_3)}{\partial \theta_{\text{ц}}} \right\},$$

где  $q_{\text{ск}} = P_{\text{ск}}/2\alpha N_0$  – отношение сигнал–шум в полосе  $\alpha$ , занимаемой задающим воздействием;  $\dot{C}_\theta(\Omega \Delta \tau_3)$  – комплексная корреляционная функция закона модуляции принятого колебания приемопередающей диаграммой направленности.

Дифференцируя выражение для сигнала ошибки по  $\Delta \theta_{\text{ц}}$  и полагая в результате ошибку равной нулю, находим его крутизну:

$$K_{\text{д}\theta} = -2\alpha q_{\text{ск}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_\theta(0)}{\partial \theta_{\text{ц}}^2} \right\}.$$

Спектральная плотность выходных флуктуаций на нулевой частоте, как показывают расчеты, совпадает с крутизной оптимального дискриминатора. Следовательно, эквивалентная спектральная плотность флуктуаций равна

$$S_{\theta_{\text{эКВ}}} = - \left( 2\alpha q_{\text{ск}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_\theta(0)}{\partial \theta_{\text{ц}}^2} \right\} \right)^{-1}.$$

Предположим теперь, что угловая координата цели известна. Тогда алгоритм формирования сигнала ошибки в дискриминаторе дальности имеет вид

$$Z_r(t) = - \frac{\sqrt{2P_{\text{ск}}}}{N_0} \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{ц}}}{\partial r_{\text{ц}}} \times \\ \times \operatorname{Re} \left\{ \Omega \frac{\partial \dot{G}_p \left[ \Omega(t - \hat{\tau}_{\text{ц}} - \hat{\tau}_3) \right]}{\partial r_{\text{ц}}} \dot{u}(t - \hat{\tau}_{\text{ц}}) + \dot{G}_p \left[ \Omega(t - \hat{\tau}_{\text{ц}} - \hat{\tau}_3) \right] \frac{\partial \dot{u}(t - \hat{\tau}_{\text{ц}})}{\partial r_{\text{ц}}} e^{j\omega_0 t} y(t) \right\}.$$

Входной сигнал обрабатывается в двух каналах. Первый из них представляет собой оптимальный дискриминатор когерентного угломера, а второй – оптимальный дискриминатор когерентного дальномера. Их выходы комплексировются путем весового суммирования с учетом скорости сканирования. Суммарный сигнал дискриминатора далее сглаживается линейной частью измерителя формируя оценочное значение дальности  $\hat{r}_{\text{ц}}$ . Последнее вводится в генератор опорных сигналов, управляющий временным положением стробирующих и селективирующих импульсов. При обычном медленном сканировании указанное весовое суммирование отсутствует, так как величина запаздывания сигнала  $\tau_{\text{ц}}$  по сравнению с  $\tau_3$  мала и не учитывается в модели (1) [5, с. 261]. При сканировании луча антенны за время длительности импульса передатчика учет  $\tau_{\text{ц}}$  принципиально необходим. Точная информация о дальности до цели может быть получена только на основе сведений о ее угловой координате.

Применяя обычную методику, изложенную в [5, с. 262], получаем дискриминационную характеристику дальномерного канала в виде

$$\bar{Z}_r = -2\alpha q_{\text{СК}} \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \operatorname{Re} \left\{ \Omega \frac{\partial \dot{C}_{\theta}(\Omega \Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}})}{\partial r_{\text{Ц}}} \dot{C}_{\tau}(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}}) + \dot{C}_{\theta}(\Omega \Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}}) \frac{\partial \dot{C}_{\tau}(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}})}{\partial r_{\text{Ц}}} \right\}.$$

Коэффициент преобразования дискриминатора следующий:

$$K_{\text{др}} = -2\alpha q_{\text{СК}} \left( \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \right)^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\tau}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\} \left[ 1 + \Omega^2 \frac{\operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\theta}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\tau}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\}} \right].$$

Он совпадает со спектральной плотностью выходных флуктуаций, что говорит об оптимальности схемы и позволяет записать  $S_{r_{\text{ЭКВ}}}$  таким образом:

$$S_{r_{\text{ЭКВ}}} = - \left[ 2\alpha q_{\text{СК}} \left( \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \right)^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\tau}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\} \left[ 1 + \Omega^2 \frac{\operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\theta}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\tau}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\}} \right] \right]^{-1}. \quad (13)$$

При  $\Omega = 0$  из уравнения (13) следует формула для  $S_{r_{\text{ЭКВ}}}$  когерентного дальномера с медленно сканирующей антенной [5, с. 266]:

$$S_{r_{\text{ЭКВ}}} = - \left[ 2\alpha q_{\text{СК}} \left( \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \right)^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial^2 \dot{C}_{\tau}(0)}{\partial r_{\text{Ц}}^2} \right\} \right]^{-1}.$$

