

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

# ВЕСЦІ

## НАЦЫЯНАЛЬнай АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСІ

---

СЕРЫЯ ФІЗІКА-ТЭХНІЧНЫХ НАВУК. 2018. Т. 63, № 3

---

# ИЗВЕСТИЯ

## НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

---

СЕРИЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК. 2018. Т. 63, № 3

---

Журнал основан в 1956 г. как «Весці Акадэміі навук БССР. Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1992 г. – «Весці Акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1998 г. – современное название

Выходит четыре раза в год

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь, свидетельство о регистрации № 391 от 18 мая 2009 г.

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Главный редактор

**Петр Александрович Витязь** –

Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Редакционная коллегия

- А. П. Ласковнѳ** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь (*заместитель главного редактора*)
- И. А. Старостина** (*ведущий редактор журнала*)
- А. В. Белый** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
- В. Г. Залесский** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
- А. Ф. Ильюшенко** – Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии, Минск, Беларусь
- С. М. Костромицкий** – Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

- Л. Г. Красневский** – Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**А. П. Крень** – Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**Е. И. Марукович** – Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси, Могилев, Беларусь  
**Н. К. Мышкин** – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Гомель, Беларусь  
**О. Г. Пенязьков** – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**Ю. М. Плескачевский** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**В. М. Федосюк** – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению, Минск, Беларусь  
**М. Л. Хейфец** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**С. А. Чижик** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Р е д а к ц и о н н ы й с о в е т

- С. Воденичаров** – Институт металловедения, оборудования и технологий «Академик Ангел Балевский» с Центром по гидро- и аэродинамике Болгарской академии наук, София, Болгария  
**Ю. Гавлик** – Институт технологии машиностроения и автоматизации производства Краковской политехники (Технологический университет), Краков, Польша  
**Г. Жинтялис** – Литовская академия наук, Вильнюс, Литва  
**Б. Каталинич** – Дунайско-Адриатическая Ассоциация по автоматизации и производству (DAAAM), Венский технический университет, Вена, Австрия  
**В. В. Клубович** – Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси, Витебск, Беларусь  
**А. А. Михалевич** – Институт энергетики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь  
**А. Г. Наумовец** – Национальная академия наук Украины, Киев, Украина  
**К. А. Солнцев** – Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова, Москва, Россия  
**Л. Танович** – Белградский университет, Белград, Сербия  
**Б. М. Хрусталёв** – Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

*Адрес редакции:*

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, г. Минск, Республика Беларусь.  
Тел.: + 375 17 284-19-19; e-mail: ftvesti@mail.ru  
vestift.belnauka.by*

---

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ.

Серия физико-технических наук. 2018. Т. 63, № 3.

*Выходит на русском, белорусском и английском языках*

---

Редактор *И. А. Старостина*

Компьютерная верстка *О. Л. Смольской*

Подписано в печать 20.09.2018. Выход в свет 26.09.2018. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 62 экз. Заказ 193.

Цена: индивидуальная подписка – 10,66 руб., ведомственная подписка – 25,67 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск, Республика Беларусь

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука»,  
Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук, 2018

# PROCEEDINGS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

---

PHYSICAL-TECHNICAL SERIES, 2018, vol. 63, no. 3

---

The Journal was founded in 1956 under the titles  
“Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physical-technical series”,  
since 1992 – “Proceedings of the Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series”,  
since 1998 – it comes under its actual title

Issued four times a year

Founder is the National Academy of Sciences of Belarus

The Journal was registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus  
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 391

*The Journal is included in The List of Journals for Publication of the Results  
of Dissertation Research in the Republic of Belarus and in the database  
of Russian Science Citation Index (RSCI)*

E d i t o r - i n - C h i e f

**Pyotr A. Vityaz** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

E d i t o r i a l B o a r d

**Aleksandr P. Laskovnev** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
(Associate Editor-in-Chief)

**Irina A. Starostsina** (lead editor)

**Aleksei V. Byeli** – Physical-Engineering Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**Vitaliy G. Zalesky** – Physical-Engineering Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**Aleksandr F. Ilyuschenko** – State Scientific and Production Amalgamation of Powder Metallurgy, Minsk, Belarus

**Sergey M. Kostromitsky** – Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**Leonid G. Krasnevski** – Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**Aleksandr P. Kren** – Institute of Applied Physics of National Academy of Science of Belarus, Minsk, Belarus

**Evgenii I. Marukovich** – Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus, Mogilev, Belarus

**Nikolai K. Myshkin** – V. A. Bielyi Institute of Mechanics of Metal-Polymer Systems of the National Academy of Sciences of Belarus, Gomel, Belarus

**Oleg G. Penyazkov** – A. V. Lykov Institute of Heat and Mass Transfer of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**Yury M. Pleskachevsky** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
**Valeri M. Fedosyuk** – Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
**Mikhail L. Kheifets** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
**Sergey A. Chizhik** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

E d i t o r i a l   C o u n c i l

**Stephan Vodenicharov** – Institute of Metal Science, Equipment and Technologies “Acad. A. Balevski” with Hydro- and Aerodynamics Centre of Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria  
**Jozef Gawlik** – Institute for Manufacturing Engineering and Automation of Cracow University of Technology, Poland  
**Gintautas Žintelis** – Lithuanian Academy of Sciences, Vilnius, Lithuania  
**Branko Katalinic** – DAAAM International Vienna, TU Wien, Wien, Austria  
**Vladimir V. Klubovich** – Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus, Vitebsk, Belarus  
**Aleksandr A. Mikhalevich** – Institute of Power of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus  
**Anton G. Naumovets** – National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine  
**Konstantsin A. Solntsev** – A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Material Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
**Lyubodrag Tanovich** – University of Belgrade, Belgrade, Serbia  
**Boris M. Khrustal'ov** – Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

*Address of the Editorial Office:*

*1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.  
Tel.: + 375 17 284-19-19; e-mail: ftvesti@mail.ru  
vestift.belnauka.by*

---

PROCEEDING OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS.

Physical-technical series, 2018, vol. 63, no. 3.

*Printed in Russian, Belarusian and English languages*

---

Editor *I. A. Starostina*

Computer imposition *V. L. Smolskaya*

It is sent of the press 20.09.2018. Appearance 26.09.2018. Format 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Offset paper.  
The press digital. Printed pages 14,88. Publisher's signatures 16,4. Circulation 62 copies. Order 193.  
Price: individual subscription – 10,66 byn., departmental subscription – 25,67 byn.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise “Publishing House “Belaruskaya Navuka”.  
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions  
No. 1/18 dated August 2, 2013. License for the press no. 02330/455 dated December 30, 2013.  
Address: F. Scorina Str., 40, 220141, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE “Publishing House “Belaruskaya Navuka”,  
Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 2018



ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ

<b>Ильющенко А. Ф., Булойчик В. М., Кривонос О. К., Петюшик Е. Е.</b> Формализация процесса и разработка алгоритма твердофазного смешивания компонентов гетерогенного композиционного материала .....	263
<b>Витязь П. А., Сенють В. Т., Хейфец М. Л., Колмаков А. Г.</b> Получение алюмоматричного композиционного материала, модифицированного наноструктурным кубическим нитридом бора .....	271
<b>Чекан Н. М., Акула И. П., Шпак Е. П., Навицкий А. Н.</b> Структура и оптические свойства покрытий алмазоподобного углерода .....	280
<b>Шепелевич В. Г., Гусакова О. В., Гусакова С. В.</b> Фазовый состав, микроструктура и микротвердость сплава In–Sn, полученного высокоскоростной кристаллизацией .....	290

### МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

<b>Томило В. А.</b> Принципы проектирования станов штучной периодической прокатки для предприятий машиностроения .....	297
--	-----

### ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

<b>Пицуха Е. А., Бучилко Э. К., Теплицкий Ю. С.</b> О закономерностях вихревых течений в циклонно-слоевой камере .....	307
<b>Кот В. А.</b> Интегральный метод решения задач теплопроводности с граничным условием второго рода. 2. Анализ точности .....	318
<b>Ольшанский А. И., Жерносек С. В., Гусаров А. М.</b> Аналитический расчет температуры в процессе сушки тонких капиллярно-пористых плоских материалов .....	333
<b>Босяков М. Н., Козлов А. А.</b> Энергетические и газодинамические характеристики установок ионного азотирования промышленного типа .....	342

### РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

<b>Шаронов Г. В., Гусаков Г. А., Жарин А. Л., Тявловский А. К., Мухуров Н. И.</b> Совершенствование технологии изготовления и контроля качества зеркал-отражателей из алюминиевого сплава .....	351
<b>Колосов С. В., Запевалов В. Е., Зайцева И. Е.</b> Исследование перестраиваемого гиротрона на конусообразном волноводе .....	358
<b>Яцына Ю. Ф., Гриднев Ю. В.</b> Компьютерное моделирование контура управления беспилотного авиационного комплекса для обеспечения устойчивости и управляемости .....	368

### УЧЕНЫЕ БЕЛАРУСИ

<b>Александр Александрович Михалевич (К 80-летию со дня рождения) .....</b>	381
<b>Леонид Григорьевич Красневский (К 80-летию со дня рождения) .....</b>	383

**CONTENTS****MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY**

<b>Ilyushchanka A. Ph., Buloichyk V. M., Kryvanos A. K., Piatsiushyk Ya. Ya.</b> Formalization of the process and development of an algorithm for solid-phase mixing of components of a heterogeneous composite material .....	263
<b>Vityaz P. A., Senyut V. T., Kheifetz M. L., Kolmakov A. G.</b> Production of alumo-matrix composite material modified by nanostructured cubic boron nitride .....	271
<b>Chekan N. M., Akula I. P., Shpak E. P., Navitskii A. N.</b> Structure and optical properties of diamond-like carbon coatings .....	280
<b>Shepelevich V. G., Gusakova O. V., Husakova S. V.</b> Phase composition, microstructure and microhardness of alloy In–Sn, obtained by rapid crystallization .....	290

**MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS**

<b>Tamila V. A.</b> Design principles of single-stage rolling mills for machine-building industries .....	297
---	-----

**POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER**

<b>Pitsukha E. A., Buchilko E. K., Teplitskii Yu. S.</b> Investigation of the regularities of vortical flows in a cyclone-bed chamber .....	307
<b>Kot V. A.</b> Integral method of solving heat-conduction problems with boundary condition of the second-kind. 2. Analysis of accuracy .....	318
<b>Ol'shanskii A. I., Zhernosek S. V., Gusarov A. M.</b> Calculation of the kinetics of heat transfer using the experimental data of moisture exchange in the process of convective drying of thin flat materials .....	333
<b>Bosyakov M. N., Kozlov A. A.</b> Energy and gas dynamic characteristics of ionization nitrogen installations of industrial type .....	342

**RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING**

<b>Sharonov G. V., Gusakov G. A., Zharin A. L., Tyavlovskii A. K., Mukhurov N. I.</b> Improvement of technology of manufacturing and control of quality of mirrors-reflectors from aluminium alloy .....	351
<b>KolosoV S. V., Zapevalov V. E., Zaitseva I. E.</b> Investigation of tunable gyrotron on a cone-shaped waveguide ...	358
<b>Yatsyna Y. F., Gridnev Y. V.</b> Computer simulation of control contour of unmanned aviation complex to provide robustness and controllability .....	368

**SCIENTISTS OF BELARUS**

<b>Alexander Alexandrovich Mikhalevich (To the 80<sup>th</sup> Anniversary)</b> .....	381
<b>Leonid Grigorievich Krasnevski (To the 80<sup>th</sup> Anniversary)</b> .....	383

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

**МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ**  
*MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY*

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.454.3

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-263-270>

Поступила в редакцию 29.03.2018

Received 29.03.2018

**А. Ф. Ильющенко<sup>1,2</sup>, В. М. Булойчик<sup>3</sup>, О. К. Кривонос<sup>1</sup>, Е. Е. Петюшик<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии, Минск, Беларусь

<sup>2</sup>Институт порошковой металлургии, Минск, Беларусь

<sup>3</sup>Военная академия Республики Беларусь, Минск, Беларусь

**ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА  
ТВЕРДОФАЗНОГО СМЕШИВАНИЯ КОМПОНЕНТОВ  
ГЕТЕРОГЕННОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА**

**Аннотация.** Рассмотрен один из подходов к моделированию процесса смешивания полидисперсных порошков, включающих три основные фракции различных размеров, форма которых приближается к сферической. Такой подход позволяет снизить материальные издержки на стадии разработки технологических процессов смешивания благодаря уменьшению количества проводимых экспериментов. Для получения наиболее равномерного смешивания при минимальном времени технологического процесса в основу разрабатываемой модели положена целевая функция за определенное число итераций смешивания композиции получения требуемой плотности (максимально возможной) упаковки смешиваемых частиц твердой фазы.

С целью разработки модели процесса смешивания использовался один из эвристических алгоритмов – метод отжига металла. В качестве представительного элемента модели принята элементарная ячейка в виде гексогонально плотно упакованных частиц вокруг одной, введенной в состав композиционного материала (в небольшом количестве, от 5 до 15 %) в качестве модификатора. Модель формализована с условием усреднения размеров частиц в пределах каждой из фракций, а также морфологии их поверхности. Количество итераций переупаковки частиц рассчитывается по вероятности получения минимального объема пустот в составе представительного элемента и равномерности распределения модифицирующего элемента.

Сопоставление значений, полученных в ходе моделирования, с измеренными значениями результатов перемешивания на конкретном смесителе позволят сформировать шкалу соответствия результатов моделирования режимам работы технологического оборудования. Это обеспечит возможность прогнозирования целесообразных режимов смешивания еще на этапе разработки технологического процесса при колебаниях характеристик поставляемого сырья и тем самым создать методологические основы для формирования системы управления качеством изготовления гетерогенного композиционного материала. Модель может быть адаптирована для полидисперсных порошков с содержанием более трех основных фракций.

**Ключевые слова:** гетерогенный композиционный материал, полидисперсный порошок, плотность упаковки, моделирование, метод отжига металла

**Для цитирования.** Формализация процесса и разработка алгоритма твердофазного смешивания компонентов гетерогенного композиционного материала / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 263–270. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-263-270>

**A. Ph. Ilyushchanka<sup>1,2</sup>, V. M. Buloichyk<sup>3</sup>, A. K. Kryvanos<sup>1</sup>, Ya. Ya. Piatsiushyk<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>State Research and Production Powder Metallurgy Association, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>Powder Metallurgy Institute, Minsk, Belarus

<sup>3</sup>Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus

**FORMALIZATION OF THE PROCESS AND DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM  
FOR SOLID-PHASE MIXING OF COMPONENTS OF A HETEROGENEOUS COMPOSITE MATERIAL**

**Abstract.** The article considers one of the approaches to modeling the process of mixing of polydisperse powders, which includes three main fractions of different sizes, the shape of which is close to spherical. The work is aimed at reducing material costs at the stage of development of mixing processes by reducing the number of experiments. Aiming to obtain the most uniform mixing with the minimum time of the technological process, the model is based on the target function for a certain number of iterations of mixing of the composition to obtain the required (maximum possible) density of the package of mixed solid particles.

To develop a model of the mixing process, one of the heuristic algorithms – the “metal annealing method” – was used. As a representative element of the model, an elementary cell in the form of several hexagonal densely packed particles around one introduced into the composition of the composite material (in a small amount, from 5 to 15 %) as a modifier was adopted. The model is formalized with the condition of averaging the particle sizes within each fraction, as well as the morphology of their surface. The number of particle repackaging iterations is calculated by the probability of obtaining the minimum amount of voids in the representative element and the uniformity of distribution of the modifying element.

Comparison of the values obtained during the simulation with the measured values of the mixing results on a specific mixer will form a scale of compliance of the simulation results with the operating modes of the process equipment. This will make it possible to predict the appropriate mixing modes at the stage of development of the technological process with the possible system of fluctuations in the characteristics of the supplied raw materials and, thereby, to create a methodological basis for the formation of quality management of manufacturing heterogeneous composite material. The model can be adapted for polydisperse powders with the content of the main fractions of more than three.

**Keywords:** heterogeneous composite material, polydisperse powder, packing density, modeling, method of metal annealing

**For citation.** Plyushchanka A. Ph., Bulochyk V. M., Kryvanos A. K., Piatsiushyk Ya. Ya. Formalization of the process and development of an algorithm for solid-phase mixing of components of a heterogeneous composite material. *Vestsi Natsyonal'noi akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 263–270 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-263-270>

**Введение.** Энергонасыщенные гетерогенные композиционные материалы (ГКМ) представляют собой смесь равномерно распределенных полидисперсных частиц твердой фазы размером от 40 до 400 мкм в количестве 75–85 мас.% в виде аммониевой соли хлорной кислоты, алюминиевого порошка или циклического нитрамина в среде полимерного связующего [1]. За счет подбора фракций этих компонентов и их количества обеспечивается наиболее плотная упаковка частиц твердой фазы [2], а за счет определения необходимого числа циклов смешивания – равномерность распределения частиц каждой фракции по всему объему смеси.

В большинстве случаев способы и режимы смешивания компонентов твердой фазы ГКМ определяют эмпирически, с учетом анализа большого числа опытов, предполагающих подбор целесообразной последовательности добавления составных частей в общую композицию, времени ее смешивания, скорости вращения рабочего органа смесителя, температуры и значения вакуума в рабочей камере смесителя и других характеристик технологического процесса. Как известно, такой подход достаточно длителен по времени, так как предполагает периодическую остановку процесса изготовления композиционного материала на определенном этапе для отбора проб и проведения соответствующих измерений. При этом следует учитывать, что полученные в ходе проведенных измерений данные не всегда изменяются соответствующим образом при масштабировании процесса изготовления ГКМ. В свою очередь, изготовление ГКМ в требуемых объемах для проведения измерений из-за высокой стоимости сырьевых материалов и необходимости последующей утилизации экспериментальных образцов является достаточно затратным методом исследования.

Одним из методов, обеспечивающих минимизацию числа опытов, а соответственно, и снижение затрат на получение искомого результата, является моделирование исследуемого процесса в целях последующего подбора необходимых параметров технологии изготовления ГКМ.

В [3] рассмотрены общие подходы к моделированию процесса смешивания твердой фазы ГКМ на основе генетического алгоритма и осуществлена постановка задачи для синтеза алгоритма исследования. Однако дальнейшая формализация рассматриваемого процесса на основе предложенного метода вызвала определенные трудности при формировании необходимого числа «популяций». Поэтому для последующей разработки модели смешивания (завершения формализации и построения алгоритма моделирования) использовался метод отжига металла [4].

**Постановка задачи исследования.** За основу принят состав ГКМ, изготовленный на основе двухфракционного состава (крупной и мелкой фракций) аммониевой соли хлорной кислоты ( $\text{NH}_4\text{ClO}_4$ ), описанный в [2], модифицированный 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазадициклогексаном ( $\text{CH}_2\text{N}_3(\text{NO}_2)_3$ ) [5]. В рассматриваемой задаче смешиванию подлежат частицы трех типов. Объемы смешиваемого материала обозначим  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$  соответственно. Объем существующих «пустот» между отдельными частицами этих веществ обозначим  $V_0$ . Тогда объем всей смеси ГКМ ( $V$ ) примет значение

$$V_c = V_0 + V_1 + V_2 + V_3. \quad (1)$$

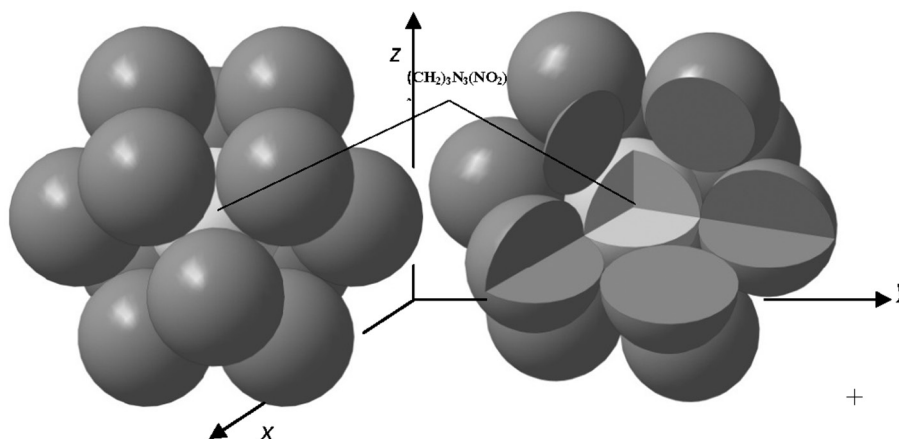


Рис. 1. Элементарная ячейка для 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана и крупной фракции аммониевой соли хлорной кислоты

Fig. 1. Elementary cell for 1,3,5-trinitro-1,3,5-triazacyclohexane and large fraction of ammonium salt of chloric acid

В последующих рассуждениях будем рассматривать не всю смесь, а усредненную элементарную ячейку ГКМ в составе  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  количества частиц каждого типа. Проведенные в [2, 3] расчеты показали, что элементарной ячейкой для принятого за основу состава ГКМ является ячейка, имеющая гексагонально плотную упаковку и включающая: одну частицу 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана, расположенную в центре принятой элементарной ячейки; 12 частиц крупной фракции аммониевой соли хлорной кислоты, плотно примыкающих к частице 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана.

На рис. 1 представлен вид рассматриваемой элементарной ячейки.

В данном примере количество частиц каждого типа принято  $n_1 = 1$  и  $n_2 = 12$  соответственно. При этом между примерно одинаковыми  $13 = n_1 + n_2$  шарами будут иметь место 13 октаэдрических и 26 тетраэдрических пустот, совокупность объемов которых определяет плотность упаковки  $\phi$ . Эти пустоты заполняются частицами мелкой фракции аммониевой соли хлорной кислоты в количестве  $n_3$ . В реальном представлении  $n_3$  изменяется в диапазоне от 100 до 400.

Обозначим:  $r_{10}$  – средний радиус частицы 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана;  $r_{20}$  – средний радиус частицы крупной фракции аммониевой соли хлорной кислоты;  $r_{30}$  – средний радиус частицы мелкой фракции аммониевой соли хлорной кислоты.

Вся ячейка может быть описана сферой, поверхность которой проходит по касательной наружных точек крупных частиц с радиусом  $r_c$  и объемом  $v_c$ .

В первом приближении  $r_c \approx r_{10} + 2r_{20}$ .

С учетом плотности упаковки объем такой элементарной ячейки имеет значение

$$v_c = \frac{4}{3} \pi r_c^3 \phi. \quad (2)$$

**Формализация процесса смешивания твердой фазы ГКМ.** Процесс формирования смеси представим как случайный процесс заполнения элементарной ячейки частицами трех типов и будем его воспроизводить с помощью алгоритма отжига металла [6].

Примем, что объем отдельно взятой частицы первого типа со средним радиусом  $r_{10}$  составит  $v_1$ , объем частицы второго типа со средним радиусом  $r_{20}$  –  $v_2$  и объем частицы третьего типа со средним радиусом  $r_{30}$  –  $v_3$ .

В этом случае общее число  $M_1$  частиц 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана в исходном материале примет значение

$$M_1 = \frac{V_1}{v_1} = V_1 \frac{3}{4\pi r_{10}^3}. \quad (3)$$

Аналогично в исходном материале число частиц  $M_2$  и  $M_3$  (аммониевой соли хлорной кислоты крупной и мелкой фракции соответственно) примут значения

$$M_2 = \frac{V_2}{v_2} = V_2 \frac{3}{4\pi r_{20}^3} \text{ и } M_3 = \frac{V_3}{v_3} = V_3 \frac{3}{4\pi r_{30}^3}. \quad (4)$$

Суммарное число частиц всех трех типов запишется как

$$M_c = M_1 + M_2 + M_3. \quad (5)$$

Считая равномерным распределение частиц в исходном материале, оценим вероятность того, что в начале этого процесса в ячейку попадет частица 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазадициклогексана:

$$p_1 = \frac{M_1}{M_c}. \quad (6)$$

Для вероятности попадания в элементарную ячейку частиц крупной и мелкой фракций аммониевой соли хлорной кислоты можно записать соответственно

$$p_2 = \frac{M_2}{M_c}, \quad p_3 = \frac{M_3}{M_c}. \quad (7)$$

Из условия нормировки вероятность формирования пустот в пределах выбранной элементарной ячейки примет значение

$$p_0 = 1 - p_1 - p_2 - p_3. \quad (8)$$

Циклическая пошаговая ( $i = 1, 2, \dots$ ) процедура получения наиболее плотной упаковки частиц заключается в формировании такой средней по всей смеси ячейки, в которой ее объем принимает наименьшее значение, а число частиц каждого типа должно быть  $n_1, n_2$  и  $n_3$ . Искомую ячейку, представляющую окончательное решение поставленной задачи, будем характеризовать вектором, который имеет координаты  $X^{\text{opt}} = X[n_1, n_2, n_3, v_c^{\text{min}}]$ .

На первом шаге итерационной процедуры объем ячейки примет значение

$$v_c^1 = v_c = \frac{4}{3} \pi r_{\text{я}}^3 \phi^1. \quad (9)$$

Это выражение будет характерно для элементарной ячейки, формируемой имеющими сферическую форму частицами с одинаковыми линейными размерами. В то же время частицы аммониевой соли хлорной кислоты и 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазадициклогексана чаще всего имеют форму, близкую к сферической, с показателем фактора формы  $K_{\phi} \geq 0,9$  и некоторыми расхождениями в линейных размерах, определяемыми разницей между размерами ячеек используемых сит. Морфология поверхности частиц крупной фракции аммониевой соли хлорной кислоты и 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазадициклогексана с измеренными их линейными размерами представлена на рис. 2.

В дальнейшем с учетом значения фактора формы  $K_{\phi} \geq 0,9$  этим показателем можно пренебречь. Из рис. 2 следует, что наиболее приемлемым описанием отдельных частиц будет представление их в виде шаров со случайным радиусом:

$$\begin{aligned} r_1 &= r_{10} + \Delta r_1 (\xi_1 - 0,5); \\ r_2 &= r_{20} + \Delta r_2 (\xi_2 - 0,5); \\ r_3 &= r_{30} + \Delta r_3 (\xi_3 - 0,5), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Delta r_1, \Delta r_2, \Delta r_3$  – максимальное отклонение радиусов частиц соответствующего типа от их средних значений  $r_{10}, r_{20}, r_{30}$ ;  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  – случайные величины с равномерным в интервале  $[0; 1]$  законом распределения.



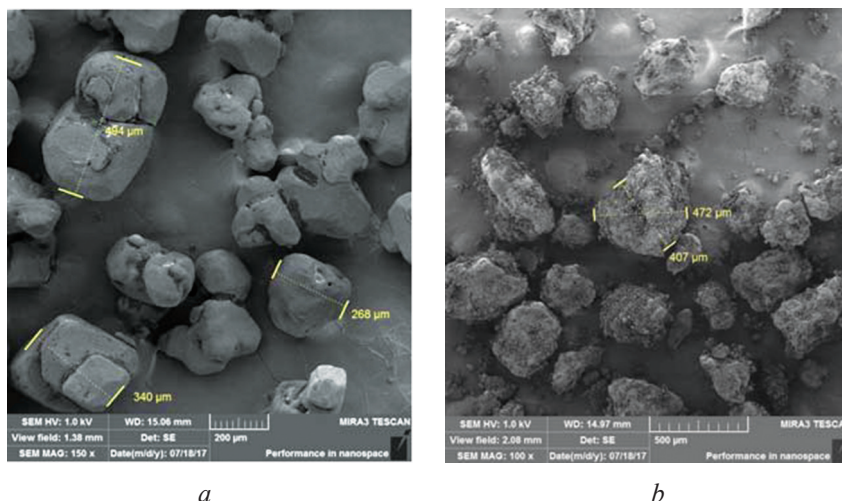


Рис. 2. Морфология крупной фракции аммониевой соли хлорной кислоты (а) и 1,3,5-тринитро-1,3,5-триазациклогексана (б)

Fig. 2. Morphology of coarse fraction of ammonium salt of perchloric acid (a), and 1,3,5-trinitro-1,3,5-triazacyclohexane (b)

**Разработка алгоритма построения частного решения.** Процедуру формирования содержимого элементарной ячейки представим следующими действиями.

С помощью датчика случайных чисел выбираем число  $\zeta$ , равномерно распределенное на интервале  $[0;1]$ .

Если  $\zeta \in [0, p_1]$ , то принимаем решение о попадании в элементарную ячейку частицы первого типа.

Если  $\zeta \in [p_1, p_2]$ , то принимаем решение о попадании в элементарную ячейку частицы второго типа.

Если  $\zeta \in [p_2, p_3]$ , то принимаем решение о попадании в элементарную ячейку частицы третьего типа.

Если  $\zeta \in [p_3, 1]$ , то принимаем решение о непопадании в элементарную ячейку ни одной частицы (то есть о наличии пустоты в данном цикле процедуры).

Приведенные вычисления повторяются  $N = n_1 + n_2 + n_3$  число раз, соответствующих числу всех частиц, которое должно входить в состав будущей «идеальной» ячейки. В результате на первом шаге итерационной процедуры будет сформирована элементарная ячейка, характеризующаяся вектором  $X^1 = X^1[n_1^1, n_2^1, n_3^1, v_c^1]$ .

По приведенной схеме в последующем на каждом  $i$ -м шаге итерационной процедуры формируются элементарные ячейки со случайной структурой, то есть строится так называемое частное  $i$ -е решение, которое в соответствии с алгоритмом отжига металла должно далее совершенствоваться (то есть ячейка будет уплотняться) по мере перемешивания.

Обозначим  $n_1^i, n_2^i, n_3^i$  – случайно выбранное в элементарную ячейку в процессе перемешивания на  $i$ -м шаге число частиц первого, второго и третьего типа соответственно. Такую ячейку будем характеризовать вектором, имеющим координаты  $X^i = X^i[n_1^i, n_2^i, n_3^i, v_0^i]$ .

Тогда можно записать

$$v_1^i = n_1^i \frac{4}{3} \pi r_1^3, v_2^i = n_2^i \frac{4}{3} \pi r_2^3, v_3^i = n_3^i \frac{4}{3} \pi r_3^3. \quad (11)$$

Для получения значения объема пустот  $v_0$  воспользуемся соотношением

$$v_0^i = v_c^i - (v_1^i + v_2^i + v_3^i). \quad (12)$$

Качество полученных ячеек (эффективность каждого частного решения  $X_i$ ) будем характеризовать близостью вектора  $X_i$  к вектору  $X^{\text{opt}} = X[n_1, n_2, n_3, v_c^{\text{min}}]$ . Для этого рассчитывается величина



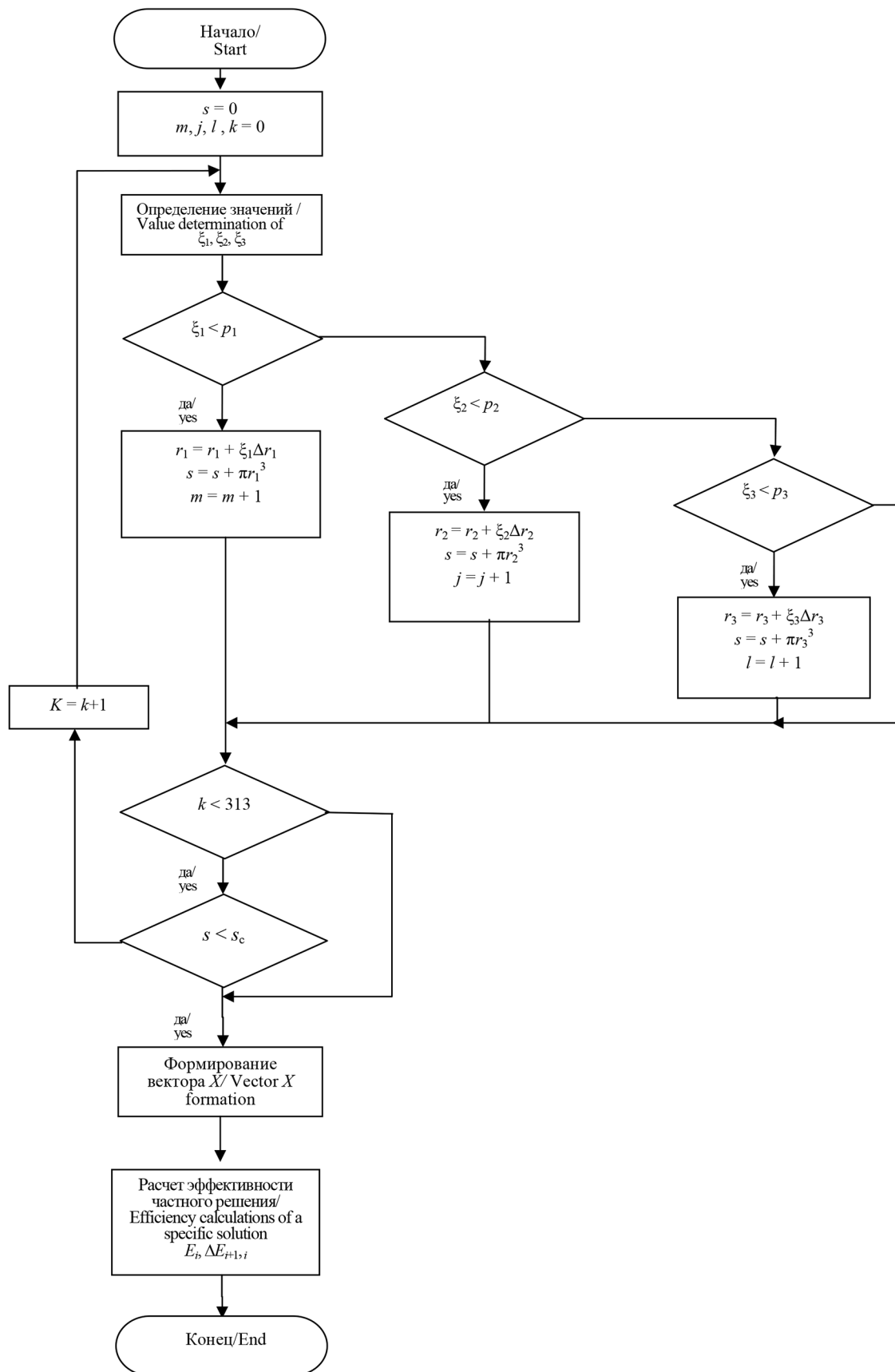


Рис. 3. Алгоритм построения частного решения  
 Fig. 3. Algorithm for construction of particular solution

$$E_i = [(n_1 - n_1^i)^2 r_1^3 + (n_2 - n_2^i)^2 r_2^3 + (n_3 - n_3^i)^2 r_3^3], \quad (13)$$

а на каждом последующем  $(i+1)$ -м шаге определяется разница

$$\Delta E_{i+1, i} = E_{i+1} - E_i. \quad (14)$$

Алгоритм построения частного решения приведен на рис. 3.

Если  $\Delta E_{i+1, i} < 0$ , то новое решение лучше предыдущего и запоминается. В ином случае, прежде чем его отбросить и перейти к следующей итерации, оценивается вероятность сохранения полученного «плохого» решения. Эта вероятность зависит от так называемой температуры отжига. Аналогом «температуры отжига» принимается объем элементарной ячейки  $v_c^{i+1}$ , уменьшающийся от итерации к итерации. Закон изменения объема смеси (то есть закон уплотнения элементарной ячейки) предлагается принять следующим:

$$v_c^i = v_{co} \left[ 1 + \frac{1}{i^\alpha} \right], \quad i = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Здесь  $\alpha \in [1; 2; 3]$  – настроечный коэффициент, регулирующий скорость отжига;  $v_{co}$  – предельное значение объема элементарной ячейки.

В конце каждой  $i$ -й итерации осуществляется корректировка объема  $v_c^i$  (в соответствии с выражением  $v_c^i = v_{co} \left[ 1 + \frac{1}{i^\alpha} \right]$ ) и пересчитываются вероятности выбора частиц каждого типа по следующим формулам  $p_1^{i+1} = \frac{v_1^i}{v_c^i}$ ,  $p_2^{i+1} = \frac{v_2^i}{v_c^i}$ ,  $p_3^{i+1} = \frac{v_3^i}{v_c^i}$ .

С учетом условия нормировки  $p_0^{i+1} = 1 - p_1^{i+1} - p_2^{i+1} - p_3^{i+1}$ .

Процедура формирования содержимого элементарной ячейки повторяется, то есть выполняется  $(i+1)$ -я итерация.

Расчеты продолжаются до тех пор, пока значение  $\Delta E_{i+1, i}$  с заранее заданной точностью не приблизится к нулю, то есть  $\Delta E_{i+1, i} \approx 0$ .

Число итераций (циклов смешивания)  $i$ , при котором выполняется вышеприведенное условие, характеризует искомое время перемешивания 1,3,5-тринитро-1,3,5-триаза циклогексана и двух фракций аммониевой соли хлорной кислоты. Сопоставление значений, полученных в ходе моделирования, с измеренными значениями результатов перемешивания на конкретном смесителе позволят сформировать шкалу соответствия результатов моделирования режимам работы технологического оборудования.

**Выводы.** Предложенный способ моделирования позволяет избежать локальных ошибок при исследовании процесса формирования максимально плотной упаковки полидисперсных порошков твердой фазы ГКМ в процессе их перемешивания. Наличие такой модели делает процесс смешивания более прогнозируемым, обеспечивая производителя ГКМ требуемой производственной информацией (продолжительность перемешивания). Это в свою очередь позволяет улучшить технологический процесс за счет нахождения целесообразных режимов еще на этапе его разработки при возможных колебаниях характеристик поставляемого сырья и тем самым создать методологические основы для формирования системы управления качеством производства ГКМ.

#### Список использованных источников

1. Энергонасыщенные гетерогенные композиционные материалы на полимерной основе. Некоторые проблемы разработки и пути их решения / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Порошковая металлургия: респ. межведомств. сб. науч. тр. / редкол.: А. Ф. Ильющенко [и др.]. – Минск: Беларус. навука, 2016. – Вып. 39. – С. 12–16.

2. Повышение плотности упаковки твердой фазы гетерогенного композиционного материала. Основные проблемы и пути их решения / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Порошковая металлургия: респ. межведомств. сб. науч. тр. / редкол.: А. Ф. Ильющенко [и др.]. – Минск: Беларус. навука, 2017. – Вып. 40. – С. 42–47.

3. Кривонос, О. К. Моделирование процесса смешивания энергонасыщенного композиционного материала на основе генетического алгоритма / О. К. Кривонос // Сборник научных статей Военной академии Республики Беларусь. – 2017. – Вып. 33. – С. 90–97.

4. Kirkpatrick, S. Optimization by Simulated Annealing / S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr., M. P. Vecchi // Science. – 1983. – Vol. 220, № 4598. – P. 671–680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>

5. Ильющенко, А. Ф. Модифицирование энергонасыщенного гетерогенного композиционного материала циклическими нитраминами / А. Ф. Ильющенко, Е. Е. Петюшик, О. К. Кривонос // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 1. – С. 27–33. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-27-33>

6. Лопатин, А. С. Метод отжига [Электронный ресурс] / А. С. Лопатин. – Режим доступа: <http://www.math.spbu.ru/user/gran/sbl/lopatin.pdf> – Дата доступа: 09.03.2018.

## References

1. Ilyushchanka A. Ph., Kryvanos A. K., Piatsiushyk Ya. Ya., Smirnov G. V. Energy-saturated heterogeneous composite-materials on a polymer base. Some development issues and ways to solve them. *Poroshkovaya metallurgiya: Respublikanskii mezvedomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Powder Metallurgy: Republican Inter-Institutional Collection of Scientific Papers]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2016, Issue 39, pp. 12–16 (in Russian).

2. Ilyushchanka A. Ph., Kryvanos A. K., Piatsiushyk Ya. Ya., Smirnov G. V. Increasing the density of the solid phase packing of a heterogeneous composite material. The main problems and ways to solve them. *Poroshkovaya metallurgiya: Respublikanskii mezvedomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Powder Metallurgy: Republican Inter-Institutional Collection of Scientific Papers]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2017, Issue 40, pp. 42–47 (in Russian).

3. Krivonos O. K. Modeling the process of mixing energy-saturated composite material based on genetic algorithm. *Sbornik nauchnykh statei VoЕННОI akademii Respubliki Belarus'* [Collection of scientific articles of the Military Academy of the Republic of Belarus], 2017, Issue 33, pp. 90–97 (in Russian).

4. Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C. D., Vecchi M. P. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 1983, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>

5. Ilyushchanka A. Ph., Piatsiushyk Ya. Ya., Kryvanos A. K. Modification of the energy-saturated heterogeneous composite material by cyclic nitramines. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 1, pp. 27–33 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-27-33>

6. Lopatin A. S. *Method of annealing*. Available at: <http://www.math.spbu.ru/user/gran/sbl/lopatin.pdf> (Accessed 9 March 2018) (in Russian).

## Информация об авторах

*Ильющенко Александр Федорович* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, генеральный директор, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [alexil@mail.belpak.by](mailto:alexil@mail.belpak.by)

*Булойчик Василий Михайлович* – доктор технических наук, профессор, начальник центра моделирования военных действий, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [vas-mih@tut.by](mailto:vas-mih@tut.by)

*Кривонос Олег Константинович* – кандидат военных наук, заместитель генерального директора, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [Krivonos\\_ok@tut.by](mailto:Krivonos_ok@tut.by)

*Петюшик Евгений Евгеньевич* – доктор технических наук, профессор, заместитель генерального директора по научной работе, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [pet65@bk.ru](mailto:pet65@bk.ru)

## Information about the authors

*Aliaksandr F. Ilyushchanka* – Correspondent Member of National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, General Director, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [alexil@mail.belpak.by](mailto:alexil@mail.belpak.by)

*Vasyl M. Buloychik* – D. Sc. (Engineering), Professor, Head of the Center for simulation of military operations, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [vas-mih@tut.by](mailto:vas-mih@tut.by)

*Aleh K. Kryvanos* – Ph. D. (Military Science), Deputy of General Director, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [Krivonos\\_ok@tut.by](mailto:Krivonos_ok@tut.by)

*Yauheni Ya. Piatsiushyk* – D. Sc. (Engineering), Professor, Deputy of General Director for Research, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [pet65@bk.ru](mailto:pet65@bk.ru)

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)  
УДК 621.762:669.154  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-271-279>

Поступила в редакцию 20.10.2017  
Received 20.10.2017

П. А. Витязь<sup>1</sup>, В. Т. Сеньют<sup>1</sup>, М. Л. Хейфец<sup>2</sup>, А. Г. Колмаков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

<sup>2</sup>ОАО «НПО Центр» Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

<sup>3</sup>Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова Российской академии наук, Москва, Россия

## ПОЛУЧЕНИЕ АЛЮМОМАТРИЧНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА, МОДИФИЦИРОВАННОГО НАНОСТРУКТУРНЫМ КУБИЧЕСКИМ НИТРИДОМ БОРА

**Аннотация.** Проведено исследование структуры и микротвердости алюминиевого сплава с добавками наноструктурного кубического нитрида бора (сBN) после обработки в условиях высоких давлений и температур. В качестве наполнителя применяли наноструктурный порошок сBN с размером первичных частиц в пределах 50–200 нм. Для повышения химического сродства наноструктурного сBN к алюминиевой матрице проведено предварительное химико-термическое модифицирование наноструктурного сBN, заключающееся в его высокотемпературной обработке (отжиге) в диапазоне температур 750–950 °С в среде алюмосодержащих соединений. Показано, что модифицирование наноструктурного нитрида бора алюминием способствует прочности удержания наполнителя в алюминиевой матрице. При этом увеличение в шихте концентрации наполнителя BN от 1,5 до 5 мас.%, а также повышение температуры обработки при фиксированном давлении способствует возрастанию микротвердости материала в 1,5–2 раза по сравнению с базовым алюминиевым сплавом без добавок модификатора. Повышение концентрации BN до 5 мас.% приводит к увеличению в материале доли более мелких конгломератов частиц (1–5 мкм), уменьшению размеров крупных включений до 10–20 мкм, при этом распределение включений из частиц BN в алюминиевой матрице более равномерное по сравнению с материалом, содержащим 1,5 мас.% сBN. С ростом температуры до 1000 °С в материале происходит рекристаллизация сBN в агрегатах с образованием его отдельных монокристаллических (поликристаллических) частиц размерами 1–10 мкм, обладающих огранкой, характерной для микрочастиц сBN.

**Ключевые слова:** наноструктурные материалы, алюмоматричный композит, наноструктурный кубический BN, химико-термическое модифицирование, микротвердость, высокое давление и температура

**Для цитирования.** Получение алюмоматричного композиционного материала, модифицированного наноструктурным кубическим нитридом бора / П. А. Витязь [и др.] // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 3. – С. 271–279. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-271-279>

P. A. Vityaz<sup>1</sup>, V. T. Senyut<sup>1</sup>, M. L. Kheifetz<sup>2</sup>, A. G. Kolmakov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>Open Joint Stock Company “NPO Center” of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

<sup>3</sup>A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

## PRODUCTION OF ALUMO-MATRIX COMPOSITE MATERIAL MODIFIED BY NANOSTRUCTURED CUBIC BORON NITRIDE

**Abstract.** The structure and microhardness of an aluminum alloy with additives of nanostructured cubic boron nitride (сBN) after treatment under high pressure and temperature are investigated. A nanostructured powder of сBN with primary particles within 50–200 nm is used as a filler. A preliminary chemical-thermal modifying of the nanostructured сBN, which consists in its high-temperature annealing in the temperature range of 750–950 °C in a medium of aluminum-containing compounds, is carried out to increase the chemical affinity of the nanostructured сBN to the aluminum matrix. It is shown that the modifying of nanostructured сBN with aluminum increases the strength of the additives retention in the aluminum matrix. At the same time the increase in the concentration of BN additives from 1.5 to 5 wt.% as well as the increase in the treatment temperature at a fixed pressure promotes the increase in the microhardness of the material by a factor of 1.5 to 2 as compared with the base aluminum alloy without the addition of a modifier. An increase in the сBN concentration to 5 % by weight results in an increase in the fraction of smaller particle conglomerates (1–5 μm) in the material and in a decrease in the size of large inclusions to 10–20 μm. In this case, the distribution of BN particles in the aluminum matrix is more uniform in comparison with a material with a сBN content of 1.5 wt.%. In the material with the growth of temperature up to 1000 °C, сBN in aggregates is recrystallized with the formation of single-crystal (polycrystalline) particles with the size of 1–10 μm with faceting specific for сBN micron particles.

**Keywords:** nanostructured materials, alumo-matrix composite, nanostructured cubic BN, chemical-thermal modifying, microhardness, high pressure and temperature

**For citation.** Vityaz P. A., Senyut V. T., Kheifetz M. L., Kolmakov A. G. Production of alumo-matrix composite material modified by nanostructured cubic boron nitride. *Vestsi Natsyyanal' nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 271–279 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-271-279>

**Введение.** Разработка сплавов на основе алюминия с мелкозернистой структурой, характеризующихся высоким уровнем физико-механических и эксплуатационных свойств, является актуальной задачей. В основном для создания таких материалов используют примесное модифицирование, ускоренное затвердевание и инвертирование микроструктуры заготовок, что приводит к улучшению механических и эксплуатационных свойств отливок не только из первичных, но и из более дешевых вторичных сплавов [1].

Добавление микро- и наноструктурных тугоплавких частиц в качестве примесных модификаторов позволяет эффективно изменять структуру алюминиевых сплавов, способствует ее измельчению и повышению механических и триботехнических характеристик алюмоматричных композиционных материалов (КМ) [2]. Широкое применение для этих целей также получили углеродные наноматериалы (углеродные нанотрубки, фуллерены, ультрадисперсные алмазы детонационного синтеза) [3].

**Постановка задачи.** Для улучшения взаимодействия тугоплавких микро- и наночастиц с алюминиевым расплавом, повышения равномерности их распределения в матрице предлагаются различные способы. Так, в [4–6] приведен достаточно эффективный подход создания армирующих наноструктурированных композиционных полифункциональных тугоплавких керамических наполнителей на основе нитрида бора и оксида кремния. Описанные в данных работах принципы получения армирующих тугоплавких наполнителей заключаются в целенаправленном формировании на исходных микро- и нанопорошках реакционно-активных элементов, в результате чего на поверхности наполнителей *in situ* образуются тугоплавкие соединения в нанодисперсном состоянии, обладающие химическим сродством к алюминиевой матрице. Их использование позволяет эффективно диспергировать структурные составляющие силуминов и ведет к существенному повышению физико-механических и триботехнических характеристик КМ.

В то же время условия, при которых происходит формирование композита, оказывают существенное влияние на структуру и свойства как матрицы, так и керамического наполнителя [7, 8]. В [9–11] показано, что применение поверхностно-модифицированных наноструктурных порошков алмаза, кубического нитрида бора, шунгита, оксида алюминия в сочетании с обработкой в условиях высоких давлений и температур существенно повышают физико-механические и эксплуатационные характеристики КМ различного назначения (композиционных сверхтвердых материалов, алюмоматричных КМ). Исходя из проведенных исследований авторами данной работы сделаны выводы, что наилучшие сочетания структурных характеристик и прочностных показателей образцов КМ обеспечивает их комплексная обработка, включающая модифицирование адгезионно-активным компонентом в сочетании с обработкой в условиях высоких давлений и температур.

Кроме того, использование нанопорошков кубического нитрида бора, обладающих высокой энергией направленных химических связей и, как следствие, высокой твердостью, химической стойкостью в агрессивных средах, низким коэффициентом термического расширения [12], будет способствовать повышению физико-механических и эксплуатационных свойств разрабатываемых материалов.

*Целью настоящей работы* является изучение совместного влияния добавок наноструктурного кубического BN (сBN), давления и температуры на структуру и механические характеристики (микротвердость) алюмоматричного композиционного материала Al–BN.

**Исходные материалы, оборудование, методики проведения экспериментов.** Основой сплава послужила алюминиевая пудра (толщина лепестка пудры составила 0,2–0,5 мкм, а средний линейный размер не превысил 30 мкм). В качестве наполнителя применяли наноструктурный порошок сBN с размером первичных частиц в пределах 50–200 нм, которые в свою очередь



образуют агрегаты до 0,5–2 мкм (рис. 1). Порошки были получены на основе механоактивированного микропорошка гексагонального BN и характеризуются высокой удельной поверхностью до 20–25 м<sup>2</sup>/г [13, 14].

Для повышения химического сродства наноструктурного cBN к алюминиевой матрице было выполнено предварительное химико-термическое модифицирование наноструктурного cBN, заключающееся в его высокотемпературной обработке (отжиге) в диапазоне температур 750–950 °С в среде алюмосодержащих соединений (галогенидов алюминия) [15]. На рис. 2 показан порошок наноструктурного cBN после модифицирования алюминием.

Термобарическую обработку полученной реакционной шихты в контейнерах осуществляли в аппарате высокого давления (АВД) «наковальня с лункой» при давлении 2,5 ГПа в диапазоне температур 600–1100 °С в течение 30 с. Нагрев образцов производили путем прямого пропускания электрического тока через шихту, находящуюся в условиях квазигидростатического сжатия под высоким давлением. На полученных компактных образцах были приготовлены шлифы, которые затем исследовали методами оптической микроскопии, атомно-силовой и сканирующей электронной микроскопии. Микротвердость измерялась на микротвердомере Micromet-II (фирма Vuehler, Швейцария) алмазным индентором по шкале Виккерса с нагрузкой на индентор 50 г.

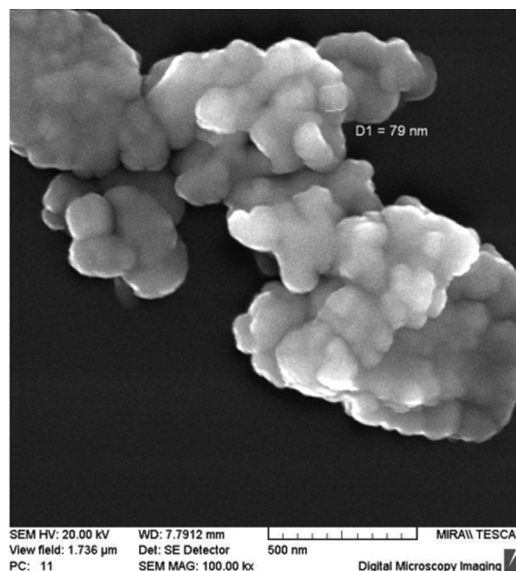


Рис. 1. Изображение наноструктурного порошка cBN  
Fig. 1. The image of the nanostructured powder of cBN

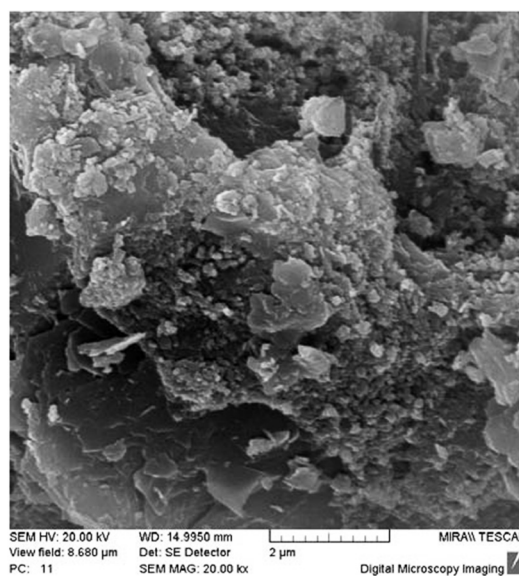


Рис. 2. Изображение наноструктурного порошка cBN  
после модифицирования алюминием  
Fig. 2. The image of the nanostructured powder of cBN  
after modifying with aluminum

Для количественного описания структуры изломов полученных алюминиевых композитов использовали оригинальную методику мультифрактальной параметризации структур [16, 17]. Как показала обработка изображений структур, наиболее информативными мультифрактальными характеристиками являются обобщенные энтропии (размерности) Реньи  $D_{100}$ , которые позволяют оценить термодинамические условия формирования изучаемых структур, а также эффективные количественные характеристики их однородности  $f_{100}$  и упорядоченности  $\Delta_{100}$  [18, 19]. Большие значения  $D_{100}$  соответствуют более неравновесным условиям формирования структур, а наибольшие значения  $f_{100}$  отвечают более равномерному распределению единичных элементов рассматриваемой структуры в евклидовом пространстве, охватывающем эту структуру. Увеличение  $\Delta_{100}$  для исследуемой серии структур показывает, что в них становится больше периодической составляющей.

**Экспериментальная часть.** Наноструктурный порошок cBN после модифицирования алюминием (в результате с алюминиевым покрытием) добавляли в количестве 1,5 и 5 мас.% в алюминиевую пудру, после чего проводили перемешивание в баночном смесителе до образования гранул.

На рис. 3 представлен внешний вид гранул из шихты на основе алюминиевой пудры с добавкой 5 мас.% наноструктурного порошка кубического BN, модифицированного Al, после перемешивания в смесителе в течение 2 ч.

Далее из приготовленных шихт развешивали навески массой 2 г, которые засыпали в специальный прессованный контейнер из литографского камня для последующего спекания под давлением. В процессе спекания были получены цилиндрические образцы диаметром 20 мм, которые затем полировались по торцам.

В результате металлографических исследований поверхности шлифов КМ, полученных с добавкой 1,5 мас.% модифицированного алюминием наноструктурного порошка cBN, было установлено, что структура КМ достаточно неоднородна: частицы BN собраны в конгломераты от 1 до 20–30 мкм, расположенные по границам зерен алюминия (рис. 4). Связь включений BN с матрицей в КМ, полученных при более низкой температуре 600 °С, недостаточно прочная, что вызывает выкрашивание частиц BN из матрицы при механических воздействиях. Возрастание температуры до 800 °С увеличивает прочность удержания наполнителя в алюминиевой матрице и выкрашивания частиц BN при приготовлении шлифа не происходит.

Было установлено, что повышение концентрации BN до 5 мас.% приводит к увеличению в материале доли более мелких конгломератов частиц (1–5 мкм), уменьшению размеров крупных включений до 10–20 мкм, при этом распределение включений из частиц BN в алюминиевой матрице более равномерное по сравнению с материалом, содержащим 1,5 мас.% BN (рис. 5).

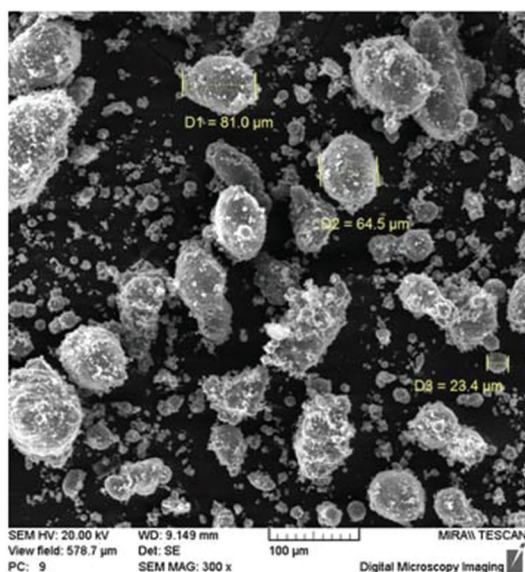


Рис. 3. Общий вид гранул из реакционной шихты (алюминиевая пудра + 5 мас.% наноструктурного порошка cBN + Al)

Fig. 3. The general view of the granules from the reaction mixture (aluminum powder + 5 wt.% of the nanostructured powder of cBN + Al)



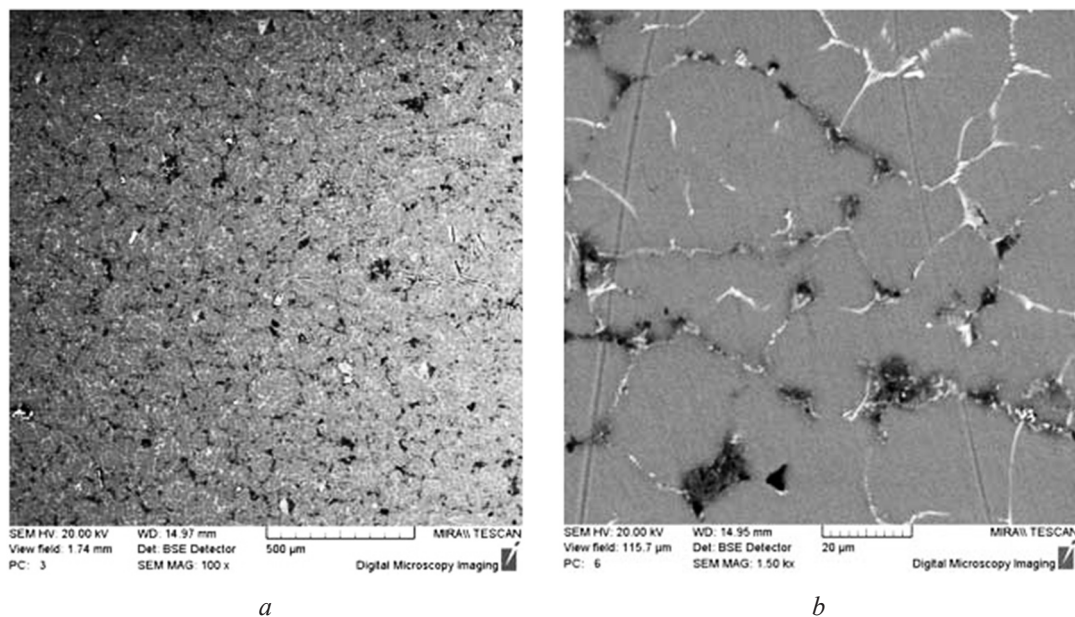


Рис. 4. Структура композиционного материала на основе алюминия, модифицированного добавкой наноструктурного порошка cBN+Al после термобарической обработки. Содержание добавки 1,5 мас. %: *a* –  $\times 100$  (без травления); *b* –  $\times 1500$

Fig. 4. The structure of the composite material based on aluminum modified with the addition of the nanostructured powder of cBN + Al after thermobaric treatment. The content of the additive is 1.5 wt. %: *a* –  $\times 100$  (without etching); *b* –  $\times 1500$

С дальнейшим ростом температуры до 1000 °С в материале с различным содержанием cBN (1,5–5 мас. %) происходит рекристаллизация cBN в агрегатах с образованием его отдельных монокристаллических (поликристаллических) частиц размерами 1–10 мкм, обладающих огранкой, которая характерна для микрочастиц cBN (рис. 6).

При этом, как показал металлографический анализ, размеры зерен алюминия в случае термообработки при 1000 °С практически не увеличиваются по сравнению с материалом, полученным

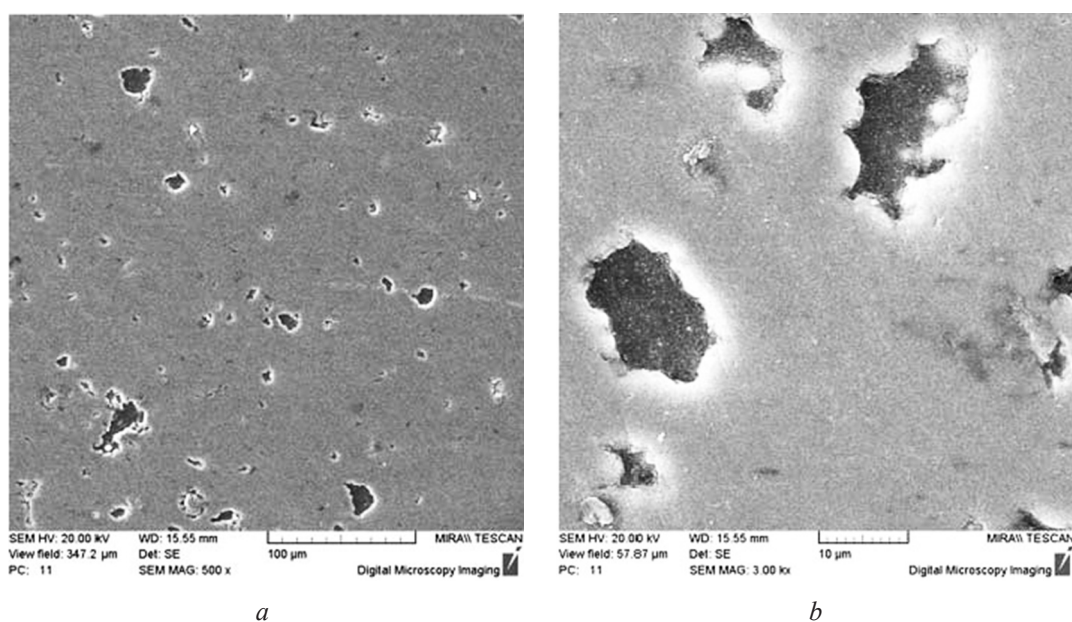


Рис. 5. Структура композиционного материала на основе алюминия, модифицированного добавкой cBN после термобарической обработки. Содержание добавки 5 мас. %: *a* –  $\times 500$ ; *b* –  $\times 3000$  (без травления)

Fig. 5. The structure of the composite material based on aluminum modified with the addition of cBN after thermobaric treatment. The content of the additive is 5 wt. %: *a* –  $\times 500$ ; *b* –  $\times 3000$  (without etching)

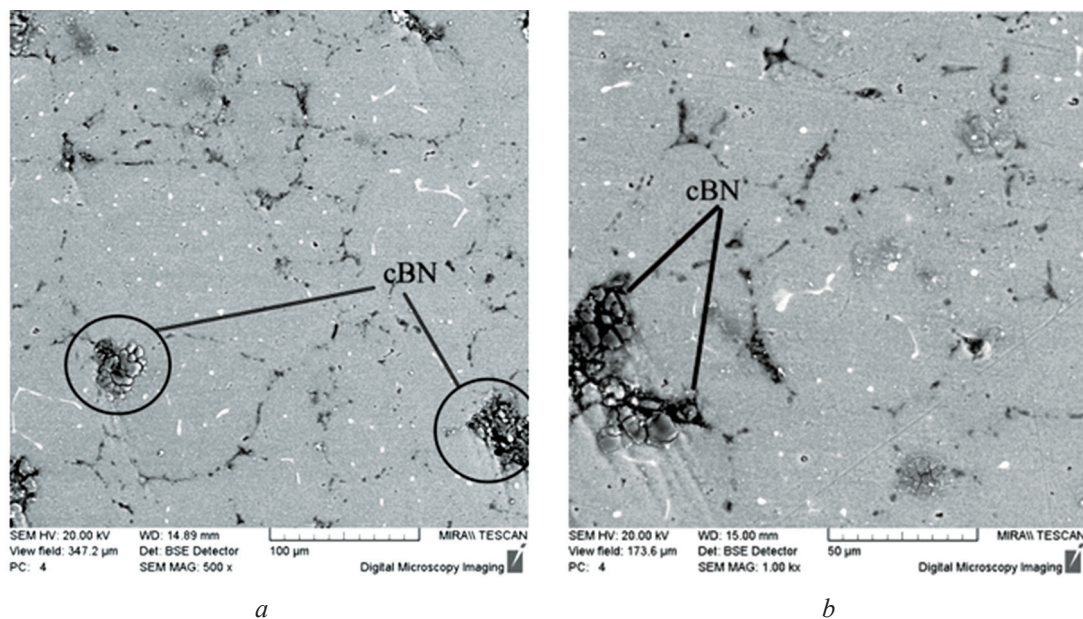


Рис. 6. Образование микронных частиц cBN в результате рекристаллизации наноструктурного cBN в алюминиевой матрице в ходе термобарической обработки. Концентрация добавки наноструктурного cBN 1,5 мас.‰: *a* –  $\times 500$ ; *b* –  $\times 1000$  (без травления)

Fig. 6. Formation of micron particles of cBN as a result of recrystallization of nanostructured cBN in the aluminum matrix during thermobaric treatment. The concentration of nanostructured cBN additive is 1.5 wt.‰: *a* –  $\times 500$ ; *b* –  $\times 1000$  (without etching)

при температурах 650–700 °C (10–30 мкм), что можно объяснить как влиянием высокого давления и малой длительности спекания, так и модифицирующим воздействием наполнителя на структуру композита.