При совместном измерении координат, когда измеряемыми в модели наблюдений (1) являются дальность и угловая координата цели, имеем следующие сигналы ошибок дискриминаторов:

$$Z_{\theta}(t) = - \frac{\sqrt{2P_{\text{СК}}}}{N_0} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \dot{G}_p \left[ \Omega(t - \tau_{\text{Ц}} - \hat{\tau}_3) \right]}{\partial \theta_{\text{Ц}}} \dot{u}(t - \tau_{\text{Ц}}) e^{j\omega_0 t} y(t) \right\}, \quad (14)$$

$$Z_r(t) = - \frac{\sqrt{2P_{\text{СК}}}}{N_0} \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \operatorname{Re} \left\{ \Omega \frac{\partial \dot{G}_p \left[ \Omega(t - \hat{\tau}_{\text{Ц}} - \tau_3) \right]}{\partial r_{\text{Ц}}} \dot{u}(t - \hat{\tau}_{\text{Ц}}) + \dot{G}_p \left[ \Omega(t - \hat{\tau}_{\text{Ц}} - \tau_3) \right] \frac{\partial \dot{u}(t - \hat{\tau}_{\text{Ц}})}{\partial r_{\text{Ц}}} e^{j\omega_0 t} y(t) \right\}. \quad (15)$$

Проводя статистическое усреднение выражений (14), (15) и усредняя периодические функции, получаем дискриминационные характеристики парциальных каналов в виде

$$\bar{Z}_{\theta} = -2\alpha q_{\text{СК}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial \dot{C}_{\theta} \left[ \Omega(\Delta \tau_{\text{Ц}} + \Delta \hat{\tau}_3) \right]}{\partial \theta_{\text{Ц}}} \dot{C}_{\theta}(\Delta \tau_{\text{Ц}}) \right\},$$

$$\bar{Z}_r = -2\alpha q_{\text{СК}} \frac{\partial \hat{\tau}_{\text{Ц}}}{\partial r_{\text{Ц}}} \operatorname{Re} \left\{ \Omega \frac{\partial \dot{C}_{\theta} \left[ \Omega(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}} + \Delta \tau_3) \right]}{\partial r_{\text{Ц}}} \dot{C}_{\tau}(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}}) + \dot{C}_{\theta} \left[ \Omega(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}} + \Delta \tau_3) \right] \frac{\partial \dot{C}_{\tau}(\Delta \hat{\tau}_{\text{Ц}})}{\partial r_{\text{Ц}}} \right\},$$

особенностью которых является наличие зависимости от всех рассогласований.

Связанная кодировка  $\theta_{\text{ц}}$  и  $r_{\text{ц}}$  в параметрах принимаемого сигнала приводит к появлению недиагональных элементов матрицы спектральных плотностей, т. е. к возникновению взаимной корреляции ошибок измерения. В случае сверхбыстрого сканирования значения ошибок совместного измерения угловой координаты выше, чем ошибок при раздельном измерении. Они растут с увеличением скорости сканирования  $\Omega$ .

Матрица крутизны при гауссовых аппроксимациях корреляционных функций следующая:

$$K_{\text{д}} = \begin{vmatrix} K_{\text{д}\theta} & \sqrt{K_{\text{д}\theta}K_{\text{д}r}} \frac{\Phi}{\theta_0} \\ \sqrt{K_{\text{д}\theta}K_{\text{д}r}} \frac{\Phi}{\theta_0} & K_{\text{д}r} \left( 1 + \frac{\Phi^2}{\theta_0^2} \right) \end{vmatrix},$$

где  $K_{\text{д}\theta}$  и  $K_{\text{д}r}$  – крутизны дискриминаторов углового и дальномерного каналов, соответствующие медленному сканированию диаграммы направленности.

Обращая эту матрицу, находим матрицу эквивалентных спектральных плотностей

$$S_{\text{экв}} = \begin{vmatrix} S_{\theta\text{экв}} \left( 1 + \frac{\Phi^2}{\theta_0^2} \right) & -\sqrt{S_{\theta\text{экв}}S_{r\text{экв}}} \frac{\Phi}{\theta_0} \\ -\sqrt{S_{\theta\text{экв}}S_{r\text{экв}}} \frac{\Phi}{\theta_0} & S_{r\text{экв}} \end{vmatrix}.$$

Из нее следует, что коэффициент корреляции ошибок измерения прямо пропорционален отношению сектора сканирования к ширине диаграммы направленности. Рост отношения  $\Phi/\theta_0$  особенно неблагоприятно сказывается на ошибках измерения угловой координаты. Если при малых скоростях сканирования, когда  $\frac{\tau_{\text{и}}}{T_{\text{ск}}} \ll 1$ , увеличение эквивалентной спектральной плотности в угловом дискриминаторе проявляется слабо, то при  $\frac{\tau_{\text{и}}}{T_{\text{ск}}} = 1$  эта зависимость является квадратичной.