Полученный композиционный материал обладает микротвердостью, превышающей микротвердость алюминиевого сплава без введения cBN, сравнимой с алюмоматричным КМ Al + шунгит, и уступает КМ на основе Al с добавкой корунда  $Al_2O_3$  [20]. При этом рост концентрации добавки и температуры обработки от 600 до 800 °C приводит к увеличению микротвердости материала. Так, микротвердость КМ, содержащего 1,5 мас.‰ добавки наноструктурного cBN, полученного при температуре 650 °C, равна 300–320 МПа, при температуре 800 °C – 400–410 МПа, при температуре 1000 °C – 380–390 МПа. Значения микротвердости образцов КМ, содержащих 5 мас.‰ добавки наноструктурного cBN, после термобарической обработки при температурах 650, 800 и 1000 °C равны соответственно 330–340, 420–430 и 390–400 МПа.

Снижение значений микротвердости КМ, сформированного при температуре 1000 °C, связано с протеканием рекристаллизационных процессов в BN, которые сопровождаются ростом частиц с образованием cBN микронных размеров.

В ходе проведенной мультифрактальной параметризации структур изломов КМ установлено, что показатель однородности структуры  $f_{100}$  образцов с добавкой 1,5 мас.‰ BN по сравнению с исходными образцами алюминиевого сплава без добавок не изменяется. При этом наблюдается некоторый рост периодической составляющей в структуре, что находит отражение в увеличении показателя упорядоченности  $\Delta_{100}$ . Отмечено некоторое повышение значения показателя  $D_{100}$ , что может быть связано с большей прочностью этих образцов вследствие их мелкозернистости (появление разрушающей трещины происходит при больших значениях напряжения и скорости ее роста выше, чем в других образцах). Сходный эффект наблюдался для высокопрочных материалов [21].

**Заключение.** Разработана технология получения наноструктурного модификатора алюминиевых сплавов на основе наноструктурного cBN, включающая химико-термическую обработку наполнителя (cBN) в восстановительной атмосфере в среде галогенидов алюминия при диапазоне температур 750–950 °C. Получены образцы наноструктурных модификаторов алюминиевых сплавов cBN+Al, представляющие агрегаты размером 0,5–2 мкм и состоящие из частиц 50–200 нм.

Введение модификаторов в алюминиевую матрицу стабилизирует рост зерен алюминия при термобарической обработке в пределах 10–30 мкм и приводит к повышению микротвердости материала в 1,5–2 раза по сравнению с базовым алюминиевым сплавом без добавок модификатора.

Увеличение температуры термообработки материала с содержанием наноструктурного cBN в пределах 1,5–5 мас.% под давлением 2,5 ГПа до 1000 °С приводит к рекристаллизации cBN с образованием отдельных монокристаллических (поликристаллических) частиц cBN размерами 1–10 мкм. При этом наблюдается снижение микротвердости материала.

Дальнейшее повышение механических характеристик алюмоматричного материала Al-(cBN+Al) связано с оптимизацией технологических режимов термообработки, а также введением добавок-ингибиторов, препятствующих агломерации и рекристаллизации наноструктурного cBN.

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований – Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № Т18Р-183.

#### Acknowledgements

The work was supported by the grant of the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research – Russian Foundation for Fundamental Research for the project № Т18Р-183.

#### Список использованных источников

1. Марукович, Е. И. Модифицирование сплавов / Е. И. Марукович, В. Ю. Стеценко. – Минск: Беларус. навука, 2009. – 192 с.
2. О модифицировании литых алюмоматричных композиционных материалов тугоплавкими наноразмерными частицами / Т. А. Чернышова [и др.] // *Металлы*. – 2009. – № 1. – С. 79–87. <https://doi.org/10.1134/S0036029509010121>
3. Модифицирование материалов и покрытий наноразмерными алмазосодержащими добавками / П. А. Витязь [и др.]; под общ. ред. П. А. Витязя. – Минск: Беларус. навука, 2011. – 522 с.
4. Аспекты создания наноструктурированных композиционных модификаторов для сплавов алюминия / П. А. Витязь [и др.] // *Докл. Нац. акад. наук Беларусі*. – 2011. – Т. 55, № 5. – С. 91–96.
5. Трибологические свойства поршневого сплава, армированного микро- и ультрадисперсными керамическими частицами / А. Т. Волочко [и др.] // *Трение и износ*. – 2011. – Т. 32, № 2. – С. 183–191. <https://doi.org/10.3103/S1068366611020127>
6. Новые технические решения при создании композитов на основе эвтектических силуминов / А. И. Комаров [и др.] // *Инновации в машиностроении: сб. науч. тр. 3-й Междунар. науч.-техн. конф. ОИМ НАН Беларусі, Минск, 30–31 окт. 2008 г / Объедин. машиностр. ин-т НАН Беларусі; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]*. – Минск, 2008. – С. 459–463.
7. Научно-технические основы применения процессов СВС для создания литых алюмоматричных композиционных сплавов, дискретно армированных наноразмерными керамическими частицами / А. П. Амосов [и др.] // *Наукоемкие технологии в машиностроении*. – 2013. – № 8. – С. 3–10.
8. Применение процессов СВС для получения *in situ* алюмоматричных композиционных материалов, дискретно армированных наноразмерными частицами карбида титана: обзор / А. П. Амосов [и др.] // *Изв. высш. учеб. заведений. Цвет. металлургия*. – 2016. – № 1. – С. 39–49. <https://doi.org/10.17073/0021-3438-2016-1-39-49>
9. Наноалмазы детонационного синтеза: получение и применение / П. А. Витязь [и др.]; под общ. ред. П. А. Витязя. – Минск: Беларус. навука, 2013. – 381 с.
10. Formation of aluminum-schungite composite material under pressure / P. A. Vityaz [et al.] // *Eurasian Phys. Tech. J.* – 2016. – Vol. 13, № 1 (25). – P. 35–39.
11. Спекание в условиях высоких давлений алюмоматричных композитов, модифицированных шунгитовым углеродом и корундом / П. А. Витязь [и др.] // *Вестн. науки и образования Северо-Запада России*. – 2015. – Т. 1, № 1. – С. 55–65.
12. Голубев, А. С. Нитрид бора. Структура, свойства, получение / А. С. Голубев, А. В. Курдюмов, А. Н. Пилянкевич. – Киев: Наук. думка, 1987. – 200 с.
13. Витязь, П. А. Синтез и применение наноструктурных сверхтвердых материалов инструментального назначения / П. А. Витязь, В. Т. Сенюць // *Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук*. – 2015. – № 3. – С. 60–76.
14. Исследование структурных особенностей нитрида бора после механоактивации в атриторе и планетарной мельнице с последующим спеканием в условиях высоких давлений и температур / В. Т. Сенюць [и др.] // *Химия в интересах устойчивого развития*. – 2016. – Т. 24, № 2. – С. 169–175. <https://doi.org/10.15372/KhUR20160208>
15. Витязь, П. А. Наноструктурные композиционные материалы инструментального назначения на основе кубического нитрида бора / П. А. Витязь, В. Т. Сенюць, В. И. Жорник // *Перспективные материалы и технологии: в 2 т. / А. В. Алифанов [и др.]; под ред. В. В. Клубовича*. – Витебск: Беларусь, 2017. – Т. 2. – Гл. 14. – С. 254–277.
16. Встовский, Г. В. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов / Г. В. Встовский, А. Г. Колмаков, И. Ж. Бунин. – Ижевск: Науч.-изд. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 116 с.
17. Технологии конструктивных наноструктурных материалов и покрытий / П. А. Витязь [и др.]; под общ. ред. П. А. Витязя, К. А. Солнцева. – Минск: Беларус. навука, 2011. – 283 с.



18. Колмаков, А. Г. Использование положений системного подхода при изучении структуры, особенностей пластической деформации и разрушения металлов / А. Г. Колмаков // *Металлы*. – 2004. – № 4. – С. 98–107.
19. Особенности деформации и разрушения композиционного материала на основе высокопрочной мартенситно-старяющей стали с быстрозакаленным поверхностным слоем из сплава Co69Fe4Cr4Si12B11 / М. А. Севостьянов [и др.] // *Деформация и разрушение материалов*. – 2010. – № 3. – С. 28–35.
20. High pressure sintering of aluminum-matrix composites modified with shungite carbon and corundum [Electronic resource] / P. A. Vityaz [et al.] // EPMA. Lightweight MMCs. Proceedings. 2016. – P. 3296211-1–3296211-6. – Mode of access: <https://www.epma.com/publications/euro-pm-proceedings/product/world-pm2016-lightweight-mmcs> – Date of access: 15.10.2017.
21. Анализ минералов шунгита на микро- и мезоструктурных уровнях после обработки в условиях высоких температур и давлений / А. Г. Колмаков [и др.] // *Изв. высш. учеб. заведений. Химия и химическая технология*. – 2013. – Т. 56, вып. 5. – С. 23–26.

## References

1. Marukovich E. I., Stetsenko V. Yu. *Modifying of alloys*. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2009. 192 p. (in Russian).
2. Chernyshova T. A., Kobeleva L. I., Kalashnikov I. E., Bolotova L. K. Modification of cast aluminum-matrix composite materials by refractory nanoparticles. *Russian Metallurgy (Metally)*, 2009, no. 1, pp. 79–87. <https://doi.org/10.1134/S0036029509010121>
3. Vityaz P. A., Zhornik V. I., Kukareko V. A., Komarov A. I., Senyut' V. T. *Modification of materials and coatings by nanosized diamond-containing additives*. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2011. 522 p. (in Russian).
4. Vityaz P. A., Komarov A. I., Komarova V. I., Shipko A. A., Senyut' V. T. Creation of nanostructured composite modifiers for aluminium alloys. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2011, vol. 55, no. 5, pp. 91–96 (in Russian).
5. Volochko A. T., Komarov A. I., Komarova V. I., Senyut' V. T., Shipko A. A., Izobello A. Yu. Tribological behavior of piston alloy reinforced by micro- and ultradispersed ceramic particles. *Journal of Friction and Wear*, 2011, vol. 32, no. 2, pp. 183–191. <https://doi.org/10.3103/S1068366611020127>
6. Komarov A. I., Senyut' V. T., Shipko A. A., Tainova A. A., Volochko A. T., Izobello A. Yu. New technical solutions for composites based on eutectic siluminines. Vysotskii M. S. et al. (eds.) *Innovatsii v mashinostroenii: sbornik nauchnykh trudov 3-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhniceskoi konferentsii OIM NAN Belarusi, Minsk, 30–31 oktyabrya 2008 g.* [Innovations in mechanical engineering: proceedings of the 3rd International Scientific and Technical Conference of the Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, October 30–31, 2008]. Minsk, The Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, 2008, pp. 459–463 (in Russian).
7. Amosov A. P., Nikitin V. I., Nikitin K. V., Ryazanov S. A., Ermoshkin A. A. Scientific and technical principles of application of self-propagating high-temperature synthesis processes for production of cast aluminum matrix composite alloys, reinforced discretely by ceramic nanoparticles. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii = Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*, 2013, no. 8, pp. 3–10 (in Russian).
8. Amosov A. P., Luts A. R., Latuhin E. I., Ermoshkin A. A. Application of SHS processes for the production of *in situ* aluminum matrixcomposites discretely reinforced with nanosized titanium carbide particles. Review. *Izvestiya vuzov. Tsvetnaya metallurgiya = Proceedings of Higher Schools. Nonferrous Metallurgy*, 2016, no. 1, pp. 39–49 (in Russian). <https://doi.org/10.17073/0021-3438-2016-1-39-49>
9. Vityaz P. A., Zhornik V. I., Il'yushchenko A. F., Senyut' V. T., Komarov A. I., Korzhenevskii A. P., Ivakhnik A. V. *Nanodiamonds of detonation synthesis: preparation and application*. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2013. 381 p. (in Russian).
10. Vityaz P. A., Ilyushchenko A. F., Senyut V. T., Heyfets M. L., Chernyak I. N., Kolmakov A. G., Klimenko S. A. Formation of aluminum-schungite composite material under pressure. *Eurasian Physical Technical Journal*, 2016, vol. 13, no. 1(25), pp. 35–39.
11. Vityaz P. A., Il'yushchenko A. F., Senyut' V. T., Kheifets M. L., Chernyak I. N., Kusin R. A., Zhegzdrin D. I. Sintering of aluminum-matrix composites modified with shungite carbon and corundum in conditions of high pressure. *Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii = Journal of Science and Education of North-West Russia*, 2015, vol. 1, no. 1, pp. 55–65 (in Russian).
12. Golubev A. S., Kurdyumov A. V., Pilyankevich A. N. *Boron nitride: structure, properties, production*. Kiev, Naukova dumka Publ., 1987. 200 p. (in Russian).
13. Vityaz P. A., Senyut' V. T. Synthesis and application of nanostructural superhard materials of tool appointment. *Vesti Natsyonal'noi akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2015, no. 3, pp. 60–76 (in Russian).
14. Senyut' V. T., Kovaleva S. A., Gamzeleva T. V., Grigor'eva T. F. Investigation of the structural features of boron nitride after mechanical activation in attritor and planetary mill followed by agglomeration at high pressure and temperature. *Khimiya v interesakh ustoychivogo razvitiya = Chemistry for Sustainable Development*, 2016, vol. 24, no. 2, pp. 169–175 (in Russian). <https://doi.org/10.15372/KhUR20160208>
15. Vityaz P. A., Senyut' V. T., Zhornik V. I. Nanostructured composite materials of tool appointment based on cubic boron nitride. Alifanov A. V., Vityaz P. A., Volochko A. T., Garbachevskii V. V., Glezer A. M., Govor G. A. et al. Klubovich V. V. (ed.). *Promising materials and technologies. Vol. 2, chapter 14*. Vitebsk, Belarus' Publ., 2017. Pp. 254–277 (in Russian).

16. Vstovskii G. V., Kolmakov A. G., Bunin I. Zh. *Introduction to multifractal parameterization of materials structures*. Izhevsk, Scientific and Publishing Center “Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika”, 2001. 116 p. (in Russian).
17. Vityaz P. A., Ilyushchenko A. F., Kheifetz M. L., Chizhik S. A., Solntsev K. A., Kolmakov A. G., Alymov M. I., Barinov S. M. *Technologies of constructional nanostructured materials and coatings*. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2011. 283 p. (in Russian).
18. Kolmakov A. G. Using the provisions of the system approach in studying the structure, the features of plastic deformation and the destruction of metals. *Metally = Russian Metallurgy (Metally)*, 2004, no. 4, pp. 98–107 (in Russian).
19. Sevost'yanov M. A., Kolmakov A. G., Molokanov V. V., Zabolotnyi V. T., Umnov P. P., Kurakova N. V. Features of deformation and fracture of a composite material based on high-strength martensitic-aging steel with a rapidly quenched surface layer of the Co69Fe4Cr4Si12B11 alloy. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2010, no. 3, pp. 28–35 (in Russian).
20. Vityaz P. A., Ilyushchenko A. Ph., Senyut V. T., Kheifez M. L., Charniak I. N., Kusun R. A., Zhehdryn D. I. High pressure sintering of aluminum-matrix composites modified with shungite carbon and corundum. *EPMA. Lightweight MMCs. Proceedings. 2016*. Pp. 3296211-1–3296211-6. Available at: <https://www.epma.com/publications/euro-pm-proceedings/product/world-pm2016-lightweight-mmcs> (Accessed 15 October 2017).
21. Kolmakov A. G., Vityaz P. A., Kheifets M. L., Senyut' V. T. Analysis of schungite minerals on micro- and mesostructural levels after treatment at conditions of high pressures and temperatures. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya = Russian Journal of Chemistry and Chemical Technology*, 2013, vol. 56, iss. 5, pp. 23–26 (in Russian).

### Информация об авторах

*Витязь Петр Александрович* – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, руководитель аппарата Национальной академии наук Беларуси, главный научный сотрудник, Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 66, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vitiaz@presidium.bas-net.by

*Сенют Владимир Тадеушевич* – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 12, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vsenyut@tut.by

*Хейфец Михаил Львович* – доктор технических наук, профессор, заместитель академика-секретаря Отделения физико-технических наук Национальной академии наук Беларуси, главный научный сотрудник, ГНПО «Центр» Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 66, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: mlk-z@mail

*Колмаков Алексей Георгиевич* – член-корреспондент Российской академии наук, доктор технических наук, заместитель директора, Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова Российской академии наук (Ленинский пр., 49, 119991, Москва, Российская Федерация). E-mail: kolmakov@imet.ac.ru

### Information about the authors

*Pyotr A. Vityaz* – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Head of Academy Staff of the National Academy of Sciences of Belarus (66, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus), Head Researcher, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus. E-mail: vitiaz@presidium.bas-net.by

*Vladimir T. Senyut* – Ph.D. (Engineering), Leading Researcher, State Scientific Institution «The Joint Institute of Mechanical Engineering of National Academy of Sciences of Belarus». (12, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vsenyut@tut.by

*Mikhail L. Kheifetz* – D. Sc. (Engineering), Professor, Deputy Academician-Secretary of the Department of Physical-Engineering Sciences of the National Academy of Sciences of Belarus (66, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus), Head Researcher, State Scientific and Production Association «Center» of the National Academy of Sciences of Belarus. E-mail: mlk-z@mail

*Alexey G. Kolmakov* – Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, D. Sc. (Engineering), Deputy Director, A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science of the Russian Academy of Sciences (49, Leninsky Ave., 119991, Moscow, Russian Federation). E-mail: kolmakov@imet.ac.ru

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.795.3;667.6;666.29;678.026.3

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-280-289>

Поступила в редакцию 29.03.2018

Received 29.03.2018

**Н. М. Чекан, И. П. Акула, Е. П. Шпак, А. Н. Навицкий***Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь,***СТРУКТУРА И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ  
АЛМАЗОПОДОБНОГО УГЛЕРОДА**

**Аннотация.** С использованием гибридного метода катодно-дугового (*PVD*) и химического (*CVD*) осаждения из газовой фазы разработан новый тип покрытий с большим содержанием  $sp^2$ -химически связанных атомов углерода, способных эффективно поглощать видимое оптическое излучение.

Аморфный тонкопленочный углеродный материал является перспективным для нанесения поглощающих антибликовых покрытий на корпусные детали фотоприемников оптического излучения, работающих в открытом космосе. Гибридный метод позволяет получать сильнопоглощающие покрытия, обладающие также высокими механическими и трибологическими свойствами и способные выдерживать термоциклирование от + 150 до – 100 °С.

Проведено исследование оптических характеристик АПУ покрытий в зависимости от содержания  $sp^2$ -связанных атомов углерода. Полученный комбинированным способом физического и химического осаждения АПУ в виде тонких слоев позволяет достичь достаточно высокого поглощения и низкого отражения при сравнительно малой толщине покрытия ( $\alpha \sim 10^5 \text{ см}^{-1}$ ). Установлено, что антибликовые свойства таких покрытий зависят от условий его получения, и прежде всего – от давления газа углеводородов.

**Ключевые слова:** алмазоподобный углерод, показатель преломления, коэффициент поглощения, поглощающие покрытия

**Для цитирования:** Структура и оптические свойства покрытий алмазоподобного углерода / Н. М. Чекан [и др.] // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 280–289. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-280-289>

**N. M. Chekan, I. P. Akula, E. P. Shpak, A. N. Navitskii***Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus***STRUCTURE AND OPTICAL PROPERTIES OF DIAMOND-LIKE CARBON COATINGS**

**Abstract.** Using a hybrid method of cathodic arc (*PVD*) and chemical (*CVD*) deposition from the gas phase, a new type of coatings containing high amount of  $sp^3$  bonds of carbon, capable of absorbing effectively light has been developed.

This thin film material is a promised one for optical devices operating in open space environment as antireflective coating for photoreceiver bodies. The hybrid method permits to obtain effective light absorbing coatings having excellent mechanical and tribological properties and is able to sustain temperature cycling in a range from plus 150 to minus 100 °C.

The optical characteristics of DLC coatings were studied depending on the content of  $sp^2$  bound content. The combined physical and chemical deposition of DLC coatings allows to achieve a sufficiently high light absorption ( $\alpha \sim 10^5 \text{ cm}^{-1}$ ) and low reflection with a relatively small coating thickness about 1  $\mu\text{m}$ . It has been established that the antireflective properties of such coatings depend on the conditions for their preparation, first of all on hydrocarbon gas pressure.

**Keywords:** diamond-like carbon, refractive index, absorption coefficient, antireflective coating

**For citation.** Chekan N. M., Akula I. P., Shpak E. P., Navitskii A. N. Structure and optical properties of diamond-like carbon coatings. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 280–289 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-280-289>

**Введение.** Благодаря особенностям своей структуры алмазоподобный углерод (АПУ) является уникальным тонкопленочным материалом. В зависимости от способа и условий формирования он может обладать свойствами как природного алмаза (высокая твердость, химическая инертность, низкая изнашиваемость, диэлектричность), так и графита (сравнительно низкое удельное электросопротивление, малый коэффициент сухого трения, поглощение видимого света), или сочетать вышеуказанные характеристики в зависимости от количественного соотношения в структуре материала  $sp^2$ - и  $sp^3$ -гибридизированных связей атомов углерода.

В последнее время все больше появляется данных об использовании АПУ в устройствах космической техники, работающих в открытом космосе [1, 2]. В условиях существенного перепада

температуры спутника от + 150 °С на солнечной стороне до – 100 °С на его теневой стороне, а также при наличии космической радиации жидкие смазки не применяются, вместо них используются твердосмазочные лубриканты, главным образом дисульфид молибдена. В [1] было показано, что сильно гидрогенизированный алмазоподобный углерод в условиях вакуума обладает крайне низким коэффициентом трения – на уровне 0,007. На его аморфной структуре практически не сказывается воздействие жесткого ультрафиолетового излучения и высокоэнергетических ионизированных частиц. Этот материал также проявляет химическую инертность в отношении атомарного кислорода, имеющегося в большом количестве на низких орбитах [2].

В настоящей работе была предпринята попытка расширить сферу применения алмазоподобного углерода в космосе, используя одну из его форм – аморфный гидрогенизированный углерод (*a*-C:H), в качестве поглощающего антибликового покрытия для корпусных деталей фотоприемников с зарядовой связью, которые применяются с целью зондирования поверхности Земли в видимом диапазоне длин волн. В первую очередь такие покрытия должны быть сильно поглощающими для видимого диапазона оптического излучения, обладать высокой механической прочностью, противостоять абразивному износу, выдерживать значительные перепады температуры и радиационное воздействие.

Положительное влияние на поглощающую способность в области видимого диапазона длин волн оказывает то, что АПУ материалы с большим содержанием  $sp^2$ -связанных атомов углерода способны формировать кластеры с малым числом слоев, состоящих из базовых плоскостей графита (100), то есть по своей структуре близких к графену, для которого коэффициент поглощения света на порядок выше, чем у графита [3].

**Подготовка образцов и проведение исследований.** В настоящей работе приводятся результаты исследований оптических характеристик АПУ для его использования в качестве антибликового поглощающего покрытия.

Покрытия *a*-C:H были получены специальным методом комбинированного физического и химического осаждения [4], который основан на деструкции молекул углеводородного газа и активации его радикалов углеродной плазмой импульсного катодно-дугового разряда. Продукты, получившиеся в результате такого взаимодействия, осаждаются на основе и формируют АПУ покрытие.

Покрытия формировались при следующих параметрах работы источника углеродной плазмы: емкость накопительной батареи конденсаторов 2150 мкФ, напряжение основного разряда 380 В, частота следования разрядных импульсов 3 Гц. В качестве реакционного газа применялся ацетилен, давление которого менялось в диапазоне 0,1–1,5 Па. Как основа использовался полированный монокристаллический кремний. После нанесения покрытий проводился их термический отжиг на открытом воздухе при различных температурах со скоростью нагрева 3–5 °С/мин и выдержке при заданной температуре в течение 30 мин.

Толщина АПУ покрытий определялась на микроинтерферометре МИИ-4 по высоте ступеньки, образованной после удаления маскирующего слоя с поверхности подложки.

Для изучения элементного состава и типов химических связей углеродных покрытий использовались взаимодополняющие методы, наиболее часто применяемые для исследования нанокристаллических и аморфных углеродных материалов: рентгеновская фотоэлектронная спектроскопия (РФЭС) и спектроскопия комбинационного рассеяния света (КРС). Важной особенностью этих методов является их неразрушающий характер воздействия. Для всех образцов устанавливались одинаковые режимы записи спектров и сохранялась геометрия экспериментов, что обеспечивало достоверность сравнения получаемых результатов.

Рентгеновские фотоэлектронные спектры были записаны для свежесаженных покрытий на спектрометре ЭС-2401 с использованием отфильтрованного  $MgK\alpha$ -излучения (1253,6 эВ). Разрешающая способность прибора составляла 1,4 эВ, точность определения положения линий – 0,1 эВ. Для очистки и травления внутри камеры образцов использовался пучок ионов аргона с энергией 1 кэВ и плотностью ионного тока 2,3 мкА/см<sup>2</sup>.

Спектры комбинационного рассеяния света регистрировались с помощью автоматизированного спектрометрического комплекса на базе Ramalog-4 (фирма SPEX). Регистрация спектров



КРС проводилась в спектральном диапазоне 1100–1750  $\text{cm}^{-1}$  с использованием фотоэлектронного умножителя SR400 (производство Stanford Research System). Для возбуждения использовалось излучение аргонового лазера с длиной волны 514,5 нм.

Исследование показателя преломления *a*-C:H покрытий, осажденных на кремний, выполнялось на эллипсометре типа ЛЭФ-3М-1, работающем по схеме PCSA (поляризатор – компенсатор – образец – анализатор) с длиной волны He-Ne-лазера 632,8 нм и диаметром луча 1 мм.

**Элементный состав и типы химических связей покрытий.** Поглощение света алмазоподобным углеродом происходит благодаря наличию фрагментов структуры с  $sp^2$ -гибридизацией валентных электронов атома углерода, образующих три планарные  $\sigma$ -связи и одну перпендикулярную им  $\pi$ -связь. Именно переходы электронов между связывающим и антисвязывающим состоянием  $\pi$ -орбитали вызывают поглощение света. Энергия между основным и возбужденным состоянием, определяющая величину оптической щели, для алмазоподобных материалов в значительной степени зависит от размеров и количества графитоподобных кластеров с  $sp^2$ -гибридизацией, а также нарушений их структуры сильно напряженной матрицей  $sp^3$ -связанных атомов углерода и имеет тенденцию к уменьшению с увеличением содержания графитоподобных колец и линейных цепей, образованных  $sp^2$ -связанным углеродом [5].

На рис. 1 приведены электронные спектры *a*-C:H покрытий, осажденных в вакууме и в среде ацетилена.

Полученные в результате деконволюции уровня C1s энергетического спектра составляющие, которые представляют собой кривые Гаусса – Лоренца, показывают присутствие наиболее вероятных состояний углерода (табл. 1).

Положение пика с энергией связи 284,4–284,8 эВ является близким к значению энергии связи C1s графита, соответствующему  $sp^2$ -гибридизации углеродных атомов. Размытые пики 286,0–286,9 эВ и 287,3–287,7 эВ образованы связями C–O и C=O соответственно [6]. Наиболее интенсивным является пик 285,0–285,2 эВ, возникающий вследствие образования  $sp^3$ -гибридизированных валентных связей между атомами углерода [7].

Так как интенсивности пиков 284,4 и 285,2 эВ находятся в прямой зависимости от количества гибридизированных связей того или иного типа, то их отношение позволяет определить доленое содержание каждого типа связей. Для *a*-C:H покрытий, полученных при давлении ацетилена порядка 1,0 Па, количество  $sp^3$ -связей составляет 61,4 %, что в 1,32 раза меньше соответствующего параметра для покрытий, полученных в вакууме. Это объясняется тем, что в результате множественных столкновений ионов углерода с молекулами ацетилена происходит существенная потеря энергии первых, в результате чего снижается тепловыделение и уплотнение конденсата на глубине, составляющей несколько межатомных расстояний при взаимодействии

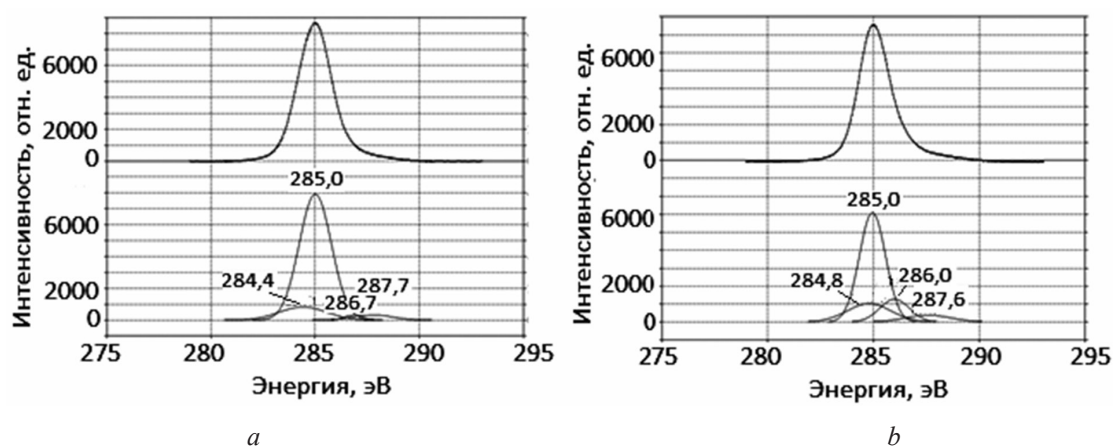


Рис. 1. Обзорные спектры РФЭС и их разложение для *a*-C:H покрытий, осажденных в вакууме (а) и в атмосфере ацетилена при давлении 1,0 Па (b)

Fig. 1. XPS survey spectra and their deconvolution of the *a*-C:H coatings deposited in vacuum (a) and acetylene gas at pressure of 1.0 P (b)

Таблица 1. Положение пика (процентное содержание связи) углерода

Table 1. Intensity and peak position of carbon in the DLC coatings

Тип связи	Энергия связи, эВ (содержание связи, %)			
	Вакуум	$P(\text{C}_2\text{H}_2) = 0,3 \text{ Па}$	$P(\text{C}_2\text{H}_2) = 0,5 \text{ Па}$	$P(\text{C}_2\text{H}_2) = 1,0 \text{ Па}$
$sp^2 \text{ C}$	284,4 (12,5)	284,5 (30,1)	284,5 (8,8)	284,8 (17,4)
$sp^3 \text{ C}$	285,0 (81,3)	285,2 (63,8)	285,0 (74,4)	284,9 (61,4)
C–O	286,9 (2,0)	286,7 (2,1)	286,3 (9,7)	286,0 (14,5)
C=O	287,7 (4,2)	287,7 (4,1)	287,3 (7,1)	287,6 (6,7)

ионов с ранее осажденным слоем конденсата, что в свою очередь препятствует созданию условий для формирования  $sp^3$ -гибридизированных связей атомов углерода.

В то же время из данных табл. 1 можно видеть, что содержание  $sp^3$ -фазы для  $a$ -C:H покрытия, полученного при 0,5 Па, существенно выше, чем для покрытий, полученных при 0,3 и 1,0 Па. Это несколько противоречит представлениям, согласно которым введение в вакуумную камеру ацетилена приводит к снижению доли «алмазной фазы». Однако если учесть, что при использовании РФЭС эмиссия фотоэлектронов происходит с очень малых слоев поверхности (для углеродных покрытий она составляет порядка 5–7 нм), то заключение о повышенном содержании  $sp^3$ -связей справедливо только для приповерхностных областей  $a$ -C:H покрытия. Известно, что поверхность углеродных покрытий, полученных в вакууме из углеродной плазмы путем лазерной абляции или катодно-дуговой эрозии, обогащена графитоподобной фазой [8, 9]. Осаждение в парах ацетилена приводит к появлению свободного водорода, выделяющегося при деструкции молекул углеводородов, который насыщает оборванные  $sp^3$ -связи на границе покрытия и тем самым препятствует образованию графитоподобных включений. В результате образуется стабилизированная поверхность  $a$ -C:H покрытия, что благоприятно сказывается на временной и термической устойчивости углеродных покрытий. Табл. 1 также демонстрирует, что рост давления ацетилена до 1,0 Па в вакуумной камере приводит к увеличению содержания кислорода в  $a$ -C:H покрытии более чем в 3 раза. Кислород в свою очередь активно способствует графитизации покрытий, то есть является дополнительным фактором роста содержания  $sp^2$ -фазы в  $a$ -C:H материале.

Исследования методом РФЭС позволяют изучать структуру поверхностных слоев с глубиной анализа не более 10 нм. В силу особенностей механизма формирования  $a$ -C:H покрытий при использовании физических методов осаждения в вакууме структура и состав глубже расположенных слоев материала могут существенно отличаться от поверхностных. Поэтому был применен метод спектроскопии комбинационного рассеяния света для анализа структуры  $a$ -C:H покрытий по всей их толщине. На рис. 2 приведены спектры комбинационного рассеяния  $a$ -C:H покрытий, осажденных в вакууме (*a*) и в атмосфере ацетилена при парциальном давлении 1,0 Па (*b*). Спектры содержат один широкий пик с максимумом в области частотного сдвига  $1560 \text{ см}^{-1}$ . Такие спектры являются характерными для высококачественного АПУ с большим содержанием атомов, образующих четыре валентные  $\sigma$ -связи.

Из сравнения спектров можно видеть, что для  $a$ -C:H покрытия, осажденного в атмосфере ацетилена, искажение симметрии спектральной кривой наиболее выражено и максимум кривой смещен в область более низких частот. В табл. 2 приведены результаты разложения обзорных спектров на компоненты *D* и *G*.

Как показано в [10], наличие *D*-пика обусловлено формированием в матрице  $sp^3$ -связанных атомов наноразмерных фрагментов со структурой графита, приводящих к появлению групповых низкочастотных колебаний атомов углерода в ароматических кольцах, в то время как *G*-пик появляется при взаимодействии лазерного излучения с фононами, вызванными продольными колебаниями  $sp^2$ -связанных пар атомов, которые могут находиться как в графитовых кольцах, так и в линейных цепях неупорядоченного углерода.

Для  $a$ -C:H покрытий, полученных в вакууме и атмосфере ацетилена при давлении  $P$  порядка 1,0 Па, отношение интенсивностей *D*- и *G*-пиков  $I_D/I_G$  заметно отличается и составляет 0,12 и 0,37 соответственно. В то же время положение максимума *G*-пика смещается в область более низких частот – с  $1565,4$  до  $1564,3 \text{ см}^{-1}$ . Присутствие ацетилена в вакуумной камере приводит к суще-

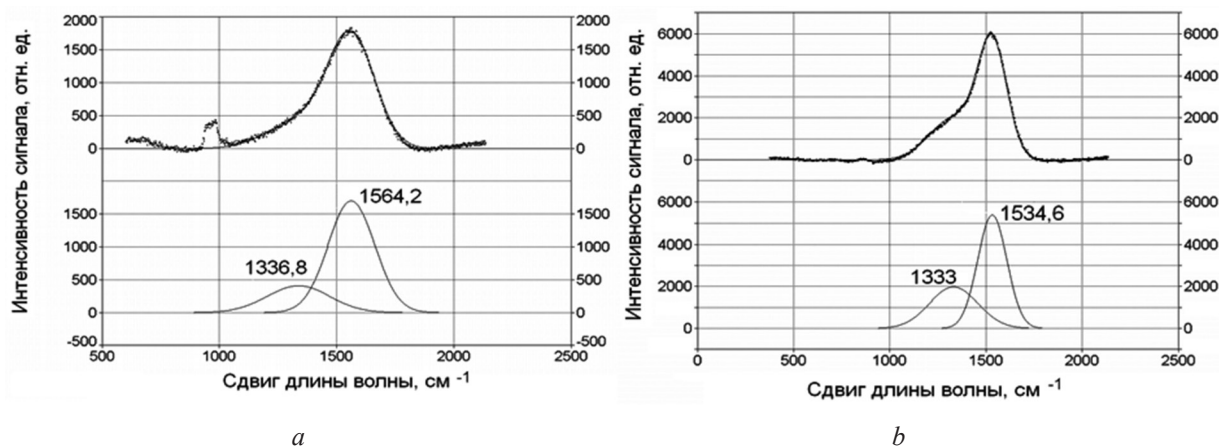


Рис. 2. Спектры комбинационного рассеяния *a*-C:H покрытий, полученных в вакууме (*a*) и в атмосфере ацетилена при давлении 1,0 Па (*b*)

Fig. 2. Raman spectra of *a*-C:H coatings obtained in vacuum (*a*) and acetylene gas at pressure of 1.0 Pa (*b*)

ственному росту интенсивности *D*-пика по отношению к *G*-пику. Это свидетельствует об увеличенном содержании графитоподобной фазы в покрытии, полученном в атмосфере ацетилена, благодаря росту числа включений с  $sp^2$ -гибридизацией. Исходя из этих данных и используя методику полуколичественной оценки соотношения  $sp^2/sp^3$  связанных атомов углерода по спектрам комбинационного рассеяния света [11], можно заключить, что оно составляет не менее 85 и 70 % для *a*-C:H покрытий, полученных в вакууме и в атмосфере ацетилена соответственно. Этот показатель характерен для тетраэдрического аморфного углерода *ta*-C, обладающего наибольшей твердостью из всех имеющихся углеродных материалов.

Полученные данные по спектроскопии КРС позволяют произвести расчет размеров кластеров графита, включенных в матрицу аморфного материала с преобладающим  $sp^3$  типом связи. В [11] проанализирована взаимосвязь между характеристиками спектра комбинационного рассеяния света и размерами графитовых кластеров. Для кластеров с размерами более 2 нм показана возможность использования выражения Тюнстра и Кенинга для оценки линейных размеров графитовых включений в  $L_a$  матрице алмазоподобной пленки:

$$I_D / I_G = C_1(\lambda) / L_a, \quad (1)$$

где  $C_1(\lambda)$  – зависящий от длины волны света параметр. Для  $\lambda = 512$  нм (длина волны аргонового лазера спектрометра)  $C = 4,45$  нм.

Данные табл. 2 позволяют оценить размеры поглощающих графитовых кластеров для *a*-C:H покрытий, полученных при различных давлениях ацетилена. Для  $P = 0,3; 0,5$  и 1,0 Па средний размер кластера составляет 21,1; 12,4 и 12,0 нм соответственно. Эти значения существенно ниже того же параметра для пленок, полученных в вакууме, который составляет 37,0 нм. Наноразмерные графитовые частицы, состоящие из нескольких сотен атомов углерода, обладают повышенной сорбционной способностью, так как имеют большое количество оборванных связей и слабосвязанных электронов, способных эффективно поглощать оптическое излучение. При этом с ростом давления ацетилена при общем возрастании количества  $sp^2$ -связей уменьшается размер кластера графитоподобного материала и повышается его эффективность в поглощении света.

Таблица 2. Результаты разложения спектров КРС

Table 2. Raman spectra deconvolution parameters

Параметр	Давление ацетилена, Па			
	Вакуум	0,3	0,5	1,0
<i>D</i> -пик, см <sup>-1</sup>	1336,8	1354,2	1333,4	1333,0
<i>G</i> -пик, см <sup>-1</sup>	1564,2	1564,3	1533,9	1534,6
$I(D)/I(G)$	0,12	0,21	0,36	0,37
Размер кластера графита, нм	37,0	12,0	12,4	21,1

**Оптические свойства покрытий.** Данные измерений оптических параметров покрытий, полученные с помощью эллипсометра ЛЭФ-3М-1, представлены в табл. 3, которая демонстрирует влияние на показатель преломления  $n$  и коэффициент экстинкции  $k$  условий осаждения  $a$ -С:Н покрытий после их термообработки при 250 и 300 °С.

Исследование толщины  $a$ -С:Н покрытий показало, что повышение температуры основы до 300 °С не приводит к уменьшению толщины покрытий вследствие процессов окисления и последующего испарения летучих фракций, то есть можно говорить о надежности работы такого материала в условиях космического пространства, где поверхности оборудования могут нагреваться до 150 °С. Такое значение температуры регламентируется стандартом Европейской аэрокосмической ассоциации (ECSS-Q-ST-70-04C. Thermal testing for the evaluation of space materials, processes, mechanical parts and assemblies), определяющим условия для испытаний на термостабильность.

Таблица 3. Оптические характеристики  $a$ -С:Н покрытия до и после термообработки

Table 3. Optical characteristics of  $a$ -С:Н coatings before and after thermal treatment

Номер образца	Давление ацетилена, Па	Показатель преломления			Коэффициент экстинкции			Толщина покрытия, мкм		
		Без отжига	250 °С	300 °С	Без отжига	250 °С	300 °С	Без отжига	250 °С	300 °С
1	–	2,34	2,45	2,43	0,62	0,44	0,44	0,23	0,21	0,22
2	0,1	2,32	2,35	2,33	0,28	0,24	0,26	0,28	0,27	0,29
3	0,3	2,06	2,09	2,12	0,29	0,24	0,24	0,21	0,18	0,16
4	0,5	1,99	2,08	2,06	0,13	0,09	0,09	0,31	0,28	0,18
5	0,7	1,99	2,02	1,93	0,08	0,07	0,06	0,35	0,32	0,28
6	1,0	2,00	2,03	1,92	0,09	0,08	0,06	0,30	0,26	0,27
7	1,5	1,99	2,00	1,92	0,07	0,07	0,07	0,26	0,24	0,27

Как видно из табл. 3, имеет место уменьшение коэффициента преломления в исследуемых покрытиях при росте значений давления газа. Наименьшее  $n = 1,8$  было получено при давлении ацетилена  $P = 1,5$  Па. Таким образом, варьируя  $P$ , можно получать покрытия с требуемым показателем преломления для различных оптических применений. Например,  $a$ -С:Н покрытия с показателем преломления 2,0 являются очень перспективными в качестве просветляющих и защитных для элементов инфракрасной оптики [12]. В [13] экспериментально было показано, что тонкие пленки  $a$ -С:Н с показателем преломления, равным 2,0, и толщиной, соответствующей четверти длины волны, осажденные на обе стороны оптических элементов из германия, обеспечивают практически 100%-ное просветление в области 4–5 мкм благодаря отсутствию поглощения в этом интервале длин волн.

На снимках поверхности образца кремния с  $a$ -С:Н покрытием (рис. 3), полученных при помощи растрового электронного микроскопа (РЭМ) S-4800 (производство Hitachi), представлена структура покрытия до отжига и после отжига при температуре 250 °С.

На РЭМ-снимке образца видно, что после отжига число трещин в  $a$ -С:Н покрытии увеличивается. Их образование, вероятно, связано с появлением термических напряжений, которые возникают вследствие разницы коэффициентов термического расширения основы и покрытия. При этом структура покрытия мелкозернистая, ровная, без глобул или образования столбчатых структур как до отжига, так и после. То есть повышение температуры до 250 °С не приводит к перестройке структуры покрытия. Это демонстрирует стабильность морфологии  $a$ -С:Н покрытий при нагреве и возможность их применения в условиях больших перепадов температур окружающей среды.

Для антибликовых покрытий важным параметром является коэффициент отражения  $R$ . Определенные с помощью лазерной эллипсометрии значения показателя преломления и коэффициента экстинкции позволяют произвести расчет  $R$ , используя следующее выражение:

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}. \quad (2)$$



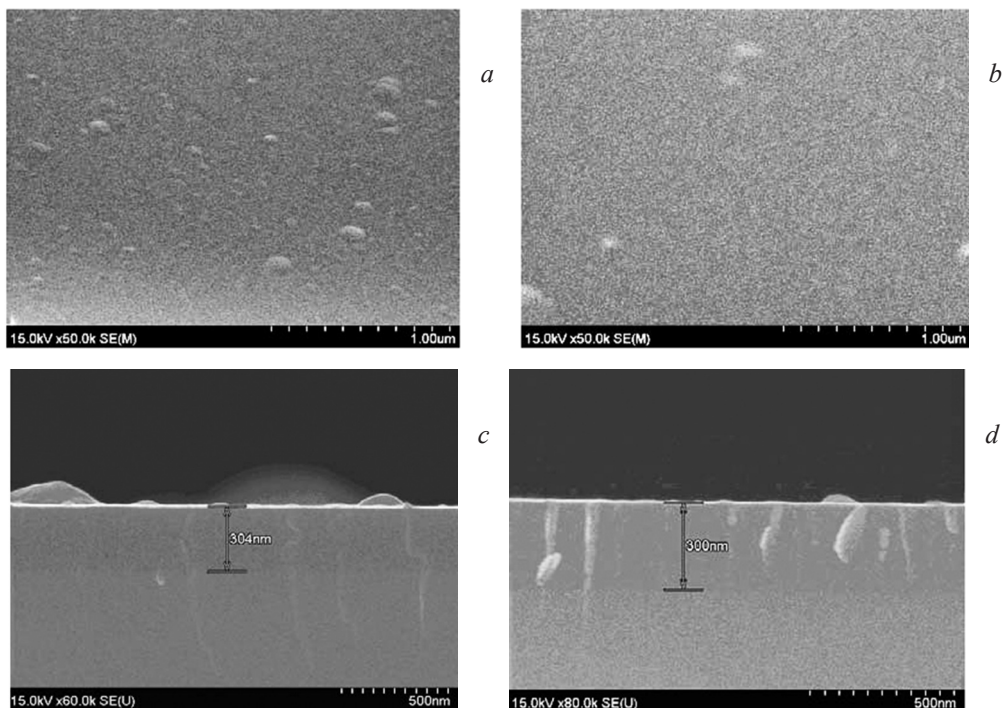


Рис. 3. РЭМ-изображение  $a$ -C:H покрытия на кремниевой основе:  $a$  и  $c$  – без отжига;  $b$  и  $d$  – отжиг при 250 °C  
 Fig. 3. SEM picture of the  $a$ -C:H coating deposited on the silicon substrate:  $a$ ,  $c$  – without thermal treatment;  $b$ ,  $d$  – with thermal treatment at 250 °C

Данные расчета по формуле (2) представлены в виде зависимости  $R(P)$  на рис. 4. Существенное изменение значения  $R$  наблюдается в области давлений газа до 0,7 Па.

Наиболее выраженное падение  $R$  отмечается для исследуемых образцов после термического нагрева основы до 300 °C, когда начинает происходить преимущественное формирование  $sp^2$ -связей. Приведенная зависимость  $R(P)$  показывает, что регулированием содержания ацетилена в вакуумной камере возможно уменьшить отражение света на длине волны 632,8 нм от зер-

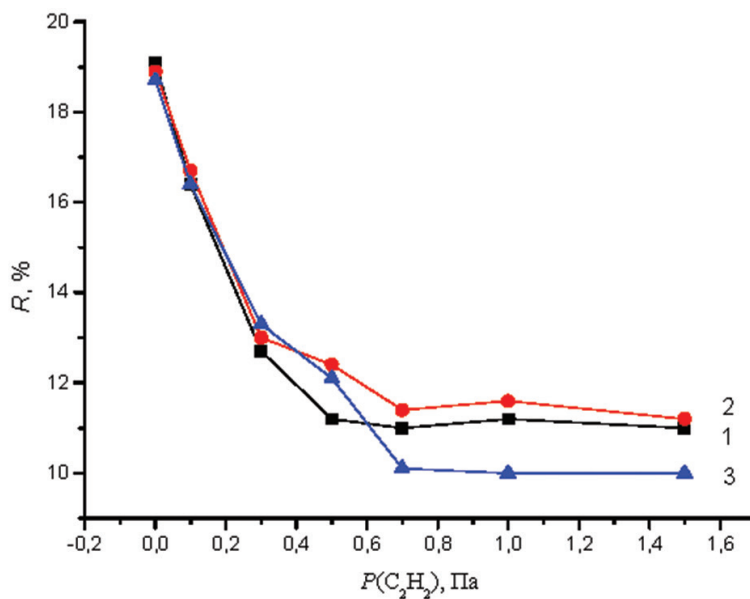


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения  $a$ -C:H покрытий от давления паров ацетилена:  
 1 – без отжига, 2 – отжиг при 250 °C, 3 – отжиг при 300 °C  
 Fig. 4. Dependence of the light reflectance coefficient on acetylene pressure:  
 1 – without thermal treatment, 2 – with thermal treatment at 250 °C, 3 – with thermal treatment at 300 °C

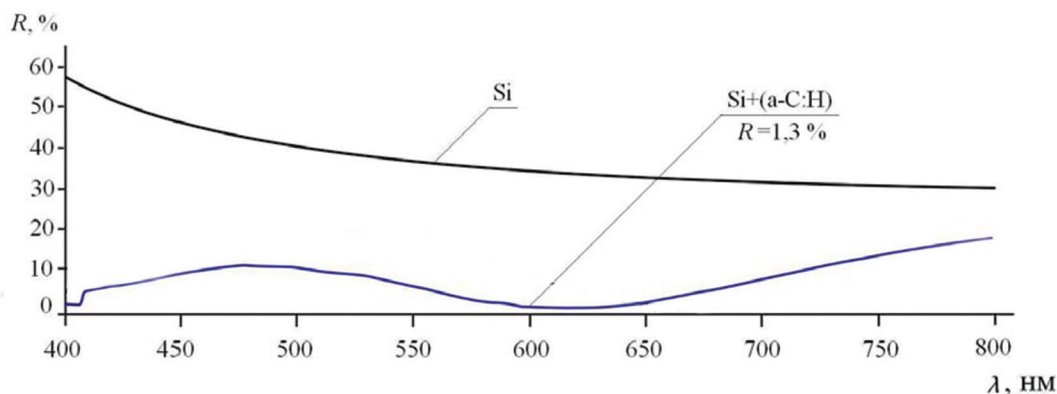


Рис. 5. Спектры отражения для образца № 4 и чистого кремния

Fig. 5. Reflective spectra of sample 4 and pure silicon

кально-гладкой поверхности  $a$ -C:H покрытий до 9 % и получить материал с требуемыми оптическими свойствами.

Отражение света для чистого кремния и исследуемых образцов, отожженных при 300 °C, было исследовано на микроспектрофотометре MPV-SP (фирма Leico) в диапазоне 400–800 нм. Данные измерения позволили выявить снижение отражения света от образцов с  $a$ -C:H покрытием примерно в 2 раза по сравнению с основой из чистого кремния.

Как видно из рис. 5,  $a$ -C:H покрытие, полученное при давлении ацетилена 0,5 Па (образец № 4), позволяет получить минимальное отражение света на длине волны 600 нм порядка 1,3 %.

Исследование поглощающей способности  $a$ -C:H покрытий методом лазерной эллипсометрии на длине волны 632,8 нм показало, что коэффициент экстинкции такого рода пленок изменяется в пределах 0,07–0,40 в зависимости от условий получения и режимов термообработки. Эти данные позволяют рассчитать спектральный коэффициент поглощения света

$$\alpha_{\lambda} = \frac{4\pi k}{\lambda}. \quad (3)$$

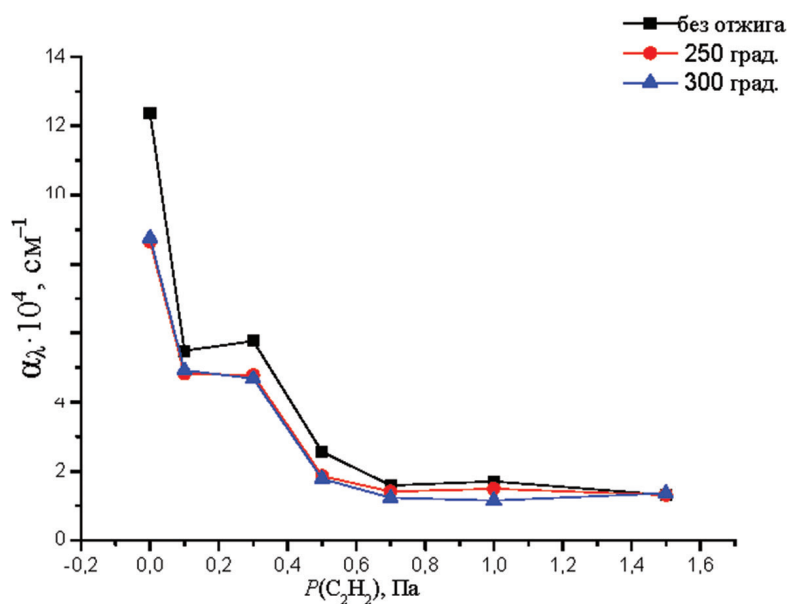
Рис. 6. Зависимость коэффициента поглощения  $a$ -C:H покрытий от давления паров ацетилена: 1 – без отжига, 2 – отжиг при 250 °C, 3 – отжиг при 300 °C

Fig. 6. Dependence of absorbance coefficient on acetylene vapor pressure: 1 – without thermal treatment, 2 – with thermal treatment at 250 °C, 3 – with thermal treatment at 300 °C

Данные расчета по (3) представлены в виде зависимости  $\alpha_\lambda(P)$  на рис. 6, где можно видеть, что для  $k$  также наблюдается сильная зависимость от давления ацетилена, особенно при низких его значениях. Наибольший полученный коэффициент поглощения равен  $\alpha_\lambda = 12,4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ . Для покрытий, полученных в атмосфере углеводорода,  $\alpha_\lambda = (1,1-2,1) \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ .

Как известно, изменение показателя преломления связано с изменением плотности материала оптической среды, в то время как показатель поглощения в большей степени обусловлен структурой и электронной конфигурацией [14]. Из полученных экспериментальных данных следует, что происходит значительное изменение электронной структуры и конфигурации атомных связей в углеродном покрытии на фоне умеренного изменения его плотности при переходе от чисто физического осаждения к смешанному физическому и химическому осаждению.

**Заключение.** В результате выполненных работ установлено, что изменение давления ацетилена в вакуумной камере дает возможность гибко управлять структурой и типами химических связей атомов углерода. Декомпозиция ацетилена плазмой дугового разряда приводит к повышенному содержанию наноразмерных включений графитоподобной фазы в матрице АПУ, обеспечивающих высокую поглощающую способность  $a$ -С:Н покрытий. Определено, что антибликовые свойства таких покрытий зависят от условий их получения. Покрытия сохраняют свои характеристики вплоть до 300 °С, что делает их пригодными в условиях перепада температур в открытом космосе.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке технологии нанесения поглощающих  $a$ -С:Н покрытий на корпусные детали фокальных плоскостей космических аппаратов дистанционного зондирования Земли.

#### Список использованных источников

1. DLC solid lubricant coatings on ball bearings for space applications / A. Vanhulsel [et al.] // *Tribology International*. – 2007. – Vol. 40, iss. 7. – P. 1186–1194. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2006.12.005>
2. Space environmental effects on MoS<sub>2</sub> and diamond-like carbon lubricating films: Atomic oxygen-induced erosion and its effect on tribological properties / M. Tagawa [et al.] // *Surf. and Coat. Technol.* – 2007. – Vol. 202, iss. 4–7. – P. 1003–1010. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2007.07.069>
3. Thongrattanasiri, Sukosin. Total light absorption in graphene / Sukosin Thongrattanasiri, Frank H. L. Koppens, F. Javier García de Abajo // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 108, iss. 4. – 047401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.047401>
4. Chekan, N. Chapter I. Advanced Pulsed Arc Technique of Fabrication of DLC Films and their Technical and Medical Applications / N. Chekan // *Diamond-like Carbon Films* / ed. by Yuto S. Tanaka. – Nova Science Pub Inc., 2011. – P. 1–38.
5. Ferrari, A. C. Raman spectroscopy in carbons: from nanotubes to diamond / A. C. Ferrari, J. Robertson // *Phil. Trans. Roy. Soc. A. Mathematical, physical and engineering sciences*. – 2004. – Vol. 362. – P. 2267–2565. <https://doi.org/10.1098/rsta.2004.1453>
6. Handbook of Auger Electron Spectroscopy / L. E. Davis [et al.]. – Eden Prairie: Physical Electronics Division of Perkin-Elmer Corporation, 1978. – 249 p.
7. Determination of sp<sup>3</sup> fraction in ta-C coating using XPS and Raman spectroscopy / V. Zavaleyev [et al.] // *Вопросы атомной науки и техники*. – 2016. – № 4. – С. 84–92.
8. Davis, C. A. Cross-sectional structure of tetrahedral amorphous carbon thin films / C. A. Davis, K. M. Knowles, G. A. J. Amaratunga // *Surface and Coatings Technology*. – 1995. – Vol. 76–77. – P. 316–321. [https://doi.org/10.1016/0257-8972\(95\)02553-7](https://doi.org/10.1016/0257-8972(95)02553-7)
9. SPM investigation of diamond-like carbon and carbon nitride films / D. Liu [et al.] // *Surf. and Coat. Technol.* – 2003. – Vol. 172. – P. 194–203. [https://doi.org/10.1016/S0257-8972\(03\)00338-4](https://doi.org/10.1016/S0257-8972(03)00338-4)
10. Ferrari, A. C. Raman spectroscopy of amorphous, nanostructured, diamond-like carbon, and nanodiamond / A. C. Ferrari, J. Robertson // *Phil. Trans. Roy. Soc. A. Mathematical, physical and engineering sciences*. – 2004. – Vol. 362. – P. 2477–2512. <https://doi.org/10.1098/rsta.2004.1452>
11. Ferrari, A. C. Determination of bonding in diamond-like carbon by Raman spectroscopy / A. C. Ferrari // *Diamond and Related Materials*. – 2002. – Vol. 11, № 3–6. – P. 1053–1061. [https://doi.org/10.1016/S0925-9635\(01\)00730-0](https://doi.org/10.1016/S0925-9635(01)00730-0)
12. Коншина, Е. А. Аморфный гидрогенизированный углерод и применение его в оптических устройствах / Е. А. Коншина. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. – 93 с.
13. Коншина, Е. А. Особенности колебательных спектров алмазоподобных и полимероподобных пленок  $a$ -С:Н / Е. А. Коншина, А. И. Вангонен // *Физика и техника полупроводников*. – 2005. – Т. 39, вып. 5. – С. 616–621.
14. Ландсберг, Г. С. Оптика: учеб. пособие для вузов / Г. С. Ландсберг. – 6-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – 848 с.

#### References

1. Vanhulsel A., Velasco F., Jacobs R., Eersels L., Havermans D., Roberts E. W., Sherrington I., Anderson M. J., Gaillard L. DLC solid lubricant coatings on ball bearings for space applications. *Tribology International*, 2007, vol. 40, iss. 7, pp. 1186–1194. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2006.12.005>



2. Tagawa M., Yokota K., Matsumoto K., Suzuki M., Teraoka Y., Kitamura A., Belin M., Fontaine J., Martin J.-M. Space environmental effects on MoS<sub>2</sub> and diamond-like carbon lubricating films: Atomic oxygen-induced erosion and its effect on tribological properties. *Surface and Coatings Technology*, 2007, vol. 202, iss. 4–7, pp. 1003–1010. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2007.07.069>
3. Thongrattanasiri Sukosin, Koppens Frank H. L., de Abajo F. Javier García. Total light absorption in graphene. *Physical Review Letters*, 2012, vol. 108, iss. 4, 047401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.047401>
4. Chekan N. Chapter I. Advanced Pulsed Arc Technique of Fabrication of DLC Films and their Technical and Medical Applications. Tanaka Yuto S. (ed.). *Diamond-like Carbon Films*. Nova Science Pub Inc., 2011, pp. 1–38.
5. Ferrari A. C., Robertson J. Raman spectroscopy in carbons: from nanotubes to diamond. *Philosophical Transactions of the Royal Society A. Mathematical, physical and engineering sciences*, 2004, vol. 362, pp. 2267–2565. <https://doi.org/10.1098/rsta.2004.1453>
6. Davis L. E., MacDonald N., Palmberg P. W., Riach G. E., Weber R. E. *Handbook of Auger Electron Spectroscopy*. Eden Prairie, Physical Electronics Division of Perkin-Elmer Corporation, 1978. 249 p.
7. Zavaleyev V., Walkowicz J., Sawczak, M., Klein M., Moszyński D., Chodun R., Zdunek K. Determination of sp<sup>3</sup> fraction in ta-C coating using XPS and Raman spectroscopy. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki [Problems of Atomic Science and Technology]*, 2016, no. 4, pp. 84–92.
8. Davis C. A., Knowles K. M., Amaratunga G. A. J. Cross-sectional structure of tetrahedral amorphous carbon thin films. *Surface and Coatings Technology*, 1995, vol. 76–77, pp. 316–321. [https://doi.org/10.1016/0257-8972\(95\)02553-7](https://doi.org/10.1016/0257-8972(95)02553-7)
9. Liu D., Benstetter G., Lodermeier E., Akula I., Dudarchyk I., Liu Y., Ma T. SPM investigation of diamond-like carbon and carbon nitride films. *Surface and Coatings Technology*, 2003, vol. 172, pp. 194–203. [https://doi.org/10.1016/S0257-8972\(03\)00338-4](https://doi.org/10.1016/S0257-8972(03)00338-4)
10. Ferrari A. C., Robertson J. Raman spectroscopy of amorphous, nanostructured, diamond-like carbon, and nanodiamond. *Philosophical Transactions of the Royal Society A. Mathematical, physical and engineering sciences*, 2004, vol. 362, pp. 2477–2512. <https://doi.org/10.1098/rsta.2004.1452>
11. Ferrari A. C. Determination of bonding in diamond-like carbon by Raman spectroscopy. *Diamond and Related Materials*, 2002, vol. 11, no. 3–6, pp. 1053–1061. [https://doi.org/10.1016/S0925-9635\(01\)00730-0](https://doi.org/10.1016/S0925-9635(01)00730-0)
12. Konshina E. A. *Amorphous hydrogenated carbon and its application in optical devices*. Saint Petersburg, ITMO University, 2010. 93 p. (in Russian).
13. Konshina E. A., Vangonen A. I. Features of the vibrational spectra of diamond-like and polymer-like films a-C:H. *Semiconductors*, 2005, vol. 39, no. 5, pp. 585–590. <https://doi.org/10.1134/1.1923569>
14. Landsberg G. S. *Optics: textbook for high schools*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 848 p. (in Russian).

### Информация об авторах

Чекан Николай Михайлович – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией наноматериалов и ионно-плазменных процессов, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: pec@bas-net.by

Акула Игорь Петрович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: shark@bas-net.by

Шпак Екатерина Петровна – научный сотрудник, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: ket27051973@gmail.com

Навицкий Артем Николаевич – магистрант, стажер младшего научного сотрудника, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: artem.nav95@gmail.com

### Information about the authors

Nikolai M. Chekan – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory of Nanomaterials and Ion-Plasma Processes, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: pec@bas-net.by

Igor P. Akula – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: shark@bas-net.by

Ekaterina P. Shpak – Researcher, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ket27051973@gmail.com

Artem N. Navitskii – Graduate Student, Trainee Junior Researcher, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: artem.nav95@gmail.com

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 669.872:539.216:539.4.015

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-290-296>

Поступила в редакцию 03.05.2018

Received 03.05.2018

**В. Г. Шепелевич<sup>1</sup>, О. В. Гусакова<sup>2</sup>, С. В. Гусакова<sup>1</sup>**<sup>1</sup>*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*<sup>2</sup>*Международный государственный экологический институт имени А. Д. Сахарова  
Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь***ФАЗОВЫЙ СОСТАВ, МИКРОСТРУКТУРА И МИКРОТВЕРДОСТЬ СПЛАВА  
In–Sn, ПОЛУЧЕННОГО ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИЕЙ**

**Аннотация.** Исследования направлены на получение перспективных для бессвинцовой пайки легкоплавких сплавов в виде фольги с однородным распределением дисперсных составляющих. Представлены результаты изучения структуры и свойства сплава In – 42 ат.% Sn, полученного методом сверхбыстрой закалки из расплава при скорости охлаждения расплава порядка  $10^5$  К/с. Рентгеноструктурные исследования показали, что быстротвердевшая фольга состоит из соединения  $\text{InSn}_4$  ( $\gamma$ -фаза) и соединения  $\text{In}_3\text{Sn}$  ( $\beta$ -фаза), что соответствует равновесной диаграмме состояния. По экспериментальным данным, полученным методом дифракции отраженных электронов (ДОЭ), определены параметры фаз с использованием метода случайных секущих: объемная доля фаз, средняя длина хорд случайных секущих на выделениях каждой из фаз, удельная поверхность межфазной границы. Микроструктура и распределение компонент изучались с помощью растровой электронной микроскопии и рентгеноспектрального анализа. Вид микроструктуры существенно различается для стороны, прилегающей к кристаллизатору, и свободно затвердевающей. Методом ДОЭ установлено, что сплав In – 42 ат.% Sn, полученный высокоскоростной кристаллизацией, состоит из основной  $\beta$ -фазы и дисперсной  $\gamma$ -фазы, имеющих микрокристаллическую структуру с размером зерен, не превышающим 2 мкм. Методом обратных полюсных фигур изучена текстура обеих фаз, составляющих полученные поликристаллические сплавы. Проведены исследования механических свойств как сразу после изготовления фольги, так и после старения и отжига. Показано, что увеличение микротвердости сплава при старении и отжиге обусловлено изменением параметров зеренной структуры.

**Ключевые слова:** высокоскоростное затвердевание, индий, олово, фольга, фаза, зерно, текстура, межфазная граница, микротвердость

**Для цитирования.** Шепелевич, В. Г. Фазовый состав, микроструктура и микротвердость сплава In–Sn, полученного высокоскоростной кристаллизацией / В. Г. Шепелевич, О. В. Гусакова, С. В. Гусакова // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 3. – С. 290–296. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-290-296>

**V. G. Shepelevich<sup>1</sup>, O. V. Gusakova<sup>2</sup>, S. V. Husakova<sup>1</sup>**<sup>1</sup>*Belarusian State University, Minsk, Belarus*<sup>2</sup>*International Sakharov Environmental Institute of the Belarusian State University, Minsk, Belarus***PHASE COMPOSITION, MICROSTRUCTURE AND MICROHARDNESS OF ALLOY In–Sn,  
OBTAINED BY RAPID CRYSTALLIZATION**

**Abstract.** The results of studying of the structure and properties of the In – 42 at.% Sn alloy in the form of foil obtained by the method of rapid solidification with a cooling rate of the melt of at least  $10^5$  K/s are presented. X-ray diffraction analysis showed that the phase composition of the alloy corresponds to the equilibrium state diagram. Foils consist of an  $\text{InSn}_4$  compound ( $\gamma$ -phase) and an  $\text{In}_3\text{Sn}$  compound ( $\beta$ -phase). The grain structure of foil was studied by electron backscatter diffraction technique. It is established that the foil have a microcrystalline structure. The parameters of the microstructure are determined by the method of random linear secants: the volume fraction of the phases, average chord length of the random linear secant on the inclusions of each phase, the specific surface of the interface. Microstructure and distribution of components was also studied for both foil surfaces. The texture of both phases of the polycrystalline foils was studied by the method of inverse pole figures. It is established that the initial foils of the investigated alloy are in an unstable state. It is shown that an increase in the microhardness of the alloy during aging and annealing caused by change in the parameters of the grain structure.

**Keywords:** rapid solidification, indium, tin, foil, phase, grain, texture, interphase boundary, microhardness

**For citation.** Shepelevich V. G., Gusakova O. V., Husakova S. V. Phase composition, microstructure and microhardness of alloy In–Sn, obtained by rapid crystallization. *Vestsi Natsyyanal' nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 290–296 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-290-296>

**Введение.** В последнее десятилетие активно ведутся научные разработки по созданию новых легкоплавких бессвинцовых сплавов, чтобы исключить вредное влияние свинца на здоровье человека и окружающую среду [1]. В качестве заменителя свинца используют такие элементы, как висмут, индий, серебро [2–4], однако они значительно дороже свинца. Понижение стоимости легкоплавких бессвинцовых сплавов может быть достигнуто благодаря применению энерго- и ресурсосберегающие технологий, к которым относится и высокоскоростное затвердевание [5, 6]. Но при сверхвысоких скоростях охлаждения формируется структура, которая существенно отличается от структуры, получаемой при использовании традиционных технологий синтеза и обработки материалов [6]. Высокоскоростное затвердевание позволяет изготавливать сплавы в виде фольги толщиной несколько десятков микрон, что расширяет область их применения, а также позволяет, например, автоматизировать процесс пайки [7]. В связи с этим получение сплавов системы индий–олово [8] в виде фольги высокоскоростным затвердеванием, исследование их фазового состава, распределение компонентов и микроструктуры имеет научное и прикладное значение.

**Методика эксперимента.** Сплав In – 42 ат.% Sn изготовлен сплавлением компонентов в кварцевой ампуле. Капля расплава ~ 0,1–0,2 г инжигировалась на внутреннюю полированную поверхность вращающегося медного цилиндра, где она растекалась тонким слоем и затвердевала в виде фольги. Толщина исследуемых образцов фольги составляла 40–70 мкм, а их длина достигала 10 см. Скорость охлаждения расплава, согласно расчетам [6], не менее  $10^5$  К/с.

Микроструктура быстрозатвердевших сплавов исследована с помощью растрового микроскопа LEO 1455 VP, оснащенного энергодисперсионным рентгеновским спектрометром Aztec Energy Advanced X-Max 80, и дифракционной приставки фазового анализа HKL EBSD Premium System Channel 5. Изучение зеренной структуры фольги методом дифракции отраженных электронов проводилось для исходных образцов, а также образцов, подвергнутых изотермическому отжигу при 80 °С в течение 30 мин, 3 и 6 ч. Определение параметров микроструктуры осуществлялось методом случайных секущих [8] с относительной погрешностью 8 %. Рентгеноструктурный анализ выполнен на дифрактометре ДРОН-3 в медном излучении. Текстура фольги исследована с помощью «обратных» полюсных фигур. Полюсные плотности  $p$  дифракционных линий рассчитаны по методу Харриса [9]. Микротвердость сплавов в виде фольги измерена на приборе ПМТ-3 с относительной погрешностью 4 %.

**Результаты исследования и их обсуждение.** На дифрактограмме быстрозатвердевшей фольги сплава In – 42 ат.% Sn наблюдаются дифракционные линии  $\beta$ -фазы ( $\text{In}_3\text{Sn}$ ) (101, 110, 002, 200 и др.) и  $\gamma$ -фазы ( $\text{InSn}_4$ ) (0001,  $10\bar{1}0$ ,  $10\bar{1}1$ ,  $11\bar{2}0$  и др.) [11]. Дифракционных линий, не относящихся к этим фазам, не обнаружено. Фаза  $\text{In}_3\text{Sn}$  ( $\beta$ -фаза) имеет тетрагональную решетку с параметрами элементарной ячейки  $a = 0,489$  нм,  $c = 0,440$  нм, а параметры элементарной ячейки гексагональной  $\text{InSn}_4$  ( $\gamma$ -фазы) имеют значения  $a = 0,322$  нм,  $c = 0,300$  нм.

На рис. 1, *a* представлена морфология поверхности фольги (*A*), прилегающей к кристаллизатору, на рис. 1, *b* – морфология свободно затвердевающей поверхности (*B*). Поверхность *A* фольги, контактирующая с кристаллизатором, имеет зеркальный вид и содержит раковины микронных размеров. На противоположной поверхности фольги *B* наблюдаются выступы и впадины, образующиеся в результате формирования кристаллитов на завершающей стадии затвердевания.

Распределение индия и олова, полученное при сканировании электронного пучка вдоль линии  $L-L^1$  по поверхности *A* фольги сплава In – 42 ат.% Sn, показано на рис. 1, *c*. Областям, обогащенным индием, соответствует  $\beta$ -фаза, обогащенным оловом –  $\gamma$ -фаза.

Вид зеренной структуры  $\beta$ - и  $\gamma$ -фаз фольги сплава In – 42 ат.% Sn приведен на рис. 2. Изображение получено методом дифракции обратно отраженных электронов при сканировании электронного луча по участку поверхности фольги, прилегающей к кристаллизатору. На рисунке жирными черными линиями выделены высокоугловые границы (угол разориентации > 10 град), тонкими черными линиями – малоугловые границы с углом разориентации от 2 до 10 град.

Определение параметров микроструктуры: объемной доли фаз  $V$ , средней длины хорд случайных секущих на выделениях каждой из фаз  $d$ , удельной поверхности межфазной границы  $S$ , проведено с помощью метода случайных секущих. В табл. 1 представлены их значения.

Объемная доля  $\beta$ -фазы в три раза превышает объемную долю  $\gamma$ -фазы, что соответствует диаграмме состояния. Удельная поверхность межфазной границы  $\beta$  и  $\gamma$  фаз равна  $S_{\text{мфг}} = 0,50$  мкм<sup>-1</sup>.

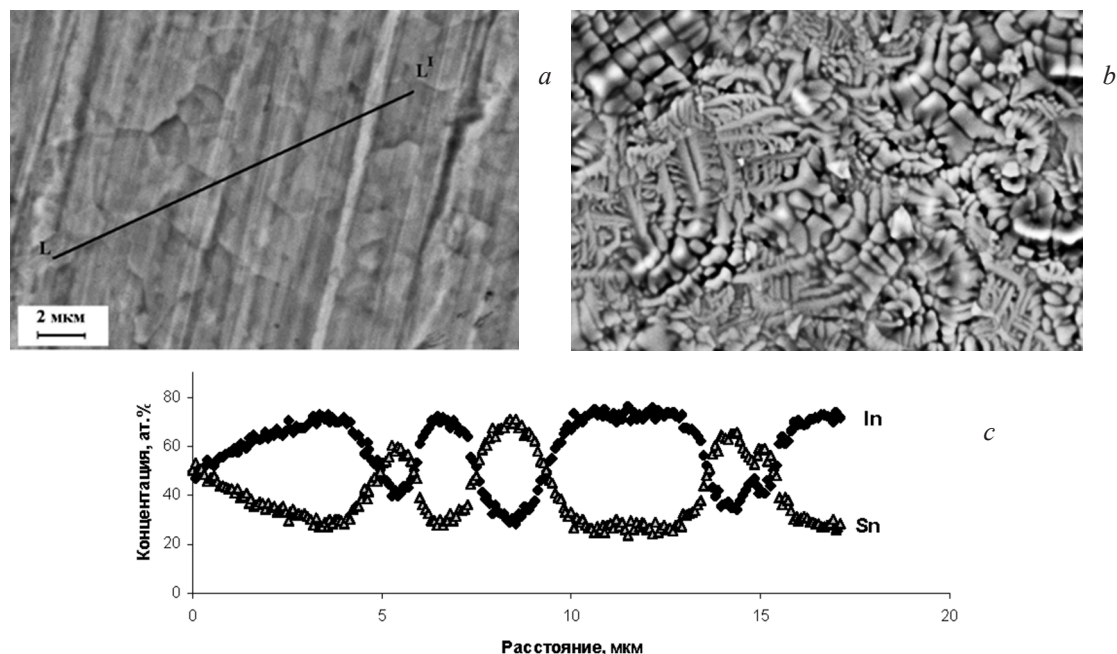


Рис. 1. Изображение поверхностей *A* (*a*) и *B* (*b*) быстро затвердевшей фольги и распределение компонентов фольги сплава In – 42 ат.% Sn вдоль линии сканирования *L–L'* (*c*)

Fig. 1. The image of the surfaces *A* (*a*) and *B* (*b*) of rapidly solidified foil and the distribution of its components of the alloy In – 42 at.% Sn along the *L–L'* scanning line (*c*)

В ходе эксперимента нами определены параметры зеренной структуры. Средние значения длин хорд случайных секущих, расположенных на сечениях зерен обеих фаз, совпадают в пределах погрешности их измерения. Удельные поверхности высокоугловых границ зерен в  $\beta$ -фазе  $S_{\text{выг}}^{\beta} = 0,85 \text{ мкм}^{-1}$  и  $\gamma$ -фазе  $S_{\text{выг}}^{\gamma} = 0,014 \text{ мкм}^{-1}$ . На сечениях выделений  $\beta$ -фазы наблюдается несколько высокоугловых границ. Из-за малых размеров сечений зерен  $\gamma$ -фазы на большинстве из них (80 %) не обнаружены высокоугловые границы. Поэтому  $S_{\text{выг}}^{\gamma}$  значительно меньше  $S_{\text{выг}}^{\beta}$ . По этой же причине линейных границ зерен в  $\gamma$ -фазе не наблюдается, а в  $\beta$ -фазе их плотность равна  $L^{\beta} = 0,54 \text{ мкм}^{-2}$ . Общая величина высокоугловых границ в фольге сплава  $S_{\text{выг}} = S_{\text{выг}}^{\beta} + S_{\text{выг}}^{\gamma} = 0,86 \text{ мкм}^{-1}$ , плотности линейных границ  $L = L^{\beta} + L^{\gamma} = 0,54 \text{ мкм}^{-2}$ . Таким образом, сплав In – 42 ат.% Sn, полученный высокоскоростной кристаллизацией, состоит из основной  $\beta$ -фазы и дисперсной  $\gamma$ -фазы, имеющих микрокристаллическую структуру. Такая микроструктура наблюдалась ранее в быстро затвердевших эвтектических сплавах систем Bi–Cd и Sn–Cd, полученных высокоскоростным затвердеванием [11, 12].

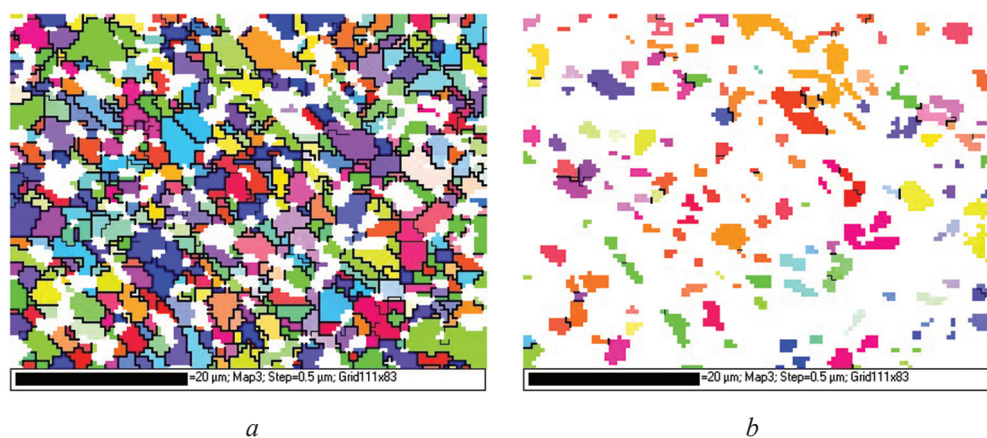


Рис. 2. Зеренные структуры  $\beta$ -фазы (*a*) и  $\gamma$ -фазы (*b*) быстро затвердевшей фольги сплава In – 42 ат.% Sn  
Fig. 2. Grain structures of  $\beta$ -phase (*a*) and  $\gamma$ -phase (*b*) of rapidly-solidified foil of the alloy In – 42 at.% Sn



Таблица 1. Параметры микроструктуры быстрозатвердевшей фольги сплава In – 42 ат.% Sn

Table 1. Parameters of microstructure of rapidly solidified foil of In – 42 at.% Sn alloy

Параметр микроструктуры Parameters of microstructure	Фаза Phase	
	$\beta$	$\gamma$
Объемная доля фаз, $V$ Volume fraction of the phases, $V$	0,75	0,25
Удельная поверхность межфазной границы, $S_{\text{мфг}}$ , мкм <sup>-1</sup> Specific interface surface area, $S_{\text{ifb}}$ , $\mu\text{m}^{-1}$	0,50	
Удельная поверхность высокоугловых границ зерен, $S_{\text{выг}}$ , мкм <sup>-1</sup> Specific surface of high-angle grain boundaries, $S_{\text{hab}}$ , $\mu\text{m}^{-1}$	0,85	0,014
Плотность линейных границ зерен, $L$ , мкм <sup>-2</sup> Density of linear grain boundaries $L$ , $\mu\text{m}^{-2}$	0,54	0
Средняя длина хорд сечений зерен, $D$ , мкм Mean value of the chord lengths at grain sections, $D$ , $\mu\text{m}$	1,7	1,6

Поскольку  $\beta$ - и  $\gamma$ -фазы имеют тетрагональную и гексагональную кристаллические решетки соответственно, то они характеризуются анизотропией физических свойств. В связи с этим важно исследовать текстуру фаз в быстрозатвердевшей фольге. В табл. 2 приведены значения полюсных плотностей  $P$  дифракционных линий  $\beta$ - и  $\gamma$ -фаз, рассчитанные из дифрактограмм, которые получены с поверхностей  $A$  и  $B$ .

Таблица 2. Значения полюсных плотностей дифракционных линий  $\beta$ - и  $\gamma$ -фаз в фольге быстрозатвердевшего сплава In – 42 ат.% SnTable 2. The values of the pole densities of the diffraction lines of the  $\beta$  and  $\gamma$  phases in the foil of the rapidly solidified In – 42 at.% Sn

$\beta$ -фаза $\beta$ -phase			$\gamma$ -фаза $\gamma$ -phase		
Дифракционные линии Diffraction lines	$P_A$	$P_B$	Дифракционные линии Diffraction lines	$P_A$	$P_B$
002	0,3	0,4	$10\bar{1}1$	0,8	1,2
102	0,4	0,3	$11\bar{2}0$	0,7	0,8
200	1,6	1,9	0002	1,8	1,4
201	0,8	1,0	$11\bar{2}1$	0,5	0,8
202	1,9	1,5	$20\bar{2}0$	0,7	0,6
220	1,0	0,9	$10\bar{1}2$	2,0	1,8
–	–	–	$20\bar{2}1$	0,5	0,4

В  $\beta$ -фазе наибольшие значения полюсной плотности приходятся на дифракционные линии 200 и 202 в слоях, прилегающих к поверхностям  $A$  и  $B$ , то есть формируется слабовыраженная двухкомпонентная текстура (100)+(101), на которую приходится около 55 % объема данной фазы. В  $\gamma$ -фазе наибольшие значения полюсной плотности в слое, прилегающем к поверхности  $A$  и  $B$ , принадлежат дифракционным линиям 0002 и  $10\bar{1}2$ , что указывает на формирование слабовыраженной двухкомпонентной текстуры (0001) + ( $10\bar{1}2$ ), на которую приходится около 50 % объема данной фазы. Указанные плоскости обеих фаз являются плотноупакованными, что и определяет преимущественный рост зерен, у которых соответствующие плоскости располагаются перпендикулярно направлению теплоотвода и параллельны поверхности фольги [13–15].

Исходные образцы фольги исследуемого сплава находятся в нестабильном состоянии. Исследования показали, что выдержка фольги при комнатной температуре не изменяет текстуру фаз. В процессе выдержки образцов при комнатной температуре в течение первых 4 сут микротвердость монотонно возрастает и достигает насыщения. При этом значение микротвердости сплавов в виде фольги увеличивается на 45 % и достигает значения  $H_\mu = 16$  МПа (рис. 3, а). Для исследования температурной стабильности фольги проводился изохронный отжиг с выдержкой по 20 мин при



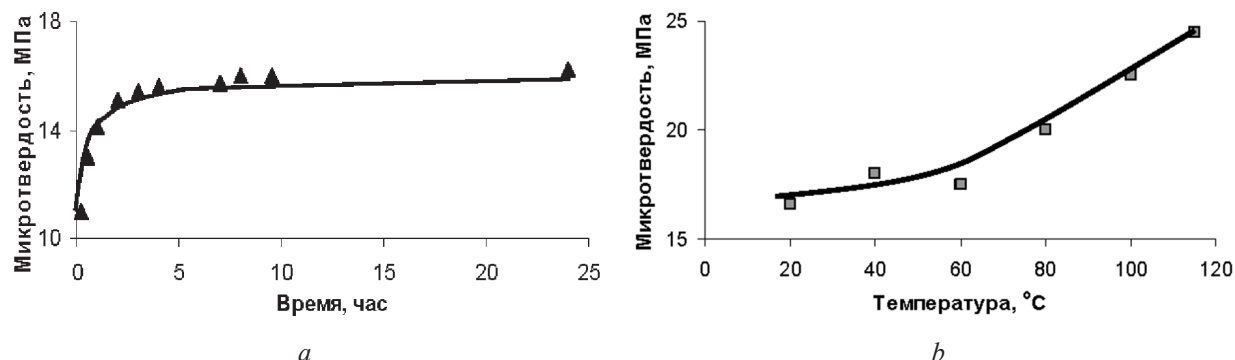


Рис. 3. Зависимость микротвердости быстрозатвердевшей фольги сплава In – 42 ат.% Sn: *a* – от времени выдержки при комнатной температуре, *b* – от температуры при изохронном отжиге в течение 20 мин  
 Fig. 3. Dependence of the microhardness of the rapidly solidified foil of the alloy In – 42 at.% Sn: *a* – on time at room temperature, *b* – on temperature at isochronous annealing for 20 minutes

каждой температуре нагрева. Образцы, подвергаемые изохронному отжигу, предварительно выдерживались при комнатной температуре в течение 100 ч. Нагрев выше 115 °C приводил к увеличению микротвердости фольги на 40 % (рис. 3, *b*).

Наблюдаемые изменения микротвердости при старении и отжиге фольги можно объяснить активным протеканием процессов диффузии при комнатной температуре, поскольку такая температура составляет 0,75 температуры плавления эвтектики, равной 395 К. В этом случае границы зерен являются ослабленными зонами, что способствует проскальзыванию по границам зерен [16]. Диффузионные процессы вызывают улучшение структуры границ зерен и фаз, уменьшая тем самым зернограничное проскальзывание, что приводит к увеличению микротвердости [17, 18].

Для установления характера влияния нагрева на параметры зеренной структуры сплавов был проведен их изотермический отжиг в течение 0,5; 3,0 и 6,0 ч при температуре 80 °C, соответ-

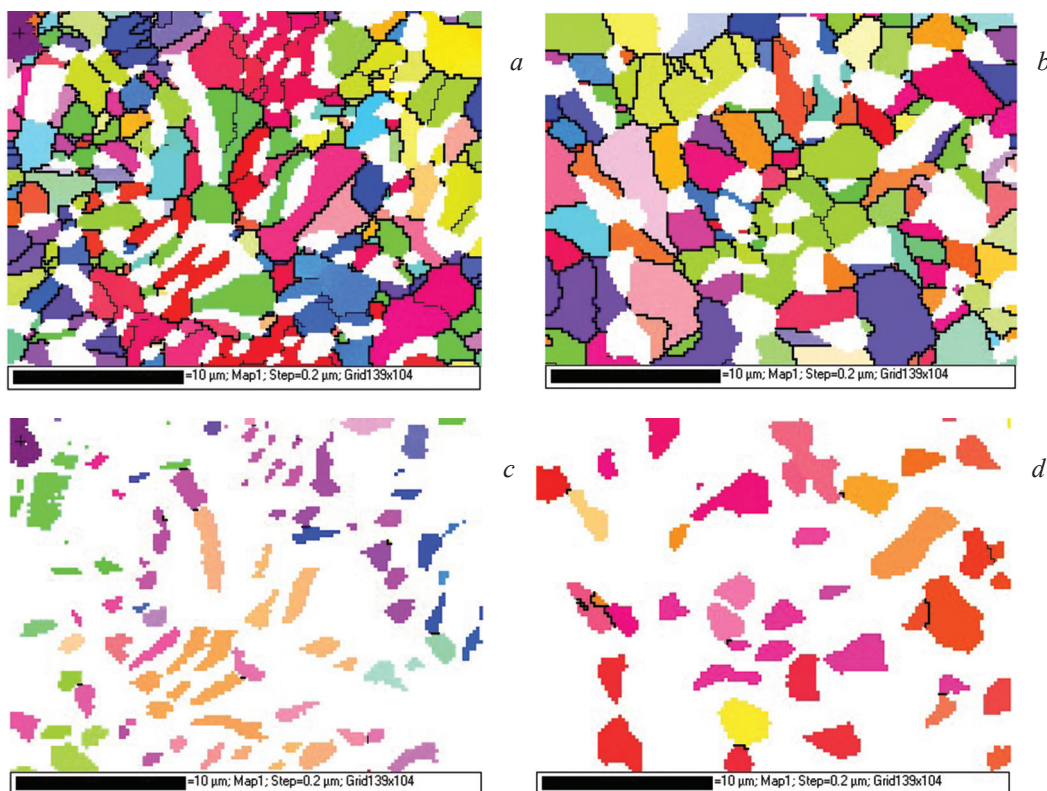


Рис. 4. Зеренная структура фольги после изотермического отжига: *a, b* –  $\beta$ -фаза; *c, d* –  $\gamma$ -фаза  
 Fig. 4. The grain structure of foil after isothermal annealing: *a, b* –  $\beta$ -phase; *c, d* –  $\gamma$ -phase

ствующей началу увеличения микротвердости сплава. На рис. 4 приведены зеренные структуры  $\beta$ -фазы (*a, b*) и  $\gamma$ -фазы (*c, d*) сплава In – 42 ат.% Sn через 30 мин (*a, c*) и 6 ч (*b, d*) отжига. При отжиге в течение 6 ч средняя длина хорд случайных секущих на обеих фазах увеличивается на 15–20 %. Отмечается также, что форма зерен приближается к равноосной. Наибольшее влияние нагрев фольги до 80 °С оказал на удельную плотность малоугловых границ, значение которой уменьшилось в 5 раз.

Таким образом, увеличение микротвердости при нагреве выше 60 °С при отжиге целесообразно связать с изменением количества малоугловых границ, укрупнением зеренной структуры, что приводит к уменьшению вклада зернограницного проскальзывания в общую деформацию.

**Заключение.** В результате проведения экспериментальных исследований быстрозатвердевших образцов сплава In – 42 ат.% Sn в виде фольги было определено, что они состоят из зерен  $\beta$ -фазы и  $\gamma$ -фазы. Средний размер зерен фаз составляет 1,3 мкм. Фольга имеет микрокристаллическую зеренную структуру. В ней образуются слабовыраженные двухкомпонентные текстуры (100)+(101)  $\beta$ -фазы и (0001) + (10 $\bar{1}2$ )  $\gamma$ -фазы. Микротвердость сплавов монотонно возрастает при увеличении времени выдержки при комнатной температуре до наступления стабилизации в течение 4 сут. Исследуемый быстрозатвердевший сплав может быть использован в качестве экологического чистого легкоплавкого припоя в виде фольги толщиной в несколько десятков микрон.

### Список использованных источников

1. Yeh, C. H. The Grain Boundary Wetting in the Sn – 25 at% In Alloys / C. H. Yeh, L. S. Chang, B. Straumal // *Defect and Diffusion Forum.* – 2006. – Vol. 258–260. – P. 491–496. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/DDF.258-260.491>
2. Андрущенко, М. Бессвинцовая пайка. Альтернативные сплавы / М. Андрущенко // *Электроника: Наука, технология, бизнес.* – 2004. – № 5. – С. 47–49.
3. Yeh, C.-H. Wetting Transition of Grain Boundaries in Tin-Rich Indium-Based Alloys and Its Influence on Electrical Properties / Chien-Hsuan Yeh, Li-Shin Chang, B. Straumal // *Materials Transactions.* – 2010. – Vol. 51, № 9. – P. 1677–1682. <https://doi.org/10.2320/matertrans.M2010159>
4. Phase structure and texture of electrodeposited InSn alloys on copper Substrate / P. Ozga [et al.] // *Archives of Metallurgy and Materials.* – 2008. – Vol. 53, iss. 1. – P. 307–315.
5. Высокоскоростное затвердевание расплавов: (Теория, технология и материалы) / В. А. Васильев [и др.]; под общ. ред. Б. С. Митина. – М.: СП Интермет инжиниринг, 1998. – 400 с.
6. Шепелевич, В. Г. Быстрозатвердевшие легкоплавкие сплавы / В. Г. Шепелевич. – Минск: БГУ, 2015. – 192 с.
7. Разработка процессов получения и применения сплавов припоев в дисперсионном состоянии с микрокристаллической или аморфной структурой / И. Н. Пашков [и др.] // *Металлург.* – 2010. – № 6. – С. 43–45.
8. Салтыков, С. А. Стереометрическая металлография / С. А. Салтыков. – М.: Металлургия, 1976. – 272 с.
9. Русаков, А. А. Рентгенография металлов / А. А. Русаков. – М.: Атомиздат, 1977. – 488 с.
10. Миркин, Л. И. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов / Л. И. Миркин; под ред. Я. С. Уманского. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 863 с.
11. Шепелевич, В. Г. Структура, свойства и стабильность быстрозатвердевшей эвтектики Bi – 40 мас.% Cd / В. Г. Шепелевич // *Материаловедение.* – 2013. – № 10. – С. 26–30.
12. Шепелевич, В. Г. Фазовый состав и зеренная структура быстрозатвердевшего эвтектического сплава Sn – 32 мас.% Cd / В. Г. Шепелевич // *Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов: межвуз. сб. научн. тр. / под общ. ред. В. М. Самсона, Н. Ю. Сдобнякова.* – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2013. – Вып. 5. – С. 370–375.
13. Shepelevich, V. G. The microstructure and microhardness of rapidly solidified foils of eutectic alloy In – 47 at.% Sn / V. G. Shepelevich, L. P. Scherbachenko // *British Journal of Science. Education and Culture.* – 2015. – Vol. 111, № 1(7). – P. 863–869.
14. Ван Цзинцзе. Структура и микротвердость быстрозатвердевшей фольги  $\gamma$ -фазы системы In–Sn / Ван Цзинцзе, В. Г. Шепелевич // *Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика.* – 2011. – № 1. – С. 22–24.
15. Ван Цзинцзе. Структура быстрозатвердевшей  $\beta$ -фазы системы In–Sn / Ван Цзинцзе, В. Г. Шепелевич // *Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика.* – 2010. – № 3. – С. 27–29.
16. Хоникомб, Р. Пластическая деформация металлов / Р. Хоникомб. – М.: Металлургия, 1975. – 408 с.
17. Бокштейн, Б. С. Термодинамика и кинетика границ зерен в металлах / Б. С. Бокштейн, Ч. В. Капецкий, Л. С. Швиндерман. – М.: Металлургия, 1986. – 224 с.
18. Грабский, М. В. Структурная сверхпластичность металлов / М. В. Грабский. – М.: Металлургия, 1975. – 272 с.

### References

1. Yeh C.-H., Chang L.-S., Straumal B. The Grain Boundary Wetting in the Sn – 25 at% In Alloys. *Defect and Diffusion Forum*, 2006, vol. 258–260, pp. 491–496. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/DDF.258-260.491>

2. Andryushchenko M. Lead-free soldering. Alternative alloys. *Elektronika: Nauka, tekhnologia, biznes = Electronics: Science, Technology, Business*, 2004, no. 5, pp. 47–49 (in Russian).
3. Yeh Chien-Hsuan, Chang Li-Shin, Straumal B. Wetting Transition of Grain Boundaries in Tin-Rich Indium-Based Alloys and Its Influence on Electrical Properties. *Materials Transactions*, 2010, vol. 51, no. 9, pp. 1677–1682. <https://doi.org/10.2320/matertrans.M2010159>
4. Ozga P., Świątec Z., Michalec M., Onderka B., Bonarski J. Phase structure and texture of electrodeposited InSn alloys on copper substrate. *Archives of Metallurgy and Materials*, 2008, vol. 53, iss. 1, pp. 307–315.
5. Vasil'yev V. A., Mitin B. S., Pashkov I. N., Serov M. M., Skuridin A. A., Lukin A. A., Yakovlev V. B. *Rapid solidification of melts: theory, technology and materials*. Moscow, SP Intermet Inzhiniring Publ., 1998. 400 p. (in Russian).
6. Shepelevich V. G. *Rapidly-solidified low-melting alloys*. Minsk, Belarusian State University, 2015. 192 p. (in Russian).
7. Pashkov I. N., Pikunov M. V., Tavalzhanskiy S. A., Pashkov A. I. Development of the processes of obtaining and using alloy solders in the dispersion state with a microcrystalline or amorphous structure. *Metallurg = Metallurgist*, 2010, no. 6, pp. 43–45 (in Russian).
8. Saltykov S. A. *Stereometric metallography*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1976. 272 p. (in Russian).
9. Rusakov A. A. *Radiography of metals*. Moscow, Atomizdat Publ., 1977. 488 p. (in Russian).
10. Mirkin L. I. Umanskiy Ya. S. (ed.). *Handbook of X-ray diffraction analysis of polycrystals*. Moscow, State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1961. 863 p. (in Russian).
11. Shepelevich V. G. Structure, properties and stability of the rapidly solidified eutectic Bi – 40 wt.% Cd. *Materialovedeniye*, 2013, no. 10, pp. 26–30 (in Russian).
12. Shepelevich V. G. Phase composition and grain structure of the rapidly solidified eutectic alloy Sn – 32 wt.% Cd. *Fiziko-khimicheskiye aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov: mezhvuz. sb. nauch. tr.* [Physico-chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials: interuniversity collection of scientific papers]. Tver, Tver State University, 2013, issue 5, pp. 370–375 (in Russian).
13. Shepelevich V. G., Scherbachenko L. P. The microstructure and microhardness of rapidly solidified foils of eutectic alloy In – 47 at.% Sn. *British Journal of Science. Education and Culture*, 2015, vol. 111, no. 1(7), pp. 863–869.
14. Van Tszintsze, Shepelevich V.G. Structure and microhardness of the fast-solidified foil of the  $\gamma$ -phase of the In–Sn system. *Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. 1. Fizika. Matematika. Informatika = Vestnik BSU. Series 1. Physics. Mathematics. Informatics*, 2011, no. 1, pp. 22–24 (in Russian).
15. Van Tszintsze, Shepelevich V. G. Structure of the fast-solidified  $\beta$ -phase of the In–Sn system. *Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. 1. Fizika. Matematika. Informatika = Vestnik BSU. Series 1. Physics. Mathematics. Informatics*, 2010, no. 3, pp. 27–29 (in Russian).
16. Khonikomb R. *Plastic deformation of metals*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1975. 408 p. (in Russian).
17. Bokshteyn B. S., Kapetskiy C. V., Shvinderman L. S. *Thermodynamics and kinetics of grain boundaries in metals*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 224 p. (in Russian).
18. Grabskiy M. V. *Structural superplasticity of metals*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1975. 272 p. (in Russian).

### Информация об авторах

Шепелевич Василий Григорьевич – доктор физико-математических наук, профессор, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: Shepelevich@bsu.by

Гусакова Ольга Вадимовна – кандидат физико-математических наук, доцент, Международный государственный экологический институт имени А. Д. Сахарова Белорусского государственного университета (ул. Долгобродская, 23, 220070, Минск, Республика Беларусь). E-mail: Ol.gusakova@gmail.com

Гусакова София Викторовна – кандидат физико-математических наук, ведущий инженер, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: husakova@bsu.by

### Information about the authors

Vasily G. Shepelevich – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Belarussian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Shepelevich@bsu.by

Olga V. Gusakova – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, International Sakharov Environmental Institute of the Belarussian State University (23, Dolgobrodskaya Str., 220070, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Ol.gusakova@gmail.com

Sofia V. Husakova – Ph. D. (Physics and Mathematics), Lead Engineer, Belarussian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: husakova@bsu.by

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

**МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА**  
**MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS**

УДК 621.774  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-297-306>

Поступила в редакцию 20.10.2017  
Received 20.10.2017

**В. А. Томило**

*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

**ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СТАНОВ ШТУЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ  
ПРОКАТКИ ДЛЯ ПРЕДПРИЯТИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ**

**Аннотация.** Использование переменных профилей в машиностроении является наиболее эффективным способом уменьшения металлоемкости и повышения эксплуатационных характеристик, повышения ресурса, надежности машин и механизмов, позволяет снизить затраты на их производство, ремонт и эксплуатацию. Целью представленной работы является систематизация заготовок машиностроительных производств, получаемых методом пластической деформации, и разработка на основе анализа проектирования и эксплуатации общих принципов концепции создания станов штучной периодической прокатки. Выделены три основных класса профилей, отличающиеся типом исходной заготовки: полосовые, фасонные и трубные периодические заготовки. Все эти типы заготовок можно использовать в качестве полуфабрикатов для производства основных деталей подвески и ходовой части автомобилей. Полосовые заготовки широко применяются при изготовлении упругих элементов подвески, трубчатые – для производства полых корпусных деталей с повышенными требованиями к прочности и жесткости, в частности, картера ведущего моста, полуосей автомобилей и прицепов, корпусов реактивных двигателей, фасонные периодические профили различных форм – в качестве заготовок под горячую объемную штамповку. Представлены созданные под руководством или при непосредственном участии автора станы и автоматические линии для прокатки заготовок малолистовых рессор, подрессорников, направляющих опор пневмоподвески, вальцовки заготовок балки передней оси, изготовления защитных элементов и полуосей сельскохозяйственной техники. Сформулированы общие требования к деформационному оборудованию машиностроительных производств. Обосновано использование индукционного нагрева и высокотемпературной термомеханической обработки. Не рекомендуется изменять направление движения заготовки в технологической цепочке. В качестве силового привода оборудования предложено принимать электро-механические, а не гидравлические системы. Рекомендовано предпочесть отдельные приводы для каждого рабочего органа оборудования.

**Ключевые слова:** прокатка, прокатный стан, вальцовка, обжатие, валок, периодический профиль

**Для цитирования:** Томило, В. А. Принципы проектирования станов штучной периодической прокатки для предприятий машиностроения / В. А. Томило // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 297–306. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-297-306>

**V. A. Tamila**

*Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus*

**DESIGN PRINCIPLES OF SINGLE-STAGE ROLLING MILLS  
FOR MACHINE-BUILDING INDUSTRIES**

**Abstract.** The use of variable profiles in engineering is the most effective way to reduce metal consumption and improve performance, increase the lifetime, reliability of machines and mechanisms, and reduce costs for their production, repair and operation. The purpose of the present work is to systematize the blanks of machine-building industries obtained by methods of plastic deformation and to develop general principles of the concept of creating single-stage rolling mills on the basis of analysis of their design and operation. Three main classes of profiles are distinguished, differing in the type of the initial workpiece: strip, shaped and tube periodic billets. All these types of blanks can be used as semi-finished products for the production of the main parts of suspension and chassis of cars. Strip billets are widely used for the manufacturing of elastic



suspension elements, tubular – for manufacturing of hollow body parts with increased requirements for strength and rigidity, in particular, driving axle housing, semi-axles of cars and trailers, jet engine casings. Shaped periodic profiles of various shapes are used as blanks for hot volumetric stamping. Mills and automatic lines for the rolling of blanks of low-spring springs, under-springs, guide bearings of air suspension, rolling of the bars of the front axle beam, manufacturing of protective elements and semi-axes of agricultural machinery developed under the guidance or with the direct participation of the author are presented. General requirements for the deformation equipment of machine-building industries are formulated. Recommendations to use induction heating and high-temperature thermomechanical treatment are justified. It is not recommended to change the direction of movement of the workpiece in the process chain. As a power drive equipment it is better to take electromechanical, rather than hydraulic systems. It is also advisable to choose separate drives for each working element of the equipment.

**Keywords:** rolling, rolling mill, forge-rolling, cobbing, roll, periodical profile

**For citation.** Tamila V. A. Design principles of single-stage rolling mills for machine-building industries. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 297–306 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-297-306>

**Введение.** Основной тенденцией в промышленности, особенно в заготовительном и основном производстве изделий машиностроения, является максимальное использование деформационных методов обработки, позволяющих существенно снижать металлоемкость изделий, повышать механические свойства материалов, обеспечивать высокую производительность и снижение себестоимости деталей. Пластическая деформация, которая приводит к необратимым изменениям тонкого кристаллического строения, является одним из эффективных средств формоизменения структуры металлов и сплавов, а следовательно, улучшения физико-механических и эксплуатационных характеристик полученных изделий. В машиностроении существуют большие группы деталей, получение которых другими методами крайне затруднительно и даже невозможно, например, кузовные детали, детали рамы автомобиля, элементы подвески, трансмиссии, диски колес, корпусные детали аэрокосмической и ракетной техники, детали сельхозмашин и др. [1].

Основными потребителями заготовок переменного профиля являются предприятия, связанные с производством автомобилей, тракторов, сельскохозяйственных, строительных и дорожных машин, то есть те предприятия, где выпускаются большие серии крупногабаритных деталей сложной конфигурации. Практически все ведущие предприятия машино- и автотракторостроения в промышленных масштабах производят и применяют периодические профили для изготовления сложных деталей.

*Целью настоящего исследования* является систематизация заготовок машиностроительных производств, получаемых методами пластической деформации, и разработка на основе анализа проектирования и эксплуатации общих принципов концепции создания станов штучной периодической прокатки.

**Классификация переменных машиностроительных профилей.** Несмотря на большое количество разнообразных периодических заготовок, эксплуатируемых в промышленности, существуют три основных класса профилей, отличающиеся типом исходной заготовки: полосовые, фасонные и трубчатые периодические заготовки. Все эти типы заготовок можно использовать в качестве полуфабрикатов для производства основных деталей подвески и ходовой части автомобилей. Полосовые заготовки широко применяют при изготовлении упругих элементов подвески, трубчатые – для изготовления полых корпусных деталей с повышенными требованиями к прочности и жесткости, в частности картера ведущего моста, полуосей автомобилей и прицепов, корпусов реактивных двигателей. Фасонные периодические профили различных форм используются в качестве заготовок под горячую объемную штамповку. На рис. 1 представлена классификация переменных профилей.

Полосовые переменные профили могут иметь изменяющуюся по длине высоту  $\Delta H$  при постоянной ширине, изменяющуюся ширину  $\Delta B$  при постоянной высоте и изменяющуюся высоту и ширину одновременно  $\Delta B + \Delta H$ . У трубчатых профилей отмечается различная толщина стенок  $\Delta h$  при неизменном внутреннем или внешнем диаметре, различный диаметр  $\Delta D$  при неизменной толщине стенки и оба переменных по длине размера  $\Delta h + \Delta D$ . Круглые (прутковые) профили возможно рассматривать как трубчатые с толщиной стенки, равной половине диаметра. При изготовлении фасонных переменных профилей наблюдается деформирование заготовки либо по всей длине, либо только ее локальных участков.



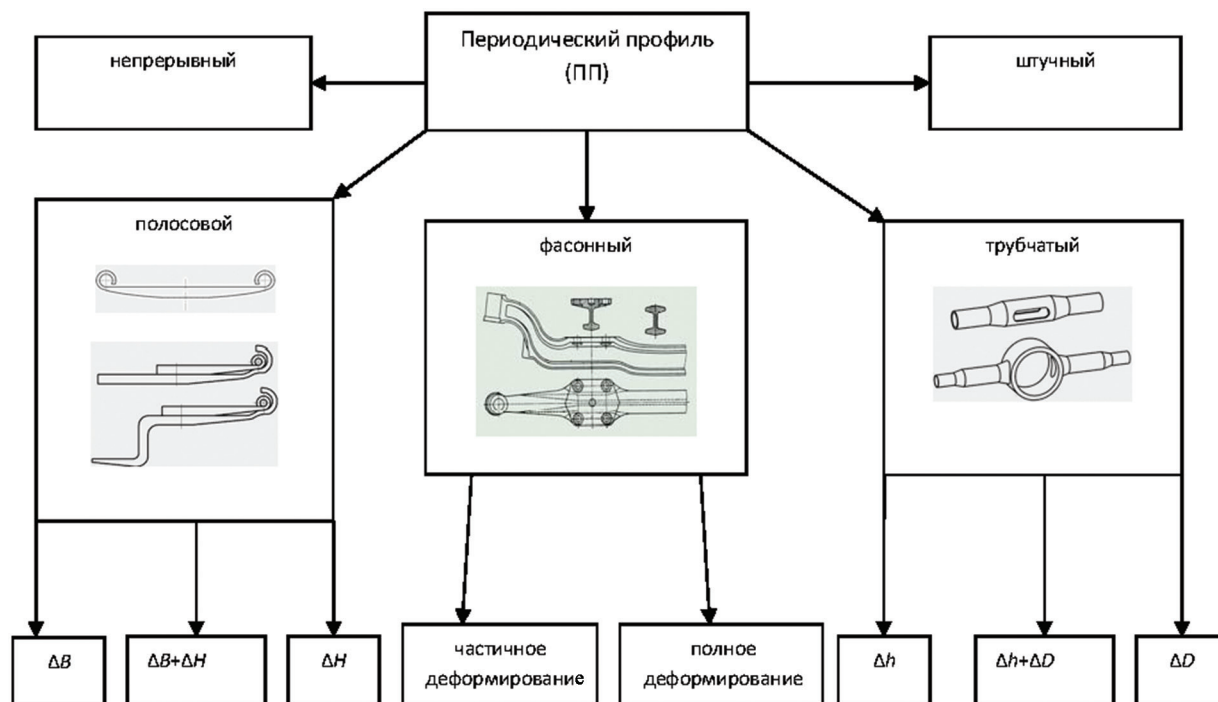


Рис. 1. Виды периодических профилей. Переменные параметры профиля:  $\Delta B$  – ширина,  $\Delta H$  – высота,  $\Delta B + \Delta H$  – ширина и высота,  $\Delta h$  – толщина стенки,  $\Delta D$  – диаметр,  $\Delta h + \Delta D$  – толщина стенки и диаметр

Fig. 1. Types of periodic profiles. Profile parameters:  $\Delta B$  – width,  $\Delta H$  – height,  $\Delta B + \Delta H$  – width and height,  $\Delta h$  – wall thickness,  $\Delta D$  – diameter,  $\Delta h + \Delta D$  – wall thickness and diameter

Использование периодических профилей в ходовой части транспортных средств является наиболее эффективным способом уменьшения металлоемкости и повышения эксплуатационных характеристик, что в свою очередь обеспечивает повышение ресурса, надежности транспортных средств, приводит к снижению затрат на их производство и экономии топливно-энергетических ресурсов [2].

**Станы для прокатки рессор.** В качестве примера приведем способ получения профилей переменного сечения, используемых в качестве упругих элементов рессорной подвески автомобилей семейства МАЗ. Способ отличается тем, что окончательный профиль заготовки малолистовой рессоры получают с одного нагрева путем прокатки нагретой заготовки на перемещающейся при помощи силового механизма профильной оправке через неприводные валки с постоянным межвалковым зазором. Данная технология применяется в настоящее время на Минском рессорном заводе, где установлена и действует промышленная автоматическая линия для изготовления заготовок малолистовых рессор.

В приведенном способе прокатки валки являются неприводными. Поэтому заготовка в процессе обжатия постоянно прижата к торцу оправки, что исключает смещение заготовки относительно профилированных рабочих поверхностей оправки в направлении перемещения последней. За счет этого устраняется явление опережения, чего трудно добиться при обычной прокатке в приводных валках. В связи с этим повышается точность формообразуемого профиля в прокатанных полосах. Кроме того, в данном способе имеет место переднее натяжение, поскольку одних сил трения на контакте полосы с оправкой недостаточно для передачи энергии от металла к валкам и обеспечения вращения последних. Натяжение, создаваемое при воздействии переднего конца оправки на серединную часть полосы, возрастает по мере увеличения обжатия. Наличие переднего натяжения приводит к существенному снижению давления металла на валки и тем самым к уменьшению упругой деформации нагруженных элементов в прокатной клети, что способствует повышению точности размеров и формы получаемых изделий. Известно также, что уменьшение диаметра бочки валков обуславливает снижение распорного усилия на них и таким образом способствует повышению точности профиля прокатанных полос. Кроме того,

уменьшение диаметра валков приводит к увеличению коэффициента вытяжки и снижению величины уширения, которое существенно влияет на перераспределение металла по длине заготовки и, следовательно, на упругие характеристики полученных полос переменной толщины. Вместе с тем уменьшение диаметра валков ограничено снижением их жесткости, а также условиями захвата металла. В нашем случае это ограничение сводится к условию вращения неприводных валков.

Для промышленной реализации предложенного способа изготовления заготовок малолистовых рессор разработан опытно-промышленный прокатный стан СП-1298. Комплекс оборудования включает соединенные между собой с помощью рольганга 1 установку для индукционного нагрева 2 и стан 3 для прокатки полосы с механизмами съема и разгиба прокатанной заготовки (рис. 2 и 3). Индуктор щелевого типа обеспечивает нагрев полосовой заготовки длиной до 2000 мм и запитан от двух генераторов тока высокой частоты мощностью по 250 кВт каждый. Прокатный стан включает сварную станину 4 коробчатого типа, внутри которой смонтирована рабочая клеть 5 с установленными в ней в вертикальном положении последовательно друг за другом тремя парами рабочих валков 6 с ребордами. Перед валками расположены направляющие ролики 7, служащие для удержания поставленной на ребро прокатываемой полосы и направления профилированной оправки 8. Оправка жестко связана с кареткой 9, опирающейся на направляющие 10, которая соединена со штоком 11 горизонтально расположенного в станине гидроцилиндра 12, обеспечивающего оправке возвратно-поступательное перемещение. Сбоку станины закреплена штанга 13 с регулируемым по ее длине упором 14 для фиксации в продольном направлении подаваемой по рольгангу исходной заготовки. За рабочей клетью расположены механизмы съема заготовки после прокатки с профилированной оправки и разгиба прокатанной полосы. Механизм съема заготовки содержит сварную раму 15, гидроцилиндр 16, шток которого жестко связан через траверсу 17 с толкателями 18, установленными в направляющих втулках, и обеспечивает посадку согнутой полосы после прокатки на сочлененную шарнирно оправку 19 разгиба, расположенную на столе 20. Раствор оправки разгиба относительно шарнира производится через систему тяг двумя гидроцилиндрами 21, имеющими возможность качания в горизонтальной плоскости относительно своих точек закрепления к станине. Линейка 22 жестко прикреплена к столу 20 и ограничивает величину угла разгиба прокатанной заготовки оправкой 19. Гидростанция 23 питает с помощью трубопроводов 24 через гидрораспределитель 25 всю гидросистему прокатного стана. Управление работой осуществляется от пульта 26.

Технические решения, апробированные при эксплуатации стана СП-1298, использованы в последующих комплексах периодической прокатки. На рис. 4 представлена полуавтоматическая

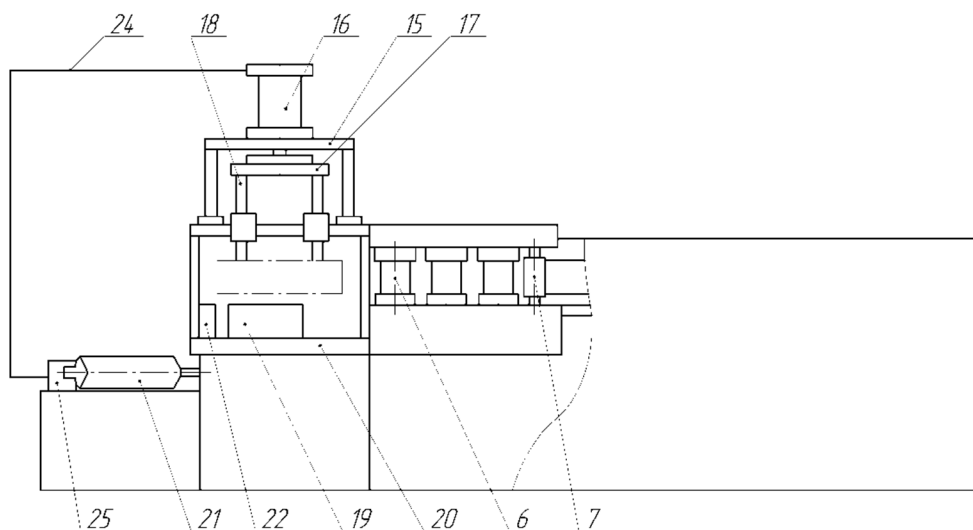


Рис. 2. Принципиальная схема стана для прокатки заготовок малолистовых рессор автомобилей МАЗ (вид сбоку)  
Fig. 2. Schematic diagram of the mill for rolling few-leaf spring billets of MAZ cars (side view)

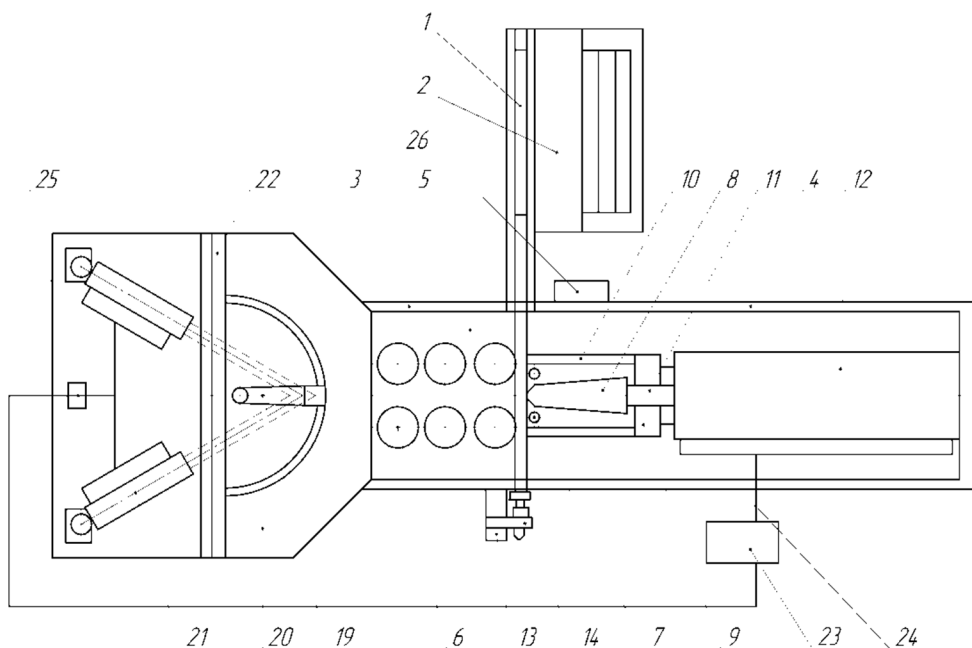


Рис. 3. Принципиальная схема стана для прокатки заготовок малолистовых рессор автомобилей МАЗ (вид сверху)

Fig. 3. Schematic diagram of the mill for rolling few-leaf spring billets of MAZ cars (top view)

линия МА-067, производящая последовательно прокатку заготовок, правку, обрезку концевых отходов и пробивку центрального отверстия.

Полуавтоматическая линия, концептуально идентичная стану СП-1298, отличается от последнего повышенной мощностью и производительностью, возможностью выполнения дополнительных операций и высокой степенью автоматизации.

Полуавтоматическая линия МА-067 включает устройства нагрева, прокатную установку, манипуляторы и рольганги. Прокатная установка состоит из рабочей клетки, станины, каретки, оправки, механизма съема, разгиба и правки заготовки, ножниц, механизма загрузки и разгрузки, системы гидропривода, включающей гидронасосную станцию, систему трубопроводов и гидроцилиндры рабочие, а также комплекта электрооборудования, обеспечивающего общее электроснабжение установки и ее управление.



Рис. 4. Полуавтоматическая линия МА-067

Fig. 4. Semiautomatic line MA-067

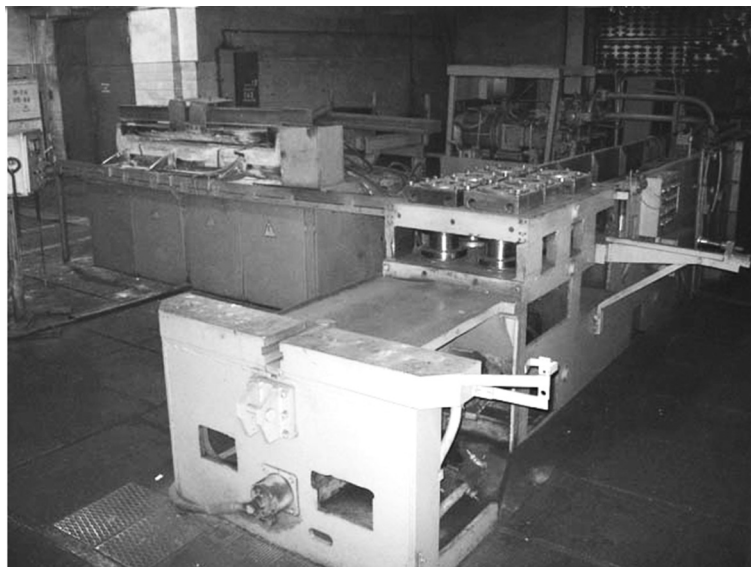


Рис. 5. Стан СП-1298М для прокатки заготовок подрессорника

Fig. 5. The SP-1298M mill for rolling mounts billets

С освоением Минским автомобильным заводом выпуска грузовых автомобилей средней грузоподъемности возникла проблема изготовления подрессорника задней подвески. Подрессорник представляет собой короткий лист переменного сечения с большим перепадом толщин. Такой профиль невозможно получить по традиционной схеме прокатки – с загибом заготовки. Для производства подрессорников была проведена модернизация опытно-промышленного прокатного стана СП-1298. Новая технология предусматривает прокатку одновременно двух заготовок. Внешний вид модернизированного стана СП-1298М представлен на рис. 5.

Свести к минимуму использование при изготовлении сложнопрофильных ответственных деталей машиностроительного и автомобильного производств таких трудоемких и низкопроизводительных операций, как сварка и механическая обработка, возможно за счет применения современных способов обработки металлов давлением для различных видов переменных профилей. Максимальные возможности по снижению металлоемкости производства и повышению качества деталей имеет периодическая прокатка. Предложенные технологии и оборудование периодической прокатки (в общей сложности восемь прокатных станов) позволяют изготавливать значительную часть периодических профилей, применяемых на промышленных предприятиях Беларуси.

**Вальцовочные станы.** Стан для вальцовки серединной части заготовки под поковку балки передней оси схематично представлен на рис. 6. Деформирующим инструментом в нем служат профилированные секторные валки 1, синхронно вращающиеся от привода. На оси одного из валков посажены кривошипные, с которыми шарнирно связаны шатуны 3. Другой стороной шатуны соединены при помощи цапф с подвижной траверсой 4, имеющей возможность перемещаться по направляющим 5, жестко закрепленным в станине. Траверса содержит подпружиненный толкатель 6. Для удержания заготовки 7 в горизонтальном положении служит неприводной рольганг 8. В процессе вращения валков траверса совершает возвратно-поступательные перемещения. При положении траверсы в крайнем, отведенном от валков, положении заготовку укладывают на рольганг. Затем при включении стана траверса за счет кривошипно-шатунного механизма начинает перемещаться в направлении валков, заталкивая в них подпружиненным толкателем заготовку при строго определенном положении катающих секторов. После захвата с локальным обжатием, порядка 1–2 %, заготовка перемещается валками и при набегании катающих секторов обжимается на квадрат в строго заданной ее части, а затем сопровождается снова валками вплоть до выхода из них.

Внедрение в производство технологии предварительной вальцовки и прокатного стана привело к снижению металлоемкости на 20 %, сокращению числа ударов молота с 20 до 16–17, отка-

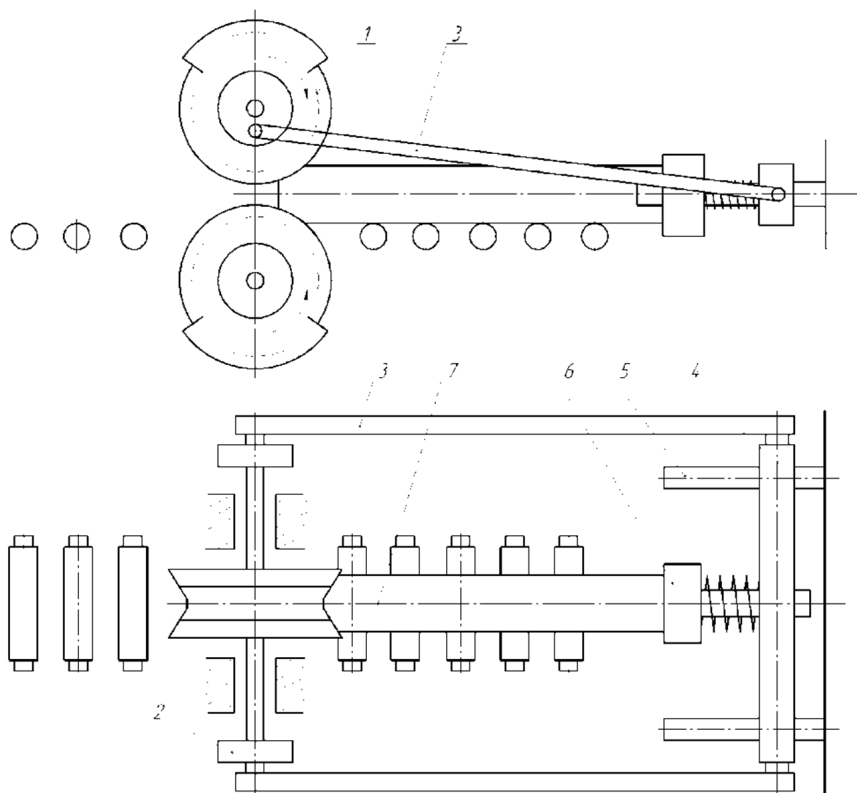


Рис. 6. Схема стана 2198 для вальцовки заготовки передней балки

Fig. 6. Scheme of the mill 2198 for rolling the front beam billet

зу от механической обработки заготовки под штамповку и повышению стойкости штампов на 30 %. Проведены исследования по получению заготовок двутаврового профиля, применение которых для штамповки передней балки позволит не только дополнительно сэкономить металл, значительно повысить стойкость штампов, но и использовать для штамповки не 16-тонный, а значительно более дешевый и распространенный 10-тонный молот.