Следует отметить, что при раздельном измерении угловых координат и дальности система со сверхбыстрым сканированием может дать выигрыш в точности и разрешающей способности только по дальности. В случае совместного измерения разрешающая способность по угловой координате остается прежней, как для медленного сканирования, а по дальности в  $\Phi/\theta_0$  раз выше. Однако ошибки измерения дальности совпадают с ошибками в случае медленного сканирования, а по угловой координате они увеличиваются квадратично с ростом сектора обзора. Од-

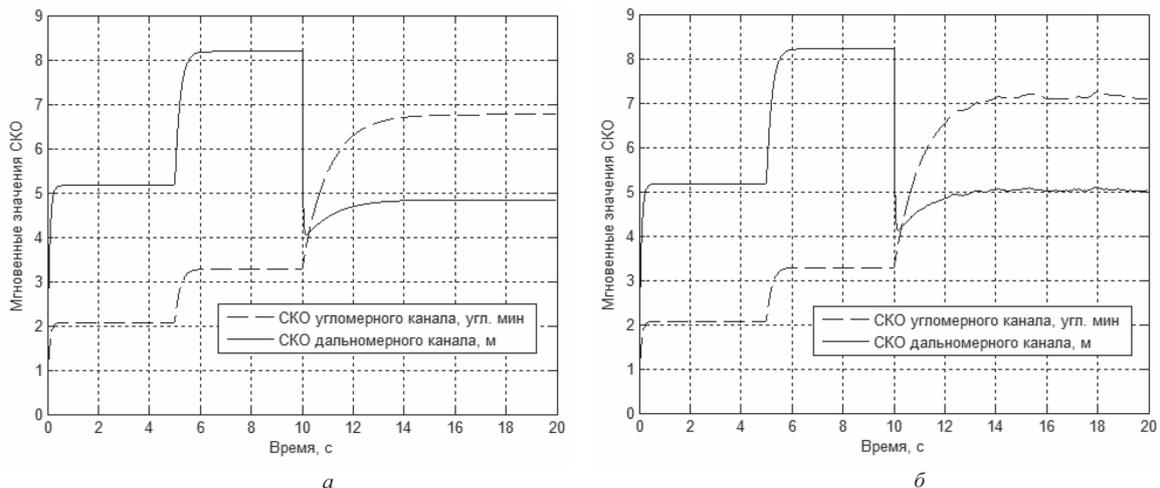


График потенциальных (а) и апостериорных (б) среднеквадратических отклонений (СКО) парциальных каналов

нако представленные результаты касаются точности единичных замеров угловых координат и дальности. Повышения точности измерения при сохранении высокой разрешающей способности по дальности можно достигнуть применяя сложные законы качания луча.

**Моделирование.** Для определения характеристик работы измерителя как в установившемся, так и переходном режимах статистическое моделирование проводилось в условиях комбинирования режимов работы: следящий прием (0–5 с), медленное сканирование приемопередающей антенной (5–10 с) и сверхбыстрое сканирование (10–20 с).

Усреднив апостериорные слагаемые уравнений фильтрации (9)–(11) по шумам наблюдения, а получаемый результат усреднив дополнительно по периоду повторения, получены значения потенциальных среднеквадратических отклонений ошибок фильтрации парциальных каналов (рисунок *a*).

Сравнительная характеристика режимов работы измерителей в условиях случайных задающих и возмущающих воздействий представлена на рисунке *б* (результаты получены при  $q_{\text{ск}} = 100$  и  $\Phi = 5$ ).

**Заключение.** При совместном измерении угловых координат и дальности сверхбыстрое сканирование обеспечивает высокую точность, разрешающую способность и быстродействие дальномерного канала. Для повышения точности измерения угловых координат при сверхбыстром сканировании можно использовать данные об угловых координатах цели от других источников информации или применять сложные законы качания луча.

Особенностью структурной схемы измерителя угловых координат и дальности со сверхбыстрым сканированием приемопередающей диаграммы направленности является взаимная связь каналов, которая позволяет существенно повысить разрешающую способность и точностные характеристики дальномера при простом зондирующем сигнале.

## Литература

1. Гинзбург В. М. Формирование и обработка изображений в реальном масштабе времени: методы быстрого сканирования. М., 1986. С. 14–22.
2. Куренёв В. А. Статистический синтез и анализ оптимальных измерителей со сверхбыстрым сканированием диаграмм направленности. Мн., 2004. С. 3–20.
3. Куренёв В. А., Аникеев С. В. // Сб. науч. ст. ВА РБ. 2014. № 26. С. 103–107.
4. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М., 2014. С. 16, 493.
5. Тартаковский Г. П. Вопросы статистической теории радиолокации. М., 1964. Т. 2. С. 261–266, 686.

*S. V. ANIKEEV, V. A. KURENJOV*

## SYNTHESIS OF TWO-COORDINATE MEASURER WITH DIRECTIONAL DIAGRAM ULTRA-SPEED SCANNING

### Summary

This article deals with the synthesis of the coordinate measurer structure in the direction diagrams ultra-speed scanning systems. The result obtained by the nonlinear optimal filtering methods of the random processes. The direction diagrams ultra-speed scanning systems are performed on the base of multidimensional discriminator channels interconnection.