Технология обеспечивает снижение металлоемкости штамповки на 10–12 %, сокращение числа ударов молота, повышение стойкости молотовых штампов. Снижение металлоемкости производства достигает 12,5 кг на одну заготовку. Объем выпуска балок передней оси составляет 27 200 шт. в год. Экономический эффект от внедрения новой технологии достигается в основном за счет экономии 350 т стали 40X в год.

В результате освоения производства защитных элементов корпусов плугов переменного профиля (рис. 7, 8) по новой технологии достигнуты следующие технико-экономические показатели:

уменьшение количества листов в защитном элементе с 5–7 до 2–4;

снижение металлоемкости до 20 %.

Экономические показатели технологического процесса:

снижение затрат на изготовления одного элемента до 40 %;

экономия стали – свыше 20 т в год.

**Стан для обжима концевых участков труб.** Переменные трубчатые профили получили широкое распространение в машиностроении в качестве мостов и осей автомобильной и сельскохозяйственных агрегатов, деталей аэрокосмической и ракетной техники. Применение тех или иных методов обработки зависит от относительной толщины стенки трубы и от температуры, при которой осуществляется деформирование. Для тонкостенных высокопрочных труб корпусов реактивных двигателей и ракет целесообразно использовать ротационное обжатие или радиальную ковку в холодном состоянии, для толстостенных заготовок – продольную, поперечную или поперечно-винтовую прокатку.



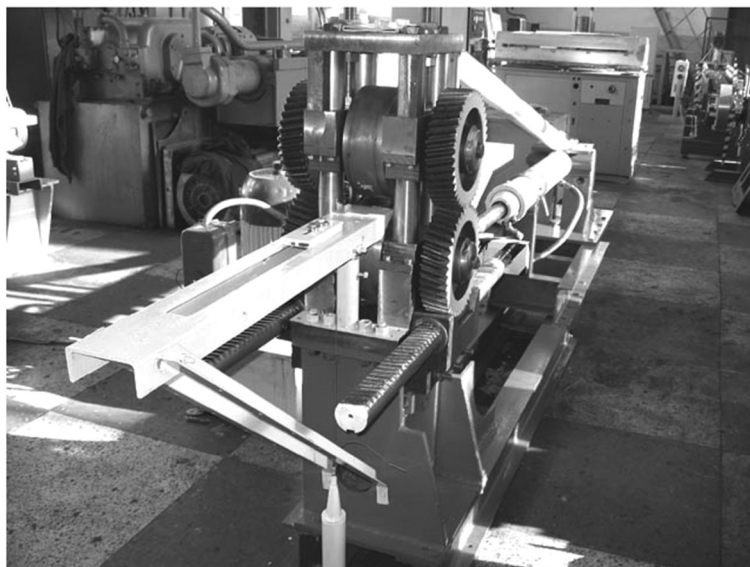


Рис. 7. Экспериментальный стан для прокатки заготовок защитных элементов корпусов плугов  
 Fig. 7. Experimental mill for rolling billets of protective elements of the plow bodies

На рис. 9 приведено изображение автоматизированного комплекса для точного формообразования наружных поверхностей переменного профиля поковок осей и цапф полуосей, введенного в эксплуатацию на ОАО «Бобруйскагромаш» в 2016 г.

Основные технические характеристики комплекса приведены в таблице.

Комплекс работает следующим образом. Детали укладываются в механизм загрузки, который при работе поштучно выдает заготовки манипулятору, находящемуся в позиции загрузки. Затем заготовку манипулятором перемещают на позицию нагрева и подают в индуктор, где происходит ее нагрев до ковочной температуры от генератора ТВЧ (не показан на рисунке). Длина нагреваемой части заготовки составляет 270–300 мм. Далее заготовку извлекают из индуктора и укладывают манипулятором на направляющую. На направляющей толкатель, установленный согласно длине детали, перемещает заготовку к прокатной клети. Прокатная клетка представляет собой две плиты, между которыми через  $120^\circ$  располагаются барабаны с установленными в них корпусами валков. Корпуса валков имеют возможность поворота вокруг своей оси для изменения угла подачи. Привод осуществляется от электродвигателя через цепную передачу и механизм винт–гайка. Межвалковый зазор регулируется нажимными винтами с контргайками. Вращающиеся валки за счет отличного от нуля угла подачи производят захват заготовки и обжим, в про-

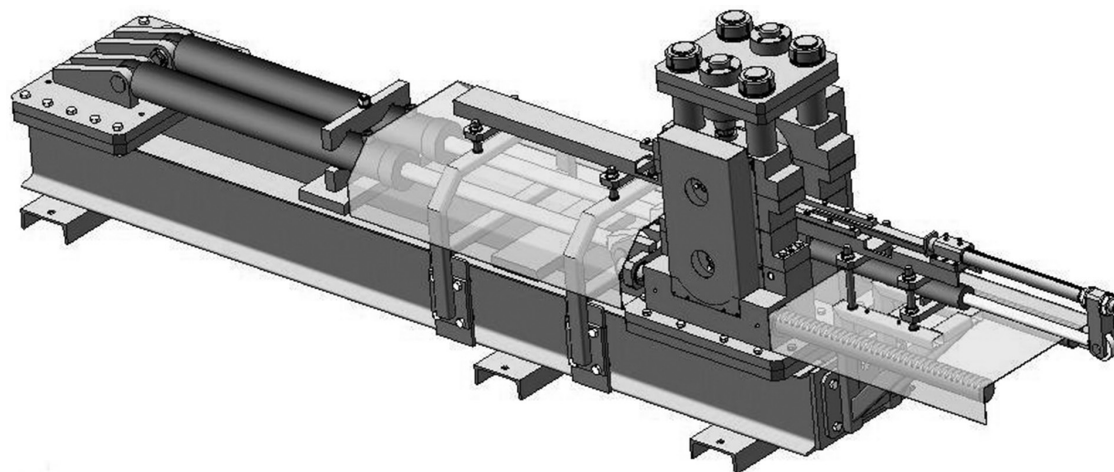


Рис. 8. Прокатная установка для изготовления заготовок защитных элементов корпусов плугов  
 Fig. 8. Rolling mill for the manufacturing of billets of protective elements of the plow bodies

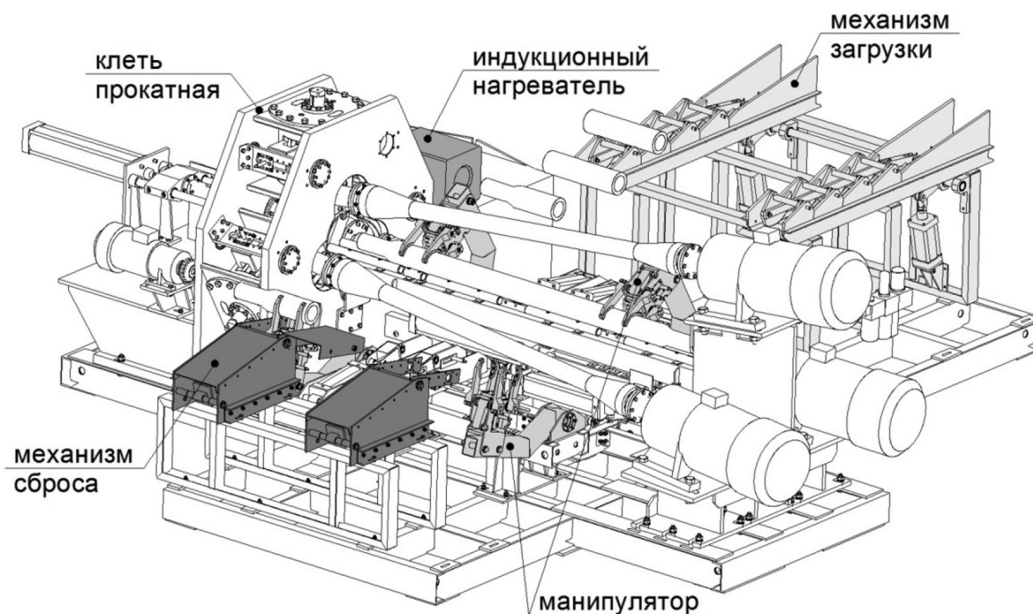


Рис. 9. Автоматизированный комплекс поперечно-винтовой прокатки

Fig. 9. Automatic mill for helical rolling

**Технические характеристики комплекса**  
**Technical characteristics of the mill**

Наименование показателя	Значение
Габаритные размеры комплекса (без шкафов электрооборудования и генератора ТВЧ), мм, не более	
длина	5500
ширина	5200
высота	1600
Масса комплекса, кг, не более	10820
Номинальная мощность установленных двигателей, кВт	3×11
Номинальная мощность генератора ТВЧ, кВт	320
Максимальный диаметра заготовки, мм, не более	360
Минимальный диаметр заготовки, мм, не менее	50
Максимальная длина прокатываемой части заготовки, мм, не более	350
Количество валков	3
Диаметр валка в точке пережима, мм	300
Угол подачи валков ( $\alpha$ ), град	$\pm 12$
Угол раскатки ( $\beta$ ), град	6
Угол раствора входного участка валка, град	18
Частота вращения прокатных валков, мин <sup>-1</sup>	20

цессе которого заготовка вращается и перемещается вдоль своей оси. При достижении обжатой частью заготовки необходимой длины происходит автоматическое изменение угла подачи в область отрицательных значений, что позволяет вывести поковку из межвалкового зазора и получить калиброванный переходный конусный участок между обжатой и необжатой частями поковки. После обжима заготовку выводят из клетки выталкивателем, установленным на выходной стороне клетки, и манипулятором перемещают к механизму сброса.

**Выводы.** Анализ опыта проектирования и эксплуатации широкой гаммы оборудования для штучной периодической прокатки переменных плоских, фасонных и трубчатых профилей позволил сформулировать общие требования и рекомендации к деформационному оборудованию машиностроительных производств.

1. Основные операции технологического цикла, за исключением холодной резки и окончательной термообработки, должны выполняться в одной непрерывной автоматической или полуавтоматической линии.

2. В качестве видов нагрева рекомендуется принимать индукционный (ТВЧ) как наиболее поддающийся автоматизации и компьютерному управлению.

3. Конечным этапом большинства видов горячей деформации должна являться высокотемпературная термомеханическая обработка вне зависимости от последующей окончательной термообработки.

4. Не рекомендуется изменять направление движения заготовки в технологической цепочке. В случае, если заготовка совершает два вида движения (вращательное и поступательное), сохранять лучше то, которое имеет наибольшую скорость.

5. С точки зрения массогабаритных характеристик и точности позиционирования в качестве силового привода оборудования рекомендуется принимать электромеханические, а не гидравлические системы. Также целесообразно предпочесть отдельные приводы для каждого рабочего органа оборудования взамен сложных и дорогих раздаточных механизмов.

#### Список использованных источников

1. Губкин, С. И. Теория обработки металлов давлением / С. И. Губкин. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во по черн. и цвет. металлургии, 1947. – 533 с.

2. Клубович, В. В. Технологии изготовления и обработки специальных периодических профилей / В. В. Клубович, В. А. Томило. – Минск: БНТУ, 2007. – 298 с.

#### References

1. Gubkin S. I. *Metal forming theory*. Moscow, State scientific and technical publishing house for ferrous and non-ferrous metallurgy, 1947. 533 p. (in Russian).

2. Klubovich V. V., Tamila V. A. *Technologies for manufacturing and processing of special periodic profiles*. Minsk, Belarusian National Technical University, 2007. 298 p. (in Russian).

#### Информация об авторе

Томило Вячеслав Анатольевич – доктор технических наук, профессор, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: stamila@rambler.ru

#### Information about the author

Vyacheslav A. Tamila – D. Sc. (Engineering), Professor, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosty Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: stamila@rambler.ru

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

**ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН**  
**POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER**

УДК 532.529  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-307-317>

Поступила в редакцию 18.01.2018  
Received 18.01.2018

**Е. А. Пицуха, Э. К. Бучилко, Ю. С. Теплицкий**

*Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Беларусь*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ  
В ЦИКЛОННО-СЛОЕВОЙ КАМЕРЕ**

**Аннотация.** Выполнено экспериментальное исследование радиальных распределений тангенциальной и продольной скоростей воздуха, а также полного и статического давления в вихревой зоне циклонно-слоевой камеры диаметром 0,21 м. Эксперименты проведены при различных режимных (доля донного дутья, общий объемный расход воздуха) и геометрических (диаметр и форма выходного отверстия) параметрах камеры, а также при наличии неподвижного или кипящего слоя зернистого материала. Проведено исследование влияния неизотермичности донного и тангенциального дутья на характер распределения скоростей и давления в вихревой зоне циклонно-слоевой камеры. Установлено влияние температуры донного дутья на продольную скорость воздуха в центральной части вихревой зоны камеры. Показано, что размер диаметра выходного отверстия существенно влияет на величину давления в камере. Продольная скорость в центральной части камеры практически не зависит от формы выходного отверстия. Установлено, что наличие кипящего слоя оказывает влияние на аэродинамику вихревой зоны циклонно-слоевой камеры. В присутствии кипящего слоя имеет место нарушение автомодельности распределения безразмерных аэродинамических характеристик вихревой зоны. Полученные экспериментальные данные обобщены в рамках теории подобия с использованием безразмерной величины, характеризующей аэродинамику неоднородного кипящего слоя, – числа Фруда ( $Fr$ ). Использование  $Fr$  позволяет исследовать влияние аэродинамики кипящего слоя на особенность распределения скорости воздуха и давления в вихревой зоне, а также учитывает влияние такого важного фактора, как доля донного дутья.

**Ключевые слова:** неподвижный слой, кипящий слой, циклонно-слоевая камера, вихревая зона, автомодельность, тангенциальная скорость, продольная скорость, полное давление, живое сечение сопел, температура

**Для цитирования:** Пицуха, Е. А. О закономерностях вихревых течений в циклонно-слоевой камере / Е. А. Пицуха, Э. К. Бучилко, Ю. С. Теплицкий // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 307–317. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-307-317>

**E. A. Pitsukha, E. K. Buchilko, Yu. S. Teplitskii**

*A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

**INVESTIGATION OF THE REGULARITIES OF VORTICAL FLOWS IN A CYCLONE-BED CHAMBER**

**Abstract.** Experimental investigation of the radial distributions of tangential and longitudinal velocities, total and static pressures in the vortex zone of a cyclone-bed chamber of diameter 0.21 m has been carried out. The experiments were carried out at various regime parameters (fraction of bottom blast, total air volume flow) and geometric parameters (diameter and shape of the outlet) of the chamber, and also in the presence of a fixed or fluidized bed of granular material. The influence of nonisotherm of bottom and tangential blast on the distribution pattern of velocity and pressure in the vortex zone of the cyclone-bed chamber is investigated. There was determined the influence of bottom blast temperature on the longitudinal velocity of air in the central part of the vortex zone chamber. It is shown that the diameter of the outlet has a significant effect on the pressure in the chamber. The longitudinal velocity in the central part of the chamber is practically independent of the shape of the outlet. The presence of the fluidized bed has an effect on the hydrodynamics of the cyclone-bed chamber vortex zone. In the presence of the fluidized bed there has been a violation of the self-similarity of hydrodynamic dimensionless



parameters distribution in the vortex zone. The obtained experimental data were summarized within the framework of the similarity theory with the use of a dimensionless quantity characterizing the hydrodynamics of an inhomogeneous fluidized bed – the Froude number (Fr). The use of the Froude number makes it possible to take into account the effect of the fluidized bed hydrodynamics on the features of air velocity and pressure distributions in the vortex zone, and also takes into account the influence of such an important factor as the fraction of bottom blast.

**Keywords:** fixed bed, fluidized bed, vortex-bed chamber, vortical zone, self-similarity, tangential velocity, longitudinal velocity, total pressure, flow section of nozzles, temperature

**For citation.** Pitsukha E. A., Buchilko E. K., Teplitskii Yu. S. Investigation of the regularities of vortical flows in a cyclone-bed chamber. *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 307–317 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-307-317>

**Введение.** Неподвижные и кипящие зернистые слои с вихревой организацией надслоевого пространства являются перспективными для сжигания твердых биотоплив по двухстадийной технологии [1]. Аэродинамика вихревой зоны, где в основном завершается горение топлива, оказывает большое влияние на эффективность всего процесса, поэтому ее детальное изучение имеет большое практическое значение. Исследованию параметров закрученного потока в циклонных камерах в отсутствие зернистого слоя посвящено значительное количество работ [2–6]. Как правило, в опытах использовались тангенциальные сопла с большим живым сечением  $\alpha = 0,015 \div 0,05$ . Было установлено наличие двух характерных зон вращения потока: центральная зона квазитвердого вращения и периферийная зона потенциального вращения. Показано, что такая структура хорошо описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} = 0. \quad (1)$$

В [7] были исследованы закрученные течения в циклонных камерах с соплами малого живого сечения  $\alpha = 0,00138 - 0,0075$ . Показано, что в этих условиях профили тангенциальной скорости существенно меняются. Для камер с относительным диаметром выхлопного отверстия (пережима)  $d_{\text{out}}/D > 0,4 \div 0,5$  наблюдалась лишь одна зона, близкая по характеру к квазитвердому вращению. Характерный для камер с большим  $\alpha$  максимум функции  $V_\varphi(r)$  отсутствовал. Исследования циклонно-слоевых камер с малым живым сечением тангенциальных сопел для условий работы циклонно-слоевых топок не проводились. В [8] изучение аэродинамики вихревой камеры в присутствии кипящего слоя были выполнены при  $\alpha = 0,024$ . Показано, что формируемый газовыми пузырями унос частиц из слоя оказывает существенное влияние на аэродинамику всей вихревой зоны, приводя к существенной деформации профиля  $V_\varphi(r)$ : пропадает пристенная зона потенциального вращения и появляется дополнительный максимум фракции  $V_\varphi(r)$ .

*Целью данной работы* явилось исследование особенностей распределения скоростей воздуха и полного давления в вихревой зоне циклонно-слоевой камеры с малым живым сечением тангенциальных сопел при наличии неподвижного или кипящего слоя в изотермических и в неизо-термических условиях.

**Экспериментальное исследование.** Изучение полей скоростей и давления воздуха проводилось в циклонно-слоевой камере сгорания макетного топочно-го устройства мощностью до 100 кВт. Схема циклонно-слоевой камеры приведена на рис. 1.

В нижней части камеры диаметром  $D_b = 180$  мм на пористой газораспределительной решетке (1) находился слой зернистого материала (2) (перловая крупа, керамзит, кварцевый песок), проду-

#### Характеристики зернистых материалов Characteristics of granular materials

Материал	$d$ , м	$\rho_s$ , кг/м <sup>3</sup>	$u_{mp}$ , м/с	Форма
Кварцевый песок	$0,24 \cdot 10^{-3}$	2600	0,049	Округлая
Кварцевый песок	$0,425 \cdot 10^{-3}$	2600	0,0133	Округлая
Перловая крупа	$3 \cdot 10^{-3}$	1200	0,8	Продолговатая
Керамзит	$10 \dots 20 \cdot 10^{-3}$	550	1,53	Округлая



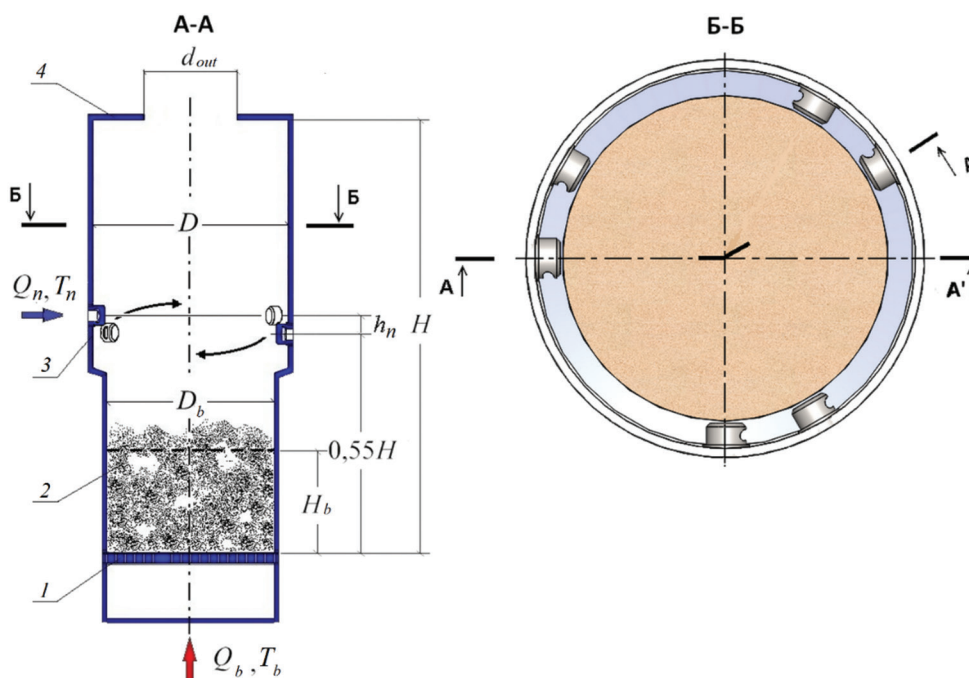


Рис. 1. Схема циклонно-слоевой камеры: 1 – газораспределительная решетка, 2 – кипящий слой, 3 – сопла ввода тангенциального дутья, 4 – пережим

Fig. 1. Scheme of the cyclone-bed chamber: 1 – gas distribution grid, 2 – fluidized bed, 3 – nozzles of tangential blast, 4 – pinch

ваемый донным воздухом. Характеристики зернистых материалов приведены в таблице. Высота слоя в неподвижном состоянии составляла  $H_b = 110$  мм.

Выше слоя в камере диаметром  $D = 210$  мм для ввода тангенциального воздуха в два ряда располагалось шесть цилиндрических сопел (3) (по три сопла в каждом ряду). Расстояние между рядами  $h_n = 20$  мм. Общее выходное сечение сопел  $f_{in} = 0,00053$  м<sup>2</sup>, живое сечение  $\alpha = 0,00245$ . Общая высота камеры составляла  $H = 458$  мм, высота надслоевого пространства при неподвижном слое  $H - H_b = 348$  мм.

В верхней части камеры имелась съемная крышка (4), в центре которой находилось круглое отверстие для отвода воздуха (пережим). Относительный диаметр выходного отверстия  $d_{out}/D = 0,4; 0,5; 0,7$ . Режимные параметры в экспериментах были следующие: объемный расход  $Q_{\Sigma} = 40, 60$  м<sup>3</sup>/ч; доля донного дутья  $\varphi = 0,35; 0,50; 0,65$ . С целью исследования влияния формы выходного отверстия на поле скоростей и давлений был проведен ряд экспериментов с пережимом, схема которого приведена на рис. 2. Суммарная площадь трех выходных отверстий равнялась площади отверстия в пережиме  $d_{out}/D = 0,5$ .

Измерения выполнялись в радиальной плоскости А–А' в сечении на расстоянии от газораспределительной решетки, равном  $0,72H$ . Методика экспериментального исследования описана в [1]. Измерения проводились с помощью одноканального пневматического зонда диаметром 4,8 мм.

В экспериментах были реализованы режимы как с кипением слоя зернистого материала (опыты с кварцевым песком), так и со стационарным плотным слоем (опыты с перловой крупой и керамзитом). При проведении экспериментов температура воздуха составляла 30 °С.

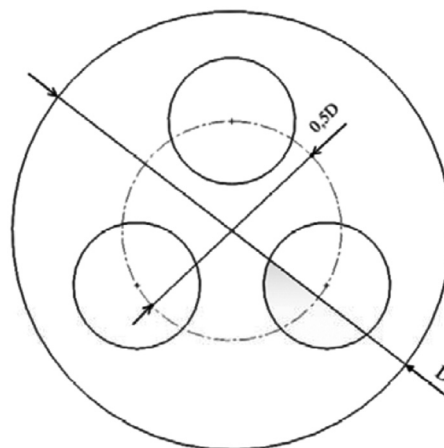


Рис. 2. Схема пережима с тремя выходными отверстиями  
Fig. 2. Scheme of the pinch with three outlets

В экспериментах с неизотермичностью донного и тангенциального дутья донный воздух подогревался до температуры  $t_b \cong 200, 400$  °С.

**Результаты экспериментального исследования.**

**Распределение скоростей и давления воздуха в вихревой зоне в неизотермических условиях.** На рис. 3–6 показаны радиальные распределения безразмерных  $V_\varphi'$ ,  $V_z'$  и  $P'$  при изотермическом (рис. 3) и неизотермических течениях (рис. 4–6) (различные температуры донного дутья).

Как видно из рис. 3–5, распределения  $V_\varphi'$  не имеют максимума, характерного для камер с большими  $\alpha$ . Только при  $T_b = 400$  °С (рис. 6) появляется локальный максимум при  $\varphi = 0,5$ . Особенностью распределения  $V_z'$  является существенное возрастание с ростом  $T_b$  в центральной части камеры (рис. 4–6). Пристенные величины  $V_\varphi'$  и  $P'$  существенно меньше, чем в случае сопел с большими  $\alpha$  [8].

Следует отметить, что рост  $V_z'$  в центре камеры с возрастанием  $T_b$  может привести к повышенному уносу частиц из-за слабого влияния центробежной силы в этой зоне. В связи с этим была выполнена серия экспериментов с выходным отверстием, показанным на рис. 2. Геометрия отверстия перекрывает центральную выходную часть пережима и, как представляется, будет препятствовать уносу частиц из вихревой камеры. На рис. 7, 8 показаны характерные радиальные профили  $V_z'$ .

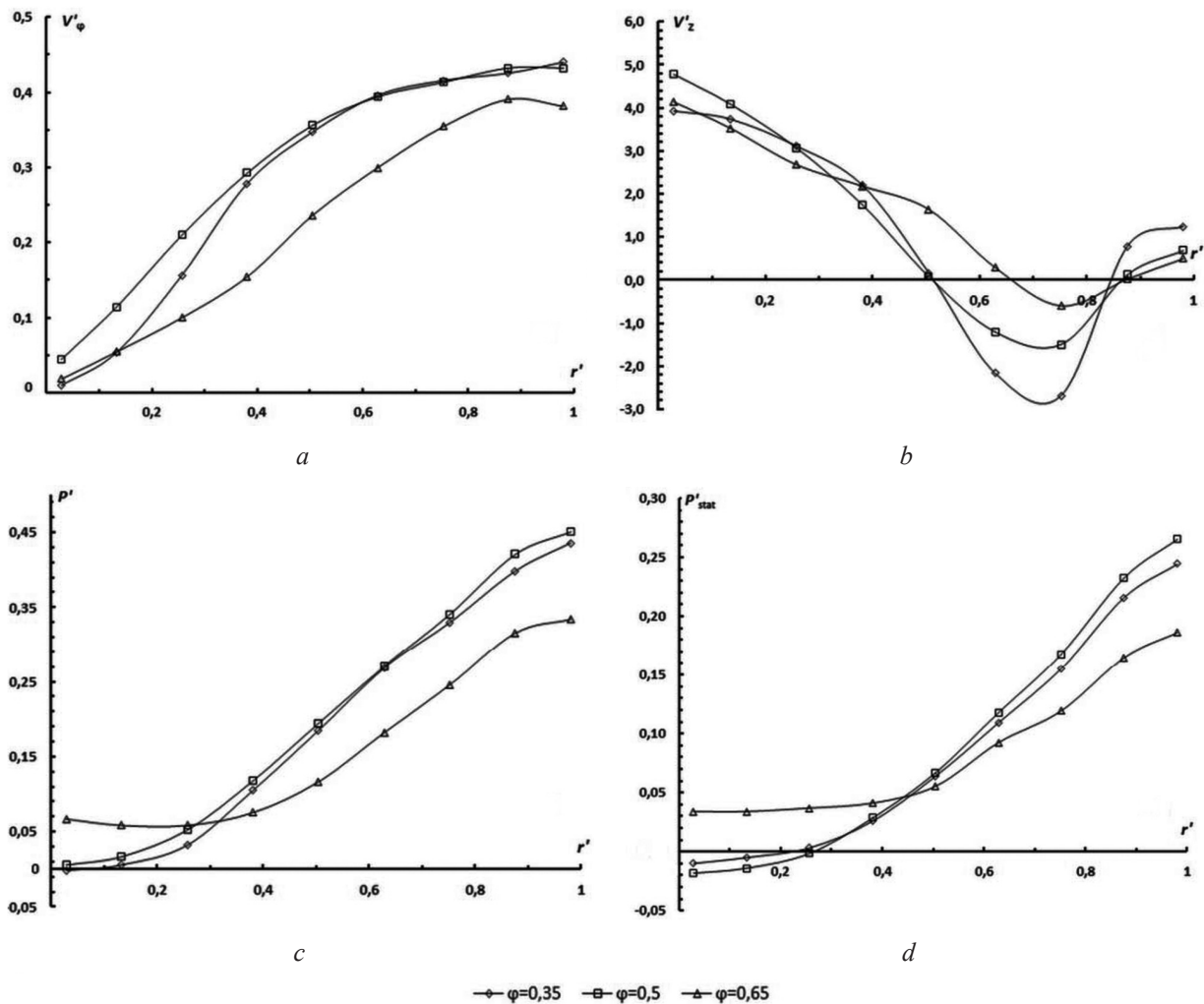


Рис. 3. Безразмерные тангенциальная (a) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере с плотным слоем перловой крупы при  $Q_\Sigma = 60$  м<sup>3</sup>/ч,  $d_{out}/D = 0,5$ ,  $t_b = t_\varphi = 30$  °С

Fig. 3. The dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocities, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber with a fixed bed of pearl barley at  $Q_\Sigma = 60$  м<sup>3</sup>/h,  $d_{out}/D = 0,5$ ,  $t_b = t_\varphi = 30$  °С

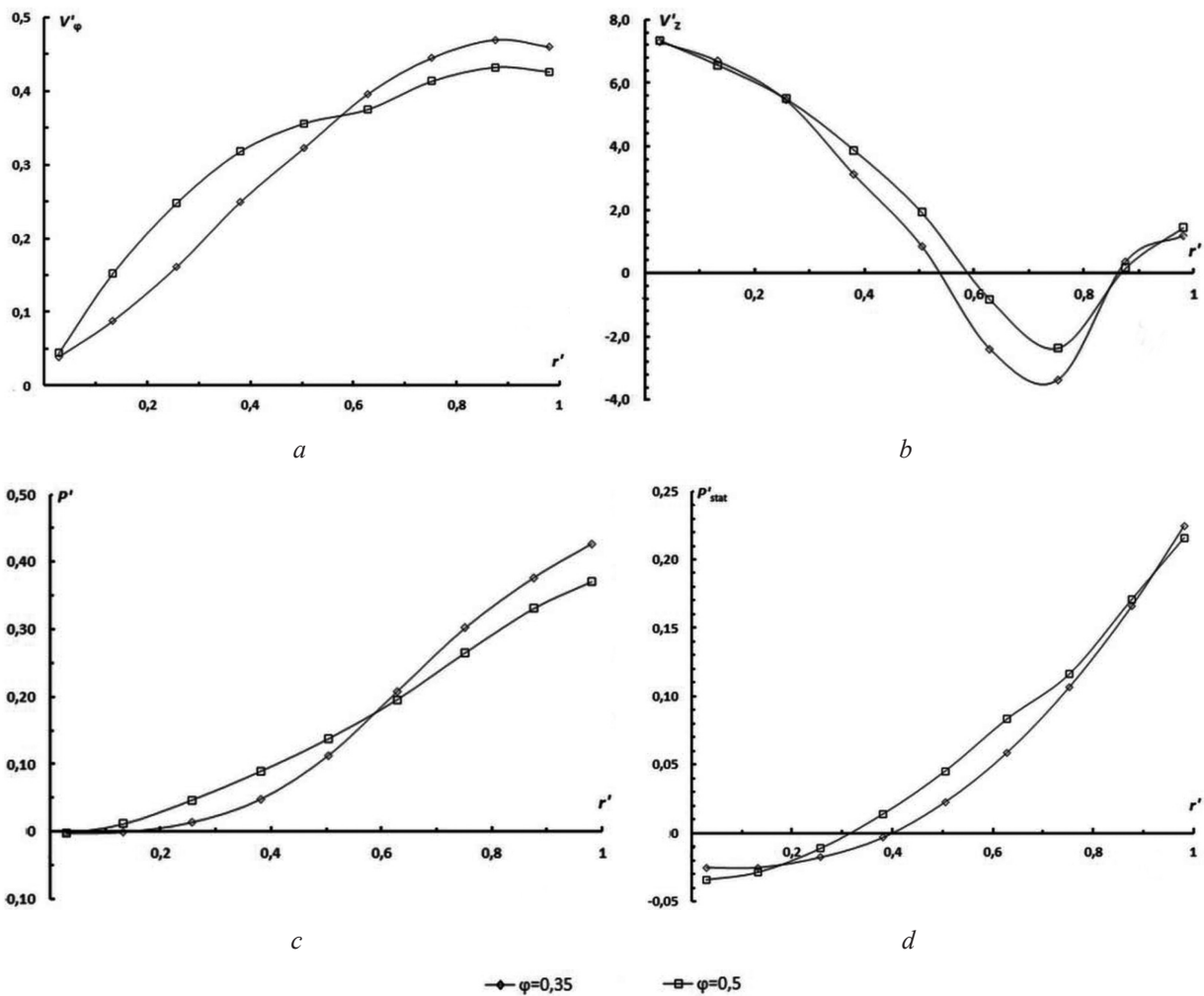


Рис. 4. Безразмерные тангенциальная (а) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере с плотным слоем керамзита при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0,5$ ,  $t_b = 180\text{--}190 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{\phi} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

Fig. 4. The dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocities, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber with a fixed bed of expanded clay at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{h}$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0.5$ ,  $t_b = 180\text{--}190 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{\phi} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

Как видно из рис. 8, величина продольной скорости в центральной части камеры практически не зависит от формы отверстия.

**Распределение скоростей и давления в вихревой зоне в присутствии кипящего слоя мелких частиц.** Камера с кипящим слоем наиболее актуальна для использования в топках для сжигания твердых мелкодисперсных биотоплив. На рис. 9, 10 показаны распределения  $V_{\phi}'$ ,  $V_z'$  и  $P'$ .

Характерной особенностью условий экспериментов является их проведение при постоянной величине донного дутья и использовании монодисперсных кипящих слоев частиц разного размера. Это обеспечивает условие изменения гидродинамики кипящего слоя при варьировании числа псевдооживления  $N = u/u_{mf}$ :  $N < 1$  слой неподвижен, рост  $N$  приводит к более интенсивному кипению и выносу частиц в зону.

Как видно из рис. 9, 10, с ростом числа псевдооживления распределения  $V_{\phi}'$  и  $P'$  «опускаются». Нарушение автомодельности по числу  $N$ , очевидно, связано с возрастающим влиянием уноса частиц из кипящего слоя. Как показано в [9], более физической величиной, характеризующей интенсивность оживления частиц в неоднородном (с пузырями) кипящем слое, является не число псевдооживления  $N = u/u_{mf}$ , а число Фруда  $Fr = \frac{(u - u_{mf})^2}{gH_{mf}}$ , которое использует избыточную скорость фильтрации  $u - u_{mf}$ . С учетом равенства  $u = \frac{4\phi Q_{\Sigma}}{\pi D^2}$  число Фруда в рассматриваемом случае будет

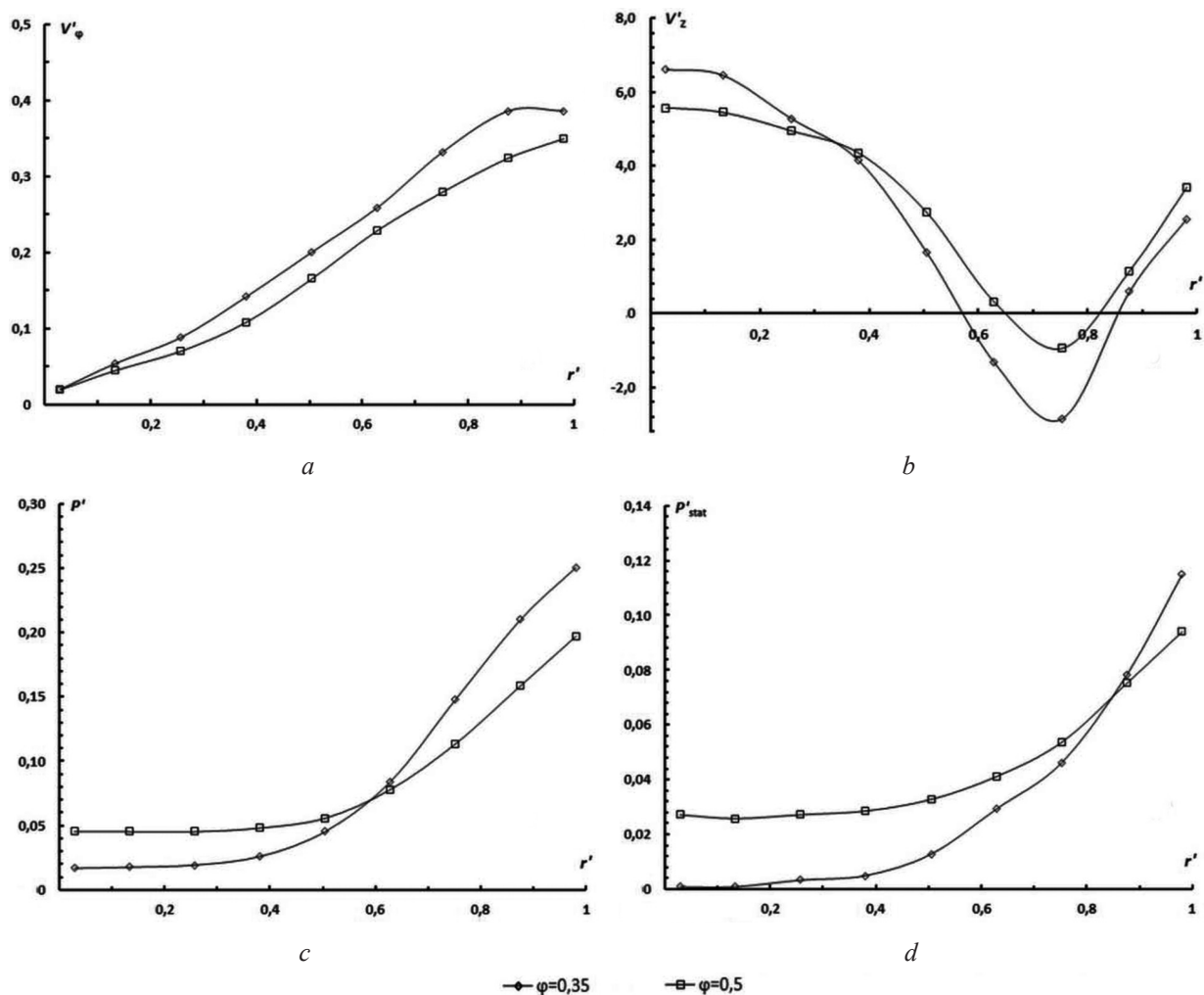


Рис. 5. Безразмерные тангенциальная (а) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере с кипящим слоем кварцевого песка (0,35–0,50 мм) при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0,5$ ,  $t_b = 180\text{--}190 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{\phi} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$   
 Fig. 5. The dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocities, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber with a fluidized bed of quartz sand (0.35–0.50 mm) at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0,5$ ,  $t_b = 180\text{--}190 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{\phi} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

$$\text{Fr} = \left( \frac{4\varphi Q_{\Sigma}}{\pi D^2} - u_{mf} \right)^2 / gH_{mf}. \quad (2)$$

На рис. 11 показано влияние диаметра пережима  $d_{\text{out}}$  на распределение давления в вихревой зоне. Практически эквидистантные зависимости свидетельствуют о существенном влиянии  $d_{\text{out}}$  на величину давления.

Обобщение полученных данных представлено в виде зависимостей:

$$(V'_{\phi})_R = 0,24\text{Fr}^{-0,11}, \quad (3)$$

$$P_R' = 0,07\text{Fr}^{-0,3} \left( \frac{d_{\text{out}}}{D} \right)^{-0,5}. \quad (4)$$

Заметим, что в [8] при  $\alpha = 0,024$ ,  $R = 0,196 \text{ м}$  для расчета величины полного избыточного давления при  $r = R$  получена аналогичная зависимость:

$$P_R' = 0,14\text{Fr}^{-0,29} \left( \frac{d_{\text{out}}}{D} \right)^{-1,3}. \quad (5)$$



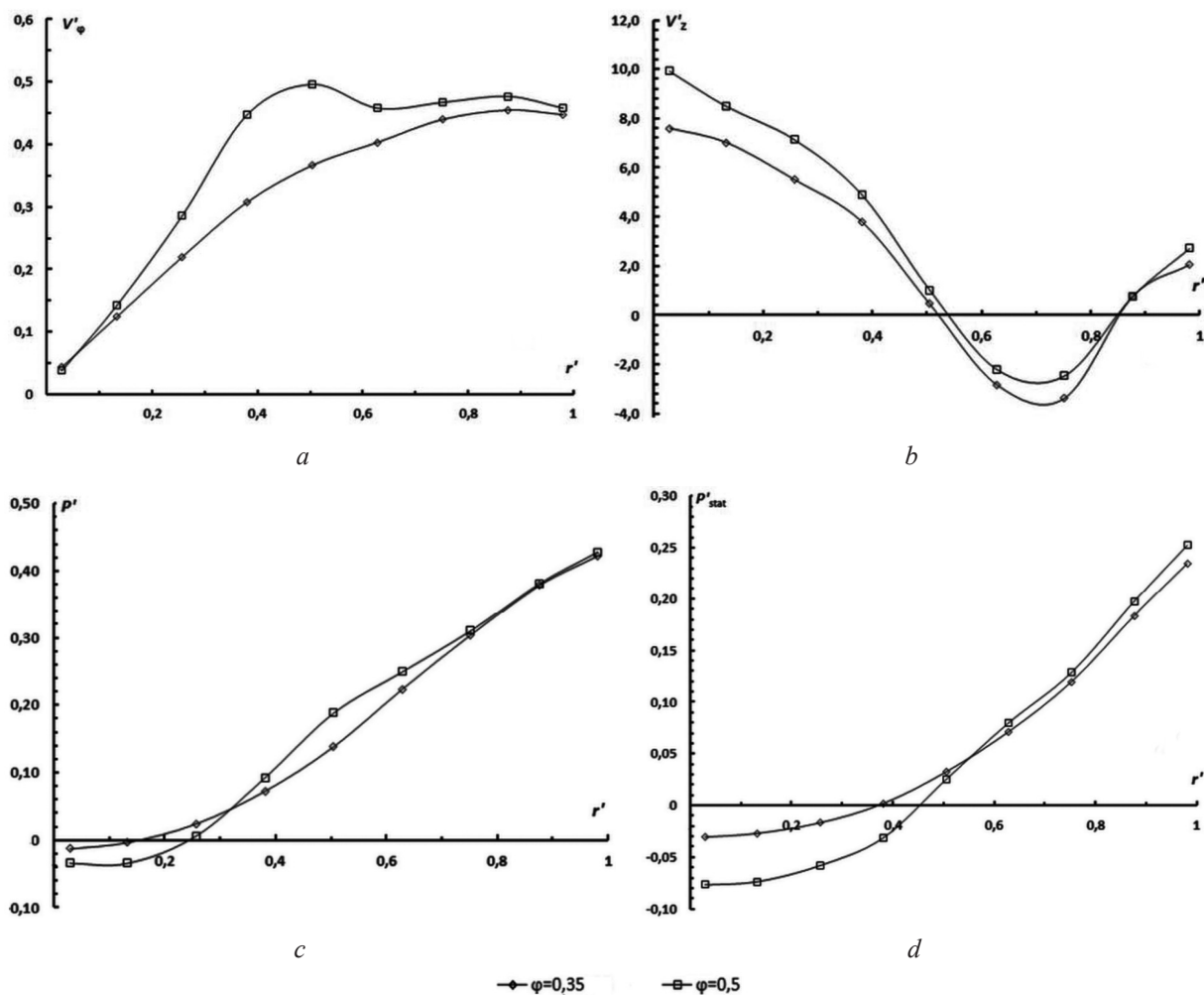


Рис. 6. Безразмерные тангенциальная (a) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере с плотным слоем керамзита при  $Q_\Sigma = 40 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $d_{out}/D = 0,5$ ,  $t_b = 400 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_\varphi = 30 \text{ }^\circ\text{C}$   
 Fig. 6. The dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocities, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber with a fixed bed of expanded clay at  $Q_\Sigma = 40 \text{ м}^3/\text{h}$ ,  $d_{out}/D = 0.5$ ,  $t_b = 400 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_\varphi = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

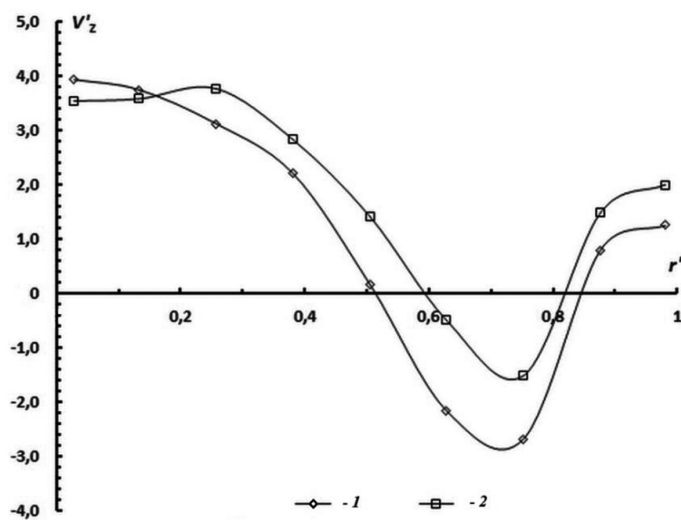


Рис. 7. Безразмерная продольная скорость в циклонно-слоевой камере с плотным слоем перловой крупы при различной форме выходного отверстия и при  $Q_\Sigma = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,35$ ,  $t_b = t_\varphi = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ : 1 – одно отверстие; 2 – три отверстия  
 Fig. 7. The dimensionless longitudinal velocities in the cyclone-bed chamber with a fixed bed of pearl barley with a different shape of the outlet at  $Q_\Sigma = 60 \text{ м}^3/\text{h}$ ,  $\varphi = 0.35$ ,  $t_b = t_\varphi = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ : 1 – one hole; 2 – three holes

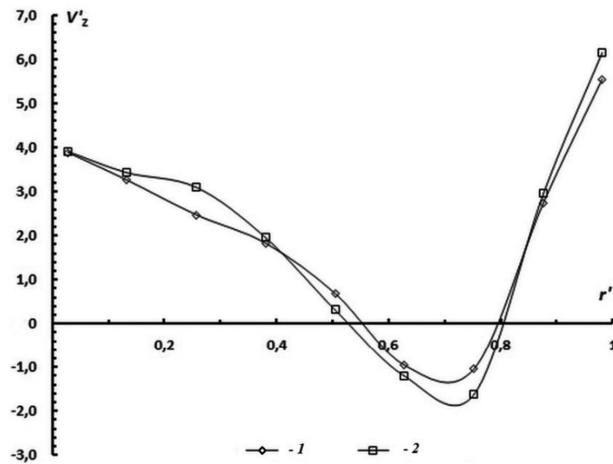


Рис. 8. Безразмерная продольная скорость в циклонно-слоевой камере с кипящим слоем кварцевого песка (0,20–0,28 мм) при различной форме выходного отверстия и при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,35$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ : 1 – одно отверстие; 2 – три отверстия  
 Fig. 8. The dimensionless longitudinal velocities in the cyclone-bed chamber with a fluidized bed of quartz sand (0.20–0.28 mm) with a different shape of the outlet at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0.35$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ : 1 – one hole; 2 – three holes

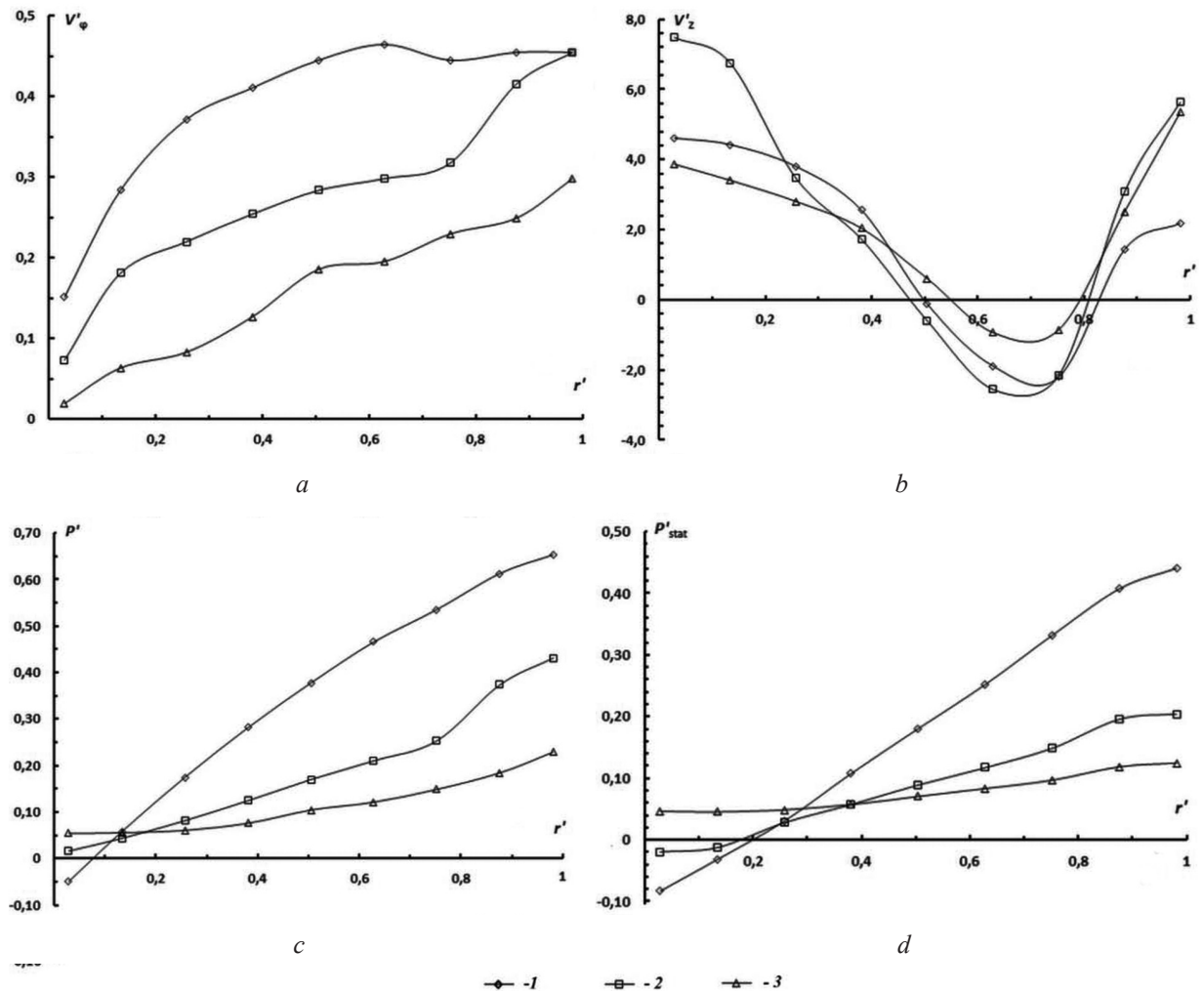


Рис. 9. Безразмерные тангенциальная (a) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере при различных режимах псевдоожижения и при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,35$ ,  $d_{out}/D = 0,4$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ :  
 1 – нет кипячения; 2 – кипение при  $N = 1,76$ ; 3 – кипение при  $N = 4,8$   
 Fig. 9. Dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocity, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber under different fluidization regimes and at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0.35$ ,  $d_{out}/D = 0.4$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ :  
 1 – no fluidization; 2 – fluidization ( $N = 1.76$ ); 3 – fluidization ( $N = 4.8$ )

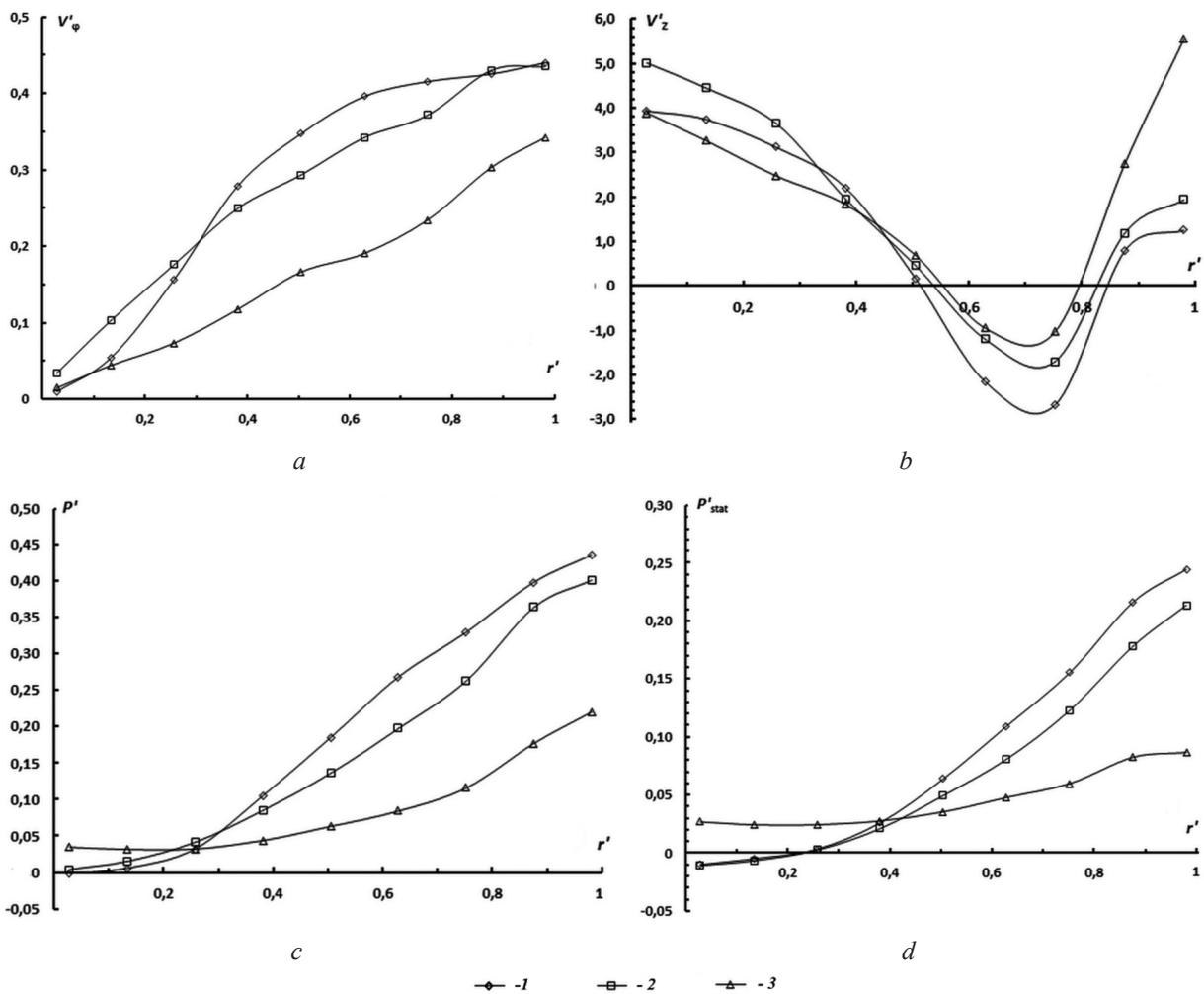


Рис. 10. Безразмерные тангенциальная (а) и продольная (b) скорость, полное (c) и статическое (d) давление в циклонно-слоевой камере при различных режимах псевдооживления и при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,35$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0,5$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ : 1 – нет кипения; 2 – кипение при  $N = 1,76$ ; 3 – кипение при  $N = 4,8$

Fig. 10. Dimensionless tangential (a) and longitudinal (b) velocities, total (c) and static (d) pressures in the cyclone-bed chamber under different fluidization regimes and at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,35$ ,  $d_{\text{out}}/D = 0,5$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ : 1 – no fluidization; 2 – fluidization ( $N = 1,76$ ); 3 – fluidization ( $N = 4,8$ )

Интересно отметить, что в этих условиях величина  $(V_{\varphi}')_R$  практически не изменялась:  $(V_{\varphi}')_R \approx 0,8$ . Как видно, использование числа  $Fr$  в виде (2) позволяет достаточно хорошо учесть влияние аэродинамики кипящего слоя на особенность распределений скорости воздуха и давления в вихревой зоне. Кроме того, структура (2) помимо  $Q_{\Sigma}$ ,  $u_{mf}$  учитывает и влияние такого важного фактора, как доля донного дутья  $\varphi$ . Следует отметить, что зависимости (3)–(5) свидетельствуют о нарушении автомодельности по числу  $Fr$  (а значит, и по величине  $Q_{\Sigma}$  и  $u_{mf}$ ). При  $u < u_{mf}$  слой частиц не оживлен, унос частиц с поверхности слоя практически отсутствует и, как показано в [1], зависимости  $V_{\varphi}'$ ,  $V_z'$  и  $P'$  для неподвижного слоя автомодельны по величине  $Q_{\Sigma}$ . Таким образом, нарушение этой автомодельности в случае кипящего слоя вызвано влиянием на аэродинамику вихревой зоны уноса частиц из кипящего слоя.

**Заключение.** Установлено влияние температуры донного дутья на приосевые величины продольной скорости воздуха в вихревой зоне. Нарушение автомодельности по числу Фруда распределений безразмерных аэродинамических характеристик вихревой зоны связано с влиянием уноса частиц из кипящего слоя. Показана эффективность использования числа Фруда для обобщения полученных данных – зависимости (3), (4).

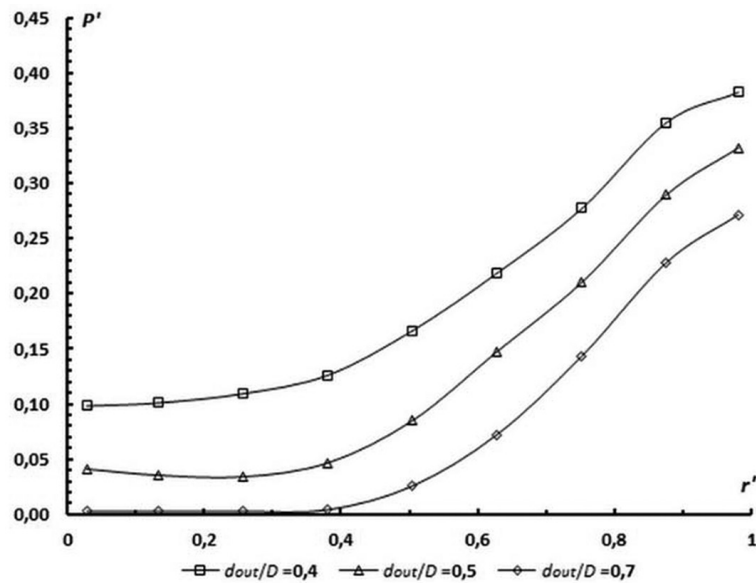


Рис. 11. Безразмерное полное давление в циклонно-слоевой камере с кипящим слоем кварцевого песка (0,35–0,50 мм) при  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ м}^3/\text{ч}$ ,  $\varphi = 0,5$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30^{\circ}\text{C}$

Fig. 11. Dimensionless total pressure in the cyclone-bed chamber with a fluidized bed of quartz sand (0.35–0.50 mm) at  $Q_{\Sigma} = 60 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $\varphi = 0,5$ ,  $t_b = t_{\varphi} = 30^{\circ}\text{C}$

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект T16K-018).

#### Acknowledgments

The work was supported by the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (project T16K-018).

#### Обозначения

$d$  – диаметр частиц, м;  $D$  – диаметр камеры, м;  $d_{\text{out}}$  – диаметр выхлопного отверстия, м;  $\text{Fr} = \frac{(u - u_{mf})^2}{gH_{mf}}$  – число Фруда;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $H_{mf}$  – высота слоя в начале псевдооживления, м;  $P$  – полное избыточное давление, Па,  $P' = 2P / (\rho_f V_n^2)$ ;  $Q_{\Sigma}$  – общий объемный расход воздуха, м<sup>3</sup>/с;  $r$  – радиальная координата, м;  $r' = r/R$ ;  $R$  – радиус камеры, м;  $\text{Re}_{mf} = u_{mf} d / \nu_f$  – число Рейнольдса;  $u$  – скорость фильтрации (скорость донного дутья), м/с;  $T_b$  – температура донного дутья, °C;  $T_n$  – температура тангенциального дутья, °C;  $u_{mf}$  – скорость начала псевдооживления, м/с;  $V_n$  – скорость воздуха на выходе из сопла, м/с;  $V_{\varphi}$  – тангенциальная скорость воздуха, м/с;  $V_{\varphi}' = V_{\varphi} / V_n$ ;  $V_z$  – продольная скорость воздуха, м/с;  $V_z' = V_z / (\frac{Q_{\Sigma}}{\pi R^2})$ ;  $\alpha$  – живое сечение тангенциальных сопел;  $\nu_f$  – кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с;  $\varphi$  – доля донного дутья;  $\rho_f$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>.

Индексы:

$b$  – слой;  $f$  – газ;  $mf$  – начало псевдооживления;  $n$  – сопло;  $\Sigma$  – общий.

#### Список использованных источников

1. Пицуха, Е. А. Сжигание твердого биотоплива в циклонно-слоевой топочной камере: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.04 / Е. А. Пицуха. – Минск, 2012. – 173 с.
2. Нахапетян, Е. А. Исследование аэродинамики циклонной топки на натурной модели / Е. А. Нахапетян // Теплоэнергетика. – 1954. – № 9. – С. 10–16.
3. Басина, И. П. К вопросу о горении и сепарации частиц топлива в циклонной топке / И. П. Басина, А. В. Тонконогий // Теплоэнергетика. – 1955. – № 5. – С. 17–21.
4. Кнорре, Г. Ф. Циклонные топки / Г. Ф. Кнорре, М. А. Наджаров. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 216 с.
5. Алексеенко, С. В., Введение в теорию концентрированных вихрей / С. В. Алексеенко, П. А. Куйбин, В. Л. Окулов. – Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 2003. – 504 с.
6. Митрофанова, О. В. О структурном подобию устойчивых форм спирально-вихревого движения / О. В. Митрофанова // Инженер.-физ. журн. – 2017. – Т. 90, № 5. – С. 1179–1191.
7. Пицуха, Е. А. Закрученные течения в циклонных камерах с соплами малого живого сечения / Е. А. Пицуха, Ю. С. Теплицкий // Инженер.-физ. журн. – 2017. – Т. 90, № 4. – С. 850–861.



8. Пищуха, Е. А. О влиянии уноса частиц из неоднородного кипящего слоя на гидродинамику вихревой надслоевой зоны / Е. А. Пищуха, Ю. С. Теплицкий // Инженер-физ. журн. – 2017. – Т. 90, № 1. – С. 23–28.

9. Teplitskii, Yu. S. Similarity of transport processes in disperse systems with suspended particles / Yu. S. Teplitskiy // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2002. – Vol. 45, iss. 2. – P. 441–449. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(01\)00162-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00162-4)

## References

1. Pitsuha E. A. *Combustion of solid biofuel in a vortex-bed combustion chamber*. Minsk, 2012. 173 p. (in Russian).
2. Nahapetyan E. A. Investigation of aerodynamics of a cyclone furnace on the field model. *Teploenergetika = Thermal Engineering*, 1954, no. 9, pp. 10–16 (in Russian).
3. Basina I. P., Tonkonogij A. V. To the question of combustion and separation of fuel particles in a cyclone furnace. *Teploenergetika = Thermal Engineering*, 1955, no. 5, pp. 17–21 (in Russian).
4. Knorre G. F., Nadzharov M. A. *Cyclone Furnaces*. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1958. 216 p. (in Russian).
5. Alekseenko S. V., Kujbin P. A., Okulov V. L. *Introduction to the theory of concentrated vortices*. Novosibirsk, Institute of Thermophysics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2003. 504 p. (in Russian).
6. Mitrofanova O. V. On the Structural Similarity of Stable Forms of Spiral-Vortex Motion. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 5, pp. 1119–1130. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1666-y>
7. Pitsuha E. A., Teplitskii Yu. S. Swirling Flows in Cyclone Chambers with Nozzles of Small Flow Section. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 4, pp. 806–816. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1629-3>
8. Pitsuha E. A., Teplitskii Yu. S. On the Influence of Particle Entrainment from an Inhomogeneous Fluidized Bed on the Hydrodynamics of the Vortex Over-Bed Zone. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 1, pp. 19–23. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1534-9>
9. Teplitskii Yu. S. Similarity of transport processes in disperse systems with suspended particles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, vol. 45, iss. 2, pp. 441–449. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(01\)00162-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00162-4)

## Информация об авторах

Пищуха Евгений Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: pit.ea@mail.ru

Бучилко Эдуард Казимирович – научный сотрудник, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: ebuchilko@gmail.commailto:tep@hmti.ac.by

Теплицкий Юрий Семенович – доктор технических наук, главный научный сотрудник, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: tep@hmti.ac.by

## Information about the authors

Evgenii A. Pitsuha – Ph. D. (Engineering), Senior Researcher, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: pit.ea@mail.ru

Eduard K. Buchilko – Researcher, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: ebuchilko@gmail.com

Yurii S. Teplitskii – D. Sc. (Engineering), Chief Researcher, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tep@hmti.ac.by

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 536.2(075)46

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-318-332>

Поступила в редакцию 20.10.2017

Received 20.10.2017

**В. А. Кот***Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,  
Минск, Беларусь***ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
С ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ВТОРОГО РОДА.  
2. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ**

**Аннотация.** Представлен алгоритм нахождения полиномиальных решений краевых задач нестационарной теплопроводности с переменным во времени граничным условием второго рода для тел плоской геометрии, а также с цилиндрической и сферической симметрией. Данный алгоритм основан на введении в рассмотрение граничных характеристик в виде определенного набора из  $k$ -кратных производных и  $n$ -кратных интегралов от заданной в виде граничного условия временной функции теплового потока на поверхности тела. Отдельно рассмотрены две стадии процесса: 1 – температурный фронт не достигает центра симметрии тела; 2 – температурный фронт достигает центра симметрии тела и прогрев происходит по всему сечению. На примерах симметричного нагрева протяженной пластины с постоянным и переменным тепловым потоком продемонстрирована очень высокая точность предложенного подхода на основе интегрального метода граничных характеристик (ИМГХ). По сравнению с методом дополнительных граничных условий предложенный метод ИМГХ позволяет уменьшить относительную ошибку аппроксимации (при одинаковых степенях полиномов  $N$ ) на три-пять порядков и более, доводя ее до пренебрежимо малых величин (0,00028 % при  $N = 11$ ; 0,000025 % при  $N = 14$ ). Установлено, что с каждым последующим приближением (посредством добавления в полином трех степеней) для первой стадии процесса аппроксимационная ошибка снижается на порядок. Для второй стадии процесса описан эффективный алгоритм нахождения собственных значений краевой задачи теплопроводности, связанный с введением в рассмотрение дополнительной функции, соответствующей наибольшей по порядку величины граничной интегральной характеристике. Это позволяет перевести получаемое на основе ИМГХ интегро-дифференциальное уравнение в обыкновенное дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями. Проведенные расчеты температуры в центре симметрии пластины подтвердили исключительно высокую аппроксимационную точность предложенного подхода.

**Ключевые слова:** уравнение теплопроводности, приближенный метод, интегральные тождества, фронт возмущения

**Для цитирования:** Кот, В. А. Интегральный метод решения задач теплопроводности с граничным условием второго рода. 2. Анализ точности / В. А. Кот // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 318–332. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-318-332>

**V. A. Kot***A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus***INTEGRAL METHOD OF SOLVING HEAT-CONDUCTION PROBLEMS  
WITH BOUNDARY CONDITION OF THE SECOND-KIND.  
2. ANALYSIS OF ACCURACY**

**Abstract.** An algorithm of finding polynomial solutions of boundary-value problems on nonstationary heat conduction with a time-dependent boundary condition of the secondary kind for bodies having a plane geometry, a cylindrical symmetry, or a spherical symmetry is presented. The algorithm is based on the introduction into consideration of the boundary characteristics in the form of a definite set of  $k$ -fold derivatives and  $n$ -fold integrals with respect to the time function of the heat flow on the surface of a body representing a boundary condition. Two stages of the heat-conduction process were considered separately: 1) the temperature front does not reach the center of a body and 2) the temperature front reaches the center of the body, and it is heated throughout its thickness. By the example of symmetric heating of a lengthy plate with a constant and variable heat flows, a very high accuracy of the proposed approach based on the integral method of boundary characteristics (BChIM) was demonstrated. As compared to the method of additional boundary characteristics, the BChIM makes it possible to decrease the relative approximation error (at one and the same polynomial degrees  $N$ ) by three to five orders of magnitude and by larger values and brings it to a negligibly low level (0.00028 % at  $N = 11$  and 0.000025 % at  $N = 14$ ). It was established that, with each next approximation (with addition of three degrees into the polynomial), the approximation error decreases by an order of magnitude for the first stage of the process. An efficient algorithm of finding the eigenvalues of a boundary-value problem on heat conduction, based on the introduction into consideration of an additional function corresponding to the largest,

in sequence order, boundary integral characteristic, is presented for the second stage of the process. The algorithm makes it possible to transform the integro-differential equation obtained on the basis of the BChIM into the ordinary differential equation with zero initial conditions. The calculations of the temperature at the center of the plate have shown that the approximation accuracy of the approach proposed is very high.

**Keywords:** heat-conduction equation, approximate method, integral identities, temperature disturbance front

**For citation.** Kot V. A. Integral method of solving heat-conduction problems with boundary condition of the second-kind. 2. Analysis of accuracy. *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 2, pp. 318–332 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-318-332>

**Введение.** Настоящая статья является продолжением работ [1–6], в которых рассмотрен интегральный метод граничных характеристик (ИМГХ). Он относится к достаточно широкому классу интегральных методов [7], предусматривающих следующие две стадии теплового процесса. На первой стадии рассматривается область, ограниченная фронтом температурного возмущения  $\delta(t)$ , за пределами которого тело сохраняет первоначальную температуру. Температурный профиль в пределах возмущенной области  $y \in [0, \delta(t)]$  представляется полиномом с переменными во времени коэффициентами, которые подлежат определению. Далее интегрируется уравнение теплопроводности по области  $y \in [0, \delta(t)]$ , что приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно функции  $\delta(t)$ . Вторая стадия начинается с момента достижения фронтом температурного возмущения центра симметрии тела. С этого момента в рассмотрение граничная функция  $\varphi(t)$  в виде температуры центра симметрии. Температурный профиль в области  $y \in [0, 1]$  представляется соответствующим полиномом с подлежащими определению коэффициентами. Последующее интегрирование уравнения теплопроводности по области  $y \in [0, 1]$  приводит к дифференциальному уравнению относительно граничной функции  $\varphi(t)$ . Определение  $\varphi(t)$ , по сути, завершает процесс решения задачи.

*Целью настоящей работы* является дальнейшее развитие идей, затронутых в [6] и касающихся рассмотрения краевых задач нестационарной теплопроводности с граничным условием второго рода, причем со сравнительной оценкой аппроксимационной точности ИМГХ и скорости сходимости полученных решений. Ниже изложены результаты рассмотрения некоторых задач для первой и второй стадий теплового процесса для декартовой системы координат. На наш взгляд, такой подход достаточно уместен, поскольку позволяет провести на простых примерах довольно точный сравнительный анализ аппроксимационных возможностей ИМГХ для второй краевой задачи.

**Первая стадия процесса.** Перейдя к координате  $\xi = 1 - y$ , отсчитываемой от поверхности тела, запишем задачу для первой стадии (в безразмерном виде) [6]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{(1-\xi)^m} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( (1-\xi)^m \frac{\partial T}{\partial \xi} \right), \quad 0 < t \leq t_1, \quad \xi \in [0, \delta(t)], \quad (1)$$

$$T(\xi, 0) = 0, \quad \delta(0) = 0, \quad (2)$$

$$-\frac{\partial T(0, t)}{\partial \xi} = q(t), \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (3)$$

$$T(\delta, t) = 0, \quad \frac{\partial T(\delta, t)}{\partial y} = 0. \quad (4)$$

В [6] получена последовательность интегральных тождественных равенств

$$\left\{ \mathcal{L}_{n-1}(\hat{\mathcal{L}}_{\xi} T) \equiv Q_n \right\}_n, \quad \forall n \in \mathbb{Z}_+, \quad (5)$$

включающая интегральные граничные характеристики

$$Q_n \equiv \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{n} q(t) dt^{(n)} = \int_0^t \frac{(t-\tau)^{n-1}}{(n-1)!} q(\tau) d\tau, \quad \forall n \in \mathbb{Z}_+ \quad (6)$$

и последовательность функционалов  $\mathcal{L}_{n-1}(\hat{\mathcal{L}}_\xi T) \forall n \in \mathbb{Z}_+$ , где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\xi &\equiv \int_{\delta}^{\xi} d\xi (1-\xi)^m \int_{\delta}^{\xi} \frac{1}{(1-\xi)^m} (\cdot) d\xi, \quad \hat{\mathcal{L}}_\xi \equiv \int_{\delta}^{\xi} (1-\xi)^m (\cdot) d\xi, \\ \mathcal{L}_1 &\equiv \int_{\delta}^0 d\xi (1-\xi)^m \int_{\delta}^{\xi} \frac{1}{(1-\xi)^m} (\cdot) d\xi, \quad \mathcal{L}_n \equiv \overbrace{\mathcal{L}_1 \dots \mathcal{L}_\xi \mathcal{L}_\xi}^n, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Кроме того, в [6] доказано существование последовательности

$$\{D_t^k T_\xi = L_\xi^k T_\xi\}_n, \quad \forall k \in \mathbb{Z}_+, \quad (8)$$

где  $D_t^k \equiv \partial^k / \partial t^k$ ,  $L_\xi^k \equiv \overbrace{L_\xi L_\xi \dots L_\xi}^k$  – дифференциальные операторы  $k$ -го порядка,  $L_\xi$  – оператор правой части дифференциального уравнения (1)

$$L_\xi \equiv \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{(1-\xi)^m} \frac{\partial}{\partial \xi} ((1-\xi)^m (\cdot)) \right). \quad (9)$$

Отсюда запишем дифференциальный оператор  $L_\xi^n$  в виде

$$L_\xi^k \equiv \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{(1-\xi)^m} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} (1-\xi)^m \dots \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{(1-\xi)^m} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( (1-\xi)^m \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{(1-\xi)^m} \frac{\partial}{\partial \xi} ((1-\xi)^m (\cdot)) \right) \right) \right) \right) \right)}_k. \quad (10)$$

Если обозначить  $q(t) \equiv Q_0$ , а  $k$ -ю производную записать как

$$\frac{d^k q(t)}{dt^k} \equiv D_k q(t) = Q_{-k}, \quad k \in \mathbb{Z}_+, \quad (11)$$

то для функции  $q(t)$  можно составить последовательность в виде

$$\dots Q_{-2}, Q_{-1}, Q_0, Q_1, Q_2 \dots \Rightarrow \{Q_n\}_n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (12)$$

или

$$\{Q_{-k}\} \cup \{Q_n\}, \quad k \in \mathbb{Z}_+, \quad n \in \mathbb{Z}_\geq. \quad (13)$$

Такой несколько формальный подход позволяет записать

$$\mathcal{L}_{-k} T \Big|_{\xi=0} = \underbrace{\mathcal{L}_{-1} \dots \mathcal{L}_{-1} \mathcal{L}_{-1}}_k T \Big|_{\xi=0}, \quad L_{-1} T \Big|_{\xi=0} \equiv \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{(1-\xi)^m} \frac{\partial}{\partial \xi} ((1-\xi)^m T) \right) \Big|_{\xi=0}. \quad (14)$$

Отсюда вместо (8) получим последовательность

$$\{\mathcal{L}_{-k} T = Q_{-k}\}, \quad k \in \mathbb{Z}_+. \quad (15)$$

Объединив (5) и (15), придем к двойной последовательности

$$\{\mathcal{L}_{n-1}(\hat{\mathcal{L}}_\xi T) = Q_n\}_{n=1}^{N_0+K} \cup \{L_\xi^k T_\xi \Big|_{\xi=0} \equiv -D_t^k q\}_{k=1}^K, \quad K \in \mathbb{Z}_\geq, \quad (16)$$



где  $P$  – шаг приращения числа интегральных тождественных равенств для каждого  $(K+1)$ -го приближения, причем  $N_K = N_0 + KP + K = N_0 + (P+1)K$ . Из (13) и (16) получим двойное множество граничных характеристик

$$\{Q_{-k}\}_{k=0}^K \cup \{Q_n\}_{n=1}^{N_0+KP}, \quad K \in \mathbb{Z}_{\geq}. \tag{17}$$

Приняв во внимание соотношение  $n = k + 1$ , вместо (17) запишем

$$\{Q_{-k}\}_{k=0}^K \cup \{Q_{k+1}\}_{k=0}^{N_0+KP}, \quad K \in \mathbb{Z}_{\geq}, \tag{18}$$

или в раскрытом виде

$$\begin{matrix} \xrightarrow[k=0]{K=0} & \begin{pmatrix} Q_{N_0} \\ \dots \\ Q_2 \\ Q_1 \\ Q_0 \end{pmatrix} & \xrightarrow[k=0,1]{K=1} & \begin{pmatrix} Q_{N_0+P} \\ \dots \\ Q_{N_0} \\ \dots \\ Q_2 \\ Q_1 \\ Q_0 \\ Q_{-1} \end{pmatrix} & \xrightarrow[k=0,1,2]{K=2} & \begin{pmatrix} Q_{N_0+2P} \\ \dots \\ Q_{N_0} \\ \dots \\ Q_2 \\ Q_1 \\ Q_0 \\ Q_{-1} \\ Q_{-2} \end{pmatrix} & \xrightarrow[k=0,1,2,3]{K=3} \dots \xrightarrow[k=0,K]{K} & \begin{pmatrix} Q_{N_0+KP} \\ \dots \\ Q_{N_0} \\ \dots \\ Q_2 \\ Q_1 \\ Q_0 \\ Q_{-1} \\ \dots \\ Q_{-K} \end{pmatrix} \end{matrix} \tag{19}$$

*Иллюстративный пример.* Найдем решение задачи теплопроводности для бесконечной пластины ( $m = 0$ ) в следующей постановке (безразмерная форма):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < t \leq \infty, \tag{20}$$

$$T(\xi, 0) = 0, \quad \delta(0) = 0, \tag{21}$$

$$-\frac{\partial T(0, t)}{\partial \xi} = q(t), \quad \frac{\partial T(1, t)}{\partial x} = 0. \tag{22}$$

Оценку точности приближенных решений произведем с помощью параметров

$$E = |T - T^*|, \quad \|E_L^k\| = \frac{1}{T^*(0, t)} \frac{1}{\delta(t)} \sqrt{\int_a^{\delta} (T - T^*)^2 d\xi}, \quad \varepsilon_0 = \left| \frac{T(0, t)}{T^*(0, t)} - 1 \right| \cdot 100 \%, \tag{23}$$

где  $T^*$  – точное значение,  $\|E_L^k\|$  – модифицированная норма Лангфорда  $k$ -го приближения,  $E$  – модуль отклонения приближенного значения от точного,  $\varepsilon_0$  – относительная ошибка расчета температуры поверхности. Для оценки сходимости решений используем параметры:

$$p_E = \frac{\ln \left[ \frac{\|E_L^1\|}{\|E_L^k\|} \right]}{\ln(N/N_0)}, \quad p_\varepsilon = \frac{\ln \left[ \frac{\varepsilon_0^1}{\varepsilon_0^k} \right]}{\ln(N/N_0)}, \tag{24}$$

где  $N$  и  $N_0$  – степень полинома при  $k$ -м и первом приближениях соответственно.

При рассмотрении первой стадии представляется целесообразным обратиться к описанию процесса теплопроводности в полуограниченном пространстве, когда влиянием отраженной

тепловой волны можно пренебречь. Данная постановка представляет также самостоятельный интерес, поскольку позволяет наиболее точно охарактеризовать аппроксимационные свойства ИМГХ для задач теплопроводности с граничным условием второго рода. Точное решение задачи (20)–(21) с условием  $T(\xi, t)|_{\xi \rightarrow \infty} = 0$  имеет вид [8]

$$T(\xi, t) = \int_0^t \frac{q(t-\tau)}{\sqrt{\pi\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right) d\tau. \quad (25)$$

При введении в рассмотрение фронта температурного возмущения  $\delta(t)$  вместо граничного условия  $\partial T(1/t)/\partial x = 0$  имеем следующие два условия:

$$T(\delta, t) = 0, \quad \frac{\partial T(\delta, t)}{\partial x} = 0. \quad (26)$$

В таком случае, приближенное решение задачи опишем полиномом

$$T = \left(1 - \frac{x}{\delta(t)}\right)^2 \sum_{j=0}^{N-2} a_j(t) \left(\frac{x}{\delta(t)}\right)^j, \quad (27)$$

который учитывает условия (26).

**Постоянный тепловой поток.** При  $g(t) = 1$  имеем точное решение [9]

$$T(x, t) = 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4t}\right) - x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\right). \quad (28)$$

Найдем решение задачи (20), (21), (16) в первом-четвертом приближениях ( $K = \overline{0, 3}$ ) при  $N_0 = 3$ . Для первого приближения ( $K = 0, N = 5$ ) с учетом трех тождественных равенств (5) (с заменой  $1 - \xi \rightarrow x$ ) придем к системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 \\ 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 & 1/9 & 1/10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ t/\delta(t) \\ t^2/\delta(t)^3 \\ 4t^3/\delta(t)^5 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Решив систему (29), найдем температурную функцию в виде

$$\begin{aligned} T = & \left(1 - \frac{x}{\delta}\right)^2 \left[ \delta \left( \frac{1}{16} + \frac{45t}{8\delta^2} - \frac{105t^2}{2\delta^4} + \frac{315t^3}{\delta^6} \right) - x \left( \frac{7}{8} - \frac{45t}{4\delta^2} + \frac{105t^2}{\delta^4} - \frac{630t^3}{\delta^6} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{x^2}{\delta} \left( \frac{41}{16} - \frac{915t}{8\delta^2} + \frac{4095t^2}{2\delta^4} - \frac{14805t^3}{\delta^6} \right) - \frac{x^3}{\delta^2} \left( 2 - \frac{120t}{\delta^2} + \frac{2520t^2}{\delta^4} - \frac{20160t^3}{\delta^6} \right) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Фронт  $\delta(t)$  определим из соотношения (80) [6], которое в данном случае примет вид

$$\frac{d}{dt} \int_{\delta}^x T dx = T(0, t). \quad (31)$$

Подстановка (30) в (31) даст дифференциальное уравнение

$$\frac{d\sigma}{dt} = 40 \frac{17640t^3 - 1680t^2\sigma + 63t\sigma^2 - \sigma^3}{25200t^3 - 2520t^2\sigma + 90t\sigma^2 - \sigma^3}, \quad (32)$$

где  $\sigma = \delta^2$ . Решение уравнения (32) с начальным условием  $\sigma(0) = 0$  имеет простой вид:  $\sigma(t) = \alpha t$ , где  $\alpha \approx 19,5632$  – минимальный действительный положительный корень алгебраического уравнения

$$\alpha^4 - 130\alpha^3 + 5040\alpha^2 - 92400\alpha + 705600 = 0.$$

Отсюда найдем  $\delta(t) = 4,4230\sqrt{t}$ . Подстановка  $\delta(t)$  в (30) даст окончательное решение

$$T = 1,12754\sqrt{t} - x \left( 1 - 0,29930 \frac{x}{\sqrt{t}} + 0,021735 \frac{x^2}{t} + 0,004572 \frac{x^3}{t^{3/2}} - 0,000633 \frac{x^4}{t^2} \right). \quad (33)$$

Температурные профили, рассчитанные на основе (33) (ИМГХ), метода дополнительных граничных условий (МДГУ) [10–12] и точного решения (28), представлены на рис. 1, *a*. В отличие от МДГУ, предложенная схема дает решение, очень близкое точному. Температурные профили практически полностью совпадают. Абсолютное отклонение приближенного решения (ИМГХ, МДГУ) от точного для момента времени  $t = 0,2$  отражает рис. 1, *b*. По сравнению с МДГУ метод ИМГХ отличается значительно более высокая аппроксимационная точность. Так, для температуры поверхности ( $T^*(0, t) = 2\sqrt{t/\pi}$ ) для МДГУ и ИМГХ имеем соответственно  $\varepsilon_0 = 2,97\%$  и  $\varepsilon_0 = 0,074\%$ . Здесь мы можем констатировать очень существенное (примерно в 40 раз) снижение ошибки.

Решение задачи во втором приближении ( $K = 1, N = 8$ ) приводит к аналогичной (29) по форме системе линейных алгебраических уравнений для коэффициентов  $a_j(t), j = \overline{0,8}$  (с целью сокращения материала данная система не приводится). После нахождения коэффициентов на основе (31) придем к дифференциальному уравнению

$$\frac{d\sigma}{dt} = 6 \frac{294053760t^5 - 30030000t^4\sigma + 1338480t^3\sigma^2 - 33000t^2\sigma^3 + 460t\sigma^4 - 3\sigma^5}{98017920t^5 - 10810800t^4\sigma + 514800t^3\sigma^2 - 13200t^2\sigma^3 + 180t\sigma^4 - \sigma^5}. \quad (34)$$

Решение уравнения (34) дает  $\sigma(t) = \alpha t$ , где  $\alpha \approx 31,1332$  – минимальный действительный положительный корень алгебраического уравнения

$$\alpha^6 - 216\alpha^5 + 18720\alpha^4 - 910800\alpha^3 + 26872560\alpha^2 - 458377920\alpha + 3528645120 = 0.$$

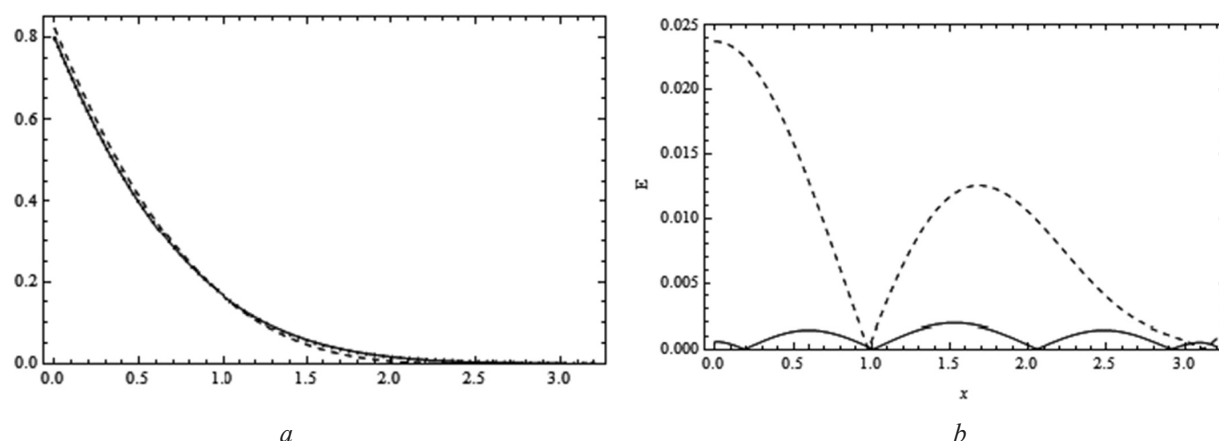


Рис. 1. Температурные профили при  $q(t) = 1, t = 0,2$  для точного решения (сплошная линия), решений на основе ИМГХ (пунктирная линия) и МДГУ (штриховая линия) (*a*); отклонение  $E$  при  $t = 0,2$  для решений на основе ИМГХ (сплошная линия) и МДГУ (штриховая линия) при  $N = 5$  (*b*)

Fig. 1. Temperature profiles at  $q(t) = 1$  and  $t = 0.2$  for the exact solution (solid line) and the solution on the basis of the BChIM (dotted line) and the ABCM (dashed line) (*a*); deviation  $E$  at  $t = 0.2$  for the solutions on the basis of the BChIM (solid line) and the ABCM (dashed line) at  $N = 5$  (*b*)

Для фронта возмущения имеем  $\delta(t) = 5,5797\sqrt{t}$ . Отсюда решение задачи примет вид

$$T = 1,12834\sqrt{t} - x + \frac{x^2}{\sqrt{t}} \left( 0,282992 - 0,0135696 \frac{x^2}{t} + 0,00139537 \frac{x^3}{t^{3/2}} + 3,255 \cdot 10^{-4} \frac{x^4}{t^2} - 7,427 \cdot 10^{-5} \frac{x^5}{t^{5/2}} + 4,183 \cdot 10^{-6} \frac{x^6}{t^3} \right), \quad 0 \leq x \leq 5,5797\sqrt{t}. \quad (35)$$

На рис. 2, *a* представлены графики отклонения  $E$  для решения (35) и решения на основе МДГУ ( $N = 8$ ). Отличие в точности аппроксимационного решения задачи становится в данном случае еще более значительным (по сравнению с решением при  $N = 5$ ). Относительная ошибка расчета температуры поверхности  $\varepsilon_0$  для МДГУ и ИМГХ составляет соответственно  $\varepsilon_0 = 1,76\%$  и  $\varepsilon_0 = 0,0037\%$ . Отличие в ошибках расчета температуры поверхности составляет  $1,76 / 0,0037 \approx 467$ , то есть более чем два порядка.

Опустив промежуточные вычисления, приведем решение задачи для третьего приближения ( $k = 3, K = 2, N = 11$ ). Для температурного фронта получаем  $\delta(t) = 6,5366\sqrt{t}$ , и тогда решение принимает вид

$$T = 1,128376\sqrt{t} - x + \frac{x^2}{\sqrt{t}} \left( 0,282183 - 0,011886 \frac{x^2}{t} + 6,886 \cdot 10^{-4} \frac{x^4}{t^3} - 4,743 \cdot 10^{-5} \frac{x^5}{t^{5/2}} - 2,882 \cdot 10^{-5} \frac{x^6}{t^3} + 6,881 \cdot 10^{-6} \frac{x^7}{t^{7/2}} - 6,12 \cdot 10^{-7} \frac{x^8}{t^4} + 2,021 \cdot 10^{-8} \frac{x^9}{t^{9/2}} \right), \quad 0 \leq x \leq 6,5366\sqrt{t}. \quad (36)$$

На рис. 2, *b* приведены графики отклонения  $E$  для (36) и решения на основе МДГУ ( $N = 11$ ). Как видим, аппроксимационные ошибки для МДГУ и ИМГХ совершенно несопоставимы. Если в МДГУ  $\varepsilon_0 = 1,24\%$ , то для ИМГХ  $\varepsilon_0 = 0,00028\%$ . Отличие в ошибках сравниваемых методов составляет  $1,24/0,00028 = 4353$ , то есть более чем три порядка.

Аналогично могут быть получены решения в следующих приближениях. В частности, для четвертого приближения ( $k = 4, K = 3, N = 14$ ) мы приходим к решению:

$$T = 1,1283794\sqrt{t} - x \left( 1 - 0,282105 \frac{x}{\sqrt{t}} + 0,011770 \frac{x^3}{t^{3/2}} - 5,9573 \cdot 10^{-4} \frac{x^5}{t^{5/2}} + 2,8212 \cdot 10^{-5} \frac{x^7}{t^{7/2}} + 7,2747 \cdot 10^{-7} \frac{x^8}{t^4} - 2,2928 \cdot 10^{-6} \frac{x^9}{t^{9/2}} + 5,1993 \cdot 10^{-7} \frac{x^{10}}{t^5} - 5,574 \cdot 10^{-8} \frac{x^{11}}{t^{11/2}} + 3,051 \cdot 10^{-9} \frac{x^{12}}{t^6} - 6,893 \cdot 10^{-11} \frac{x^{13}}{t^{13/2}} \right), \quad 0 \leq x \leq 7,3772\sqrt{t}. \quad (37)$$

В данном случае относительная ошибка составляет  $\varepsilon_0 = 0,000025\%$ .

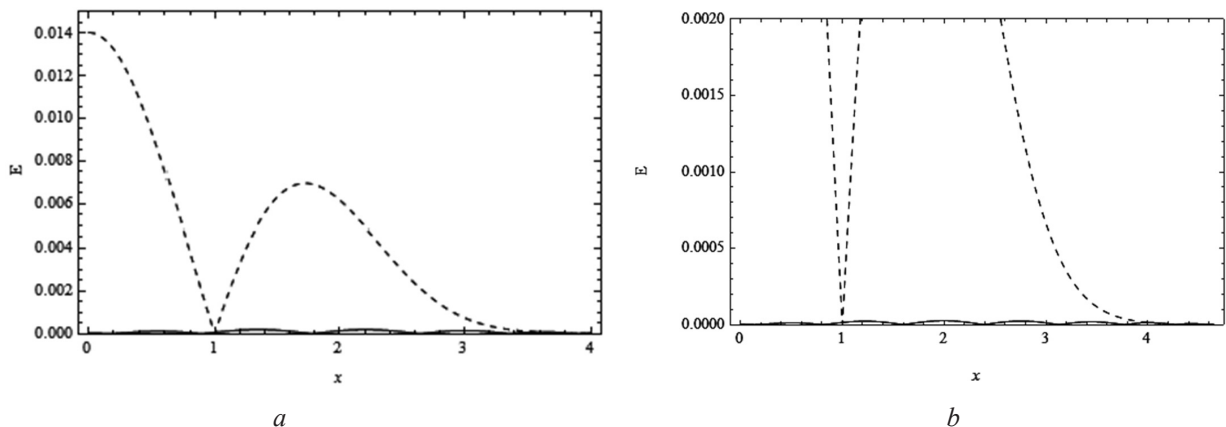


Рис. 2. Отклонение  $E$  при  $q(t) = 1, t = 0,2$  для решений на основе ИМГХ (сплошная линия) и МДГУ (штриховая линия):  $N = 8$  (*a*),  $N = 11$  (*b*)

Fig. 2. Deviation  $E$  at  $q(t) = 1$  and  $t = 0.2$  for the solutions on the basis of the BChIM (solid line) and the ABCM (dashed line) at  $N = 8$  (*a*) and  $N = 11$  (*b*)



В табл. 1 приведены сравнительные данные для  $\varepsilon_0$  и параметра сходимости  $p$ , определяемого согласно (24). Примем в качестве базовой характеристики «хорошей» сходимости значение  $p = 2$ . Отсюда мы можем сделать следующий вывод: в отличие от крайне низкой сходимости решений согласно МДГУ ( $p \approx 1$ ), для ИМГХ ( $p \gg 2$ ) характерна очень высокая сходимость решений. С каждым приближением относительная ошибка температуры поверхности снижается более чем на порядок. Рассчитанные по формуле (23) нормы Лангфорда  $\|E_L^k\|$  для момента времени  $t = 1$  с соответствующими значениями  $p_E$  представлены в табл. 2. Если для МДГУ значение  $\|E_L^k\|$  (независимо от степени полинома  $N = 5 \dots 14$ ) имеет один и тот же порядок величин  $\sim 10^{-3}$ , то для ИМГХ значение  $\|E_L^k\|$  с каждым последующим приближением уменьшается примерно на порядок. При  $N = 14$  получим следующее отношение параметров точности и сходимости в двух методах:

$$\varepsilon_0^{\text{МДГУ}} / \varepsilon_0^{\text{ИМГХ}} = 0,96 / 0,000025 = 38400,$$

$$\|E_L^4\|_{\text{МДГУ}} / \|E_L^4\|_{\text{ИМГХ}} = 1,61 \cdot 10^{-3} / 8,34 \cdot 10^{-7} = 1747.$$

Таблица 1. Относительная ошибка  $\varepsilon_0$  и параметр сходимости  $p_\varepsilon$  в зависимости от  $N$   
 Table 1. Relative error  $\varepsilon_0$  and convergence parameter  $p_\varepsilon$  depending on  $N$

Метод	Параметр	Степень полинома $N$			
		5	8	11	14
МДГУ	$\varepsilon_0, \%$	2,97	1,76	1,24	0,96
	$p_\varepsilon$	–	1,11	1,11	1,10
ИМГХ	$\varepsilon_0, \%$	<b>0,074</b>	<b>0,0037</b>	<b>0,00028</b>	<b>0,000025</b>
	$p_\varepsilon$	–	<b>6,37</b>	<b>7,07</b>	<b>7,76</b>

Таблица 2. Норма  $\|E_L^k\|$  и параметр сходимости  $p_E$  в зависимости от  $N$  при  $t = 1$   
 Table 2. Error norm  $\|E_L^k\|$  and convergence parameter  $p_E$  depending on  $N$  at  $t = 1$

Метод	Параметр	Степень полинома $N$			
		5	8	11	14
МДГУ	$\ E_L^k\ $	$7,67 \cdot 10^{-3}$	$3,56 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$
	$p_E$	–	1,63	1,62	1,61
ИМГХ	$\ E_L^k\ $	<b><math>6,55 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>5,90 \cdot 10^{-5}</math></b>	<b><math>6,71 \cdot 10^{-6}</math></b>	<b><math>8,34 \cdot 10^{-7}</math></b>
	$p_E$	–	<b>5,12</b>	<b>5,81</b>	<b>6,47</b>

**Переменный тепловой поток.** Пусть  $q(t) = t$ . Точное решение задачи известно [9]:

$$T = \frac{4t^{3/2}}{3\sqrt{\pi}} \left[ \left( 1 + \frac{x^2}{4t} \right) \exp\left( -\frac{x^2}{4t} \right) - \frac{3\sqrt{\pi}x}{4\sqrt{t}} \left( 1 + \frac{x^2}{6t} \right) \operatorname{erfc}\left( \frac{x}{2\sqrt{t}} \right) \right]. \quad (38)$$

Найдем приближенное решение на основе степенного полинома (27) шестой степени ( $N = 6$ ). Основываясь на граничных условиях и четырех тождественных равенствах последовательности (5), приходим к системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 & 1/9 \\ 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 & 1/9 & 1/10 & 1/11 \\ 1/7 & 1/8 & 1/9 & 1/10 & 1/11 & 1/12 & 1/13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t\delta \\ 0 \\ 0 \\ t^2 / (2\delta) \\ t^3 / (3\delta^3) \\ t^4 / \delta^5 \\ 6t^5 / \delta^7 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Решение (39) с применением (31) дает дифференциальное уравнение ( $\sigma = \delta^2$ )

$$\frac{d\sigma}{dt} = 4 \frac{20180160t^5 - 2656368t^4 \delta^2 + 158400t^3 \delta^4 - 5424t^2 \delta^6 + 108t \delta^8 - 2\delta^{10}}{720720t^5 - 82368t^4 \delta^2 + 3960t^3 \delta^4 - 96t^2 \delta^6 + t \delta^8}. \quad (40)$$

Решив (40), найдем  $\delta(t) = 5,33112 \sqrt{t}$ . Отсюда приходим к температурному профилю

$$T = 0,75218t^{3/2} - tx \left( 1 - 0,568026 \frac{x}{\sqrt{t}} + 0,175308 \frac{x^2}{t} - 0,030803 \frac{x^3}{t^{3/2}} + 0,002905 \frac{x^4}{t^2} - 0,0001144 \frac{x^5}{t^{5/2}} \right), \quad 0 \leq x \leq \delta(t) = 5,33112 \sqrt{t}. \quad (41)$$

Согласно (38), температура поверхности полупространства изменяется по закону  $T^*(0,t) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} t^{3/2} \approx 0,75225t^{3/2}$ . Из (41) находим  $T(0,t) = 0,75218t^{3/2}$ . Относительная ошибка для температуры поверхности составляет  $\epsilon_0 = 0,0096\%$ . Температурные профили (38) и (41) полностью сливаются (рис. 3, а).

Решение задачи во втором приближении ( $K = 1, N = 9$ ) приводит к аналогичной (39) по форме системе уравнений для коэффициентов  $a_j(t), j = \overline{0,9}$ . В окончательном виде температурный профиль принимает следующий вид:

$$T = 0,75225t^{3/2} - tx \left( 1 - 0,564291 \frac{x}{\sqrt{t}} + \frac{x^2}{6t} - 0,023048 \frac{x^3}{t^{3/2}} - 6,534 \cdot 10^{-4} \frac{x^4}{t^2} + 7,98 \cdot 10^{-4} \frac{x^5}{t^{5/2}} - 1,315 \cdot 10^{-4} \frac{x^6}{t^3} + 9,877 \cdot 10^{-6} \frac{x^7}{t^{7/2}} - 2,962 \cdot 10^{-7} \frac{x^8}{t^4} \right), \quad 0 \leq x \leq 6,28892 \sqrt{t}. \quad (42)$$

В данном случае имеем относительную ошибку всего  $\epsilon_0 = 0,00034\%$ . Во втором приближении аппроксимационная относительная ошибка снижена более чем на порядок. Это говорит о получении условно точного решения. На рис. 3, б приведен график абсолютного отклонения приближенного решения от точного при  $N = 5$  и  $N = 8$ . Добавление в полиноме трех дополнительных степеней позволяет повысить аппроксимационную точность метода на порядок. Совершенно

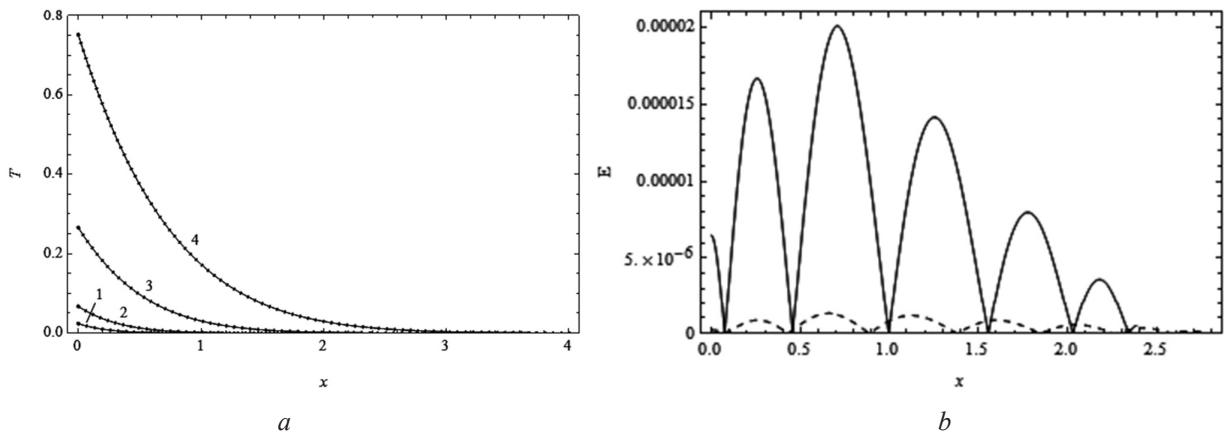


Рис. 3. Температурные профили при  $q(t) = t, t = 0,1$  (1),  $0,2$  (2),  $0,5$  (3),  $1,0$  (4) для точного решения (сплошная линия) и на основе ИМГХ (пунктирная линия) (а); отклонение  $E$  при  $t = 0,2$  для решений на основе ИМГХ при  $N = 5$  (сплошная линия) и  $N = 8$  (штриховая линия) (б)

Fig. 3. Temperature profiles at  $q(t) = t$  and  $t = 0.1$  (1),  $0.2$  (2),  $0.5$  (3),  $1.0$  (4) for the exact solution (solid line) and the solution on the basis of the BChIM (dotted line) (a) and deviation  $E$  at  $t = 0.2$  for the solutions on the basis of the BChIM at  $N = 5$  (solid line) and  $N = 8$  (dashed line) (b)

очевидно, что в случае применения последующих приближений будем иметь еще более точные (отличающиеся на порядки) решения.

**Вторая стадия процесса.** Здесь нас будут интересовать времена  $t \in [t_1, \infty)$ , при этом моменту времени  $t_1$  отвечает  $\delta(t_1) = 1$ . Как отмечалось выше, для данной стадии вместо фронта температурного возмещения рассматривается граничная функция  $g(t) = T(1, t)$ . Для первого приближения температурный фронт опишем полиномом пятой степени ( $N = 5$ ). Тогда мы можем записать

$$T = g(t) + \sum_{j=2}^N b_j(t)(1-x)^j. \quad (43)$$

Температурный профиль в виде (43) удовлетворяет граничному условию второго рода (22) и граничной функции  $g(t)$ . На основе граничного условия второго рода получаем уравнение

$$\sum_{j=2}^N j b_j(t) = q(t). \quad (44)$$

Для остальных  $(N - 2)$  уравнений используем первые три тождественных равенства последовательности (59) [6]. В итоге приходим к системе уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/10 & 1/20 & 1/35 & 1/56 \\ 1/21 & 1/56 & 1/126 & 1/252 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ Q_1 - g \\ 6Q_2 - 6G_1 - g \\ 120Q_3 - 120G_2 - 20G_1 - g \end{pmatrix}, \quad (45)$$

где  $Q_1, Q_2, Q_3$  – интегральные граничные характеристики согласно (45) [6]. Решение системы уравнений (45) дает полиномиальные коэффициенты (43) (с целью сокращения материала коэффициенты не приводятся). Далее, используя интегральное соотношение

$$\frac{d}{dt} \int_1^0 dx \int_1^x T dx = T(0, t) - g(t), \quad (46)$$

получим интегро-дифференциальное уравнение

$$5g' + 770g + 28560G_1 + 211680G_2 = F(t), \quad (47)$$

где  $F(t) = 211680Q_3 - 6720Q_2 + 126Q_1 - 2Q + Q'/30$ . В уравнении (46), помимо искомой функции  $g$ , присутствует ее первая производная  $g'$ , а также интегральные функции  $G_1$  и  $G_2$ , описываемые соотношением (46) [6]. Уравнение (47) переведем в обыкновенное дифференциальное уравнение для новой функции  $p = G_2$ . Запишем очевидные равенства:

$$G_2 = p, \quad G_1 = p', \quad q = p'', \quad q' = p'''. \quad (48)$$

С учетом (48) уравнение (47) примет вид

$$5p''' + 770p'' + 28560p' + 211680p = F. \quad (49)$$

Для функции  $p = p(t)$  в силу (20) [6] справедливы начальные условия:

$$p(t_1) = G_2(t_1) = 0, \quad p'(t_1) = G_1(t_1) = 0, \quad p''(t_1) = g(t_1) = 0. \quad (50)$$

Отсюда на основании (49) и (50) приходим к задаче Коши. Для (49) запишем характеристическое уравнение

$$5\mu^3 + 770\mu^2 + 28560\mu + 211680 = 0. \quad (51)$$

Действительные корни (51) задают приближенные собственные значения краевой задачи:  $\mu_1 = 9,86975$  (точное значение  $\mu_1^* = 9,86960$ ),  $\mu_2 = 42$  ( $\mu_2^* = 39,4784$ ),  $\mu_3 = 102,13$  ( $\mu_3^* = 88,8264$ ). Первое вычисленное собственное значение совпадает с точным значением вплоть до третьего знака после запятой. При этом отметим, что МДГУ (в отличие от ИМГХ) при  $N = 5$  позволяет получить лишь одно собственное значение  $\mu_1 = 10$ , которое очень существенно отличается от  $\mu_1^*$ . Итак, решение задачи Коши дает функцию  $p(t)$ . Последующее двойное дифференцирование по  $t$  найденной функции  $p$  приводит к искомой граничной функции  $g(t)$ .

*Иллюстративный пример.* Рассмотрим краевую задачу с заданием на поверхности пластины постоянной удельной мощности  $q(t) = 1$ . Следует отметить, что данное упрощенное задание граничного условия никоим образом не может отразиться на общности рассматриваемой схемы на основе ИМГХ. Точное решение задачи известно и имеет вид [9]

$$T^*(x, t) = t - \frac{1}{6} + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(n\pi x) e^{-n^2 \pi^2 t}. \quad (52)$$

В первом приближении нами было получено  $\delta(t) = 4,4230\sqrt{t}$ . Отсюда найдем время окончания первой стадии:  $t_1 = (1/4,4230)^2 = 0,05112$ . Раскрыв в (49) свободный член  $F$ , придем к дифференциальному уравнению

$$150 p''' + 154 p'' + 5712 p' + 42336 p = 7056 t^3 - 672 t^2 + 25,2 t - 0,4 \quad (53)$$

с начальными условиями  $p(0,0511) = p'(0,0511) = p''(0,0511) = 0$ . Отсюда найдем

$$p(t) = 6,74947 \cdot 10^{-7} e^{-102,13t} - 3,30147 \cdot 10^{-5} e^{-42t} + 0,0020796 e^{-9,86975t} + \frac{t^3}{6} - \frac{t^2}{12} + \frac{7t}{360} - \frac{31}{15120}. \quad (54)$$

Произведя двойное дифференцирование  $p(t)$ , определим искомую граничную функцию

$$g(t) = t - 1/6 + 0,202578 e^{-9,86975t} - 0,058238 e^{-42t} + 0,0070401 e^{-102,13t}. \quad (55)$$

В силу равенства  $p''(0,0511) = 0$  найденная функция  $g(t)$  удовлетворяет начальному условию  $g(t_1 = 0,0511) = 0$ . Сравним граничную функцию с  $T^*(1, t)$  на основе точного решения (52). На рис. 4, а представлены графики для температуры в центре симметрии пластины, рассчитанные на основе формул (52) и (55). Во всей области  $0,05112 \leq t < \infty$  наблюдаем практически полное слияние температурных кривых  $T(1, t)$  и  $T^*(1, t)$ . Запишем найденные с учетом (54) выражения для коэффициентов:

$$\begin{aligned} b_2 &= 1/2 - 0,9909 e^{-9,86975t} + 1,68474 e^{-42t} - 0,575705 e^{-102,13t}, \\ b_3 &= -0,0879527 e^{-9,86975t} - 3,18229 e^{-42t} + 2,16202 e^{-102,13t}, \\ b_4 &= 1,12283 e^{-9,86975t} + 1,29476 e^{-42t} - 2,66732 e^{-102,13t}, \\ b_5 &= -0,449132 e^{-9,86975t} + 0,199673 e^{-42t} + 1,06693 e^{-102,13t}. \end{aligned} \quad (56)$$

Используя (43), (54) и (55), придем к окончательному температурному профилю в виде

$$T(x, t) = \frac{1}{3} + t - x + \frac{x^2}{2} - \sum_{j=1}^3 \psi_j(x) e^{-\mu_j t}, \quad (57)$$

где собственные функции  $\psi_j(x)$  описываются полиномами:

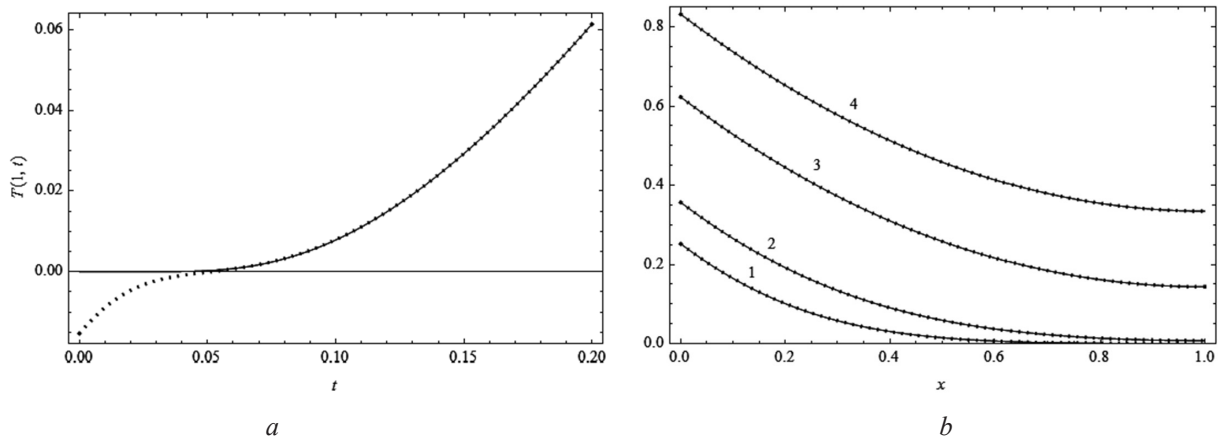


Рис. 4. Изменение во времени температуры в центре симметрии пластины согласно (52) (сплошная линия) и (55) (пунктирная линия) (a); температурные профили при  $q(t) = 1$ ,  $t = 0,05$  (1), 0,1 (2), 0,3 (3), 0,5 (4) для точного (52) (сплошные кривые) и приближенного (57)–(58) (пунктирные кривые) решений (b)

Fig. 4. Time changes in the temperature at the center of the plate in accordance with (52) (solid line) and (55) (dotted line) (a) and temperature profiles at  $q(t) = 1$  and  $t = 0.05$  (1), 0.1 (2), 0.3 (3), 0.5 (4) for the exact solution (52) (solid line) and the approximate solutions (57) and (58) (dashed lines) (b)

$$\begin{aligned}
 \psi_1(x) &= 0,202578 - 0,9909x^2 - 0,0879527x^3 + 1,12283x^4 - 0,449132x^5, \\
 \psi_2(x) &= 0,0613579 - 1,90313x^2 + 3,99346x^3 - 2,29312x^4 + 0,199673x^5, \\
 \psi_3(x) &= 0,0070401 - 0,575705x^2 + 2,16202x^3 - 2,66732x^4 + 1,06693x^5.
 \end{aligned}
 \tag{58}$$

Результаты расчетов согласно формулам (52) и (57)–(58) представлены на рис. 4, b. Анализ температурных кривых позволяет заключить, что полученное решение для всего рассматриваемого временного диапазона условно совпадает с точным решением.

Во втором приближении ( $k = 2$ ,  $K = 2$ ,  $N = 8$ ) на основе применения граничного условия второго рода и тождественных равенств последовательности (59) [6] приходим к следующей системе уравнений для коэффициентов  $b_j, j = 2, 8$ :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 6 & 24 & 60 & 120 & 210 & 336 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 & 1/8 & 1/9 \\ 1/10 & 1/20 & 1/35 & 1/56 & 1/84 & 1/120 & 1/165 \\ 1/105 & 1/280 & 1/630 & 1/1260 & 1/2310 & 1/3960 & 1/6435 \\ 1/252 & 1/840 & 1/2310 & 1/5544 & 1/12012 & 1/24024 & 1/45045 \\ 1/495 & 1/1980 & 1/6435 & 1/18018 & 1/45045 & 1/102960 & 1/218790 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q \\ Q' \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix}, \tag{59}$$

где

$$\begin{aligned}
 F_1 &= Q_1 - g, \quad F_2 = 6Q_2 - 6G_1 - g, \quad F_3 = 24Q_3 - 24G_2 - 4G_1 - g/5, \\
 F_4 &= 720G_4 - 720G_3 - 120G_2 - 6G_1 - g/7, \\
 F_5 &= 40320Q_5 - 40320G_4 - 6720G_3 - 336G_2 - 8G_1 - g/9.
 \end{aligned}$$

Решив систему уравнений (59) и далее применив соотношение (46), приходим к интегро-дифференциальному уравнению

$$\frac{59}{2304}g' + \frac{581}{32}g + \frac{992145}{256}G_1 + \frac{39804765}{128}G_2 + \frac{282206925}{32}G_3 + \frac{241215975}{4}G_4 = F(t), \tag{60}$$



где

$$F(t) = \frac{241215975}{4} Q_5 - \frac{39414375}{32} Q_4 + \frac{1756755}{128} Q_3 - \frac{28875}{256} Q_2 + \frac{805}{1024} Q_1 - \frac{21Q}{4096} + \frac{5Q'}{147456} - \frac{Q''}{4423680}. \quad (61)$$

В дальнейшем поступим аналогично рассмотренному выше варианту решения для первого приближения. Введя функцию  $p = G_4$ , приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению пятого порядка

$$\frac{59}{2304} p^{(5)} + \frac{581}{32} p^{(4)} + \frac{992145}{256} p''' + \frac{39804765}{128} p'' + \frac{282206925}{32} p' + \frac{241215975}{4} p = F(t). \quad (62)$$

Запишем для (61) характеристическое уравнение

$$\frac{59}{2304} \mu^5 + \frac{581}{32} \mu^4 + \frac{992145}{256} \mu^3 + \frac{39804765}{128} \mu^2 + \frac{282206925}{32} \mu + \frac{241215975}{4} = 0. \quad (63)$$

Отсюда найдем приближенные собственные значения краевой задачи. Решение задачи Коши (62) с начальными условиями  $p(t_1) = p'(t_1) = p''(t_1) = p'''(t_1) = p^{(4)}(t_1) = 0$  даст функцию  $p(t)$  и в силу ее определения как  $p = G_4$  – искомую функцию  $g(t) = p^{(4)}(t)$ . В частности, при  $q(t) = 1$ , в соответствии с найденным выше фронтом температурного возмущения (первая стадия процесса)  $\delta(t) = 5,5797\sqrt{t}$ , имеем  $t_1 = 1/5,5797^2 = 0,0321$ . Отсюда находим

$$g(t) = t - 1/6 + 0,202642e^{-9,8696t} - 0,0506451e^{-39,4778t} + 0,0237663e^{-90,0909t} - 0,0169175e^{-166,395t} - 11,2111e^{-403,184t}. \quad (64)$$

Первое собственное значение  $\mu_1 = 9,869604378$  совпадает с точным значением  $\mu_1^* = 9,8696044$  до седьмого знака после запятой. Для температурного профиля запишем окончательно

$$T(x, t) = \frac{1}{3} + t - x + \frac{x^2}{2} - \sum_{j=1}^5 \psi_j(x) e^{-\mu_j t}, \quad (65)$$

где собственные функции имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 0,020362 - 1,9618x^2 + 56,33x^4 - 199,121x^5 + 287,476x^6 - 191,166x^7 + 48,4393x^8, \\ \psi_2 &= 0,202642 - x^2 + 0,815818x^4 + 0,0362353x^5 - 0,35264x^6 + 0,09051x^7 + 0,00471x^8, \\ \psi_3 &= 0,050654 - 0,99691x^2 + 2,9683x^4 + 2,10174x^5 - 10,1624x^6 + 8,12774x^7 - 2,038x^8, \\ \psi_4 &= 0,023489 - 1,1219x^2 + 12,8563x^4 - 22,4347x^5 + 6,52215x^6 + 9,18808x^7 - 5,0571x^8, \\ \psi_5 &= -3,2886 + 524,712x^2 - 22288,4x^4 + 93654,7x^5 - 158917x^6 + 122992x^7 - 35950,9x^8. \end{aligned} \quad (66)$$

На рис. 5, а приведены графики температуры в центре симметрии пластины, рассчитанные на основе формул (52) и (65). Для диапазона времен  $0,0321 \leq t < \infty$  наблюдаем исключительно точное слияние кривых  $T(1, t)$  и  $T^*(1, t)$ . Это также подтверждает график отклонения  $E_1 = T(1, y) - T^*(1, t)$ . Для времен в диапазоне  $0,0321 \leq t \leq 0,05$  порядок отклонения составляет  $E_1 \sim 10^{-6}$  (рис. 5, б). При  $t > 0,05$  можно с полным основанием записать:  $T(1, y) \approx T^*(1, t)$  (рис. 6). При  $t = 0,1$  для относительной аппроксимационной ошибки имеем  $\varepsilon_T < 0,0002\%$ .

**Заключение.** Представлен алгоритм нахождения приближенных решений краевых задач нестационарной теплопроводности с граничным условием второго рода, причем независимо от временной функции теплового потока. Результаты численного анализа полученных решений

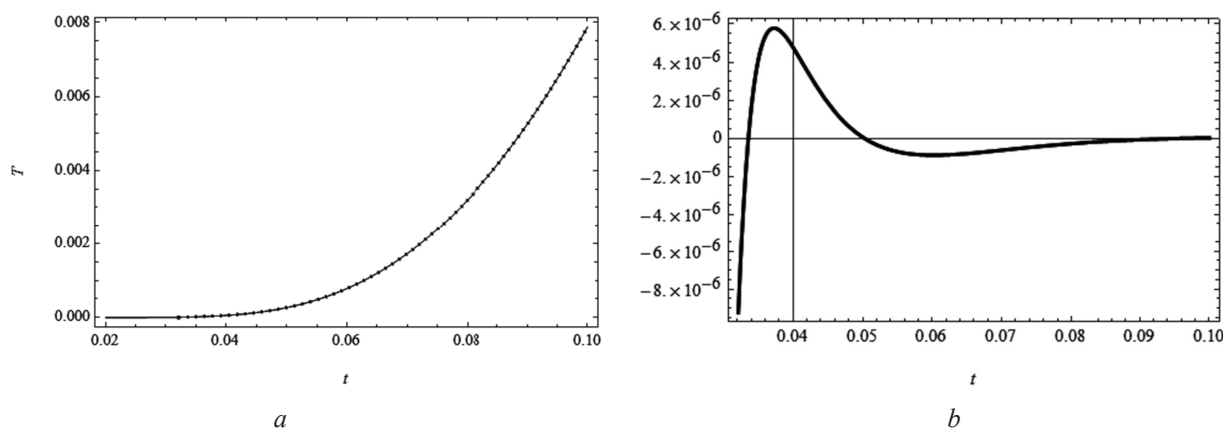


Рис. 5. Изменение во времени температуры в центре симметрии пластины для формул (52) (сплошная линия) и (65), (66) (пунктирная линия) (а); отклонение  $E_1$  для ИМГХ для формул (65) и (66) (b)

Fig. 5. Time changes in the temperature at the center of the plate in accordance with (52) (solid line), (65) and (66) (dotted lines) (a); deviation  $E_1$  for formulas (65) and (66) of the BChIM (b)

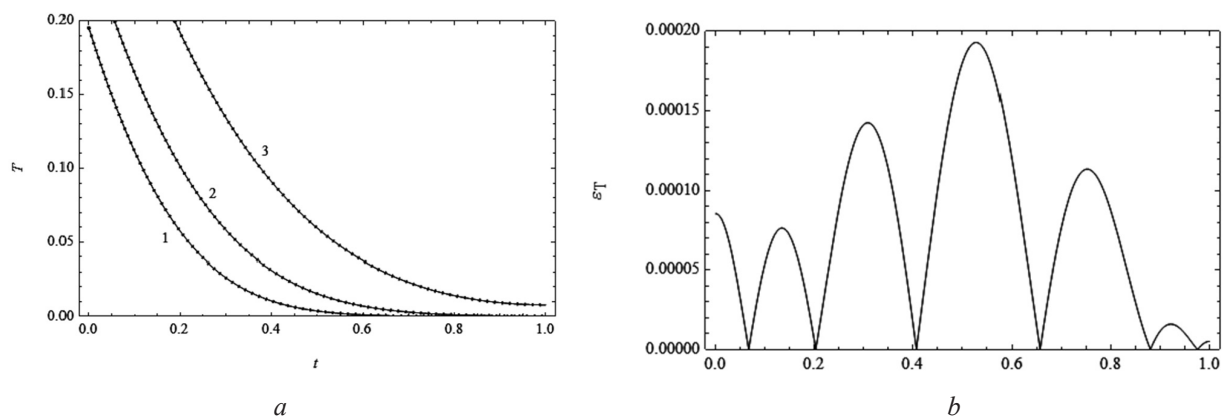


Рис. 6. Температурные профили в пластине при  $t = 0,01$  по точному решению (52) (сплошные линии), решению на основе ИМГХ на основе (65), (66) (пунктирные линии) и МДГУ (штриховая линия) (а); отклонение  $E$  при  $t = 0,03$  для МДГУ и ИМГХ (b)

Fig. 6. Temperature profiles in the plate at  $t = 0.01$  in accordance with the exact solution (52) (solid line), solutions (65) and (66) by the BChIM (dotted lines), and the solution by the ABCM (dashed line) (a); deviation  $E$  at  $t = 0.03$  for the ABCM and BChIM (b)

на основе ИМГХ позволяют их считать условно точными, поскольку относительная ошибка по сравнению с точным решением составляет ничтожно малые величины (тысячные-десятитысячные доли процента). С каждым последующим приближением посредством добавления в полином трех степеней аппроксимационная ошибка снижается примерно на порядок. По сравнению с методом дополнительных граничных условий предложенная схема расчета дает несопоставимо лучший результат.

### Список использованных источников

1. Кот, В. А. Метод граничных характеристик в задачах теплопроводности на основе интеграла теплового баланса / В. А. Кот // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2016. – № 2. – С. 54–65.
2. Кот, В. А. Граничные характеристики в задачах теплопроводности. Анализ точности и сходимости решений / В. А. Кот // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2016. – № 3. – С. 60–70.
3. Кот, В. А. Метод граничных характеристик / В. А. Кот // Инженер.-физ. журн. – 2015. – Т. 88, № 6. – С. 1345–1363.
4. Кот, В. А. Граничные характеристики для обобщенного уравнения теплопроводности и их эквивалентные представления / В. А. Кот // Инженер.-физ. журн. – 2016. – Т. 89, № 4. – С. 983–1006.
5. Kot, V. A. Integral Method of Boundary Characteristics: The Dirichlet Condition. Principles / V. A. Kot // Heat Transfer Research. – 2016. – Vol. 47, № 10. – P. 927–944. – <https://doi.org/10.1615/heattransres.2016014882>
6. Кот, В. А. Интегральный метод решения задач теплопроводности с граничным условием второго рода. 1. Основные положения / В. А. Кот // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 2. – С. 201–213. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-2-201-213>

7. Wood, A. S. A new look at the heat balance integral method / A. S. Wood // *Appl. Math. Model.* – 2001. – Vol. 25, iss. 10. – P. 815–824. – [https://doi.org/10.1016/s0307-904x\(01\)00016-6](https://doi.org/10.1016/s0307-904x(01)00016-6)
8. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. – 600 с.
9. Carslow, H. S. *Conduction of Heat in Solids* / H. S. Carslow, J. C. Jaeger. – 2<sup>nd</sup> ed. – Oxford: Oxford Univ. Press, 1992. – 510 p.
10. Goodman, T. R. The heat-balance integral – further considerations and refinements / T. R. Goodman // *Journal of Heat Transfer.* – 1961. – Vol. 83, № 1. – P. 83–93.
11. Федоров, Ф. М. Граничный метод решения прикладных задач математической физики / Ф. М. Федоров. – Новосибирск: Наука, 2000. – 220 с.
12. Стефанюк, Е. В. Дополнительные граничные условия в нестационарных задачах теплопроводности / Е. В. Стефанюк, В. А. Кудинов // *Теплофизика высоких температур.* – 2009. – Т. 47, № 2. – С. 269–282.

## References

1. Kot V. A. Method of boundary characteristics, based on the heat-balance integral, for heat-conduction problems. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2016, no. 2, pp. 54–65 (in Russian).
2. Kot V. A. Boundary characteristics in heat-conduction problems. Analysis of the accuracy and convergence of solutions. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2016, no. 3, pp. 60–70 (in Russian).
3. Kot V. A. Method of Boundary Characteristics. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2015, vol. 88, iss. 6, pp. 1390–1408. <http://dx.doi.org/10.1007/s10891-016-1377-9>
4. Kot V. A. Boundary Characteristics for the Generalized Heat-Conduction Equation and Their Equivalent Representations. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2016, vol. 89, iss. 4, pp. 985–1007. <http://dx.doi.org/10.1007/s10891-016-1461-1>
5. Kot V. A. Integral Method of Boundary Characteristics: The Dirichlet Condition. Principles. *Heat Transfer Research*, 2016, vol. 47, no. 10, pp. 927–944. <https://doi.org/10.1615/heattransres.2016014882>
6. Kot V. A. Integral method of solving heat-conduction problems with the second-kind boundary condition. 1. Basic statements. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 2, pp. 201–213 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-2-201-213>
7. Wood A. S. A new look at the heat balance integral method. *Applied Mathematical Modelling*, 2001, vol. 25, iss. 10, pp. 815–824. [https://doi.org/10.1016/s0307-904x\(01\)00016-6](https://doi.org/10.1016/s0307-904x(01)00016-6)
8. Lykov A. V. *Heat-Conduction Theory*. Moscow, Energiya, 1978. 600 p. (in Russian).
9. Carslow H. S., Jaeger J. C. *Conduction of Heat in Solids*. 2<sup>nd</sup> ed. Oxford, Oxford University Press, 1992. 510 p.
10. Goodman T. R. The heat-balance integral – further considerations and refinements. *Journal of Heat Transfer.* 1961, vol. 83, no. 1, pp. 83–93.
11. Fedorov F. M. *Boundary Method of Solving Applied Problems of Mathematical Physics*. Novosibirsk, Nauka Publ., 2000. 220 p. (in Russian).
12. Stefanyuk E. V., Kudinov V. A. Additional boundary conditions in nonstationary problems of heat conduction. *High Temperature*, 2009, vol. 47, iss. 2, pp. 250–262. <https://doi.org/10.1134/S0018151X09020163>

## Информация об авторе

*Кот Валерий Андреевич* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории турбулентности, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: valery.kot@hmti.ac.by.

## Information about the author

*Valery A. Kot* – Ph. D. (Engineering), Senior Researcher of the Laboratory of Turbulence, A. V. Luikov Institute of Heat and Mass Transfer of the National Academy of Sciences of Belarus (15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: valery.kot@hmti.ac.by.

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)  
УДК 66.047.37  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-333-341>

Поступила в редакцию 30.03.2018  
Received 30.03.2018

**А. И. Ольшанский, С. В. Жерносек, А. М. Гусаров**

*Витебский государственный технологический университет, Витебск, Республика Беларусь*

## **АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРОЦЕССЕ СУШКИ ТОНКИХ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ ПЛОСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

**Аннотация.** Приведен анализ решения дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности для неограниченной пластины при теплообмене ее поверхностей с окружающей средой по закону Ньютона при постоянной температуре среды. Для использования результатов решений уравнений в процессах сушки тонких плоских материалов проведено исследование зависимости коэффициентов переноса от температуры и влагосодержания. В результате изучения и анализа ряда литературных источников с высокой достоверностью установлены закономерности изменения коэффициентов теплопереноса в процессе сушки. Исследования сушки тонких влажных пластин из белых и красных глин с известными коэффициентами переноса показали, что при малых значениях теплообменного критерия Био и малых градиентах температур по сечению тонкого материала использование результатов решений уравнений теплопереноса дает вполне удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений температур и длительности сушки. Установлено, что при малых числах Био главным фактором является внешний теплообмен поверхности материала с окружающей средой и скорость сушки слабо зависит от внутреннего теплопереноса. Показано, что использование численных методов решения дифференциальных уравнений возможно с разной степенью приближенности только при точных и достоверных зависимостях коэффициентов переноса от влагосодержания и температуры. Для ряда материалов с известными коэффициентами переноса использование в расчетах аналитических методов представляет значительный интерес и сближает теорию с практикой сушки.

**Ключевые слова:** влагосодержание, коэффициент теплопроводности, коэффициент теплообмена, критерий Био, критерий Фурье

**Для цитирования.** Ольшанский, А. И. Аналитический расчет температуры в процессе сушки тонких капиллярно-пористых плоских материалов / А. И. Ольшанский, С. В. Жерносек, А. М. Гусаров // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 3. – С. 333–341. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-333-341>

**A. I. Ol'shanskii, S. V. Zhernosek, A. M. Gusarov**

*Vitebsk State Technological University, Vitebsk, Belarus*

## **CALCULATION OF THE KINETICS OF HEAT TRANSFER USING THE EXPERIMENTAL DATA OF MOISTURE EXCHANGE IN THE PROCESS OF CONVECTIVE DRYING OF THIN FLAT MATERIALS**

**Abstract.** In the paper, the authors analyzed the solution of the differential equation of non-stationary heat conduction for an unbounded plate during the heat exchange of plate surfaces with the surrounding medium according to Newton's law at a constant temperature of the medium. To use the results of solving the equations in the drying of thin flat materials, the dependence of the heat transfer coefficients on temperature and moisture content was studied. As a result of studying and analyzing a number of literature sources, the regularities of the change in the heat transfer coefficients during drying are established with high reliability. Studies of drying of thin wet plates of white and red clays with known heat transfer coefficients have shown that for small values of the heat transfer criterion of the Bio and small temperature gradients over the section of a thin material, application of the results of solutions of the heat transfer equations gives completely satisfactory agreement between the calculated and experimental values of the temperatures and the duration of drying. It is established that for small Bio numbers, the main factor is the external heat and mass transfer of the surface of the material with the surrounding medium and the rate of drying depends little on internal mass transfer. It is shown that the use of numerical methods for solving differential equations is possible with varying degrees of approximation only for accurate and reliable dependences of heat and mass transfer coefficients on moisture content and temperature. For a number of materials with known heat transfer coefficients, the use of analytical methods in calculations is of considerable interest and brings the theory closer to the practice of drying.

**Keywords:** moisture content, thermal conductivity coefficient, heat transfer coefficient, Bio criterion, Fourier criterion

**For citation.** Ol'shanskii A. I., Zhernosek S. V., Gusarov A. M. Calculation of the kinetics of heat transfer using the experimental data of moisture exchange in the process of convective drying of thin flat materials. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 333–341 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-333-341>

**Введение.** Температура материала в процессе термической обработки является одним из важных параметров, определяющим не только длительность процесса и энергозатраты, но и качество конечного продукта. Поэтому в процессе сушки при минимальной длительности процесса температура и время ее воздействия на материал должны обеспечивать необходимые технологические свойства. Значительное влияние на выбор рационального режима сушки оказывает также температура теплоносителя.

Основным препятствием для увеличения интенсивности влагообмена при сушке является ограниченная возможность увеличения температуры теплоносителя, поскольку повышенная температура, особенно при длительном процессе, может вызывать напряжения, разрушающие структуру материала. Поскольку температура теплоносителя определяет технологические свойства, длительность сушки, то необходим контроль температуры материала в конкретных условиях производства.

**Постановка задачи.** Существует много приближенных уравнений для расчета температуры материала в период убывающей скорости сушки, основанных на обобщении многочисленных опытных данных [1].

В связи с широким развитием компьютерной техники и численных методов решения систем дифференциальных уравнений стало возможным использование с различной приближенностью результатов аналитических решений уравнений теплопереноса для расчета длительности сушки и температуры материала. При этом основная проблема заключается в определении коэффициентов переноса и в достоверности применяемых значений с учетом их зависимости от влажностного содержания и температуры. Для ряда материалов с известными коэффициентами переноса является возможность для вычисления температуры материала использовать результаты численных решений уравнений теплопереноса А. В. Лыкова в процессах сушки [2, 3]. При этом в зависимости от сложности задачи следует учитывать и результаты экспериментальных исследований [3].

**Методика эксперимента.** Экспериментальные исследования проведены с использованием сушильной установки с конвективным подводом тепла к материалу от нагретого воздуха, которая имеет необходимую измерительную, регистрирующую и регулирующую аппаратуру. Экспериментальные образцы размещались в камере сушки на специальной подвесной этажерке, соединенной с электронными весами, посредством которых через равные промежутки времени измерялась масса образцов с непрерывной регистрацией температуры материала посредством электронного самописца. После окончания сушки образцы помещались в сушильный шкаф для определения массы абсолютно сухого материала. По данным изменения массы образцов материалов построены кривые сушки. По записи электронного самописца определялось изменение температуры материала и строились температурные кривые сушки.

Для изготовления экспериментальных образцов использованы белая и красная глины, взятые с предприятий города Минска по производству керамических изделий и кирпича. Образцы из керамического порошка и красной глины замешивались на воде, тесто в виде пластин различной толщины несколько суток выдерживалось под давлением в пресс-формах, и затем в эксикаторе проходило выравнивание влажности. Образцы толщиной более 5 мм по периметру теплоизолировались фольгой во избежание стока влаги с торцов.

**Решения.** Рассмотрим решение задачи на нагревание однородной бесконечной пластины толщиной  $\delta/2$  в среде с постоянной температурой  $t_c$  по С. Н. Шорину [4]. Теплообмен поверхностей пластины с окружающей средой происходит по закону Ньютона. Начальное распределение температуры в пластине равномерное. Поскольку изменение температуры пластины по условию задачи происходит симметрично по обе стороны от плоскости симметрии, то начало координат помещается в середине пластины.

Решение дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности при граничных условиях третьего рода для однородной бесконечной пластины приводится в виде [4]

$$\Theta_{\text{п}}(\tau) = \sum_{i=1}^n A_i \mu_i \cos \mu_i \exp(-\mu_i^2 Fo), \quad (1)$$

где  $A_i$  – тепловые амплитуды,  $\mu_i$  – корни характеристического уравнения,  $Fo$  – критерий Фурье.



Решение дифференциального уравнения дает для корней  $\mu_i$  характеристическое уравнение [4]

$$\mu_i \operatorname{tg} \mu_i = \operatorname{Bi}, \quad (2)$$

где  $\operatorname{Bi}$  – теплообменный критерий Био.

Трансцендентное уравнение (2) имеет бесконечное множество корней  $\mu_i$ , каждый из которых удовлетворяет граничному условию поставленной задачи [4]. Решается это уравнение путем подбора пяти первых корней уравнения (2) для различных значений критерия Био [4].

Решение является громоздким, однако в большинстве случаев оно упрощается, поскольку заметный вклад оказывают несколько первых корней, а при малых значениях критерия  $\operatorname{Bi} \ll 1$  достаточно точное решение получается уже при первом корне  $\mu_1$  характеристического уравнения (2) [4]. Окончательное решение задачи при  $\operatorname{Bi} \ll 1$  для избыточной относительной температуры на поверхности материала во втором периоде сушки при замене начальной температуры  $t_0$  на  $t_{\text{м.т.}}$  имеет вид [4, 5]

$$\Theta_{\text{п}} = \frac{t_{\text{с}} - t_{\text{п}}}{t_{\text{с}} - t_0} = \frac{t_{\text{с}} - t_{\text{п}}}{t - t_{\text{м.т.}}} = \left[ \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} \right] \cos \mu_1 \exp(-\mu_1^2 \operatorname{Fo}), \quad (3)$$

где  $t_{\text{м.т.}}$  – температура мокрого термометра;  $t_{\text{с}}, t_{\text{п}}$  – соответственно температура среды и поверхности материала.

Температура на поверхности материала во втором периоде сушки при  $x = \delta/2$  находится в результате решения уравнения (3), где первый корень  $\mu_1$  уравнения (2) по таблицам [2, 3, 6]. Более точно корень  $\mu_1$  рассчитывается для неограниченной пластины по формуле [2, 3, 6]

$$\mu_1 = 1,57 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2,24}{\operatorname{Bi}^{1,02}}}}.$$

В результате решения дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности для неограниченной однородной пластины при тех же условиях нагревания А. В. Лыковым [2] операционным методом получено уравнение, аналогичное уравнению (1), с той лишь разницей, что при решении использовалось иное характеристическое уравнение

$$\operatorname{ctg} \mu_i = \frac{1}{\operatorname{Bi}} \mu_i,$$

а тепловые амплитуды  $A_i$  в уравнении (1) А. В. Лыковым представлены в виде

$$A_i = \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i}.$$

При  $\operatorname{Bi} < 0,1$  можно пользоваться только одним первым корнем характеристического уравнения  $\mu_1$  и первую амплитуду представить как

$$A_1 = \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} = 1. \quad (4)$$

При значениях  $\operatorname{Bi} < 0,1$  допустимо  $\operatorname{tg} \mu_1$  заменить через  $\mu_1$ , тогда  $\mu_1^2 = \operatorname{Bi}$  [2, 4]. Анализ значений первого корня  $\mu_1$  при  $\operatorname{Bi} < 0,1$  приводит к выражению  $\cos \mu_1 \approx \cos \sqrt{\operatorname{Bi}}$ , и уравнения (3) можно представить в виде [2, 4, 6]

$$\Theta_{\text{п}} = \frac{t_{\text{с}} - t_{\text{п}}}{t_{\text{с}} - t_{\text{м.т.}}} = \cos \sqrt{\operatorname{Bi}} \exp(-\operatorname{Bi} \operatorname{Fo}). \quad (5)$$

Интенсивность нагревания тонкой пластины  $d\Theta_{\text{п}}/d\tau$  при  $Bi \ll 1$  прямо пропорциональна коэффициенту теплообмена и обратно пропорциональна первой степени характерного размера пластины  $R = \delta/2$  [2]. Интенсивность нагревания тонкой пластины при толщине  $\delta/2$  и  $Bi < 0,1$  определяется скоростью переноса тепла от поверхности в окружающую среду (внешняя задача), и в этом случае интенсивность нагревания  $d\Theta_{\text{п}}/d\tau$  практически не зависит от толщины. При  $Bi > 0,1$  интенсивность нагрева определяется толщиной пластины, и  $d\Theta_{\text{п}}/d\tau$  тем больше, чем выше значения  $Bi$  (внутренняя задача) [2].

Анализ величины первого корня  $\mu_1$  при изменении  $Bi$  от 0,1 до 0,5 показал, что параметр  $A_1$  в формуле (4) изменяет свои значения в диапазоне 1,02–1,04. Таким образом, уравнение (5) до значений  $Bi \approx 0,4$  дает погрешность при вычислении температуры на поверхности не более 5 %.

Из формулы (5) при  $Bi < 0,1$  ( $\cos\sqrt{Bi} \approx \cos\mu_1 \approx 1$ ) после подстановки  $Fo = a\tau_{\text{п}} / (\delta/2)^2$  определяется длительность сушки во втором периоде [4, 5, 6]:

$$\tau_{\text{п}} = \frac{(\delta/2)^2}{aBi} \ln \frac{t_c - t_{\text{м.т.}}}{t_c - t_{\text{п}}}, \quad (6)$$

где  $a = \lambda_{\text{в}} / (c_{\text{вл}} \rho_0)$  – коэффициент температуропроводности влажного тела,  $\text{м}^2/\text{с}$  ( $\lambda_{\text{в}}$  – коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ ;  $c_{\text{вл}}$  – удельная теплоемкость влажного тела,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$ ;  $\rho_0$  – плотность сухого тела,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ).

Для использования результатов аналитических решений уравнений теплопереноса в инженерной практике необходимы надежные измерения коэффициентов теплопроводности влажных материалов в зависимости от влагосодержания и температуры [2, 3, 5]. Определение коэффициентов теплопроводности, температуропроводности и удельной теплоемкости при одновременном изменении температуры и влагосодержания представляет известные трудности [3, 5]. Основным требованием для получения достоверных значений коэффициентов переноса является требование кратковременности теплового воздействия на влажный материал в эксперименте для предотвращения значительных изменений температуры и влагосодержания [5, 6]. Поэтому создание простых и универсальных приборов для определения термических коэффициентов является важной задачей теплофизики [3, 5].

При использовании результатов решений уравнений с постоянными коэффициентами переноса для случая, когда коэффициенты переменны, необходимо знать физический характер протекания процесса. В малоинтенсивных процессах сушки, когда температура при изменении влагосодержания материала не претерпевает значительных изменений в коротких промежутках времени для тонких материалов при  $Bi < 0,1$  и небольших градиентах температуры по сечению тела, полагая незначительными изменения коэффициентов переноса в течение малых промежутков времени, в инженерной практике можно использовать аналитические решения дифференциальных уравнений теплопереноса, полученные при постоянных коэффициентах переноса, если погрешность расчетов находится в допустимых пределах.

Удельные теплоемкости  $c_0$  сухих тел определяются химическим составом материала и его макроструктурой и являются линейной функцией температуры [6, 7]. Удельные теплоемкости влажных тел существенно зависят от влагосодержания и определяются по уравнению [1, 5, 7]

$$c_{\text{вл}} = c_0 + c_{\text{ж}}\bar{u},$$

где  $c_{\text{вл}}$ ,  $c_0$ ,  $c_{\text{ж}}$  – удельные теплоемкости влажного, сухого тела и жидкости соответственно. Для сухих глин  $c_0 \approx 0,8 - 0,82$   $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$ .

Известно, что с увеличением влагосодержания строительных и теплоизоляционных материалов возрастает влияние температуры на коэффициент теплопроводности, особенно при температурах выше  $50^{\circ}\text{C}$  [3, 5, 6, 7], и для большинства влажных материалов коэффициенты теплопроводности и температуропроводности с повышением влагосодержания вначале увеличиваются, а потом – уменьшаются таким образом, что кривые изменения термических коэффициентов

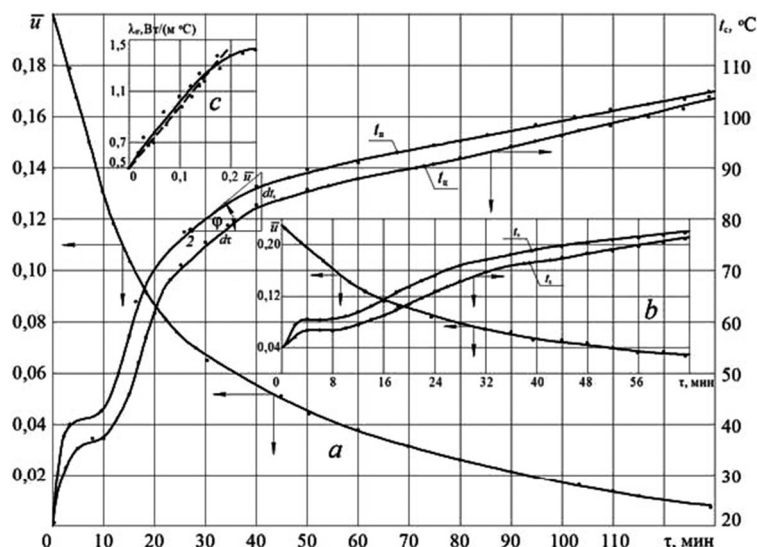


Рис. 1. Зависимости  $\bar{u} = f(\tau)$  и  $t = f(\tau)$  для процессов сушки влажных пластин из глины при режиме сушки  $t_c = 120\text{ }^\circ\text{C}$ ; скорость воздуха  $v = 5\text{ м/с}$ : а) пластина глины толщиной  $\delta = 26\text{ мм}$ ; б) пластина глины толщиной  $\delta = 12\text{ мм}$ ; в) зависимость  $\lambda_w = f(\bar{u})$  для сушки влажных глин

Fig. 1. Dependencies  $\bar{u} = f(\tau)$  and  $t = f(\tau)$  for the processes of drying wet plates from clay under the drying regime  $t_c = 120\text{ }^\circ\text{C}$ ; air velocity  $v = 5\text{ м/с}$ : а) clay plate with thickness  $\delta = 26\text{ мм}$ ; б) clay plate with thickness  $\delta = 12\text{ мм}$ ; в) dependence  $\lambda_w = f(\bar{u})$  for drying wet clays

от влагосодержания  $\lambda_w = f(\bar{u})$  и  $a = f(\bar{u})$  имеют максимум. Этот максимум объясняется переходом одной формы связи влаги с материалом к другой [3, 5, 6]. Для влажных белых, красных, желтых, каолиновых глин этот максимум наблюдается приблизительно в области влагосодержания до  $\bar{u} \approx 0,2$  [3, 5, 6]. В результате изучения и анализа ряда литературных источников [3, 5, 6, 7–10] с достаточной точностью установлены закономерности изменения термических коэффициентов от влагосодержания и температуры. В результате обработки имеющихся опытных данных для влажных глин установлена приближенная зависимость  $\lambda_w = f(\bar{u})$  при температуре  $45\text{ }^\circ\text{C}$ , изображенная на рис. 1, в. В области влагосодержаний  $\bar{u} = 0,07\text{--}0,17$  зависимость близка к линейной.

Согласно экспериментальным данным В. П. Журавлевой [7] по сушке обожженной пористой керамики с пористостью 10–28 % в области влагосодержания 0,04–0,14 при температурах материала 40–50 °С, коэффициенты теплопроводности  $\lambda_w$  и температуропроводности  $a$  значительно отличаются от значений для влажных необожженных глин. Обжиг строительных материалов значительно увеличивает значения  $\lambda_w$  и  $a$ , особенно с повышением температуры материала выше 50 °С с уменьшением влагосодержания [3, 5, 7]. Табличные данные источников [8–10] дают значения для сухой керамической плитки и керамических изделий  $\lambda_0 = 1,3\text{--}1,5\text{ Вт/(м}\cdot\text{}^\circ\text{C)}$ , а для пористой керамики по данным [7] в области влагосодержаний 0,04–0,14 и при температурах выше 50 °С коэффициенты теплопроводности принимают значения  $\lambda_w = 1,7\text{--}3,7\text{ Вт/(м}\cdot\text{}^\circ\text{C)}$  в зависимости от пористости и плотности  $\rho_0 = 1680\text{--}1860\text{ кг/м}^3$ .

Таким образом, важное значение приобретают исследования по установлению точных значений коэффициентов переноса в зависимости от влагосодержания и температуры.

Для решения задачи по уравнениям (3), (5) необходимо вычислять критерии  $Bi$  и  $Fo$  по соотношениям:

$$Bi = \frac{\bar{\alpha}\delta/2}{\lambda_w}; \quad Fo = \frac{a\tau_{II}}{(\delta/2)^2}. \quad (7)$$

Коэффициент теплообмена  $\bar{\alpha}$  определяется по формуле для теплообменного критерия Нуссельта  $Nu$  [1, 3]. Для сушки глин формула имеет вид [1]

$$\text{Nu} = 0,45 \text{Re}^{0,5} \left( \frac{T_c}{T_{\text{м.т.}}} \right)^2 \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right)^{0,9}, \quad (8)$$

где  $\text{Re}$  – критерий Рейнольдса;  $T_c$  и  $T_{\text{м.т.}}$  – абсолютные температуры среды и мокрого термометра, К;  $\bar{u}$  и  $\bar{u}_{\text{кр}}$  – текущее и критическое влагосодержание влажного материала. В период постоянной скорости сушки  $\bar{u} / \bar{u}_{\text{кр}} = 1$ .

Здесь критерий Нуссельта  $\text{Nu}$  и критерий Рейнольдса  $\text{Re}$  равны:

$$\text{Nu} = \frac{\bar{\alpha}l}{\lambda_{\text{воз}}}; \quad \text{Re} = \frac{v l}{\nu_{\text{воз}}},$$

где  $l$  – длина образца по набеганию потока воздуха;  $\lambda_{\text{воз}}$ ,  $\nu_{\text{воз}}$  – соответственно теплопроводность и кинематическая вязкость воздуха, определяемые по температуре среды по таблицам [12].

Для сушки обожженной проницаемой пористой керамики [13] критерий Нуссельта  $\text{Nu}$  можно представить как

$$\text{Nu} = 0,7 \text{Re}^{0,5} \left( \frac{T_c}{T_{\text{м.т.}}} \right)^2 \left( \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}} \right)^{0,5}. \quad (9)$$

На рис. 1 изображены кривые сушки  $\bar{u} = f(\tau)$  и температурные кривые  $t = f(\tau)$  для поверхности и в центре влажного материала: влажных пластин из красной глины толщиной  $\delta = 26$  мм (а) и  $\delta = 12$  мм (б), а на рис. 2 даны эти кривые для сушки влажной необожженной керамической пластины толщиной  $\delta = 10$  мм (I) и проницаемой обожженной пористой керамики с пористостью 10 % толщиной  $\delta = 5$  мм (II).

Из теории следует, что критерий Фурье, входящий в экспоненциальную функцию, пропорционален времени теплового воздействия на материал. Температура на поверхности и в центре пластин более интенсивно возрастает в начале нагрева, и ее рост замедляется в конце [4]. С увеличением толщины материала (ростом  $\text{Bi}$ ) эти изменения усиливаются [4]. Из представленных экспериментальных графиков  $t = f(\tau)$  видно, что теория хорошо согласуется с экспериментом.

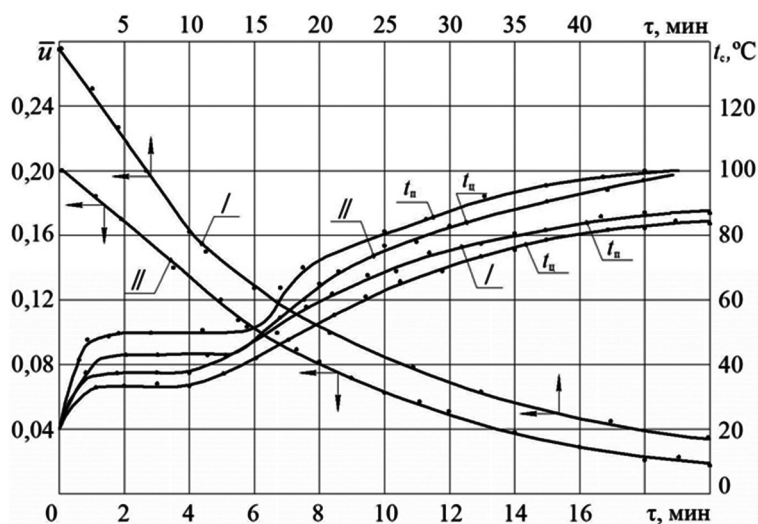


Рис. 2. Зависимости  $\bar{u} = f(\tau)$  и  $t = f(\tau)$  для процессов сушки тонких влажных керамических пластин.

I – влажная керамическая необожженная пластина толщиной  $\delta = 10$  мм;

II – проницаемая пористая керамика толщиной  $\delta = 5$  мм. Режим сушки:  $t_c = 120$  °С;  $v = 5$  м/с

Fig. 2. Dependencies  $\bar{u} = f(\tau)$  and  $t = f(\tau)$  for drying processes of thin wet ceramic plates. I – wet ceramic unfired plate with thickness  $\delta = 10$  mm; II – permeable porous ceramic with thickness  $\delta = 5$  mm. Drying mode:  $t_c = 120$  °С;  $v = 5$  м/с

Коэффициент температуропроводности можно определить по данным эксперимента по методу А. В. Лыкова [11] без применения сложной измерительной аппаратуры по формуле

$$a = \frac{b(\delta/2)^2}{m(t_{\text{п}} - t_{\text{ц}})}, \quad (10)$$

где  $b = dt_{\text{п}}/d\tau$  – скорость изменения температуры на поверхности материала во времени, °C/c;  $m$  – постоянное число (для пластины  $m = 2$ ; для цилиндра  $m = 4$ ; для шара  $m = 6$ );  $t_{\text{п}}$  и  $t_{\text{ц}}$  – температуры на поверхности и в центре тела, °C.

Необходимое условие применения уравнения (10) заключается в следующем: изменение температуры материала должно соответствовать уравнению (5) при значениях критерия  $Bi < 1$  и  $Fo > 0,5$ , температура любой точки тела становится функцией времени, градиенты температуры и влагосодержания невелики и постоянны во времени [2, 5, 6, 11] (внешняя задача). При малых перепадах температуры между центральными и поверхностными слоями температуру материала можно приближенно определить по зависимости

$$t_{\text{п}} = t_{\text{м.т.}} + b\tau, \quad (11)$$

где  $\tau$  – время прогревания материала в процессе сушки от начального влагосодержания до заданного текущего значения.

Для определения коэффициента температуропроводности  $a$  по методу А. В. Лыкова необходимо по результатам единичного опыта построить в укрупненном масштабе для уменьшения погрешности графического дифференцирования графики зависимостей для кривой сушки  $\bar{u} = f(\tau)$  и температурные кривые  $t = f(t_{\text{п}})$ . Пример расчета коэффициента  $a$  показан на рис. 1. Текущее влагосодержание выбирается так, чтобы к кривой  $t_{\text{п}} = f(\tau)$  более точно провести касательную для определения  $b$  (см. рис. 1). Затем проводится касательная к точке 2 при влагосодержании  $\bar{u} = 0,07$  и определяется скорость нагрева поверхности пластины в точке 2;  $b = dt_{\text{п}}/d\tau \approx 0,022$  °C/c. Перепад температуры между поверхностью и центральным слоем материала в точке 2  $\Delta t = t_{\text{п}} - t_{\text{ц}} \approx 3$  °C. Коэффициент температуропроводности при  $\bar{u} = 0,07$  приближенно равен

$$a = \frac{b(\delta/2)^2}{m(t_{\text{п}} - t_{\text{ц}})} = \frac{0,022 \cdot \left(\frac{26}{2} \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 3} \approx 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с},$$

что удовлетворительно согласуется с расчетным значением коэффициента  $a$ : из табл. 1 для пластины толщиной  $\delta = 26$  мм,  $a = 6,4 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с при  $\bar{u} = 0,08$ .

Температура на поверхности пластины в точке 2 (см. рис. 1) по уравнению (11) при времени прогревания пластины от влагосодержания  $\bar{u}_0 = 0,2$  до  $\bar{u} = 0,115$ , равном  $\tau = 1650$  с, и температуре  $t_{\text{м.т.}} = 41$  °C (табл. 1) равна

$$t_{\text{п}} = 41 + 0,022 \cdot 1650 = 77,3 \text{ °C}.$$

В эксперименте в точке 2 (см. рис. 1, а) температура составляет  $t_{\text{п.экс.}} \approx 78$  °C.

В табл. 1–3 представлены результаты расчетов всех параметров для определения температуры материала по уравнениям (3) и (5). Анализ расчетных данных показывает вполне удовлетворительное совпадение значений температуры материала с экспериментальными значениями. Однако следует отметить, что использование аналитических решений требует достаточно точных значений коэффициентов переноса от влагосодержания и температуры.



Таблица 1. Расчет температуры на поверхности пластин глины в процессе сушки конвективным способом  
Table 1. Calculation of the temperature on the surface of the clay plates for the process of drying with a convective method

Пластина глины 135×110×12 мм; $\rho_0 = 1790 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,236$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,15$ ; $t_{м.т.} \approx t_{п1} = 41 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $\bar{\alpha}_{кр} = 26,1 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ ; $\lambda_0 = 0,5 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 5 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$										
$\bar{u}$	$\bar{\alpha}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$	$\lambda_{ш}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$	Bi	$\tau_{п}, \text{ с}$	$a \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$	Fo	$\mu_1$	$t_{п}, ^\circ\text{C (3)}$	$t_{п.экс.}, ^\circ\text{C}$	$t_{п}, ^\circ\text{C (5)}$
0,10	16,6	1,48	0,067	590	0,66	10,8	0,26	80	78,0	82
0,08	13,7	1,32	0,062	950	0,64	16,6	0,24	90	88,2	89
0,06	11,3	1,24	0,053	1410	0,64	25,6	0,23	99	96,5	99
0,04	7,9	0,92	0,051	2010	0,53	28,8	0,22	101	99,4	101
0,02	3,8	0,81	0,028	3560	0,50	48,6	0,19	105	106,0	103
Пластина глины 130×120×26 мм; $\rho_0 = 1860 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,2$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,125$ ; $t_{м.т.} \approx t_{п1} = 41 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $\bar{\alpha}_{кр} = 26,1 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ ; $\lambda_0 = 0,5 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 5 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$										
$\bar{u}$	$\bar{\alpha}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$	$\lambda_{ш}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$	Bi	$\tau_{п}, \text{ с}$	$a \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$	Fo	$\mu_1$	$t_{п}, ^\circ\text{C (3)}$	$t_{п.экс.}, ^\circ\text{C}$	$t_{п}, ^\circ\text{C (5)}$
0,10	17,6	1,46	0,156	665	0,65	2,54	0,39	67,5	69,0	66,5
0,08	13,7	1,31	0,136	1215	0,61	4,31	0,37	76,6	78,2	76,5
0,06	11,3	1,23	0,119	1670	0,66	6,78	0,35	88,0	88,0	86,5
0,04	7,9	0,92	0,108	2882	0,52	8,60	0,33	90,5	93,0	89,4
0,02	3,8	0,81	0,089	5380	0,53	16,30	0,30	102,0	101,0	101,5
0,01	3,1	0,56	0,074	7810	0,41	19,60	0,28	105,0	104,0	103,2

Таблица 2. Расчет температуры на поверхности влажной необожженной керамической пластины в процессе сушки конвективным способом

Table 2. Calculation of the temperature on the surface of a moist unbaked ceramic plate for the process of drying with a convective method

Влажная керамическая пластина 120×80×10 мм; $\rho_0 = 1860 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,273$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,16$ ; $t_{м.т.} \approx t_{п1} = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $\bar{\alpha}_{кр} = 23,6 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ ; $\lambda_0 = 0,5 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 3 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$										
$\bar{u}$	$\bar{\alpha}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$	$\lambda_{ш}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$	Bi	$\tau_{п}, \text{ с}$	$a \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$	Fo	$\mu_1$	$t_{п}, ^\circ\text{C (3)}$	$t_{п.экс.}, ^\circ\text{C}$	$t_{п}, ^\circ\text{C (5)}$
0,10	15,4	1,11	0,069	270	0,49	5,30	0,266	63,3	61,5	63,3
0,08	12,5	0,98	0,061	396	0,46	7,26	0,245	67,7	68,5	67,4
0,06	9,6	0,86	0,056	547	0,44	9,68	0,236	73,2	75,5	73,3
0,04	6,6	0,81	0,041	786	0,43	14,22	0,207	77,8	79,3	76,5
0,02	4,4	0,59	0,044	1310	0,36	18,73	0,191	82,6	85,5	81,5

Таблица 3. Расчет температуры на поверхности проницаемой обожженной пористой керамики для второго периода сушки

Table 3. Calculation of the temperature on the surface of the permeable porous ceramics fired for the second drying period

Пластина проницаемой обожженной пористой керамики 120×80×5 мм; $\rho_0 = 1860 \text{ кг/м}^3$ ; $\bar{u}_0 = 0,2$ ; $\bar{u}_{кр} = 0,1$ ; $t_{м.т.} \approx t_{п1} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $\bar{\alpha}_{кр} = 32,0 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ ; $\lambda_0 = 1,5 \text{ Вт/(м}^\circ\text{C)}$ . Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ; $v = 3 \text{ м/с}$ ; $\phi = 5 \%$										
$\bar{u}$	$\bar{\alpha}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$	$\lambda_{ш}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$	Bi	$\tau_{п}, \text{ с}$	$a \cdot 10^6, \text{ м}^2/\text{с}$	Fo	$\mu_1$	$t_{п}, ^\circ\text{C (3)}$	$t_{п.экс.}, ^\circ\text{C}$	$t_{п}, ^\circ\text{C (5)}$
0,10	32,0	1,70	0,047	0	0,75	0,0	0,216	50,0	50,0	51,5
0,08	26,2	1,69	0,037	85	0,76	10,7	0,190	72,5	71,5	72,5
0,06	18,2	1,72	0,026	180	0,81	23,1	0,170	79,5	76,5	81,7
0,04	14,6	1,70	0,020	360	0,85	48,5	0,140	92,0	90,5	92,5
0,02	9,8	1,68	0,013	620	0,92	89,2	0,144	97,5	97,8	98,1

**Заключение.** Исследования сушки тонких плоских влажных капиллярно-пористых материалов при значениях теплообменного критерия  $Bi \ll 1$ , малых перепадах температур по сечению тела, невысоких значениях коэффициента теплообмена при конвективной сушке и достоверных значениях коэффициентов переноса показали, что расчет температуры на поверхности материала по аналитическим уравнениям дает вполне удовлетворительное согласование расчетных значений с экспериментом.

Для обоснованного и правильного выбора режима сушки необходимы точные значения теплофизических характеристик материалов и их зависимость от влагосодержания и температуры,

что позволит расширить возможность использования компьютерной техники при решении практических задач.

### Список использованных источников

1. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
2. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
3. Лыков, А. В. Теоретические основы строительной теплофизики / А. В. Лыков. – Минск: АН БССР, 1961. – 520 с.
4. Шорин, С. Н. Теплопередача / С. Н. Шорин. – М.: Высш. шк., 1964. – 490 с.
5. Лыков, А. В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах / А. В. Лыков. – М.: Госэнергоиздат, 1954. – 298 с.
6. Лыков, А. В. Тепломассообмен / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1972. – 560 с.
7. Журавлева, В. П. Массотеплоперенос при термообработке и сушке капиллярно-пористых строительных материалов / В. П. Журавлева. – Минск: Наука и техника, 1972. – 192 с.
8. Франчук, А. У. Таблицы теплотехнических показателей строительных материалов / А. У. Франчук. – М.: НИИ строительной физики, 1969. – 143 с.
9. Физические величины: справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Меймехова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
10. Блази, В. Строительная физика: справочник проектировщика / В. Блази. – М.: Техносфера, 2005. – 536 с.
11. Лыков, А. В. Теория сушки капиллярно-пористых коллоидных материалов пищевой промышленности / А. В. Лыков, Л. Я. Ауэрман. – М.: Пищепромиздат, 1946. – 286 с.
12. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 486 с.
13. Лыков, А. В. Кинетика теплообмена в процессе сушки влажных материалов / А. В. Лыков, П. С. Куц, А. И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 1972. – Т. 23, № 3. – С. 401–406.

### References

1. Lykov A. V. *Drying theory*. Moscow, Energiya Publ., 1968. 472 p. (in Russian).
2. Lykov A. V. *Heat conductivity theory*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 600 p. (in Russian).
3. Lykov A. V. *Theoretical fundamentals of construction thermophysics*. Minsk, Publishing house of Academy of Sciences of BSSR, 1961. 520 p. (in Russian).
4. Shorin S. N. *Heat transfer*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1964. 490 p. (in Russian).
5. Lykov A. V. *Transport phenomena in capillary-porous bodies*. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1954. 298 p. (in Russian).
6. Lykov A. V. *Heat and mass transfer*. Moscow, Energiya Publ., 1972. 560 p. (in Russian).
7. Zhuravleva V. P. *Mass transfer in the course of heat treatment and drying of capillary-porous building materials*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1972. 192 p. (in Russian).
8. Franchuk A. U. *Tables of heat engineering indicators of building materials*. Moscow, Research Institute of Building Physics Publ., 1969. 143 p. (in Russian).
9. Grigorieva I. S., Meymehova E. Z. (eds.). *Physical quantities*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 1232 p. (in Russian).
10. Blazy V. *Construction physics*. Moscow, Technosphere Publ., 2005. 536 p. (in Russian).
11. Lykov A. V., Auerman L. Ya. *The theory of drying capillary-porous colloid materials of the food industry*. Moscow, Pishchepromizdat Publ., 1946. 286 p. (in Russian).
12. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Heat transfer*. Moscow, Energiya Publ., 1975. 486 p. (in Russian).
13. Lykov A. V., Kuts P. S., Olshansky A. I. Kinetics of heat transfer in the process of drying wet materials. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal = Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1972, vol. 23, no. 3, pp. 401–406 (in Russian).

### Информация об авторах

*Ольшанский Анатолий Иосифович* – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологии и оборудования машиностроительного производства, Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: tiomp@vstu.by

*Жерносек Сергей Васильевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры технологии и оборудования машиностроительного производства, Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: zs\_85@mail.ru

*Гусаров Алексей Михайлович* – кандидат технических наук, доцент кафедры технологии и оборудования машиностроительного производства, Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: tiomp@vstu.by

### Information about the authors

*Anatolii I. Ol'shanskii* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of technology and equipment of machine-building production, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: tiomp@vstu.by

*Sergei V. Zhernosek* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor of the Department of technology and equipment of machine-building production, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: zs\_85@mail.ru

*Aleksei M. Gusarov* – Ph. D. (Engineering), Associate Professor of the Department of technology and equipment of machine-building production, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: tiomp@vstu.by

ISSN 1561-8358 (Print)  
 ISSN 2524-244X (Online)  
 УДК 621.785.532  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-342-350>

Поступила в редакцию 07.06.2018  
 Received 07.06.2018

**М. Н. Босяков<sup>1</sup>, А. А. Козлов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*  
<sup>2</sup>*Министерство промышленности Республики Беларусь, Минск, Беларусь*

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСТАНОВОК ИОННОГО АЗОТИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО ТИПА

**Аннотация.** Приводится анализ энергетических характеристик промышленного оборудования – установок ионного азотирования, с различным исполнением вакуумных камер – с горячими и холодными стенками. Приведены результаты расчетов и экспериментальных исследований теплового баланса системы «садка – стенка камеры» при проведении процесса плазменного азотирования на установках промышленного типа. Рассмотрено влияние количества теплозащитных экранов в установках с холодными стенками на температуру внутреннего экрана и мощность тепловых потерь при разогреве садки деталей и ее изотермической выдержке. Показано существенное влияние геометрии разрядной камеры на величину мощности разряда, необходимой для разогрева садки и ее выдержки при определенной температуре – чем меньше геометрические размеры камеры (диаметр и высота), тем меньшая мощность тлеющего разряда нужна для обеспечения необходимой температуры садки. Показано, что при достаточном удалении садки деталей от стенок камеры, падение напряжения на остове тлеющего разряда может составлять десятки вольт, что приводит к снижению катодного падения потенциала и, соответственно, к увеличению электрической мощности, необходимой для поддержания требуемой температуры садки по сравнению с садкой, максимально приближенной к стенкам камеры. Это приводит к тому, что при более плотной загрузке требуется меньший удельный расход электроэнергии для обеспечения необходимой глубины азотированного слоя; при этом удельные энергозатраты при температуре садки 525–530 °С составляют величину 0,6–1,6 кВт·ч/кг в зависимости от степени загрузки камеры. Показано, что при ионном азотировании давление рабочего газа должно быть таким, чтобы обеспечивалась аномальность тлеющего разряда, то есть свечением разряда должна быть охвачена вся площадь катода-садки.

**Ключевые слова:** ионно-плазменное азотирование, тепловой баланс, теплозащитный экран, мощность тлеющего разряда

**Для цитирования.** Босяков, М. Н. Энергетические и газодинамические характеристики установок ионного азотирования промышленного типа / М. Н. Босяков, А. А. Козлов // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 342–350. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-342-350>

**M. N. Bosyakov<sup>1</sup>, A. A. Kozlov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*  
<sup>2</sup>*Ministry of Industry of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus*

## ENERGY AND GAS DYNAMIC CHARACTERISTICS OF IONIZATION NITROGEN INSTALLATIONS OF INDUSTRIAL TYPE

**Abstract.** The work provides the analysis of power characteristics of the industrial equipment – ionic nitriding applications – with different types of vacuum chambers – with hot and cold walls. The calculations results and experimental researches of thermal balance of the system “melt-wall chamber” at the process of plasma nitration for industrial applications are given. The work examines the influence of heat-shielding screens quantity in the applications with cold walls on the internal screen temperature and power of thermal losses at warming up parts melt and at its isothermal endurance. It has been displayed the significant influence of the discharge chamber geometry on the discharge power value which is necessary for the melt warming up and its exposition at the certain temperature – the less are geometrical sizes of the chamber (diameter and height), the smaller is the power of the smoldering discharge which is required for ensuring necessary melt temperature. It is shown that at sufficient melt parts distance from the chamber walls, the voltage drop on the skeleton of the smoldering discharge can be tens volts that causes the decrease of cathodic falling potential and, respectively, the increase of the electric power which is required to maintain necessary melt temperature in comparison to melt which is as close as possible to chamber walls. It leads to the fact that at more dense loading, smaller specific consumption of the electric power to ensure the necessary depth of the nitrated layer is required; at the same time the specific energy consumptions by the melt temperature of 525–530 °С are 0.6–1.6 kW·h/kg, depending on the loading extent of the chamber. It has been displayed that at ionic nitration, the value of working gas pressure must provide the deviance of the smoldering discharge i. e. the whole area the cathode –

melt must be captured by the discharge luminescence. Keywords: ion-plasma nitriding, thermal balance, the heat-shielding screen, power of the smoldering discharge.

**Keywords:** ion-plasma nitration, thermal balance, the heat-shielding screen, power of the smoldering discharge

**For citation.** Bosyakov M. N., Kozlov A. A. Energy and gas dynamic characteristics of ionization nitrogen installations of industrial type. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 342–350 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-342-350>

**Введение.** Мировой опыт машиностроения последних 30–40 лет и собственный более чем 20-летний опыт авторов по разработке и внедрению технологии ионного азотирования в машиностроении показывает, что азотирование в плазме тлеющего разряда является наиболее современным и технологичным видом поверхностного упрочнения деталей машин (шестерен, зубчатых колес, вал-шестерен, пресс-форм, штампов и режущего инструмента). Этот метод позволяет получать изделия высокого качества с минимальными затратами на механическую и термическую обработку деталей.

Конструктивно установка ионного азотирования состоит из рабочей камеры, системы электропитания, газовакуумной системы и системы охлаждения. По конструкции рабочей камеры установки подразделяются на: колпаковые, колпаковые секционные, шахтные и дверные в зависимости от типа изделий, подлежащих упрочняющей обработке. На данный момент в мире используется два типа установок ионного азотирования: установки с пассивными горячими стенками производства фирмы Ionitech (Болгария) [1], Физико-технического института НАН Беларуси [2], Puls-Plasma Nitriding Units (Бразилия) [3] и установки с активными горячими стенками PVA Industrial Vacuum Systems GmbH (Plateg) (Германия) [4], ELTROPULS Heat-Treatment-Unit (Германия) [5], RÜBIG Heat Treatment (Австрия) [6]. В последнее время установки второго типа производит и фирма Ionitech [1]. В установках с горячими стенками нагрев садки деталей комбинированный – частично от стенок, а частично тлеющим разрядом. Цикл разогрева садки в таких установках начинается с повышения температуры стенки камеры, детали нагреваются от стенки до температуры 200–300 °С и более, а далее, при достижении в камере вакуума порядка 30–40 Па, зажигается разряд и происходит комбинированный нагрев. Скорость охлаждения определяется геометрией деталей и плотностью загрузки, и ее можно регулировать путем выбора метода охлаждения. Например, в камеру подается азот до определенного давления и включаются вентилятор, расположенный внутри камеры, а также вентиляторы снаружи камеры. В некоторых специальных случаях целесообразно проводить охлаждение в плазме, причем в данном случае существует возможность задавать нужный темп охлаждения, что можно осуществлять в установках с холодными и горячими стенками. Таким образом, в установках с горячими стенками для поддержания температуры садки на необходимом уровне допускается снижение мощности тлеющего разряда по сравнению с такой же камерой с холодными стенками. Однако детальное рассмотрение вопроса влияния уровня мощности тлеющего разряда на процесс ионного азотирования на установках промышленного типа практически отсутствует.

*Целью данной работы* является анализ энергетических и газодинамических (давление, расход газа, состав газовой смеси) характеристик установок промышленного типа с холодными и горячими стенками на основе анализа процесса теплообмена в вакуумной камере в системе «садка деталей – стенки рабочей камеры»

**Параметры тлеющего разряда.** Общим обязательным условием для всех типов установок – с горячими и холодными стенками – является обеспечение аномальности тлеющего разряда при проведении процесса обработки независимо от давления в камере.

Аномальный тлеющий разряд – это форма тлеющего разряда, при которой свечением охвачена вся площадь катода-садки, а при повышении вкладываемой в разряд мощности вместе с ростом напряжения увеличивается и сила тока разряда.

Нормальный тлеющий разряд – это форма тлеющего разряда, при которой свечением охвачена только часть катода, а при увеличении вкладываемой мощности растет лишь разрядный ток, в то время как величина катодного падения потенциала ( $U_{\text{кпп}}$ ) остается неизменной. Это так называемое нормальное катодное падение потенциала, которое является первым параметром.

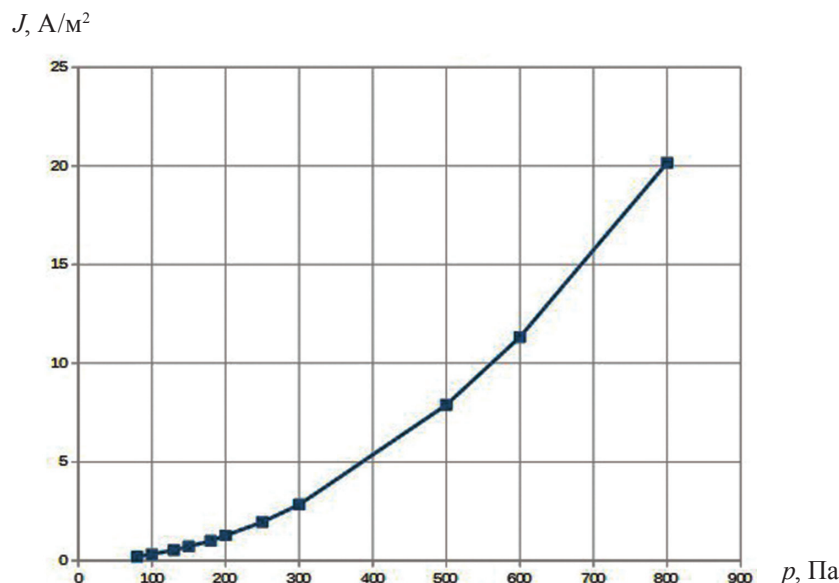


Рис. 1. Расчетное значение нормальной плотности тока тлеющего разряда в азоте в зависимости от давления

Fig. 1. Calculated value of current normal density of the smoldering discharge in nitrogen depending on pressure

Если катод изготовлен из сплава железа, то для азота значение  $U_{\text{кпп}}$  составляет 215 В, для водорода – 250 В и для аргона – 165 В [7].

Вторым параметром, который позволяет разделять тлеющий разряд на нормальный и аномальный, является «нормальная плотность тока» –  $J/p^2$ , величина которой для катода из сплава железа при температуре 300 К для азота составляет  $2,26 \cdot 10^{-4}$  А/(м<sup>2</sup>·Па<sup>2</sup>), для аргона –  $9,0 \cdot 10^{-5}$  А/(м<sup>2</sup>·Па<sup>2</sup>) и для водорода –  $4,1 \cdot 10^{-5}$  А/(м<sup>2</sup>·Па<sup>2</sup>) [7]. Следовательно, если реальное значение плотности тока в процессе обработки при конкретном давлении и температуре будет меньше, чем значение нормальной плотности тока для азота, который является основным компонентом рабочей смеси, то разряд может быть частично нормальным и частично аномальным, то есть на части садки разряд будет отсутствовать. Например, для температуры обработки 803 К расчетное значение нормальной плотности тока как функции давления представлено на рис. 1. Расчет проводился для приведенного давления с учетом нагрева газа в катодной области разряда [8]. Как следует из представленных данных, рост давления приводит к увеличению величины нормальной плотности тока в разряде и, к примеру, при обрабатываемой площади порядка 30 м<sup>2</sup> при давлении 800 Па ток разряда должен быть не менее 600 А, чтобы разряд существовал в аномальном виде.

Таким образом, давление рабочего газа при ионном азотировании должно быть таким, чтобы обеспечивалась аномальность тлеющего разряда.

**Взаимосвязь энергетических и технологических параметров процесса ионного азотирования.** Рассмотрим более подробно взаимосвязь энергетических (напряжение и плотность тока) и технологических (режимных) (температура, давление и состав газовой среды) параметров процесса ионного азотирования. Параметры режима являются взаимосвязанными, поэтому энергетические характеристики не могут выбираться произвольно, так как для обеспечения, например, требуемой температуры для каждой конкретной садки и геометрии разрядной камеры устанавливаются некоторые комбинации энергетических показателей разряда – силы тока и напряжения разряда. При назначении режима обработки руководствуются прежде всего требованиями конструкторской документации по параметрам азотированного слоя – глубине и поверхностной твердости. Следует отметить, что на некоторые детали задается также дополнительно требование – наличие на заданной глубине определенной твердости, что является, по сути, требованием к профилю твердости в азотированном слое. Температура изотермической выдержки назначается из расчета обеспечения необходимой поверхностной твердости детали (которая тем выше, чем ниже температура [9]) и исходя из соображений экономического характера – обеспечения необ-



ходимой производительности оборудования. Следующим этапом является выбор рабочего давления и состава газовой смеси, а также конкретных расходов каждого компонента этой смеси, в особенности азота.

Рассмотрение взаимосвязи параметров процесса обработки – энергетических и режимных – целесообразно провести на основе анализа теплообмена в вакуумной камере в системе «садка деталей – стенки рабочей камеры», поскольку в стационарном режиме (при изотермической выдержке) именно мощность тепловых потерь садки будет определять энергетику процесса независимо от того, горячая стенка камеры или холодная. Согласно [10], под камерой с холодными стенками подразумевается вакуумная камера с рубашкой водяного охлаждения, хотя камеры установок ряда производителей оборудования имеют, помимо рубашки охлаждения, также либо экранную теплоизоляцию, либо комбинированную с использованием экранов и волокнистых теплоизоляционных материалов на основании камеры и ее потолке (крышке) [1].

Независимо от того, как выполнена вакуумная камера – с горячими или с холодными стенками, – мощность тлеющего разряда на стадии выдержки будет определяться тепловыми потерями камеры, то есть теплообменом между садкой (обрабатываемыми деталями) и стенкой камеры.

При этом предполагается, что в тлеющем разряде мощность, выделяющаяся на катоде, которым является обрабатываемое изделие, и приводящая к его нагреву, определяется в основном энергией, приносимой потоком положительных ионов и «быстрых» молекул и атомов, что образуются при перезарядке в области катодного падения потенциала. Согласно [7], доля мощности, идущая на разогрев катода (садки), составляет от 0,8 до 0,9 от общей мощности разряда

$$P_{эл} = UIk,$$

где  $U$  – напряжение,  $I$  – сила тока разряда,  $k$  – коэффициент заполнения (для пульсирующего разряда).

Мощность, затрачиваемая на нагрев катода, определяется выражением [7]

$$W_{нагр} = jU_{кпп},$$

где  $j$  – плотность тока, а  $U_{кпп}$  – катодное падение потенциала. Как правило, величина  $U_{кпп}$  составляет значение от 80 до 90 % приложенного к электродам напряжения в зависимости от давления и состава плазмообразующего газа [7], и для оценки можно использовать среднее значение – 0,85. Следует отметить, что  $U_{кпп}$  всегда меньше приложенного к катоду напряжения и зависит от расстояния «деталь – стенка камеры» и степени аномальности разряда, но должно превышать величину нормального катодного падения потенциала [7]. Приложенное к катоду напряжение  $U_{разр}$  (напряжение горения разряда) равно сумме падений напряжения на отдельных участках разряда –  $U_{кпп}$ ,  $U_a$  (анодное падение потенциала, которое, как правило, принимают на уровне потенциала ионизации газа [11]) и  $U_{ст}$  (падение напряжения на положительном столбе разряда). Поскольку положительный столб в разряде при реальных режимах обработки практически отсутствует, то, согласно [11], эта зона разряда классифицируется как остов, причем падение напряжения на нем составляет единицы вольт на 10 мм длины остова [11]. Это значит, что при достаточном удалении садки деталей от стенок камеры падение напряжения на остова может составлять десятки вольт и катодное падение потенциала может быть меньше, чем 80 %, что приведет к увеличению электрической мощности, необходимой для поддержания требуемой температуры садки по сравнению с садкой, максимально приближенной к стенкам камеры. Оптимальным является расстояние между стенкой и садкой на уровне 75–80 мм.

В случае камеры с горячими стенками дополнительным источником тепла при нагреве и выдержке садки являются нагреватели на стенке, поэтому в таких камерах доля энергозатрат от разряда будет меньше, чем в установках с холодными стенками. В данном случае нужно выбрать определенный баланс между температурой стенки и мощностью тлеющего разряда, который будет обеспечивать необходимую химическую активность разряда.

При разогреве садки энергия тлеющего разряда расходуется на повышение теплосодержания деталей в садке и оснастки (если таковая используется), а также элементов камеры (экранов и стенок камеры).

При этом для установок с холодными стенками температура стенки камеры предполагается постоянной, так как она является водоохлаждаемой и не должна быть выше 45 °С (ГОСТ 12.2.007.9-93. Безопасность электротермического оборудования. Ч. 1. Общие требования), а излучающей поверхностью считается поверхность, огибающая нагреваемую садку. Следует заметить, что при обработке, например, шестерен с зубом на внутреннем венце азотируемая площадь может быть существенно больше площади, участвующей в теплообмене со стенками камеры. При разогреве садки необходимо также учитывать увеличение теплоемкости стали с ростом температуры. Для установок с горячими стенками температура внутренней стенки поддерживается нагревателями, однако часть тепла на стенку поступает также и от садки вследствие излучения. Если задан темп разогрева, то уравнение баланса энергии при разогреве садки можно представить в виде

$$cm \frac{dT}{dt} = P_{\text{нагр}} - P_{\text{охл}}, \quad (1)$$

где  $c$  – теплоемкость стали (для углеродистой стали в интервале температур 50–550 °С, среднее значение теплоемкости  $c = 0,162 \text{ Вт} \cdot \text{ч} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ , для оценочных расчетов можно использовать среднее значение теплоемкости стали, однако при более точных расчетах необходимо учитывать температурную зависимость теплоемкости);  $m$  – масса садки, кг;  $\frac{dT}{dt}$  – темп разогрева, °С/ч;  $P_{\text{нагр}}$  и  $P_{\text{охл}}$  – соответственно мощность, идущая на нагрев садки и теряемая ею при охлаждении вследствие теплообмена со стенками, Вт. Если считать, что охлаждение садки происходит вследствие лучистого теплообмена со стенками камеры, то тогда  $P_{\text{охл}} = Q_{(c,ст)э}$  и поток излучения  $Q_{(c,ст)э}$  от садки с излучающей площадью  $F_c$  и температурой  $T_c$  к стенке, имеющей температуру  $T_{ст}$ , при наличии теплозащитных экранов будет выглядеть следующим образом [12]:

$$Q_{(c,ст)э} = C_0 A_{(c,ст)э} F_c \left( \left[ \frac{T_c}{100} \right] - \left[ \frac{T_{ст}}{100} \right] \right), \quad (2)$$

где  $A_{(c,ст)э}$  – приведенный коэффициент поглощения рассматриваемой излучающей системы, имеющий различные значения для случая цилиндрических экранов и плоских экранов;  $C_0$  – константа излучения черного тела,  $C_0 = 5,67 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{K}^4$ .

Как следует из выражения (2), поток излучения зависит от разности температур излучающего тела (в нашем случае – садки) и стенки камеры (либо экрана), площади излучающей поверхности и приведенного коэффициента поглощения  $A_{(c,ст)э}$ , и по мере увеличения температуры садки поток тепла на стенку возрастает, причем его величина пропорциональна излучающей площади  $F_c$ . Таким образом, минимизировать величину потока тепла на стенку камеры можно за счет применения эффективной системы теплоизоляции, то есть использования большого количества экранов, имеющих малые значения степени черноты  $\varepsilon_{\text{экр}}$ , либо, в случае камеры с горячей стенкой, поддерживать температуру стенки на некотором уровне.

Таким образом, из (1) и (2) выражение для определения необходимой электрической мощности разряда (при условии, что 85 % расходуется на нагрев садки) будет иметь вид при разогреве садки

$$P_{\text{эл}} = 1,18 \left( cm \frac{dT}{dt} + Q_{(c,ст)э} \right) \quad (3)$$

и при выдержке, когда  $T = \text{const}$ ,

$$P_{\text{эл}} = 1,18 Q_{(c,ст)э}. \quad (4)$$

Если камера имеет горячую стенку, то величина  $A_{(c,ст)}$  определяется следующим образом [13]:

$$A_{(c,ст)} = 1/(\varepsilon_c^{-1} + (\varepsilon_{ст}^{-1} - 1)(F_c/F_{ст})), \quad (5)$$

где  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_{ст}$  – соответственно степень черноты садки и стенки,  $F_c$  и  $F_{ст}$  – площади излучающей поверхности садки и стенки соответственно.

В случае камеры с холодными стенками для системы цилиндрических экранов выражение для  $A_{(c,ct)}$  имеет вид

$$A_{(c,ct)} = 1/(\varepsilon_{12}^{-1} + \sum(F_c/F_{3i})(2/\varepsilon_{3i}^{-1} - 1) + F_c/F_{ct}), \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{12}$  – приведенная степень черноты системы «садка – стенка», определяемая по формуле (5),  $F_{3i}$  и  $\varepsilon_{3i}$  – площадь и степень черноты соответствующего  $i$ -го экрана.

Для системы плоских экранов (основание и верх камеры) выражение для  $A_{(c,ct)}$  следующее:

$$A_{(c,ct)} = 1/(\varepsilon_c^{-1} + 2\sum\varepsilon_{3i}^{-1} + \varepsilon_{ct}^{-1} - (n + 1)), \quad (7)$$

где  $n$  – количество экранов.

На основании данных из [14, 15] в расчетах принимались следующие значения величин  $\varepsilon$ :  $\varepsilon_c = 0,4$ ;  $\varepsilon_{ct} = 0,6$ ;  $\varepsilon_{31} = 0,6$ ;  $\varepsilon_{32} = 0,56$  и  $\varepsilon_{33} = 0,45$ .

**Теплообмен в камере.** Вакуумные камеры установок ионного азотирования имеют различную геометрию: большой диаметр и небольшую высоту либо наоборот – малый диаметр и большую высоту (или глубину). Следовательно, у камер с большим диаметром основные потери тепла будут через верх и низ садки, а у камер с превалированием длины над диаметром – через боковую стенку. Как следует из приведенных формул для расчета величины  $A_{(c,ct)}$ , существенное влияние на величину мощности разряда, необходимой для разогрева садки и ее выдержки при определенной температуре, оказывает геометрия разрядной камеры – чем меньше ее геометрические размеры (диаметр и высота), тем меньшая мощность необходима для обеспечения оптимальной температуры садки. Таким образом, по мере увеличения геометрических размеров камеры – диаметра и высоты (глубины), увеличивается и мощность разряда, которую необходимо прикладывать при проведении процесса обработки при одной и той же температуре выдержки. Эти факторы необходимо учитывать при проектировании установок ионного азотирования.

Расчет и экспериментальные исследования теплообмена в камере проводились применительно к установке ионного азотирования промышленного типа, с рабочей камерой колпакового типа с размерами рабочего пространства: диаметр – 950 мм, высота загрузки – 1250 мм. Камера имеет водоохлаждаемую рубашку, внутри камеры – экранная теплоизоляция (три экрана из листовой стали). Мощность тлеющего разряда на установке – до 50 кВт, при этом максимальное напряжение горения разряда – не более 700 В, сила тока – 95 А. Загрузка камеры – до 1000 кг.

Расчеты, проведенные для различного количества теплозащитных экранов (одного, двух и трех), показали [16], что наличие в камере трех экранов снижает расход электроэнергии на стадии разогрева на 30–90 % по сравнению с одним или двумя экранами.

Из соотношения (6) были получены расчетные значения температуры внутреннего, обращенного к садке экрана в зависимости от температуры садки при ее излучающей площади  $F_c = 4,2 \text{ м}^2$ , а также от величины излучающей площади садки  $F_c$  при постоянной температуре садки  $T = 530 \text{ }^\circ\text{C}$ . Эти данные и экспериментальные результаты измерения температуры экрана представлены на рис. 2–4.

На рис. 4 показано изменение температуры внутреннего экрана, измеренной хромель-алюмелевой термопарой, в зависимости от температуры садки.

Высокая температура внутреннего экрана обеспечивает однородность температурного поля в садке и низкий расход электроэнергии. Так, при обработке вышеупомянутой садки на стадии выдержки затрачиваемая на поддержание разряда удельная мощность составляет всего 35–36 Вт/кг, а для садки деталей, представленной на рис. 5, – 25–26 Вт/кг. В установках ионного азотирования, имеющих один или два экрана, затраты мощности на поддержание разряда выше, так как теплообмен со стенками камеры интенсивнее и, соответственно, температура внутреннего экрана ниже, что приводит к существенному градиенту температуры садки в радиальном направлении.

При обработке садок деталей с различной степенью загрузки рабочей камеры было экспериментально установлено, что чем полнее загружена камера, тем меньше удельный расход электроэнергии для обеспечения необходимой глубины азотированного слоя, при этом удельные энергозатраты при температуре садки 525–530 $^\circ\text{C}$  составляют величину 0,6–1,6 кВт·ч/кг в зависимости от загрузки камеры. Кроме того, при расчете теплообмена необходимо учитывать тот

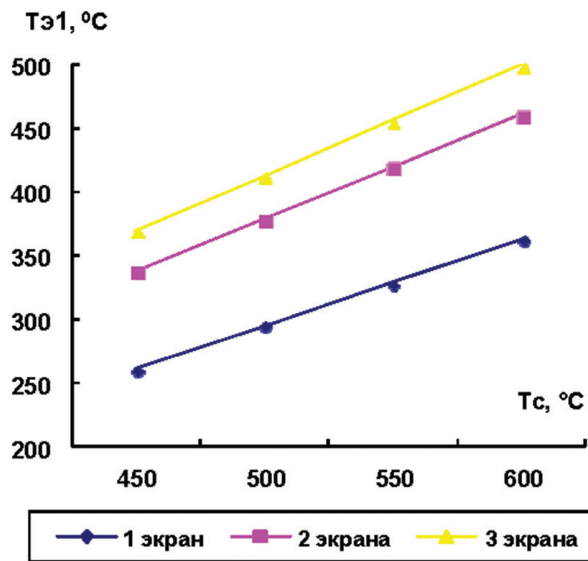


Рис. 2. Температура внутреннего экрана в зависимости от температуры садки для разного количества теплозащитных экранов в камере

Fig. 2. Internal screen temperature depending on melt temperature for the different number of heat-shielding screens in the chamber

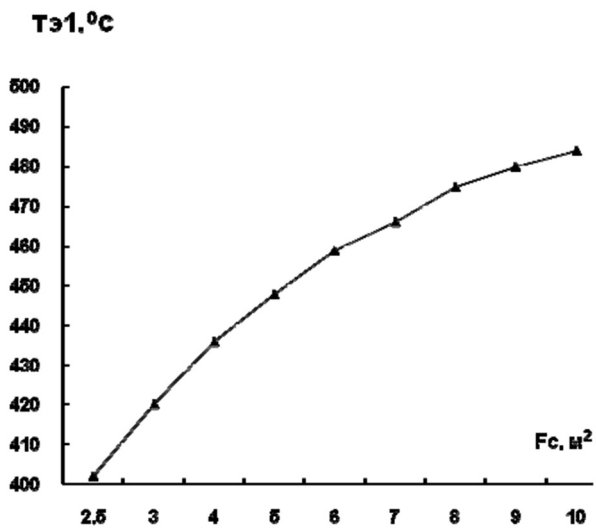


Рис. 3. Температура внутреннего экрана в зависимости от излучающей площади садки  $F_c$

Fig. 3. Internal screen temperature depending on the radiating melt area  $F_c$

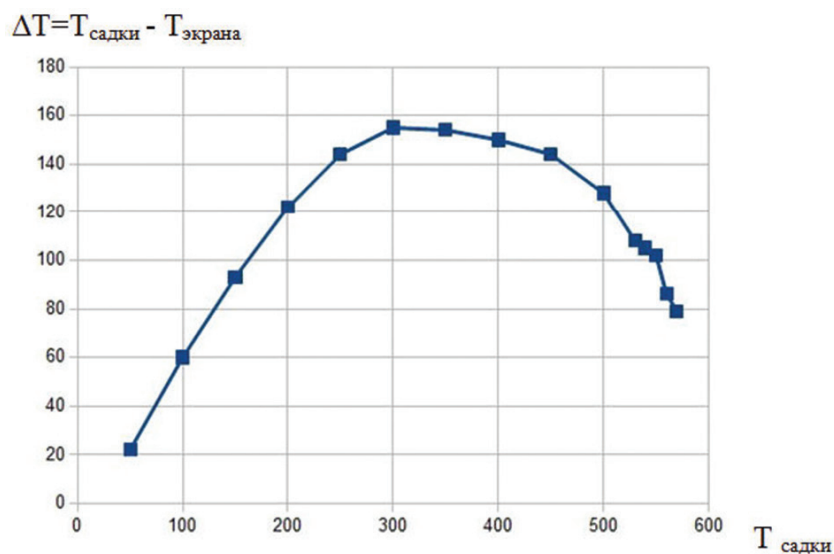


Рис. 4. Разность температур между садкой и внутренним экраном в зависимости от температуры садки

Fig. 4. The temperatures difference between melt and the internal screen depending on melt temperature



Рис. 5. Садка шестерен с внутренним зацеплением с общей азотируемой площадью 24 м<sup>2</sup>

Fig. 5. Gear wheels melt with internal gearing with the total nitrated area 24 m<sup>2</sup>

фактор, что в реальной садке имеет место облучение стенки камеры от разных элементов садки. Например, на представленной на рис. 5 садке шестерен в количестве 120 штук с внутренним зубом около 70 % наружной площади каждой шестерни участвует в теплообмене со стенкой камеры – и эта суммарная площадь превышает излучающую площадь садки, принимаемую как боковая поверхность цилиндра с диаметром катода и высотой загрузки деталей.

Как показал анализ режимов азотирования садок на промышленном оборудовании, диапазон изменения параметра  $J/p^2$  достаточно узок и величина катодного падения потенциала лишь на 5–10 % превышает значение нормального катодного падения для азота. Следовательно, определяющую роль в формировании химической активности разряда на стадии изотермической выдержки, наряду с содержанием азота в смеси с другими газами, должна играть плотность тока разряда, которая зависит от вольт-амперной характеристики разряда (мощности тепловых потерь) и давления в камере.

**Закключение.** Проведенные расчеты теплообмена в системе «садка деталей – стенки рабочей камеры» показали зависимость мощности тлеющего разряда от теплообмена, наличия теплозащитных экранов и геометрии камеры.

При выборе рабочего давления на стадии изотермической выдержки необходимо учитывать особенности аномального тлеющего разряда, в результате давление разряда должно быть таким, чтобы гарантировать превышение реальной плотности тока над плотностью тока нормально тлеющего разряда.

#### Список использованных источников

1. IonitechLtd. Products [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.ionitech.com/products/coldwall-equipment.html> – Date of access: 01.06.2018.
2. Упрочняющая ионная химико-термическая обработка [Электронный ресурс] // Физико-технический институт НАН Беларуси. – Режим доступа: <http://phti.by/product/Hardening-ion-chemical-heat-treatment>. – Дата доступа: 01.06.2018.
3. Plasma Nitriding Equipment for South America [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.secowarwick.com/en/news/plasma-nitriding-equipment-for-south-america/> – Date of access: 27.04.2014.
4. PVA Industrial Vacuum Systems GmbH. PulsPlasma® Nitriding. Oxidation [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.plateg.com/willkommen-eng.html> – Date of access: 01.06.2018.
5. Nitriding Plants [Electronic resource] // Eltropuls. – Mode of access: <http://www.eltropuls.de/en/products/plant-engineering/nitriding> – Date of access: 15.05.2018
6. Nitriding and Coating Systems [Electronic resource] // RÜBIG Industrial Furnaces. – Mode of access: [https://www.rubig.com/fileadmin/user\\_upload/AT/Downloads/AT\\_Folder\\_Anlagentechnik\\_A4\\_EN\\_20170321\\_Einzelseiten.pdf](https://www.rubig.com/fileadmin/user_upload/AT/Downloads/AT_Folder_Anlagentechnik_A4_EN_20170321_Einzelseiten.pdf) – Date of access: 25.05.2017.
7. Энгель, А. Физика и техника электрического разряда в газах / А. Энгель, М. Штенбек. – М.: ОНТИ-НКТП, 1936. – Т. 2. – 384 с.
8. Параметры области катодного падения потенциала самостоятельного нормального тлеющего разряда в гелии при атмосферном давлении / В. И. Архипенко [и др.] // Физика плазмы. – 2002. – Т. 28, № 10. – С. 858–865. <https://doi.org/10.1134/1.1513839>



9. Чаттерджи-Фишер, Р. Азотирование и карбонитрирование / Р. Чаттерджи-Фишер, Ф. Эйзелл. – М.: Металлургия, 1990. – 280 с.
10. Pye, D. Practical Nitriding and Ferritic Nitrocarburizing / D. Pye. – ASM International Park, 2003. – 256 p.
11. Капцов, Н. А. Электрические явления в газах и вакууме / Н. А. Капцов. – М.; Л.: ОГИЗ, 1947. – 810 с.
12. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. В. Сукомел. – М.: Энергоиздат, 1981. – 415 с.
13. Теория, конструкции и расчеты металлургических печей: [в 2 т.] / под ред. В. А. Кривандина. – М.: Металлургия, 1986. – Т. 2: Расчеты металлургических печей / Б. С. Матрюков. – 376 с.
14. Свенчанский, А. Д. Электрические промышленные печи: в 2 ч. / А. Д. Свенчанский. – М.: Энергия, 1975. – Ч. 1: Электрические печи сопротивления. – 384 с.
15. Блох, А. Г. Теплообмен излучением: справочник / А. Г. Блох, Ю. А. Журавлев, Л. Н. Рыжков. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 432 с.
16. Босьяков, М. Н. Энергетические параметры процессов ионного азотирования на промышленном оборудовании / М. Н. Босьяков, А. А. Козлов // Доклады БГУИР. – 2013. – № 3(73). – С. 76–82.

## References

1. *Ionitech Ltd. Products*. Available at: <http://www.ionitech.com/products/coldwall-equipment.html> (Accessed 1 June 2018).
2. Strengthening ionic chemical-thermal treatment. *The Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus*. Available at: <http://phti.by/product/Hardening-ion-chemical-heat-treatment> (Accessed 1 June 2018) (in Russian).
3. *Plasma Nitriding Equipment for South America*. Available at: <https://www.secowarwick.com/en/news/plasma-nitriding-equipment-for-south-america/> (Accessed 27 April 2014).
4. *PVA Industrial Vacuum Systems GmbH. PulsPlasma® Nitriding. Oxidation*. Available at: <http://www.plateg.com/willkommen-eng.html> (Accessed 1 June 2018).
5. Nitriding Plants. *Eltropuls*. Available at: <http://www.eltropuls.de/en/products/plant-engineering/nitriding> (Accessed 15 May 2018).
6. Nitriding and Coating Systems. *RÜBIG Industrial Furnaces*. Available at: [https://www.rubig.com/fileadmin/user\\_upload/AT/Downloads/AT\\_Folder\\_Anlagentechnik\\_A4\\_EN\\_20170321\\_Einzelseiten.pdf](https://www.rubig.com/fileadmin/user_upload/AT/Downloads/AT_Folder_Anlagentechnik_A4_EN_20170321_Einzelseiten.pdf) (Accessed 25 May 2017).
7. Engel' A., Shtenbek M. *Physics and Technology of Electric Discharge in Gases. Volume 2*. Moscow, ONTI-NKTP Publ., 1936. 384 p. (in Russian).
8. Arkhipenko V. I., Zgurovskii S. M., Kirillov A. A., Simonchik L. V. Cathode Fall Parameters of a Self-Sustained Normal Glow Discharge in Atmospheric-Pressure Helium. *Plasma Physics Reports*, 2002, vol. 28, iss. 10, pp. 858–865. <https://doi.org/10.1134/1.1513839>
9. Chatterdji-Fisher R., Eizell F. *Nitriding and carbonitriding*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1990. 280 p. (in Russian).
10. Pye D. *Practical Nitriding and Ferritic Nitrocarburizing*. ASM International Park, 2003. 256 p.
11. Kaptsov N. A. *Electrical phenomena in gases in vacuum*. Moscow, Leningrad, Association of state book and magazine Publishing Houses, 1947. 810 p. (in Russian).
12. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. V. *Heat Transfer*. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 415 p. (in Russian).
13. Mastyukov B. S. *Theory, constructions and metallurgical furnace calculations. Vol. 2: Metallurgical furnace calculations*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 376 p. (in Russian).
14. Svenchanskii A. D. *Electric industrial furnaces. Part 1: Electrical furnace of resistance*. Moscow, Energiya Publ., 1975. 384 p. (in Russian).
15. Blokh A. G., Zhuravlev Yu. A., Ryzhkov L. N. *Heat exchange by radiation*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 432 p. (in Russian).
16. Bosyakov M. N., Kozlov A. A. The energy parameters of the processes of ion nitriding on industrial equipment. *Doklady BGUIR* [Reports BSUIR], 2013, no. 3 (73), pp. 76–82 (in Russian).

## Информация об авторах

*Босьяков Михаил Никифорович* – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории электрофизики, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [plasma.by.metal@gmail.com](mailto:plasma.by.metal@gmail.com)

*Козлов Алексей Александрович* – начальник научно-технического управления, Министерство промышленности Республики Беларусь (пр. Партизанский, 2-4, 220033, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [alex-ett@tut.by](mailto:alex-ett@tut.by)

## Information about the authors

*Michail N. Bosyakov* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher of the Laboratory of Electrophysics, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [plasma.by.metal@gmail.com](mailto:plasma.by.metal@gmail.com)

*Alexej A. Kozlov* – Chief of Scientific and Technical Department, Ministry of Industry of the Republic of Belarus (2, building 4, Partizansky Ave., 220033, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [alex-ett@tut.by](mailto:alex-ett@tut.by)

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ**  
**RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING**

УДК 620.16(075.8):681.7.026.3  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-351-357>

Поступила в редакцию 28.09.2017  
Received 28.09.2017

**Г. В. Шаронов<sup>1</sup>, Г. А. Гусаков<sup>1</sup>, А. Л. Жарин<sup>2</sup>, А. К. Тявловский<sup>2</sup>, Н. И. Мухуров<sup>3</sup>**

*<sup>1</sup>Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко  
Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь*

*<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

*<sup>3</sup>Государственное научно-производственное объединение  
«Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника», Минск, Беларусь*

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ  
И КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ЗЕРКАЛ-ОТРАЖАТЕЛЕЙ  
ИЗ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА**

**Аннотация.** В настоящее время технология алмазного лезвийного точения с наноразмерной шероховатостью широко используется при изготовлении металлооптических изделий, прежде всего зеркал-отражателей для «транспортировки» мощных лазерных энергетических потоков. Оптимальным материалом для зеркал-отражателей представляется алюминиевый сплав АМг2, на чистоту поверхности которого при суперфинишной обработке алмазным точением влияет качество предварительной механо-термической обработки. Целью работы являлось улучшение оптических характеристик зеркал-отражателей с высокой лучевой прочностью путем совершенствования технологии изготовления и контроля качества.

Предварительная механическая обработка поверхности твердосплавным резцом и финишная обработка алмазным резцом (с радиусом закругления лезвия менее 0,05 мкм) проводились на прецизионном токарном станке модели МК 6501 с вертикальным расположением шпинделя на воздушном подшипнике. Термическая обработка осуществлялась в лабораторной электропечи марки SNOL 58/350. Были апробированы различные режимы предварительной термической обработки, обработки твердосплавным резцом и финишной обработки алмазным резцом подложек (20×20×7 мм<sup>3</sup>). Анализ состояния поверхности проводился с использованием микротвердомера ПМТ-3, атомно-силового микроскопа (АСМ) SolverPro P47 и экспериментальной установки зондовой электрометрии. Контроль электрофизических параметров поверхности осуществлялся путем регистрации распределения работы выхода электрона (РВЭ) по контактной разности потенциалов с обработкой микропроцессорным измерительным преобразователем электростатических потенциалов. Регистрируемые изменения РВЭ характеризуют физико-химические и механические параметры поверхности зеркал и указывают на наличие различного типа и природы дефектов.

Модифицированная предварительная механо-термическая обработка позволила улучшить чистоту обработки поверхности подложек. Финишная наноразмерная алмазная лезвийная обработка, включающая полное удаление нарушенного предыдущими операциями поверхностного слоя материала, приводила к максимально возможному повышению качества поверхности по параметру однородности распределения ее электрофизических свойств. В результате по значениям РВЭ и их изменениям контролировалось достижение заданных эксплуатационных характеристик поверхности изделий для оптимизации технологических режимов обработки в соответствии с функциональными назначениями формируемых приборов и устройств.

Разработаны методики повышения эффективности наноразмерной алмазной лезвийной обработки и проведения исследований электрофизических свойств поверхности по контролю дефектов при изготовлении металлических зеркал-отражателей с высокой отражательной способностью и лучевой прочностью для работы в экстремальных условиях.

**Ключевые слова:** зеркала-отражатели, оптические характеристики, технология изготовления, контроль качества

**Для цитирования:** Совершенствование технологии изготовления и контроля качества зеркал-отражателей из алюминиевого сплава / Г. В. Шаронов [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 351–357. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-351-357>

G. V. Sharonov<sup>1</sup>, G. A. Gusakov<sup>1</sup>, A. L. Zharin<sup>2</sup>, A. K. Tyavlovskii<sup>2</sup>, N. I. Mukhurov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>Belarussian National Technical University, Minsk, Belarus

<sup>3</sup>State Scientific and Production Association "Optics, Optoelectronics and Laser Technology", Minsk, Belarus

### IMPROVEMENT OF TECHNOLOGY OF MANUFACTURING AND CONTROL OF QUALITY OF MIRRORS-REFLECTORS FROM ALUMINUM ALLOY

**Abstract.** At present, the technology of diamond blade whetting with nano-sized roughness is widely used at the manufacturing of metal-optical products, first of all, mirror-reflectors for "transportation" of powerful laser energy flows. Optimum material for mirror-reflectors is an aluminum alloy AMg2, which surface purity, is affected by the quality of preliminary mechanical heat treatment during superfinishing treatment by diamond whetting.

Preliminary machining of the surface with a carbide cutter and finishing with a diamond cutter (with a radius of curvature of the blade less than 0.05  $\mu\text{m}$ ) were performed on a precision lathe of the MK 6501 model with a vertical spindle position on an air bearing. Thermal treatment was carried out in the laboratory electric furnace SNOL 58/350. Various modes of preliminary heat treatment, machining with a carbide cutter and finishing with a diamond cutter of substrates (20×20×7 mm<sup>3</sup>) were tested. The surface state analysis was carried out using the PMT-3 microhardness tester, the SolverPro P47 atomic-force microscope (AFM), and the experimental probe-electrometry device. The control of the electrophysical parameters of the surface was carried out by recording the distribution of the electron work function (RWF) by the contact potential difference with the processing by the microprocessor measuring transducer of electrostatic potentials. The recorded changes in the RWF characterize the physic-chemical and mechanical parameters of the surface of mirrors and indicate the presence of a different type and nature of defects.

Modified preliminary mechanical-thermal treatment allowed to improve the cleanliness of surface treatment of substrates. Finishing nanoscale diamond blade processing, including the complete removal of the surface layer that was disturbed by previous operations, bring to the greatest possible improvement in the quality of the surface in terms of the uniformity of the distribution of its electrophysical properties. As a result, according to the values and changes of the RWF, achievement of the specified performance characteristics of the product surface was monitored in order to optimize the technological processing modes in accordance with the functional designations of the devices.

The methods for increasing the efficiency of nanoscale diamond blade processing and performing researches of the electrophysical properties of the surface to control defects in the manufacture of metal reflector mirrors with high reflectivity and radiation strength for operation under extreme conditions.

**Keywords:** mirror-reflectors, optical characteristics, manufacturing technology, quality control

**For citation.** Sharonov G. V., Gusakov G. A., Zharin A. L., Tyavlovskii A. K., Mukhurov N. I. Improvement of technology of manufacturing and control of quality of mirrors-reflectors from aluminium alloy. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 351–357 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-351-357>

**Введение.** В настоящее время технология алмазного лезвийного точения с наноразмерной шероховатостью широко используется при изготовлении металлооптических изделий, в первую очередь зеркал-отражателей для транспортировки мощных лазерных энергетических потоков. К металлам при изготовлении зеркал-отражателей с высокой лучевой прочностью предъявляются жесткие требования: минимальные значения физической, химической и индуцированной неоднородности; отсутствие внутренних напряжений; хорошая полируемость; высокая отражательная способность; высокая теплопроводность и минимальный коэффициент линейного расширения. Неоднородности структуры поверхности, остаточные внутренние напряжения, температурные деформации, присущие металлам, могут существенно сказаться на оптических и эксплуатационных характеристиках зеркал. Как показывает практика, оптимальным материалом для изготовления зеркал-отражателей является алюминиевый сплав АМг2, несмотря на его высокий коэффициент линейного расширения. Этот сплав широко используется на практике при изготовлении различных изделий методами холодного прессования, штамповки и обработки с использованием режущего инструмента. Режимы термообработки данного материала, позволяющие повысить его пластичность перед обработкой давлением, а также режимы, снимающие остаточные напряжения после формовки и придающие готовому изделию требуемое сочетание прочности и пластичности, хорошо известны [1]. Вместе с тем влияние предварительной механо-термической обработки сплава АМг2 на чистоту поверхности при суперфинишной обработке алмазным точением при изготовлении зеркал-отражателей с высокой лучевой прочностью изучено недостаточно.

С целью улучшения оптических характеристик зеркал-отражателей с высокой лучевой прочностью в представленной работе исследуются технологические процессы по предварительной

механо-термической и финишной алмазной лезвийной обработке поверхности подложек из алюминиевого сплава АМг2 и приводятся результаты контроля качества зеркал методами зондовой электрометрии (МЗЭ) и атомно-силовой микроскопии (АСМ).

**Особенности механо-термической обработки поверхности подложек из сплава АМг2.**

При отработке технологических процессов для стабилизации фазового и структурного состояния поверхности подложек из алюминиевого сплава АМг2 проводилась механическая и термическая обработка. Предварительная механическая обработка поверхности твердосплавным резцом и финишная – алмазным резцом (с радиусом закругления лезвия  $\leq 0,05$  мкм) осуществлялись на прецизионном токарном станке модели МК 6501 с вертикальным расположением шпинделя на воздушном подшипнике. Термическая обработка осуществлялась в лабораторной электропечи марки SNOL 58/350. В процессе изготовления экспериментальных образцов подложек (габаритные размеры  $20 \times 20 \times 7$  мм<sup>3</sup>) были исследованы следующие режимы предварительной термической обработки:

режим 1 (образец № 1) – исходный сплав АМг2;

режим 2 (образец № 2) – гомогенизация при  $T = 200$  °С в течение 10 ч с последующим охлаждением на воздухе;

режим 3 (образец № 3) – гомогенизация при  $T = 200$  °С в течение 10 ч с последующим охлаждением на воздухе, обработка твердосплавным резцом, нагрев при  $T = 100$  °С в течение 6 ч с последующим охлаждением на воздухе;

режим 4 (образец № 4) – гомогенизация при  $T = 200$  °С в течение 10 ч с последующим охлаждением на воздухе, два цикла обработки твердосплавным резцом и нагрева при  $T = 100$  °С в течение 6 ч с последующим охлаждением на воздухе.

После термических воздействий все образцы дополнительно обрабатывались алмазным резцом.

Анализ состояния поверхности проводился с использованием микротвердомера ПМТ-3, атомно-силового микроскопа (АСМ) SolverPro P47 и экспериментальной установки зондовой электрометрии [2].

На рис. 1 приведены зависимости микротвердости от нагрузки для всех исследованных образцов. Измерения для каждого образца проводились дважды – после термообработки и после финишной обработки алмазным резцом. Исходный сплав находился в «нагартованном» состоянии, поэтому для него наблюдалось заметное снижение микротвердости с ростом нагрузки. Гомогенизирующий отжиг при  $T = 200$  °С (режим № 2), как и ожидалось, обуславливал разупрочнение поверхности исходного сплава. Обработка гомогенизированного образца твердосплавным резцом с последующим возвратом к  $T = 100$  °С приводила к заметному упрочнению его поверхности. Наблюдалось существенное увеличение наклона нагрузочных кривых. Рост микротвердости при малых нагрузках для образца № 4 превосходил в 2 раза соответствующие значения для образца № 2.

В результате финишной обработки алмазным резцом микротвердость всех исследованных образцов снижалась, что отражалось на уменьшении угла наклона зависимости микротвердости от нагрузки. Это говорит о том, что при алмазном точении происходило удаление поверхностных дефектов, созданных предыдущими обработками, и структура поверхностного слоя материала становилась более однородной. Наиболее четко этот эффект проявлялся для образца № 4.

На рис. 2 приведены результаты исследования рельефа поверхности образцов № 1–4 методом АСМ при поле сканирования  $10 \times 10$  мкм<sup>2</sup>. Зарегистрированные значения  $R_z$  составили соответственно: образец № 1 – 3,1 нм, № 2 – 1,6 нм, № 3 – 1,4 нм, № 4 – 1,1 нм. Видно, что предварительная механо-термическая обработка (режимы № 3 и № 4) позволяет улучшить чистоту обработки поверхности алюминиевых сплавов.

Полученные результаты механо-термической обработки подложек образцов № 3 и № 4 были использованы при изготовлении зеркал-отражателей из алюминиевого сплава АМг2 диаметром 100 мм и толщиной 7,5 мм.

Важным фактором в этом случае является контроль фазового и структурного совершенства поверхностного слоя, наличия инородных включений, внутренних напряжений, пластических деформаций и т. д. Как показывает практика, физико-химические характеристики состояния поверхности могут влиять на эксплуатационные свойства зеркал в большей степени, чем геоме-



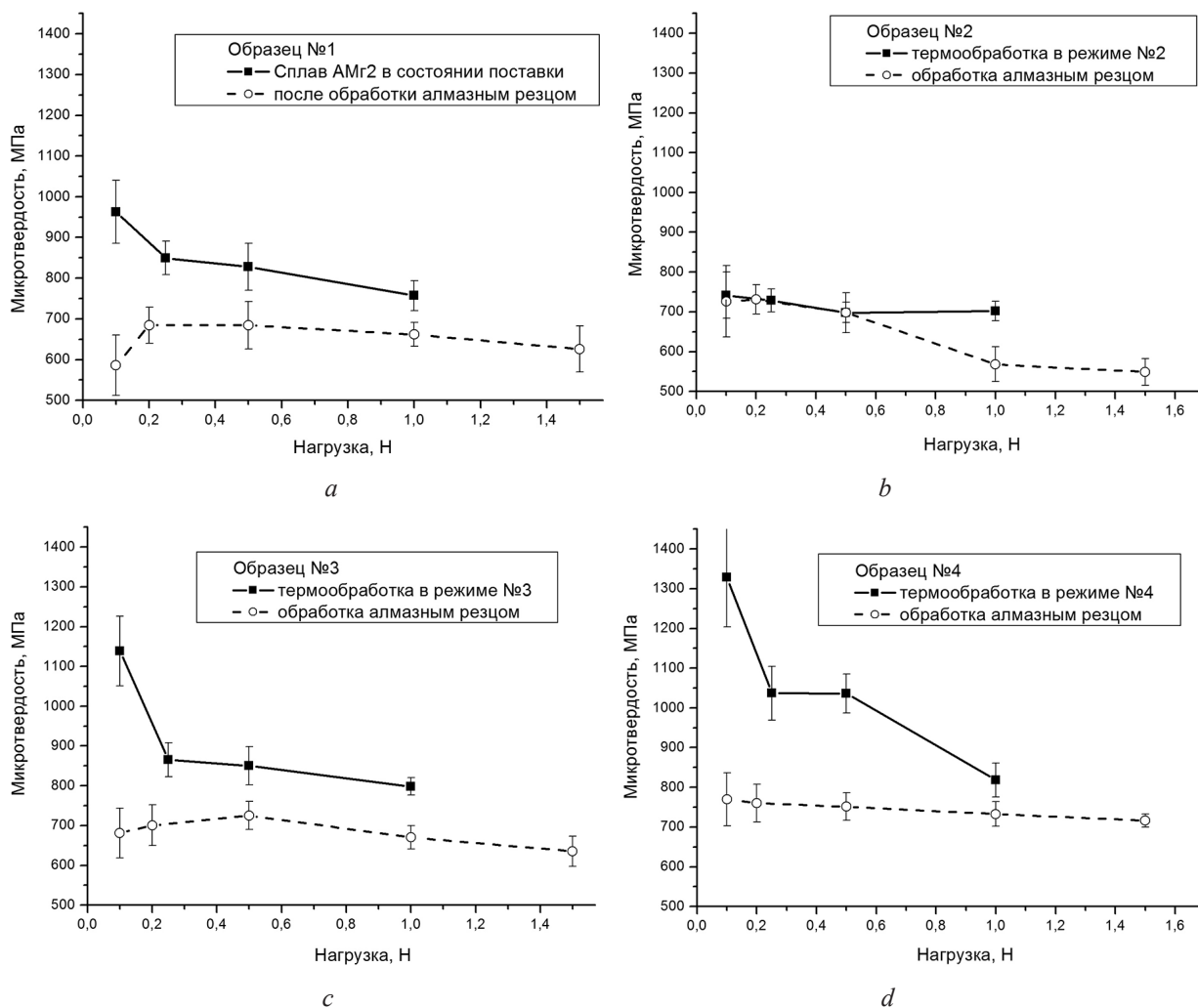


Рис. 1. Зависимости микротвердостей от нагрузки после обработки алмазным резцом для исследованных образцов: *a* – исходный АМг2; *b*, *c*, *d* – после термообработки в режимах № 2–4 соответственно

Fig. 1. Dependences of microhardnesses on the diamond cutter processing for the test samples: *a* – initial alloy АМг2; *b*, *c*, *d* – heat treatment in modes No. 2–4 respectively

трические параметры (шероховатость, волнистость). Поэтому при оценке качества поверхности зеркал-отражателей необходимо учитывать два фактора: шероховатость и работу выхода электрона (РВЭ), так как РВЭ наиболее чувствительна и свидетельствует об изменении структуры, химического состава и других нарушений в поверхностном слое. Данные факторы могут быть приняты в качестве комплексных параметров оценки физико-химического состояния и качества обработки поверхности зеркал-отражателей.

**Оценка качества поверхности подложек методом контактной разности потенциалов.** Оценка физико-химического состояния экспериментальных образцов зеркал-отражателей измерения РВЭ проводилась методом зондовой электрометрии по контактной разности потенциалов (КРП) с использованием зонда Кельвина [3]. Физико-химические и структурные параметры поверхности зеркал-отражателей, влияющие на оптические свойства, соответствуют изменениям РВЭ. Регистрация данных изменений осуществлялась с помощью микропроцессорного измерительного преобразователя электростатических потенциалов, реализующего сканирующий режим измерения [3, 4]. В основу работы преобразователя положен метод измерения КРП, известный как метод Кельвина – Зисмана. Методика экспериментальных исследований включала в себя создание визуализированного изображения пространственного распределения КРП по поверхности образцов с использованием результатов сканирования, гистограммы распределения значений КРП и определение статистических характеристик распределения, таких как математическое ожидание значений КРП и полуширина гистограммы распределения.



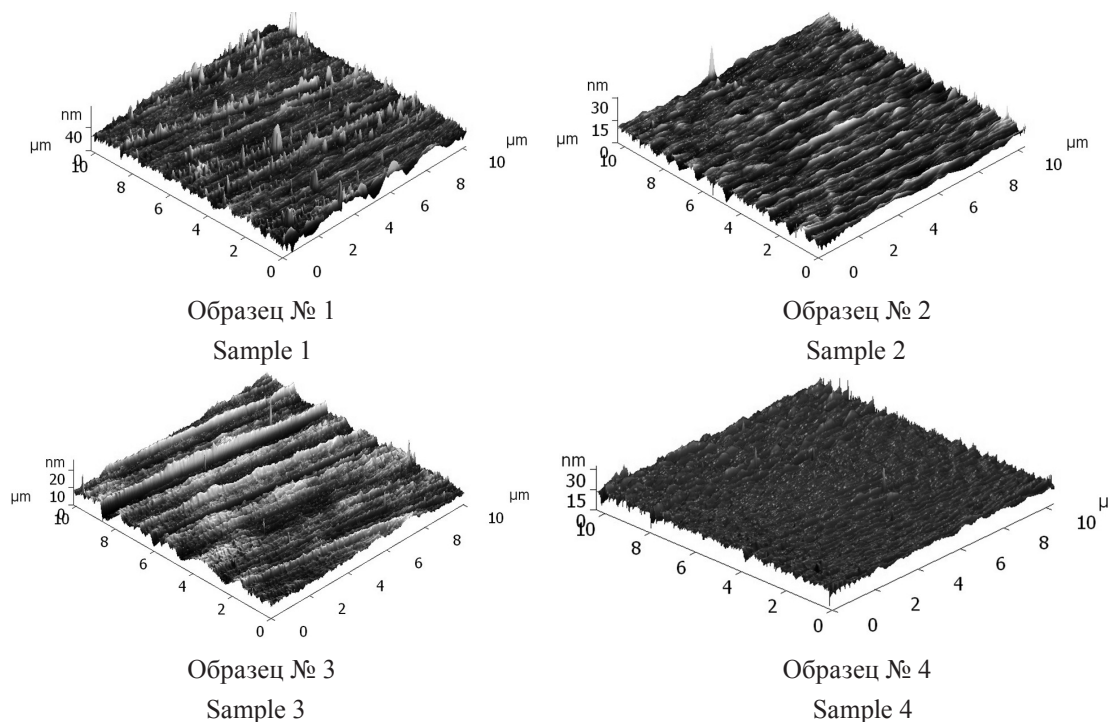


Рис. 2. Изображения рельефа поверхности образцов после финишной обработки алмазным резцом при поле сканирования  $10 \times 10 \text{ мкм}^2$  и измеренные значения шероховатости при различных полях сканирования.

Шероховатость поверхности  $R_z$  при площади скана:  $10 \times 10 \text{ мкм}^2/50 \times 50 \text{ мкм}^2$ , № 1 –  $3,1/(4,2 \pm 1,1) \text{ нм}$ , № 2 –  $1,6/(3,8 \pm 0,7) \text{ нм}$ , № 3 –  $1,4/(2,7 \pm 0,5) \text{ нм}$ , № 4 –  $1,1/(3,2 \pm 1,0) \text{ нм}$

Fig. 2. Images of the surface relief of samples after finishing with a diamond cutter with a scanning field of  $10 \times 10 \text{ }\mu\text{m}^2$  and measured roughness values for different scanning fields Roughness of the surface  $R_z$  at the scan area:  $10 \times 10 \text{ }\mu\text{m}^2/50 \times 50 \text{ }\mu\text{m}^2$ : No. 1 –  $3.1/(4.2 \pm 1.1) \text{ nm}$ , No. 2 –  $1.6/(3.8 \pm 0.7) \text{ nm}$ , No. 3 –  $1.4/(2.7 \pm 0.5) \text{ nm}$ , No. 4 –  $1.1/(3.2 \pm 1.0) \text{ nm}$

На рис. 3 приведены визуализированные изображения и гистограммы распределения КРП центральной области  $20 \times 20 \text{ мм}^2$  оптической поверхности экспериментальных образцов зеркал-отражателей, прошедших механо-термическую обработку по режимам № 3 и № 4. Можно видеть, что финишная наноразмерная алмазная лезвийная обработка, включающая полное удаление нарушенного предыдущими операциями поверхностного слоя материала, приводила к максимально возможному повышению качества поверхности по параметру однородности распределения ее электрофизических свойств.

Как видно из изображений распределения КРП образцов № 3 и № 4, поверхности в целом не содержат каких-либо дефектов, фон изображения распределения КРП абсолютно однородный, а разброс КРП не превысил  $\pm 4 \text{ мВ}$ . При этом уровень шумов измерительного преобразователя электропотенциалов оценивается на уровне  $\pm 2 \text{ мВ}$ . Зарегистрированные значения электропотенциалов соответствуют измеренной шероховатости поверхности контрольных образцов подложек  $R_z \leq 1,2 \text{ нм}$ . Это говорит о высокой электрофизической и структурной однородности поверхности и может служить критерием разбраковки металлических зеркал по классу чистоты.

Как показывают проведенные нами исследования, существующие критерии оценки класса чистоты оптических деталей с использованием оптической лупы или микроскопа применительно к металлооптическим изделиям, изготовленным по технологии алмазного наноточения, не совсем достоверны, так как не могут достаточно полно отразить все механические и структурные дефекты, присущие металлическим поверхностям. Поэтому для повышения достоверности оценки дефектности поверхности зеркал-отражателей и их физико-химического состояния необходимо учитывать такой комплексный параметр, как величина работы выхода электрона, а карты распределения КРП будут объективно отражать тот или иной класс чистоты поверхности.

Анализ ранее проведенных работ по классификации изображений, выявленных на визуализированной карте [5–7], показывает, что численные значения КРП характеризуют тот или иной тип дефектов. В результате по значениям РВЭ и их изменениям контролируется достижение заданных эксплуатационных характеристик поверхности изделий для оптимизации технологиче-

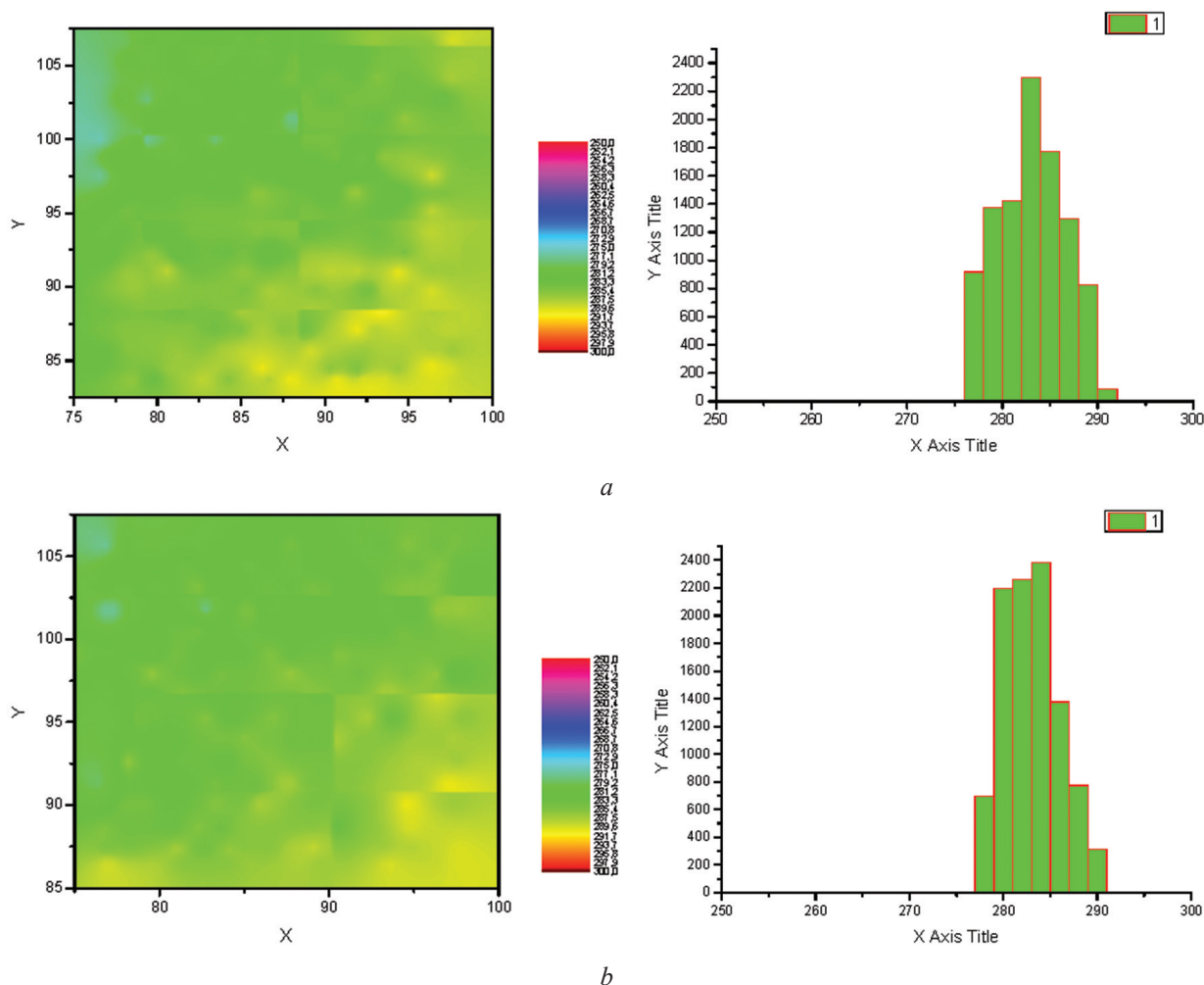


Рис. 3. Визуализированные изображения распределения КРП и гистограммы распределения значений КРП для двух экспериментальных образцов зеркал-отражателей  $\text{Ø}100 \times 7,5$  мм, прошедших механо-термическую обработку по режимам № 3 (а) и № 4 (б). Шаг сканирования 200 мкм

Fig. 3. Visualized images of the distribution of contact potential difference (CPD) and histograms of the distribution of the values of the CPD for two experimental samples of mirror reflectors  $\text{Ø}100 \times 7.5$  mm, which were mechanically and thermally processed in regimes № 3 (a) and № 4 (b). Scanning step 200  $\mu\text{m}$

ских режимов обработки в соответствии с функциональными назначениями формируемых приборов и устройств.

**Заключение.** Полученные результаты по термической и механической обработке алюминиевого сплава по технологии алмазного точения позволяют сформулировать подходы к повышению эффективности наноразмерной алмазной лезвийной обработки применительно к изготовлению металлических зеркал-отражателей с высокой отражательной способностью и лучевой прочностью для работы в экстремальных условиях. Проведенные технологические исследования и результаты обработки подтвердили перспективность алмазного лезвийного наноточения как высокопроизводительного метода обработки оптических поверхностей.

Результаты проведенных экспериментальных исследований электрофизических свойств поверхности наглядно демонстрируют технологические возможности повышения качества поверхности в процессе финишной алмазной обработки и выявления дефектов, не определяемых другими средствами контроля.

#### Список использованных источников

1. Zharin, A. L. Contact Potential Difference Techniques as Probing Tools in Tribology and Surface Mapping / A. L. Zharin // Scanning Probe Microscopy in Nanoscience and Nanotechnology. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. – P. 687–720. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-03535-7\\_19](https://doi.org/10.1007/978-3-642-03535-7_19).

2. Колачев, Б. А. Технология термической обработки цветных металлов и сплавов / Б. А. Колачев, Р. М. Габидуллин, Ю. В. Пигузов. – М.: Metallurgiya, 1980. – 280 с.
3. Тьявловский, А. К. Методы зондовой электрометрии для разработки и исследования свойств перспективных материалов / А. К. Тьявловский, К. В. Пантелеев, А. Л. Жарин // Перспективные материалы и технологии: в 2 т. / под ред. В. В. Клубовича. – Витебск: Изд-во УО «ВГТУ», 2015. – Т. 1. – С. 381–394.
4. Неразрушающий контроль изделий с прецизионными поверхностями на основе методов зондовой электрометрии / Р. И. Воробей [и др.] // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2016. – № 1. – С. 4–17.
5. Влияние режимов и условий электроконтактной обработки поверхности образцов металлических имплантов на работу выхода электрона / М. Г. Киселев [и др.] // Метрология и приборостроение. – 2014. – № 1 (64). – С. 28–32.
6. Контроль дефектов структуры кремний-диэлектрик на основе анализа пространственного распределения потенциала по поверхности полупроводниковых пластин / Р. И. Воробей [и др.] // Приборы и методы измерений. – 2013. – № 2. – С. 67–72.
7. Работа выхода электрона и физико-механические свойства хромсодержащих ионно-легированных сталей / А. В. Белый [и др.] // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2016. – № 1. – С. 21–27.

## References

1. Zharin A. L. Contact Potential Difference Techniques as Probing Tools in Tribology and Surface Mapping. *Scanning Probe Microscopy in Nanoscience and Nanotechnology*. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010, vol. 14, pp. 687–720. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-03535-7\\_19](https://doi.org/10.1007/978-3-642-03535-7_19).
2. Kolachev B. A., Gabidullin R. M., Pigusov Y. V. *Technology of heat treatment of non-ferrous metals and alloys*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1980. 280 p. (in Russian).
3. Tyavlovskii A. K., Pantelev K. V., Zharin A. L. Methods of probe electrometry for the development and investigation of properties of promising materials. Klubovych V. V. (ed.). *Promising materials and technologies. Vol. 1*. Vitebsk, Vitebsk State Technological University Publ., 2015, pp. 381–394 (in Russian).
4. Vorobei R. I., Gusev O. K., Dubanevich A. V. Non-destructive testing of products with precision surfaces based on probe electrometry methods. *Nerazrushayushchii kontrol' i diagnostika* [Non-destructive Testing and Diagnostics], 2016, no. 1, pp. 4–17 (in Russian).
5. Kiselev M. G., Drozdov A. V., Tyavlovskii A. K., Monich S. G. Influence of modes and conditions of electrocontact treatment of the surface of samples of metal implants on the work function of an electron. *Metrologiya i priborostroenie* [Metrology and Instrument Making], 2014, no. 1 (64), pp. 28–32 (in Russian).
6. Vorobei R. I., Zharin A. L., Gusev O. K., Petlitskii A. N., Pilipenko V. A., Turtsevich A. S., Tyavlovskii A. K. Control of defects in the silicon-insulator structure on the basis of an analysis of the potential dimensional allocation over the surface of semiconductor plates. *Pribory i metody izmerenii = Devices and Methods of Measurements*, 2013, no. 2, pp. 67–72 (in Russian).
7. Belyi A. V., Zharin A. L., Karpovich A. N., Tyavlovskii A. K. Electron work function and the physical and mechanical properties of chromium-containing ion-alloyed steels. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2016, no. 1, pp. 21–27 (in Russian).

## Информация об авторах

*Шаронов Геннадий Викторович* – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко Белорусского государственного университета (ул. Курчатова, 7, 220045, Минск, Республика Беларусь). E-mail: sharonov@hotmail.ru

*Гусаков Григорий Анатольевич* – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт прикладных физических проблем имени А. Н. Севченко Белорусского государственного университета (ул. Курчатова, 7, 220045, Минск, Республика Беларусь). E-mail: gga68@rambler.ru

*Жарин Анатолий Лаврентьевич* – доктор технических наук, профессор, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: anatoly.zharin@gmail.com

*Тьявловский Андрей Константинович* – кандидат технических наук, заместитель декана приборостроительного факультета, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: andrey\_psf@tut.by

*Мухуров Николай Иванович* – доктор технических наук, заведующий лабораторией, Государственное научно-производственное объединение «Оптика, оптоэлектроника и лазерная техника» (Логойский тракт 22, 220090, Минск, Республика Беларусь). E-mail: n.mukhurov@dragon.bas-net.by

## Information about the authors

*Genadii V. Sharonov* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory, A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University (7, Kurchatov Str., 220045, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sharonov@hotmail.ru

*Grigoriy A. Gusakov* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems of Belarusian State University (7, Kurchatov Str., 220045, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: gga68@rambler.ru

*Anatolii L. Zharin* – D. Sc. (Engineering), Professor, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: anatoly.zharin@gmail.com

*Andrei K. Tyavlovskii* – Ph. D. (Engineering), Deputy Dean of the Instrumentation Engineering Faculty, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: andrey\_psf@tut.by

*Nikolai I. Mukhurov* – Dr. Sc. (Engineering), Head of the Laboratory, State Scientific and Production Association “Optic, Optoelectronic and Laser Technique” (22, Logoiskii trakt, 220090, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: n.mukhurov@dragon.bas-net.by

ISSN 1561-8358 (Print)  
 ISSN 2524-244X (Online)  
 УДК 621.385.6  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-358-367>

Поступила в редакцию 07.06.2018  
 Received 07.06.2018

С. В. Колосов<sup>1</sup>, В. Е. Запечалов<sup>2</sup>, И. Е. Зайцева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь  
<sup>2</sup>Институт прикладной физики Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕСТРАИВАЕМОГО ГИРОТРОНА НА КОНУСООБРАЗНОМ ВОЛНОВОДЕ

**Аннотация.** Приводятся результаты расчетов нелинейной модели перестраиваемого по частоте гиротрона на конусообразном волноводе и основной волне  $TE_{01}$ . Показано, что диапазон перестройки может достигать 2,8 %. Чтобы расширить данную полосу, необходимо удлинить конусообразную часть волновода без изменения угла увеличения радиуса волновода.

Волновой КПД расширяющегося вдоль оси волновода составляет 21 % на рабочей частоте 10 ГГц. Чтобы достичь данных показателей, необходимо электромагнит гиротрона разделить на две части – основной электромагнит и вспомогательный, который имеет ограниченную длину и может перемещаться вдоль волновода. Второй магнит можно выполнить в виде набора отдельных электромагнитов ограниченной длины. Набор электромагнитов должен заполнять всю длину конусообразного волновода. Выполнение данного условия позволит перемещать резонансное магнитостатическое поле вдоль волновода путем переключения тока в катушках указанного набора электромагнитов, что позволит исключить механическое перемещение вспомогательного электромагнита. На частоте 200 ГГц волновой КПД уменьшается до 15 %, при этом омические потери в стенках волновода составляют 3 % от мощности электронного потока.

Была исследована зависимость КПД гиротрона от начального углового разброса скоростей электронов, сделан вывод о том, что начальный угловой разброс скоростей электронов очень слабо влияет на КПД перестраиваемого гиротрона.

Волновой КПД сужающегося по длине волновода может достигать 29 % на частоте 200 ГГц, омические потери в стенках медного волновода составляют 4 % от мощности электронного потока. Расчеты показали, что гиротронная лампа обратной волны с сужающимся вдоль оси волноводом более эффективна, чем вариант гиротронной лампы бегущей волны. Однако в обоих вариантах синхронное значение магнитостатического поля должно смещаться вдоль оси в зависимости от требуемой рабочей частоты, иначе происходит или перегруппировка электронного потока, или обратная отдача энергии высокочастотным полем электронному потоку.

**Ключевые слова:** перестраиваемый гиротрон, конусообразный волновод, КПД, электронный поток, нелинейная модель

**Для цитирования:** Колосов, С. В. Исследование перестраиваемого гиротрона на конусообразном волноводе / С. В. Колосов, В. Е. Запечалов, И. Е. Зайцева // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 358–367. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-358-367>

S. V. Kolosov<sup>1</sup>, V. E. Zapevalov<sup>2</sup>, I. E. Zaitseva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia

## INVESTIGATION OF TUNABLE GYROTRON ON A CONE-SHAPED WAVEGUIDE

**Abstract.** The results of calculations of a nonlinear model of a tunable frequency gyrotron on a cone-shaped waveguide and the main wave  $TE_{01}$  are presented. It is shown that the adjustment range can reach 2.8 %. To extend this band, it is necessary to lengthen the cone-shaped part of the waveguide without changing the angle of increase in the radius of the waveguide.

The wave efficiency of a waveguide expanding along the axis is 21 % at a working frequency of 10 GHz. To achieve these parameters, it is necessary to divide the gyrotron electromagnet into two parts – the main electromagnet and auxiliary one, which has a limited length and can move along the waveguide. The second magnet can be made in the form of a set of individual electromagnets of limited length the set of electromagnets must fill the entire length of the cone-shaped waveguide. The fulfillment of this condition will allow to move the resonant magnetostatic field along the waveguide by switching the current in the coils of this set of electromagnets, which will exclude the mechanical movement of the auxiliary electromagnet. At a frequency of 200 GHz, the wave efficiency is reduced to 15 %, while the ohmic losses in the walls of the waveguide are 3 % of the power of the electron beam.

The dependence of the gyrotron efficiency on the initial angular spread of electron velocities was investigated. It was concluded that the initial angular spread of the electron velocities has very little effect on the efficiency of the tunable gyrotron.



The wave efficiency of a waveguide narrowing in length can reach 29 % at a frequency of 200 GHz, ohmic losses in the walls of a copper waveguide amount to 4 % of the power of the electron beam. Calculations have shown that a lamp backward wave gyrotron with a waveguide narrowing along the axis is more efficient than the version of the gyrotron traveling wave tube. However, in both cases, the synchronous value of the magnetostatic field must be displaced along the axis, depending on the required operating frequency, otherwise there occurs either a rearrangement of the electron beam or a return of the energy to the high-frequency field by the electron beam.

**Keywords:** tunable gyrotron, cone-shaped waveguide, efficiency, electron flow, nonlinear model

**For citation.** Kolosov S. V., Zapevalov V. E., Zaitseva I. E. Investigation of tunable gyrotron on a cone-shaped waveguide. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 358–367 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-358-367>

**Введение.** Гиротроны, как правило, работают на одной частоте, которая равняется циклотронной в резонаторе с критической частотой, близкой к генерируемой [1]. Перестройка по частоте может осуществляться только изменениями геометрических размеров резонатора, что на практике довольно трудно осуществить. В данной работе предлагается для перестройки частоты использовать длинный конусообразный волновод, в котором за счет перемещения области гирорезонанса путем смещения магнитостатического поля вдоль оси прибора будет изменяться и рабочая частота, так как максимум высокочастотного электромагнитного поля наблюдается вблизи критического сечения волновода для заданной волновой моды, а сдвиг вдоль оси конусообразного волновода магнитостатического поля приводит к изменению критического сечения и, следовательно, частоты. Такая идея была высказана еще в 1976 г. учеными Научно-исследовательского радиофизического института (ныне Институт прикладной физики), г. Горький [2, 3], однако не была подкреплена нелинейными расчетами конкретных приборов.

**Математическая модель и алгоритм расчета.** Для расчета гиротрона нами использована программа Гуго-К из программного комплекса CEDR [4] (Свидетельство о регистрации компьютерной программы № 384, внесена в реестр Национального центра интеллектуальной собственности Республики Беларусь 07.02.2012). Математическая модель процессов, происходящих в гирорезонансных приборах, описана в [5]. В основу модели заложена идея поиска решения в нерегулярном симметричном волноводе в виде разложения по собственным функциям регулярного волновода, которую предложил А. Г. Свешников [6]. Коэффициенты такого разложения определяются по методу Галеркина. Для решения самосогласованной задачи применяется метод блочной матричной прогонки. Учет омических потерь в стенках волновода производится с использованием приближения Щукина – Леонтовича [7]. В расчетах применялись неусредненные релятивистские уравнения движения электронов в заданных электромагнитных полях [8].

**Результаты расчетов гиротрона с расширяющимся волноводом.** Прежде всего, были определены электродинамические возможности конусообразного волновода ограниченной длины. Все параметры, в том числе и геометрические размеры, задавались в программе Гуго-К в нормированном виде, что позволило переносить полученные результаты в любой частотный диапазон. Параметры волновода приведены на рис. 1. Длина волновода задавалась равной  $l = L2\pi/\lambda_0 = 250$  радиан (где  $L$  – длина волновода,  $\lambda_0$  – рабочая длина волны), а длина конусообразного волновода – 200 радиан, или около 32 длин волн.

Критический радиус волновода для волны  $TE_{01}$  составляет 3,8317 радиан. Радиус начала конусообразной части волновода был задан равным 3,82 радиан, а в конце волновода – 3,9 радиан. В расчетах учитывались четыре типа волны – от  $TE_{01}$  до  $TE_{04}$ , что позволило корректно учесть преобразование типов волн на нерегулярных участках волновода. Граничные условия для волн в начале волновода были установлены путем полного их отражения от левой границы. В конце волновода для всех типов волн были определены условия полного согласования, то есть отсутствие отражения от правой границы волновода.

Как следует из рис. 1, *b*, при увеличении частоты в волноводе появляются несколько пиков амплитуды волны, но первый из них всегда больше, а это означает, что основное воздействие на электронный поток будет иметь этот первый максимум. На рис. 1, *c* показано продольное сечение распределения модуля нормированной амплитуды волны  $TE_{01}$ .

Нами была просчитана частотная характеристика такого конусообразного резонатора (рис. 2). Видно, что полоса возможной перестройки частоты может составить 2,8 %. Для расширения



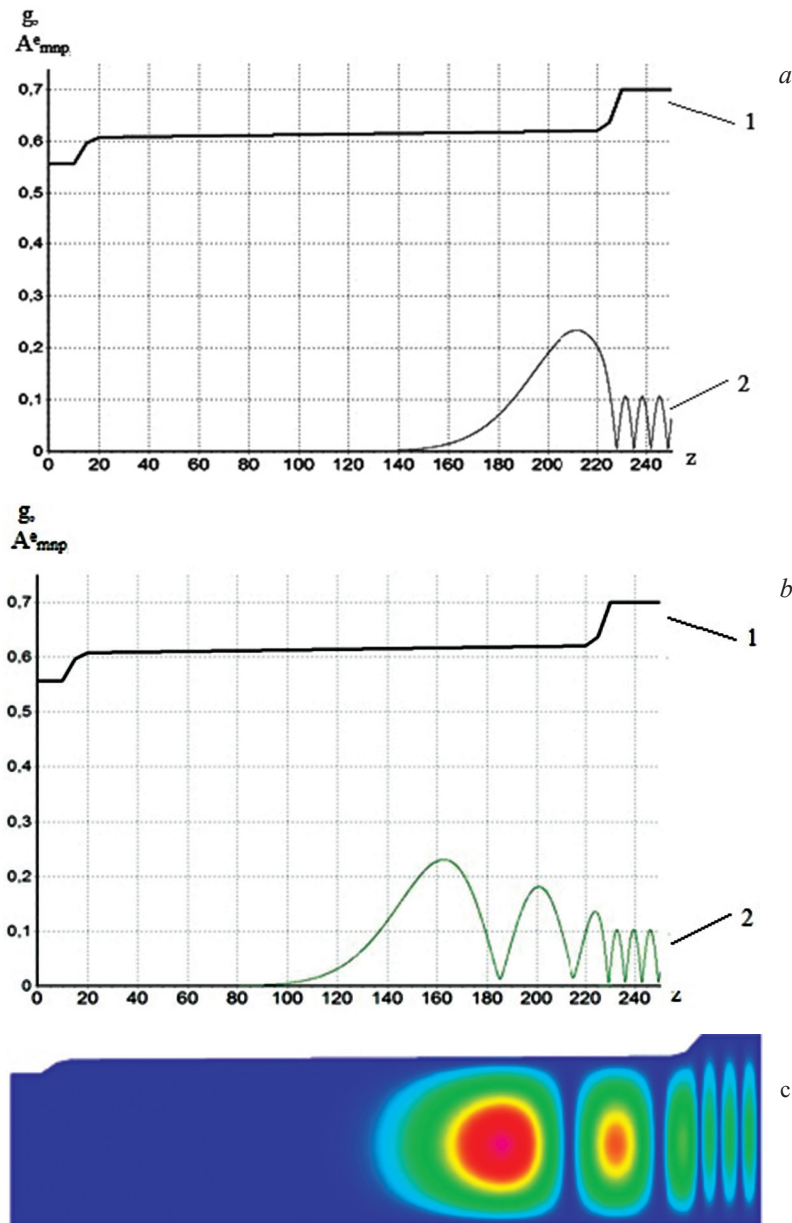


Рис. 1. Профиль волновода  $g = R/\lambda_0(I)$  и нормированный модуль амплитуды волны  $TE_{01}$   $A_{mnp}^e = \frac{E_{\perp mnp}^e \eta_0}{c^2}$  (2) для частоты  $M = \omega/\omega_0 = 0,985$  (a) и  $M = \omega/\omega_0 = 0,99$  (b); продольное сечение распределения модуля нормированной амплитуды волны  $TE_{01}$  для частоты  $M = \omega/\omega_0 = 0,99$  (c)

Fig. 1. The waveguide profile  $g = R/\lambda_0(I)$  and the normalized amplitude modulus of the  $TE_{01}$   $A_{mnp}^e = \frac{E_{\perp mnp}^e \eta_0}{c^2}$  (2) wave for the frequency  $M = \omega/\omega_0 = 0.985$  (a) and  $M = \omega/\omega_0 = 0.99$  (b); longitudinal section of the distribution of the modulus of the normalized wave amplitude  $TE_{01}$  for the frequency  $M = \omega/\omega_0 = 0.99$  (c)

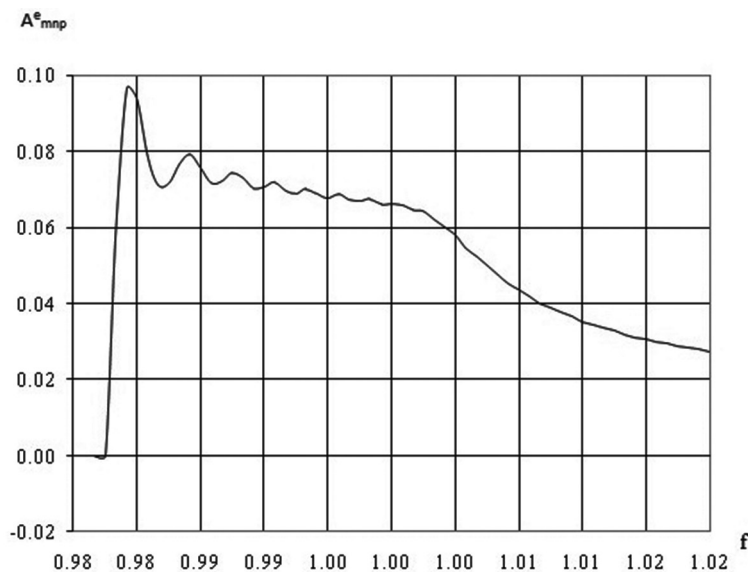
этой полосы допустимо удлинить конусообразную часть волновода без изменения угла увеличения радиуса волновода. Пульсацию амплитуды волны по частоте можно объяснить конечностью конусообразной части волновода.

Расчеты гиротрона проводились при следующих параметрах электронного потока:

$$\text{ускоряющее напряжение } V_0 = 46,5 \text{ кВ, } \beta_0 = \frac{v_0}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1,957 \cdot 10^{-6} V_0[\text{V}] + 1)^2}} = 0,4;$$

$$\text{сила тока } I_0 = 0,54 \text{ А, } \sigma = \frac{\eta_0 \mu_0}{c} I_0 = 0,73723 \cdot 10^{-3} I_0[\text{A}] = 0,0004;$$

$$\text{питч-фактор } q = v_{\perp} / v_t = 1.$$

Рис. 2. Частотная характеристика конусообразного резонатора длиной  $z = 220$ Fig. 2. The frequency response of a cone-shaped resonator of length  $z = 220$ 

Радиус ведущего центра электронных ротаторов для волны  $TE_{01}$  задавался  $r_{\text{вц}} = \frac{2\pi R_{\text{вц}}}{\lambda} = 1,57$ . Результаты расчета гиротрона на частоте  $M = 0,985$  показаны на рис. 3, *a*.

Функция поперечной фазовой группировки электронного потока  $F_{1z}$  равняется нулю при условии отсутствия группировки, как и в случае, когда все электроны попадают в одну фазу [6]. Оптимальное значение нормированного магнитостатического поля составило

$$F(z) = \frac{\mu_0 e H_z^0(z)}{\omega_0} = \frac{(1,748 \cdot 10^{11}) B_0 [T]}{2\pi f_0 [Hz]} = 1,04.$$

Был получен электронный КПД  $\eta_e = 0,17$ , или 17 %.

Результаты расчета гиротрона на частоте  $M = 0,9914$  отражены на рис. 3, *b*.

Оптимальное значение нормированного магнитостатического поля для данной частоты составило  $F = 1,06$ . «Электронный» КПД на выходе из волновода близок к нулю, хотя в середине волновода он составлял 22 %. Это объясняется тем, что после отбора энергии у электронного потока в середине волновода поток продолжает взаимодействовать с бегущей по волноводу волной  $TE_{01}$  и забирает у нее почти всю энергию.

На рис. 3, *c* приводится продольное сечение распределения модуля нормированной амплитуды волны  $TE_{01}$  для частоты  $M = 0,9914$ . Видно, что после основного максимума амплитуды волны следуют еще несколько максимумов бегущей волны, которые и уменьшают общий КПД лампы.

Для устранения данного явления предлагается разделить электромагнит на две части – основной электромагнит и вспомогательный, который имеет ограниченную длину и может смещаться вдоль волновода, как это показано на рис. 4. Второй магнит можно выполнить в виде набора отдельных электромагнитов ограниченной длины. Данный набор должен заполнять всю длину конусообразного волновода. Это позволит перемещать резонансное магнитостатическое поле вдоль волновода путем переключения тока в катушках этого набора электромагнитов, что поможет исключить механическое перемещение вспомогательного электромагнита.

Результаты расчета такого гиротрона на частоте  $M = \omega/\omega_0 = 0,9914$  отражены на рис. 5. Видно, что КПД (3) может достигать порядка 21 % при наличии ограниченного участка синхронного значения магнитостатического поля, а дальнейший несинхронный участок магнитостатического поля не позволяет отобрать энергию у бегущей вправо волны  $TE_{01}$ .

Значения поперечных нормированных скоростей электронов показаны на рис. 6, на котором заметно увеличение поперечных скоростей электронов при увеличении значения магнитостати-

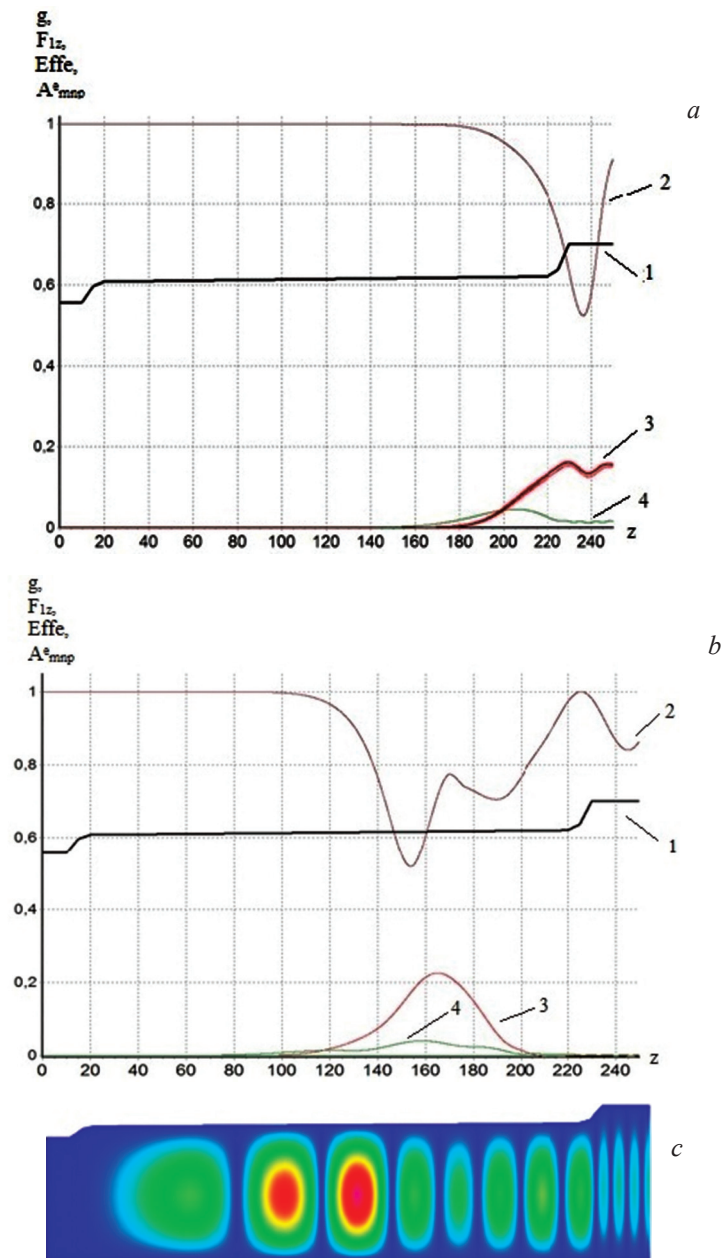


Рис. 3. Интегральные характеристики гиротрона (1 – профиль волновода, 2 – функция поперечной группировки электронов по первой гармонике гирочастоты  $F_{1z}$ , 3 – КПД, 4 – нормированное значение модуля амплитуды  $A_{mnp}^e$  волны  $TE_{01}$ ) на относительной частоте  $M = 0,985$  (a) и  $M = 0,9914$  (b); продольное сечение распределения модуля нормированной амплитуды волны  $TE_{01}$  для частоты  $M = \omega/\omega_0 = 0,9914$  (c)

Fig. 3. Integral characteristics of the gyrotron (1 – waveguide profile, 2 – the transverse electron grouping function for the first harmonic of the gyrofrequency  $F_{1z}$ , 3 – the efficiency, 4 – the normalized value of the modulus of the wave  $A_{mnp}^e$  amplitude  $TE_{01}$ ) at the relative frequency  $M = 0.985$  (a) and  $M = 0.9914$  (b); longitudinal section of the distribution of the modulus of the normalized amplitude of the wave  $TE_{01}$  for the frequency  $M = \omega/\omega_0 = 0.9914$  (c)

ческого поля при  $z = 40$ . В расчетах учитывались 32 траектории на ларморовской орбите и задавались четыре времени их влета в волновод. На рисунке заметно, что большая часть электронов отдала свою поперечную энергию электромагнитной волне, что и объясняет получение довольно высокого КПД.

Фазовые траектории электронов показаны на рис. 7, на котором видно, как формируется фазовый сгусток электронов в середине волновода и какой разброс получают электроны после отдачи энергии высокочастотной волне.

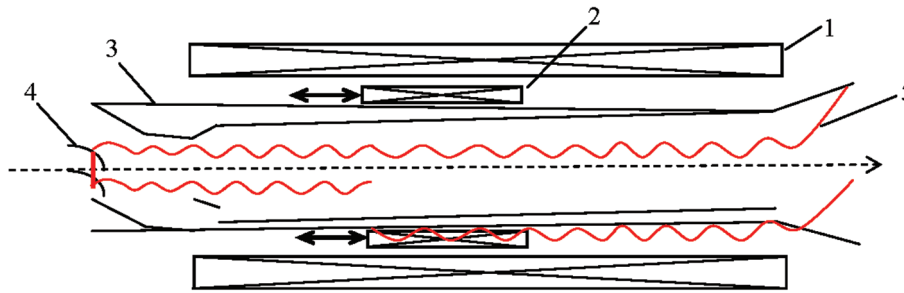


Рис. 4. Схематическое изображение предлагаемого перестраиваемого гиротрона на коническом волноводе: 1 – основной электромагнит, 2 – вспомогательный электромагнит, который может перемещаться вдоль волновода, 3 – конусообразный волновод, 4 – катод, 5 – электронный поток

Fig. 4. Schematic representation of the proposed tunable gyrotron on a conical waveguide: 1 – the main electromagnet, 2 – an auxiliary electromagnet that can move along the waveguide, 3 – is a cone-shaped waveguide, 4 – a cathode, and 5 – an electron beam

Расчеты проводились для рабочей частоты 10 ГГц, когда потери в стенках волновода были небольшими – порядка 0,1 %, поэтому волновой КПД почти совпадал с электронным КПД. Расчеты на более высокой частоте показали, что для частоты 200 ГГц волновой КПД уменьшился до 15 %, а потери в стенках волновода составили 3 % от мощности электронного потока (разность между электронным, то есть потерями мощности электронным потоком, и волновым, то есть мощностью, переносимой ВЧ волной, КПД).

Нами была исследована зависимость КПД гиротрона от начального углового разброса скоростей электронов, который определялся питч-фактором  $q = v_{\perp} / v_{\parallel}$ . На рис. 9 показано, как уменьшается КПД по мере разброса  $\Delta q$  (это полное значение разброса в обе стороны от среднего значения  $q$ ). Расчеты проводились по трехкомпонентной модели электронного потока.

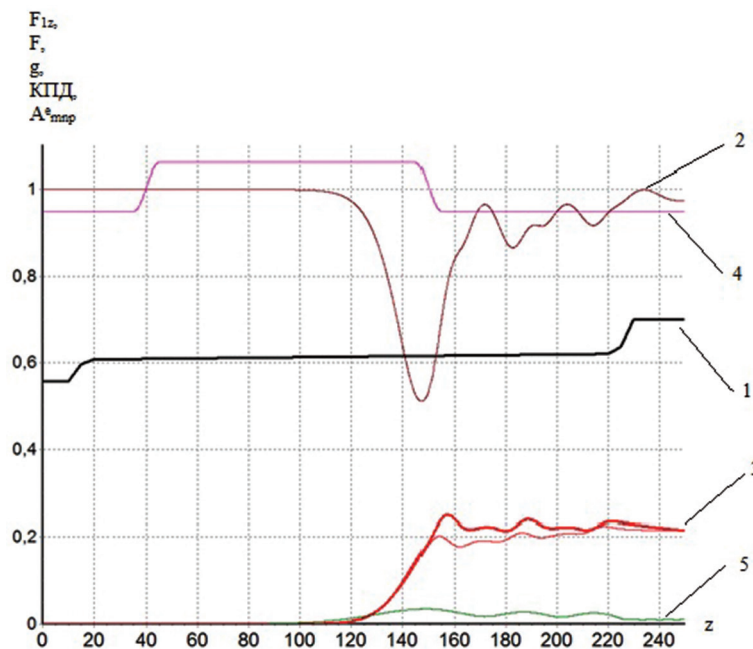


Рис. 5. Интегральные характеристики гиротрона на относительной частоте  $M = 0,9914$  и неоднородном магнитостатическом поле: 1 – профиль волновода  $g = R/\lambda_0$ , 2 – функция поперечной группировки электронов по первой гармонике гирочастоты  $F_{1z}$ , 3 – КПД, 4 – неоднородное магнитостатическое поле  $F$ , 5 – нормированное значение модуля амплитуды  $A_{mnp}^e$  волны  $TE_{01}$

Fig. 5. The integral characteristics of the gyrotron at the relative frequency  $M = 0,9914$  and the inhomogeneous magnetostatic field: 1 – the waveguide profile  $g = R/\lambda_0$ , 2 – the transverse electron grouping function for the first harmonic of the gyrofrequency  $F_{1z}$ , 3 – the efficiency, 4 – the inhomogeneous magnetostatic field  $F$ , 5 – the normalized value of the amplitude  $A_{mnp}^e$  modulus waves  $TE_{01}$



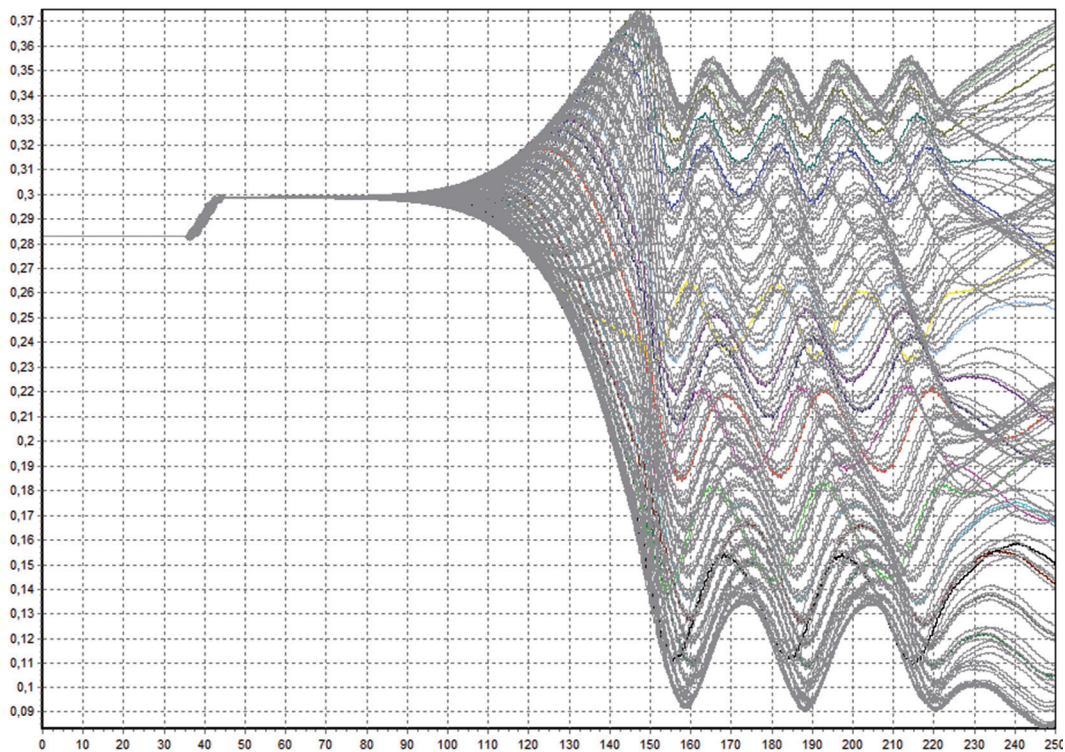


Рис. 6. Значения поперечных нормированных скоростей электронов по длине гиротрона  
 Fig. 6. The values of the transverse normalized electron velocities along the length of the gyrotron

Для определения начального углового разброса скоростей электронов для поперечной скорости по разбросу  $\Delta q$  может использоваться следующая формула:

$$\frac{\Delta\beta_{\perp}}{\beta_{\perp}} = \frac{(\Delta q + q)\beta_0}{\sqrt{1 + (\Delta q + q)^2\beta_{\perp}^2}} - 1.$$

Как видно на рис. 9, начальный угловой разброс питч-фактора не очень сильно уменьшает КПД гиротрона, что может быть связано с относительно невысоким значением  $q = 1$ .

**Результаты расчетов гиротрона с сужающимся волноводом.** Определенный интерес вызывает расчет гиротронных ламп обратной волны с сужающимся вдоль оси волноводом и выводом

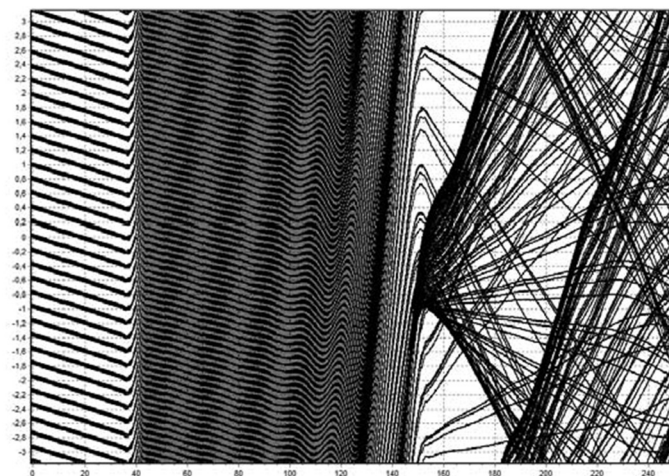


Рис. 7. Фазовые траектории электронов  
 Fig. 7. Phase trajectories of electrons



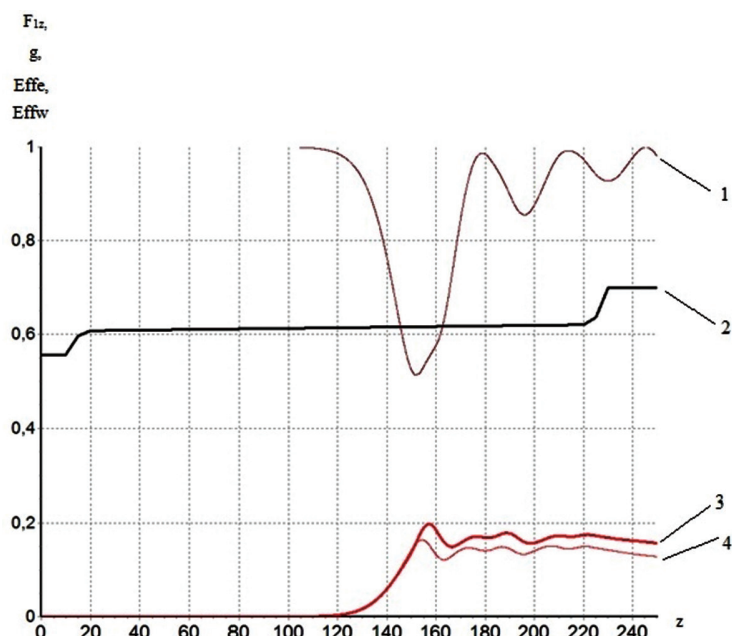


Рис. 8. Интегральные характеристики гиротрона на частоте 200 ГГц: 1 – функция поперечной группировки электронов по первой гармонике гирочастоты, 2 – профиль волновода  $g = R/\lambda_0$ , 3 – электронный КПД  $\eta_e$ , 4 – волновой КПД  $\eta_w$

Fig. 8. Integral characteristics of a gyrotron at a frequency of 200 GHz: 1 – a function of the transverse grouping of electrons with respect to the first harmonic of the gyrofrequency, 2 – the waveguide profile  $g = R/\lambda_0$ , 3 – the electronic efficiency  $\eta_e$ , 4 – the wave efficiency  $\eta_w$

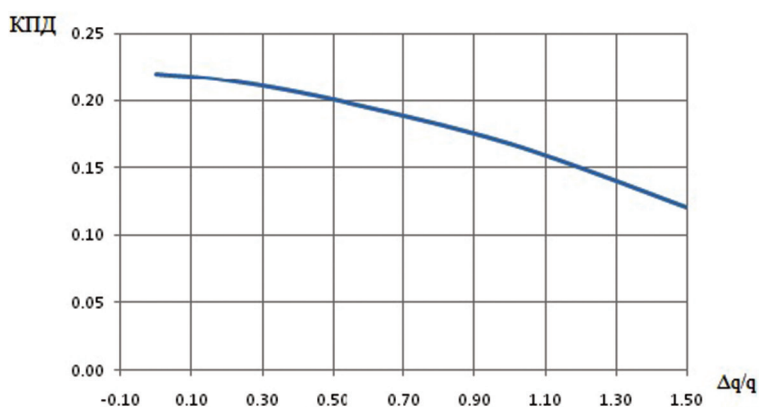


Рис. 9. Зависимость КПД гиротрона от начального углового разброса электронов на относительной частоте  $M = 0,9914$

Fig. 9. Dependence of the gyrotron efficiency on the initial angular spread of electrons at the relative frequency  $M = 0.9914$

высокочастотной энергии в сторону катода с последующим квазиоптическим преобразованием волны в параксиальный волновой пучок.

При проведении исследований все параметры гиротрона соответствовали приведенным в предыдущем разделе.

Как видно на рис. 10, *a*, волновой КПД (*b*) отрицателен, так как волна распространяется в сторону катода, а электронный КПД – 33 %. Это существенно больше, чем в случае расширяющегося вдоль оси волновода, где КПД достигал только 21 %.

На рис. 10, *b* приведено распределение высокочастотного поля вдоль оси волновода. Расчеты показали, что вариант гиротронной лампы обратной волны с сужающимся вдоль оси волноводом более эффективен, чем вариант гиротронной лампы бегущей волны. Однако в обоих вариантах синхронное значение магнитостатического поля должно смещаться вдоль оси в зависимости от требуемой рабочей частоты, иначе происходит или перегруппировка электронного потока, или обратная отдача энергии ВЧ полем электронному потоку.

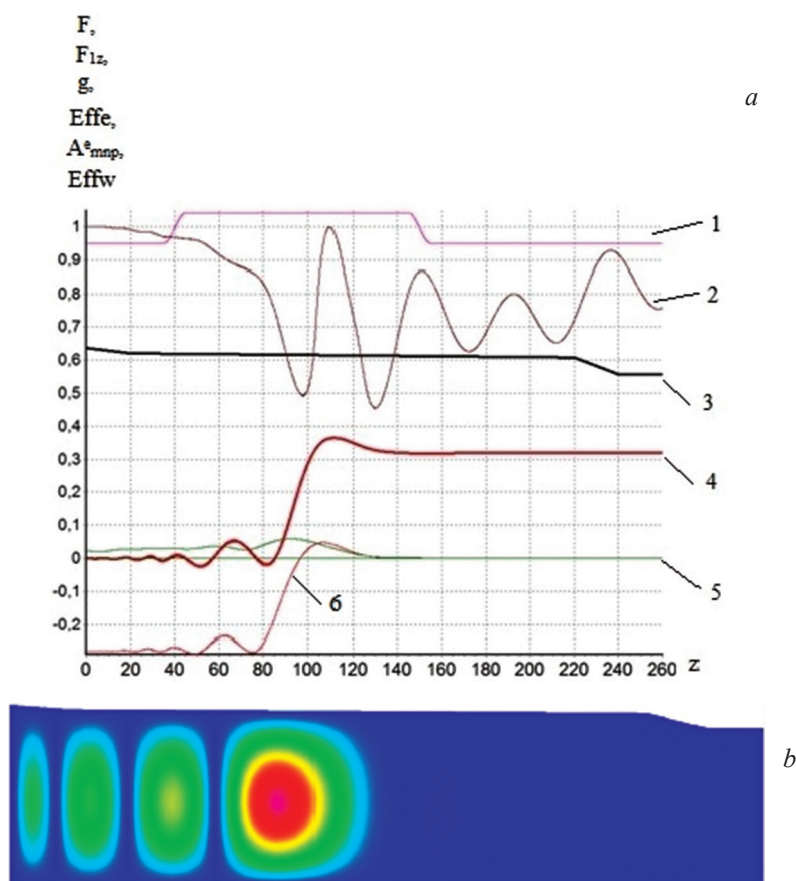


Рис. 10. Интегральные характеристики гиротрона с сужающимся волноводом и неоднородным магнитостатическом поле для относительной частоты  $M = 0,9914$  (a): 1 – нормированное магнитостатическое поле, 2 – функция поперечной группировки электронов по первой гармонике гирочастоты, 3 – профиль волновода  $g = R/\lambda_0$ , 4 – электронный КПД, 5 – нормированное значение модуля амплитуды волны  $TE_{01}$ , 6 – волновой КПД; продольное сечение распределения модуля нормированной амплитуды волны  $TE_{01}$  (b)

Fig. 10. The integral characteristics of a gyrotron with a tapered waveguide an inhomogeneous magnetostatic field for the relative frequency  $M = 0,9914$  (a): 1 – the normalized magnetostatic field, 2 – the transverse electron grouping function for the first harmonic of the gyrofrequency, 3 – the waveguide profile  $g = R/\lambda_0$ , 4 – electronic efficiency, 5 – normalized value of wave amplitude modulus  $TE_{01}$ , 6 – wave efficiency; longitudinal section of the distribution of the modulus of the normalized wave amplitude  $TE_{01}$  (b)

**Заключение.** В результате численных расчетов дано обоснование возможности практической реализации перестраиваемого по частоте гиротрона на конусообразном волновом.

Показано, что возможный диапазон перестройки составляет 2,8 %, при этом КПД гиротронной лампы бегущей волны составляет 21 %. Для достижения этих показателей необходимо электромагнит гиротрона разделить на две части – основной электромагнит и вспомогательный, который должен перемещаться по длине волновода. Максимальное значение омических потерь в стенках волновода – 3 % от мощности электронного потока на частоте 200 ГГц. Сделан вывод, что начальный угловой разброс скоростей электронов практически не влияет на КПД перестраиваемого гиротрона.

Для случая гиротронной лампы обратной волны с сужающимся конусообразным волноводом КПД стремится к 29 %, что существенно больше, чем для варианта гиротронной лампы бегущей волны.

#### Список использованных источников

1. Гапонов, А. В. Мазеры на циклотронном резонансе / А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1967. – Т. 10, № 9/10. – С. 1414–1453.
2. Братман, В. Л. Теория гиротронов с низкодобротными электродинамическими системами / В. Л. Братман, М. А. Моисеев, М. И. Петелин // Гиротрон: сб. науч. тр. – Горький: ИПФ АН СССР, 1981. – С. 122–145.

3. Братман, В. Л. Перестройка частоты в гиromонотроне с электродинамической системой в виде конического волновода / В. Л. Братман, С. Л. Новожилов, М. И. Петелин // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. – 1976. – № 11. – С. 46–49.
4. Колосов, С. В. Компьютерная программа Gyro-K для разработки и проектирования гирорезонансных приборов / С. В. Колосов, И. Е. Зайцева // СВЧ электроника. – 2017. – № 2. – С. 44–46.
5. Колосов, С. В. Уравнения возбуждения нерегулярных волноводов с конечной проводимостью стенок / С. В. Колосов, А. А. Кураев, А. В. Сенько // Техника и приборы СВЧ. – 2009. – № 2. – С. 8–13.
6. Свешников, А. Г. К обоснованию метода расчета распространения электромагнитных колебаний в нерегулярных волноводах / А. Г. Свешников // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1963. – Т. 3, № 2. – С. 314–326.
7. Никольский, В. В. Теория электромагнитного поля / В. В. Никольский. – М.: Высш. шк., 1961. – 372 с.
8. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – Т. 2: Теория поля. – 512 с.

## References

1. Gaponov A. V., Petelin M. I., Yulpatov V. K. Mathers at cyclotron resonance. *Izvestiya vuzov. Radiofizika* [News of Universities. Radiophysics], 1967, vol. 10, no. 9–10, pp. 1414–1453 (in Russian).
2. Bratman V. L., Moiseev M. A., Petelin M. I. The theory of gyrotrons with low-QD electrodynamic systems. *Gyrotron: sbornik nauchnykh trudov* [Gyrotron: collection of scientific papers]. Gorky: Institute of Applied Physics of the Academy of Sciences of the USSR, 1981, pp. 122–145 (in Russian).
3. Bratman V. L., Novozhilov S. L., Petelin M. I. Frequency tuning in a gyromonotron with an electrodynamic system in the form of a conical waveguide. *Elektronnaya tekhnika. Seriya 1, Elektronika SVCh* [Electronic Engineering. Series 1: Microwave electronics], 1976, no. 11, pp. 46–49 (in Russian).
4. Kolosov S. V., Zaitseva I. E. Computer program Gyro-K for the development and design of gyro-resonance devices. *SVCh elektronika* [Microwave Electronics], 2017, no. 2, pp. 44–46 (in Russian).
5. Kolosov S. V., Kuraev A. A., Sen'ko A. V. Equations of excitation of irregular waveguides with finite wall conductivity. *Tekhnika i pribory SVCh* [Appliances and Devices of Microwave], 2009, no. 2, pp. 8–13 (in Russian).
6. Sveshnikov A. G. To the substantiation of the method for calculating the propagation of electromagnetic oscillations in irregular waveguides. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1963, vol. 3, no. 2, pp. 314–326 (in Russian).
7. Nikol'skii V. V. *Theory of the electromagnetic field*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1961. 372 p. (in Russian).
8. Landau L. D., Lifshits E. M. *Theoretical physics. Volume 2: Field theory*. Moscow, Nauka Publ., 1988. 512 p. (in Russian).

## Информация об авторах

*Колосов Станислав Васильевич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: kolosov@bsuir.by

*Запечалов Владимир Евгеньевич* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией гиротронов для термоядерных исследований, Институт прикладной физики Российской академии наук (ул. Ульянова, 46, БОКС-120, 603950, Нижний Новгород, Российская Федерация). E-mail: zapev@appl.sci-nnov.ru

*Зайцева Ирина Евгеньевна* – исследователь, ассистент кафедры вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: irina\_zaitseva@list.ru

## Information about the authors

*Stanislaw V. Kolosov* – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor of the Department of Computational Methods and Programming, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kolosov@bsuir.by

*Vladimir E. Zapevalov* – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Gyrotron Laboratory for Thermonuclear Research, Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences (46, Ulyanov Str., BOX-120, 603950, Nizhny Novgorod, Russian Federation). E-mail: zapev@appl.sci-nnov.ru

*Irina E. Zaitseva* – Researcher, Assistant of the Department of Computational Methods and Programming, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: irina\_zaitseva@list.ru

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)  
УДК 629.13.014-506.4  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380>

Поступила в редакцию 14.09.2017  
Received 14.09.2017

**Ю. Ф. Яцына, Ю. В. Гриднев**

*Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов  
Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО АВИАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ**

**Аннотация.** Рассмотрен подход к решению проблемы устойчивости и управляемости беспилотного летательного аппарата (БЛА) с неизвестными аэродинамическими характеристиками путем компьютерного моделирования полета БЛА по заданному маршруту в реальной стандартной атмосфере. При разработке требуемой компьютерной модели учитывался опыт реальных полетов различных беспилотных летательных аппаратов в реальной атмосфере по заданной траектории с поворотными пунктами маршрута. Для этого в модель введены пять систем автоматического управления с автопилотом, которые обеспечивают устойчивость и управляемость полета БЛА. В состав систем управления кроме автопилота и планера БЛА включены фильтр Калмана и бесплатформенная инерциальная навигационная система. Выбор оптимальной структуры и параметров систем управления модели определялся реальными техническими решениями разрабатываемых БЛА. Созданные замкнутые контуры систем управления модели основываются на уравнениях с учетом формирования аэродинамических сил и моментов, модели стандартной атмосферы, схемы формирования маршрута и системы автоматического управления с автопилотом. Анализ устойчивости и управляемости такой модели проводился на основе теории систем автоматического управления с графическим построением логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАХ) и фазово-частотной характеристики (ФЧХ). Для оценки динамических и флуктуационных ошибок систем управления модель представлена в виде стохастической дифференциальной системы управления с фильтром Калмана и бесплатформенной инерциальной навигационной системой в кватернионах. Анализ результатов компьютерного моделирования показал, что фильтр Калмана производит оценку измеряемых параметров с подавлением шумов до 10 дБ. Бесплатформенная инерциальная навигационная система влияет на общую динамику системы управления при ее оценке устойчивости и управляемости. Изменение полосы системы управления за счет внешних возмущений на БЛА может привести к потере устойчивости, для сохранения которой желательно использовать робастный автопилот.

**Ключевые слова:** устойчивость и управляемость БЛА, фильтр Калмана, бесплатформенная инерциальная навигационная система, САУ АП, ошибки управления БЛА

**Для цитирования.** Яцына, Ю. Ф. Компьютерное моделирование контура управления беспилотного авиационного комплекса для обеспечения устойчивости и управляемости / Ю. Ф. Яцына, Ю. В. Гриднев // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 3. – С. 368–380. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380>

**Y. F. Yatsyna, Y. V. Gridnev**

*Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems  
of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

## **COMPUTER SIMULATION OF CONTROL CONTOUR OF UNMANNED AVIATION COMPLEX TO PROVIDE ROBUSTNESS AND CONTROLLABILITY**

**Abstract.** The article describes an approach to ensuring stability and controllability of unmanned aerial vehicle (UAV) with unknown aerodynamic characteristics by computer simulation of the airplane flight along a given route in the meteorological standard atmosphere. This computer model takes into account the programmed flight of an unmanned aerial vehicle in the meteorological atmosphere along a given route with waypoints. For this purpose the model incorporates 5 feedback systems (FS) with autopilot (AP) that ensure the stability and controllability of an airplane. Besides the autopilot and the airplane glider the control system encompasses the Kalman filter and a strapdown inertial navigation system. The appropriate structure and parameters of the control system of the model were chosen on the basis of practical technical solutions of the developed UAVs. The closed control systems of the model are developed according to the equations considering generation of aerodynamic forces and moments, a model of the standard atmosphere, the routing scheme and the feedback system with autopilot. The stability and controllability of the model were analyzed according to the theory of feedback systems with the graphic plotting of Bode magnitude plot and Bode phase plot. With a view to the assessment of dynamic and fluctuation

errors of the control systems the model is represented by stochastic differential control system with the Kalman filter and the strapdown inertial navigation system in quaternions. The results of the computer simulation showed that the Kalman filter estimates the measured parameters with the noise reduction under 10 dB. The strapdown inertial navigation system influences the general dynamics of the control system during the assessment of its stability and controllability. Changing the band of the control system at the expense of external perturbations affecting the plane can lead to instability, and in order to avoid it the robust autopilot is recommended.

**Keywords:** stability and controllability of an airplane, the Kalman filter, strapdown inertial navigation system, FS with AP, errors in airplane control

**For citation.** Yatsyna Y. F., Gridnev Y. V. Computer simulation of control contour of unmanned aviation complex to provide robustness and controllability. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 3, pp. 368–380 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-368-380>

**Введение.** Проектирование беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является перспективным направлением развития современной беспилотной авиации, которая решает широкий спектр задач. Сам процесс проектирования содержит комплекс взаимосвязанных процедур, включая определение аэродинамических характеристик планера БЛА, а также его устойчивости и управляемости при летных испытаниях с установленной на борту системой автоматического управления (САУ). Основной проблемой в определении аэродинамических характеристик планера БЛА в настоящее время в Республике Беларусь является отсутствие технических средств, которые позволили бы для каждого типа планера БЛА определить его аэродинамические характеристики. Для решения этой проблемы в РУП «НПЦ многофункциональных беспилотных комплексов» НАН Беларуси разрабатываются стохастические компьютерные модели БЛА, которые позволяют определить структуру и параметры САУ для устойчивого и управляемого полета БЛА в реальной атмосфере.

Такие модели позволяют выбрать требуемые параметры систем управления БЛА на основе интеграции знаний по аэродинамике, САУ, микросистемной технике и применения современных программных продуктов для ЭВМ.

**Система автоматического управления беспилотного летательного аппарата (САУ БЛА).** Структурно беспилотный авиационный комплекс (БАК) представляет собой сложную взаимосвязанную систему, которая состоит из наземного пункта управления (НПУ), БЛА, связанного с НПУ линией радиоуправления (ЛРУ). На борту БЛА находятся пилотажно-навигационный комплекс (ПНК) с пятиканальной системой автоматического управления (САУ), которая представляет собой автопилот (АП) с планером БЛА, и целевая нагрузка (ЦН) в виде оптической или инфракрасной камеры наблюдения (рис. 1). Такая система БАК с наземным и бортовым оборудо-

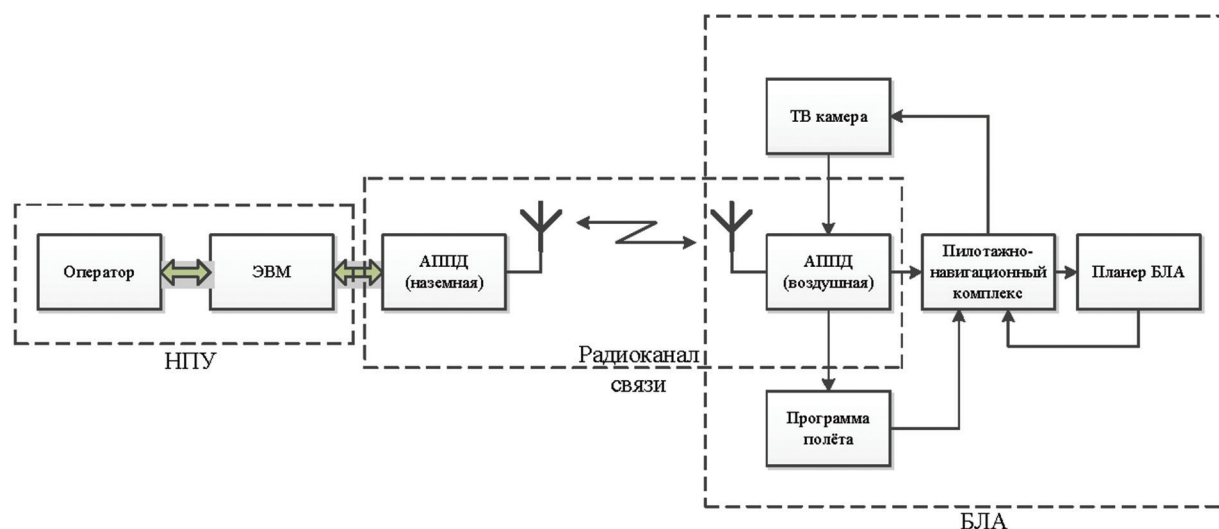


Рис. 1. Контур управления БАК

Fig. 1. UAS control loop



ванием формирует общий контур управления полетом БЛА и малый контур наведения ЦН с гироскопом [1].

БАК функционирует в трех режимах управления. В ручном режиме оператор БЛА визуально с помощью камеры проводит мониторинг земной поверхности и при необходимости изменяет маршрут полета аппарата с помощью автоматизированного рабочего места НПУ, а также регистрирует информацию, передаваемую камерой. Дальность работы БАК в этом режиме ограничивается видимостью БЛА с помощью ЛРУ и не превышает 50–100 км. В полуавтоматическом режиме работы БАК оператор может брать на себя управление ПНК для изменения направления полета БЛА, а также управлять положением камеры. В автоматическом режиме управления оператор задает на НПУ траекторию полета БЛА, режимы работы ЦН и во время полета БЛА контролирует с помощью телеметрии как параметры самолета, так и визуальную информацию с ЦН.

Управление полетом БЛА с помощью его основного контура заключается в выдерживании заданной траектории центра масс БЛА, ориентации и стабилизации самолета относительно этого центра масс.

Полет БЛА выполняется из точки «Старт» к наземному объекту (НО) по поворотным пунктам маршрута ППМ<sub>1</sub>, ППМ<sub>2</sub>, ППМ<sub>3</sub>, ППМ<sub>4</sub> на высотах  $h_1, h_2, h_3, h_4$  соответственно с учетом ошибки наведения  $\Delta$ . ППМ передаются с электронной карты НПУ в бортовой блок навигации, где происходит формирование требуемых трех углов Эйлера пространственного положения БЛА, высоты и скорости полета (рис. 2).

Сформированная таким образом информация поступает в пятиканальную общую САУ АП. Каждая САУ представляет собой АП с контуром управления заданного параметра. Трехканальная САУ с углами тангажа, курса и крена обеспечивает стабилизацию движения БЛА относительно трех пространственных осей между ППМ путем автоматического отклонения элеронов, рулей высоты и направления, которые создают управляющие силы и моменты для перемещения в пространстве центра масс БЛА.

Каждый канал управления САУ АП является сложной системой, в состав которой кроме АП, рулевых приводов и планера БЛА включены фильтр Калмана и бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС). Функциональная схема САУ угловых каналов управления тангажа, курса и крена, которая разработана в РУП «НППЦ многофункциональных беспилотных комплексов» НАН Беларуси может быть представлена в виде схемы (рис. 3).

В состав АП входят совокупность технических средств, обеспечивающих стабилизацию и управление угловым положением летательного аппарата. Замкнутые САУ АП по трем связанным осям каналов курса, тангажа и крена обеспечивают стабилизацию движения БЛА относительно центра масс. Автоматическое управление движением центра масс БЛА определяется его

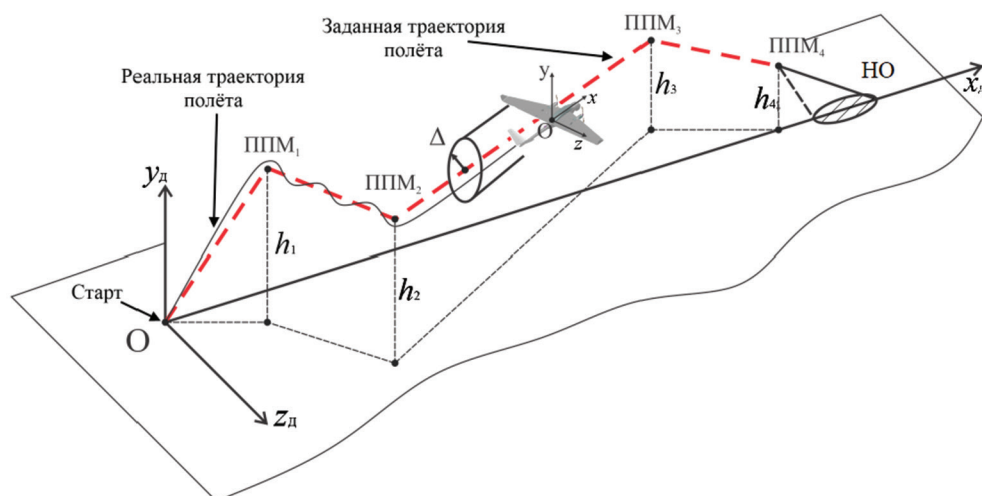


Рис. 2. Схема движения планера БЛА  
Fig. 2. Traffic pattern of the UAV glider

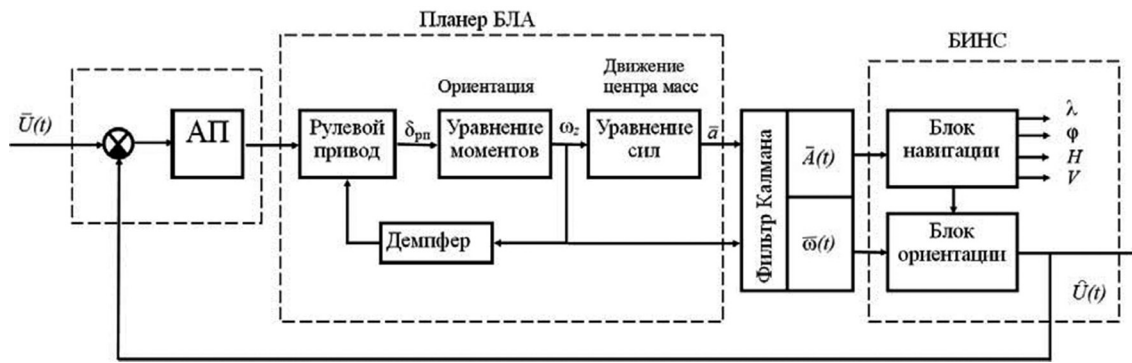


Рис. 3. Функциональная схема САУ угловых каналов управления

Fig. 3. Flowchart of the FS of angular control channels

траекторией полета по заданному маршруту и связано с программным регулированием координат и скорости БЛА.

Основными инерционными подсистемами каналов управления САУ являются АП, планер БЛА и БИНС, которые определяют устойчивость и управляемость в различных режимах полета БЛА. Классически под устойчивостью БЛА понимают его способностью сохранять тот или иной режим движения после прекращения действия возмущения. Управляемость определяется качеством реакции БЛА на действия управляющих органов, включенных в замкнутый контур управления его полетом по заданной траектории [2].

**Проблема устойчивости и управляемости БЛА.** Рассмотрим понятия устойчивости и управляемости на примере продольного канала тангажа. Планер БЛА – это сложное нелинейное динамическое звено с множеством входных и выходных параметров. Входными параметрами являются углы поворота рулей направления  $\delta_{рп}$ , рулей высоты  $\delta_{рв}$ , элеронов  $\delta_{э}$ , вектор силы  $\vec{F}$ , вектор моментов  $\vec{M}$  и вектор возмущения  $\vec{N}$ . Соответственно выходные параметры планера следующие: углы Эйлера поворота БЛА в пространстве (углы  $\alpha$  – атаки,  $\nu$  – тангажа,  $\gamma$  – крена,  $\psi$  – рысканья), вектор скорости  $\vec{V}$ , вектор ускорений  $\vec{A}$  и вектор угловых скоростей  $\vec{\omega}$ .

Количественные оценки управления полетом БЛА и контуров САУ АП БЛА можно определить, если известны передаточные характеристики АП и планера БЛА. При описании математической модели планера БЛА как объекта управления считают, что его движение можно разделить на две составляющие: движение центра масс и вращение вокруг него [1]. Каждая из этих двух составляющих обладает тремя степенями свободы и управляется силами тяги и рулями БЛА. Дифференциальные уравнения движения БЛА в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} m \left[ \frac{d\vec{V}}{dt} + (\vec{\omega}\vec{V}) \right] = \vec{R}; \\ \frac{d\vec{K}}{dt} + (\vec{\omega}\vec{K}) = \vec{M}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости центра масс БЛА,  $\vec{R}$  – вектор внешних сил,  $\vec{\omega}$  – вектор мгновенной угловой скорости вращения системы координат БЛА,  $\vec{M}$  – вектор главного момента всех внешних сил,  $\vec{K}$  – вектор кинематического момента БЛА.

Известные векторные уравнения сил и моментов (1) при проектировании их на оси координат описываются 12 дифференциальными уравнениями первого порядка, из них – три уравнения сил; три уравнения моментов; три кинематических соотношения для углов Эйлера и три кинематических соотношения для линейных координат. Уравнения продольного движения БЛА по тангажу в вертикальной плоскости, по курсу в горизонтальной плоскости и по крену при вращении планера вокруг продольной оси  $X$  показаны на рис. 4. В настоящей статье авторы представляют новую запись вывода передаточной характеристики канала тангажа, задачей управления которого

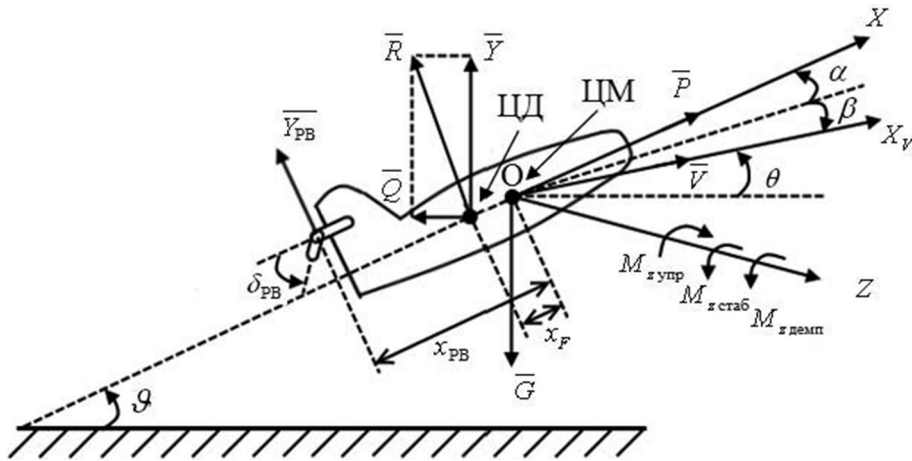


Рис. 4. Силы и моменты, действующие на планер БЛА  
 Fig. 4. Forces and moments affecting the UAV glider

является отклонение руля высоты до момента равенства сигнала ошибки  $\Delta\vartheta \approx \vartheta - \vartheta_{тр}$ , где  $\vartheta_{тр}$  – требуемый программный угол тангажа, а  $\vartheta$  – угол тангажа на выходе планера БЛА. Управление полетом БЛА осуществляется с помощью изменения силы тяги двигателя  $\bar{P}$ , совпадающей по направлению с продольной осью БЛА и положением руля высоты (угла  $\delta_{PB}$ ). Изменение силы тяги двигателя  $\bar{P}$  поворачивает БЛА в вертикальной плоскости вокруг оси  $Z$  за счет изменяющегося вращающего момента.

Кроме того, на БЛА действуют сила тяжести  $G$ , направленная вертикально вниз, и полная аэродинамическая сила  $\bar{R} = \bar{Y} + \bar{Q}$  как равнодействующая всех аэродинамических сил, которая определяется подъемной силой  $\bar{Y}$  и силой лобового сопротивления  $\bar{Q}$ . Аэродинамические силы приложены к центру давления (ЦД), который для нормальной схемы планера БЛА находится позади центра масс (ЦМ) на расстоянии  $x_F$ . Подъемная сила в качестве составляющей полной аэродинамической силы перпендикулярна вектору скорости БЛА и определяется по формуле

$$Y^\alpha = C_y \frac{\rho V^2}{2} S_{кр} = C_y^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S_{кр} \alpha = Y^\alpha \alpha, \tag{2}$$

где  $C_y = C_y^\alpha \alpha$  – коэффициент подъемной силы, определяющийся через его производную  $C_y^\alpha$  и угол атаки  $\alpha$ ;  $q = \frac{\rho V^2}{2}$  – скоростной напор воздуха с учетом плотности воздуха и скорости;  $S_{кр}$  – площадь поверхности крыла и части фюзеляжа БЛА, которые создают подъемную силу.

Сила лобового сопротивления  $Q = C_x \frac{\rho V^2}{2} S_Q$  действует в направлении, противоположном оси  $X$ . Управляющая сила руля высоты приложена к фокусу крепления руля, расположенного на расстоянии  $x_{PB}$  позади ЦМ, и определяется как

$$Y_{PB} = C_y^{PB} \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} = C_y^{\delta_{PB}} \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} \delta_{PB} = Y^{\delta_{PB}} \delta_{PB}. \tag{3}$$

Учитывая расстояние  $x_F$  между ЦМ и ЦД в процессе полета БЛА, возникает общий аэродинамический момент  $\bar{M}$ , который проецируется на оси  $X, Y, Z$  связанной системы координат

$$\bar{M} = \bar{M}_x + \bar{M}_y + \bar{M}_z. \tag{4}$$

Момент тангажа  $\bar{M}_z$  вращает БЛА вокруг оси  $Z$  в вертикальной плоскости и зависит от угла поворота руля высоты  $\delta_{PB}$ , угла атаки  $\alpha$  и угловой скорости вращения БЛА в вертикальной

плоскости  $\overline{\omega_z}$ . С учетом направления вращения БЛА вокруг оси  $Z$  момент тангажа  $\overline{M_z}$  может быть представлен следующим образом:

$$M_z = M_z^\delta \delta_{PB} - M_z^\alpha \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z, \tag{5}$$

где  $M_z^\delta, M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}$  – частные производные от момента тангажа по соответствующим аргументам;  $M_z^\delta \delta_{PB}$  – управляющий момент;  $M_z^\alpha \alpha$  – момент стабилизации;  $M_z^{\omega_z} \omega_z$  – момент демпфирования.

Первое слагаемое выражения (5) является управляющим моментом и зависит от угла поворота руля  $\delta_{PB}$  и расстояния  $x_{PB}$  от центра масс до фокуса руля:

$$M_{z \text{ упр}} = M_z^\delta \delta_{PB} = C_y^\delta \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} x_{PB} \delta_{PB}. \tag{6}$$

В устойчивом режиме полета БЛА изменение управляющего момента тангажа  $M_{z \text{ упр}}$  приводит к изменению угла атаки  $\alpha$  и к изменению момента стабилизации, и разность этих моментов  $\Delta M_z$  должна быть равна нулю:

$$\Delta M_z = M_z^\delta \delta_{PB} - M_z^\alpha \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z = 0. \tag{7}$$

Согласно уравнению моментов (7) движение БЛА вокруг оси  $Z$  можно представить в виде замкнутой системы управления (рис. 5).

На рис. 5 входной управляющий момент определяется углом отклонения руля высоты на угол  $\delta_{PB}$ :

$$M_{z \text{ упр}} = M_z^{\delta_{PB}} \delta_{PB} = C_y^{\delta_{PB}} \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} x_{PB} \delta_{PB}. \tag{8}$$

Выходной момент стабилизации может быть определен при появлении угла атаки  $\alpha$ :

$$M_{z \text{ стаб}} = M_z^\alpha \alpha = C_y^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S_{кр} x_F \alpha. \tag{9}$$

Момент демпфирования зависит от конструкции планера БЛА и угловой скорости вращения самолета вокруг поперечной его оси  $Z$ :

$$M_{z \text{ демп.}} = M_z^{\omega_z} \omega_z = C_y^{\omega_z} \frac{\rho V^2}{2} S \frac{b_A^2}{V} \omega_z. \tag{10}$$

При устойчивом движении БЛА в установившемся состоянии выходной статический момент должен быть равен управляющему моменту

$$M_{z \text{ упр}} = M_{z \text{ стат}}, \tag{11}$$

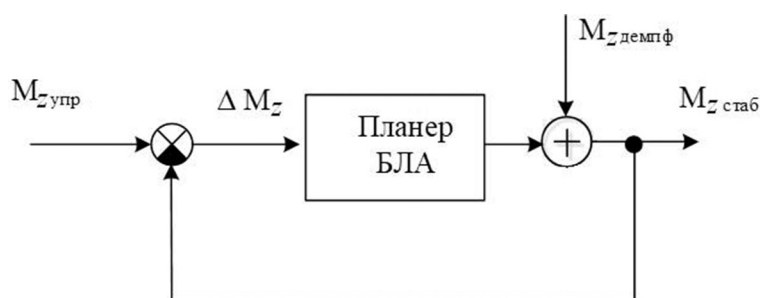


Рис. 5. Замкнутая система управления движением БЛА  
 Fig. 5. Closed control system of the UAV motion

что позволяет записать

$$C_y^{\delta_{PB}} \frac{\rho V^2}{2} S_{PB} x_{PB} \delta_{PB} = C_y^{\alpha} \frac{\rho V^2}{2} S_{кр} x_F \alpha. \quad (12)$$

Из уравнения (12) можно получить коэффициент передачи канала тангажа планера в виде (13), который зависит от аэродинамических коэффициентов  $C_y^{\delta_{PB}}$  и  $C_y^{\alpha}$ , площадей крыла  $S_{кр}$  и руля высоты  $S_{PB}$ , геометрических размеров самолета  $x_{PB}$ ,  $x_F$ :

$$K_{\alpha} = \frac{\alpha}{\delta_{PB}} = \frac{C_y^{\delta_{PB}} S_{PB} x_{PB}}{C_y^{\alpha} S_{кр} x_F}. \quad (13)$$

Пространственные движения БЛА определяется уравнениями сил, моментов и кинематики полета. Уравнение силы описывает перемещение ЦМ в вертикальной плоскости согласно рис. 4:

$$F_y = mW_y \approx Y^{\alpha} \alpha + P \alpha \pm Y^{\delta} \delta_{PB}. \quad (14)$$

Уравнение моментов канала тангажа, согласно закону динамики вращательного движения, может быть представлено в виде

$$J_z \ddot{\vartheta} = M_z^{\delta_{PB}} \delta_{PB} - M_z^{\alpha} \alpha - M_z^{\omega_z} \omega_z, \quad (15)$$

где  $J_z$  – момент инерции БЛА относительно оси  $Z$ .

Уравнение кинематики описывается уравнением связи углов  $\vartheta = \theta + \alpha$  и скоростным уравнением  $\begin{cases} \dot{x}_d = V \cos \theta; \\ \dot{y}_d = V \sin \theta. \end{cases}$

Подставив значения углов и их производных в основное уравнение динамики вращения БЛА вокруг оси  $Z$ , получим передаточную характеристику канала тангажа планера БЛА по углу атаки в виде колебательного звена:

$$K_{\alpha}(p) = \frac{\alpha(p)}{\delta_{PB}(p)} = \frac{K_{\alpha}}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2}, \quad (16)$$

где  $K_{\alpha}$  – коэффициент передачи канала, который определяется отношениями аэродинамических коэффициентов  $\frac{C_y^{\delta_{PB}}}{C_y^{\alpha}}$ , площадями руля и крыла  $\frac{S_{PB}}{S_{кр}}$  с учетом их плеч  $\frac{x_{PB}}{x_F}$ ;  $T = \sqrt{\frac{J_z}{C_y^{\alpha} q S_{\alpha} x_F}}$  – постоянная времени канала тангажа планера;  $\xi \approx \frac{Y^{\alpha} + P}{2mV} \sqrt{\frac{J_z}{M_z^{\alpha}}}$  – коэффициент демпфирования.

Угол тангажа можно записать с учетом связи углов  $\theta$  и  $\alpha$ :

$$\vartheta(p) = \theta(p) + \alpha(p) = \frac{1}{T_3 p} \alpha + \alpha = \alpha \left( \frac{1 + p T_3}{p T_3} \right). \quad (17)$$

В итоге общая передаточная характеристика планера БЛА канала тангажа определяется выражением

$$K_{\vartheta}(p) = \frac{\vartheta(p)}{\delta_{PB}(p)} = \frac{K_{\alpha}(1 + p T_3)}{p(1 + 2\xi T p + T^2 p^2)}, \quad (18)$$

где  $K_{\vartheta}(p) = \frac{K_{\alpha}}{T_3}$  – коэффициент передачи канала тангажа.

Коэффициент передачи  $K_{\vartheta}(p)$  так же, как и  $K_{\alpha}$ , зависит от отношения аэродинамических коэффициентов, поверхностей руля высоты и крыла с учетом их расстояния от центра масс.



Эти коэффициенты пропорциональны полосе пропускания САУ АП. Поскольку  $K_g(p)$ , а также остальные параметры передаточной характеристики (18) изменяются для различных конфигураций планера, атмосферных условий его полета и внешних возмущений, то полоса пропускания САУ будет так же изменяться по оси частот.

Для БЛА массой до 30 кг [1]  $K_g = 0,7-7$ , коэффициент демпфирования  $\xi = 0,6-0,9$ , аэродинамическая постоянная  $T = 0,3-0,8$  с. Коэффициент  $K_g$  определяет устойчивость и управляемость планера БЛА, то есть показывает изменение угла атаки (поворот планера в вертикальной плоскости) при повороте руля высоты на  $1^\circ$ . Для анализа устойчивости и управляемости планера БЛА по каналу тангажа построим ЛАХ и ФЧХ согласно уравнению передаточной характеристики (18) с учетом следующего:

1) постоянная аэродинамическая времени  $T_g$  соответствует низкой частоте  $\omega_g = \frac{1}{T_g}$ , так как  $T_g$  изменяется в пределах 0,3–4,0 с;

2) постоянная времени колебательного звена  $T$  зависит от момента инерции  $J_z$  через линейные размеры БЛА и распределения массы по его длине, что позволит записать  $T < T_g$ , так как собственная частота колебаний БЛА вокруг оси  $Z$  лежит в пределах  $\omega_0 = \frac{1}{T} = 0,5-5,0$  Гц;

3) коэффициент демпфирования определяет величину резонансного звена на ЛАХ и вблизи точки резонанса  $\omega_0 = \frac{1}{T}$  сильно зависит от степени затухания.

4) если принять  $K_g = 0,8$ ,  $T_g = 1,5$  с,  $T = 0,8$  с, то получим вид ЛАХ и ФЧХ канала тангажа, изображенный на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что с предложенными параметрами запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi(\omega_c) \geq 65^\circ$  на частоте среза удовлетворяет требованиям устойчивости планера БЛА по каналу тангажа. Однако увеличение коэффициента передачи канала тангажа  $K_{g2} > K_{g1}$  приводит к смещению ЛАХ вправо и к потере запаса устойчивости по фазе.

Управляемость БЛА по каналу тангажа рассмотрим в трактовке теории систем автоматического управления. Представим замкнутый контур канала тангажа в виде полосового фильтра

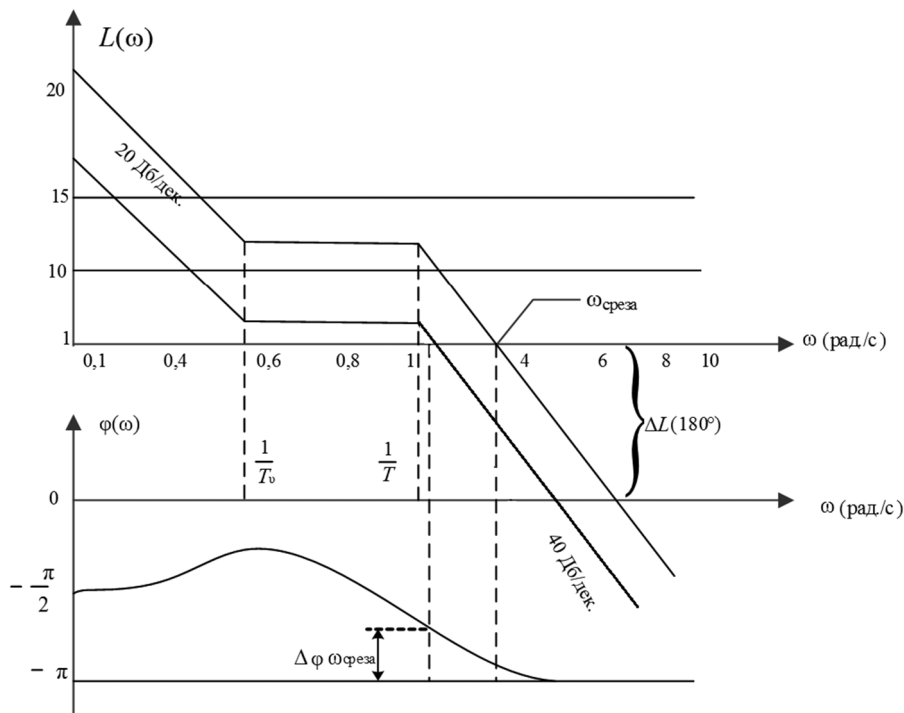


Рис. 6. ЛАХ и ФЧХ канала тангажа

Fig. 6. Bode magnitude plot and Bode phase plot of the pitch channel

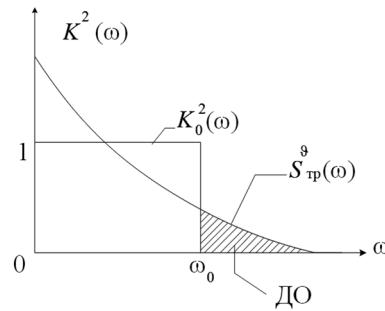


Рис. 7. Спектральная плотность угла тангажа траектории управления  $S_{\text{тр}}^g(\omega)$  и частотная характеристика фильтра  
 Fig. 7. Spectral density of the pitch channel of the control trajectory  $S_{\text{тр}}^g(\omega)$  and frequency response of the filter

с прямоугольной характеристикой и передаточной функцией  $K_0^2(\omega)$ . Спектральная плотность полезного входного сигнала  $S_{\text{тр}}^g(\omega)$  частично выходит за полосу фильтра (рис. 7).

Замкнутый контур канала тангажа обрабатывает часть спектра входного сигнала в пределах своей полосы  $\Delta\omega = 0 \div \omega_0$  и не обрабатывает спектр высоких частот за пределами этой полосы. Это приводит к появлению динамической ошибки

$$\sigma_{\text{ДО}}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} S_{\text{тр}}^g(\omega) [1 - K_0(\omega)]^2 d\omega. \quad (19)$$

При такой ошибке БЛА полетит не по крутой заданной траектории, а по траектории с меньшей кривизной. Чем больше кривизна траектории, тем больше динамическая ошибка и хуже управляемость БЛА. Для отработки полного спектра входного требуемого сигнала необходимо при увеличении кривизны заданной траектории расширять полосу контура управления  $\omega_0$ .

Полученные результаты справедливы для БЛА с различными аэродинамической компоновкой планера, его массой и дальностью полета.

**Стохастическая модель канала тангажа САУ.** С позиций теории линейных стационарных систем САУ БЛА объединяют планер самолета и АП в единую динамическую систему, которая описывается стохастическим дифференциальным уравнением [3]

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + G(t)W(t) + B(t)U(t), \quad (20)$$

где  $X(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния системы управления самолетом БЛА (столбцевая матрица состояния системы),  $W(t)$  –  $p$ -вектор возмущения,  $U(t)$  –  $r$ -вектор управления,  $A(t)$  – матрица состояния системы пространственного положения БЛА размером  $n \times n$ ,  $G(t)$  – матрица возмущений размером  $n \times p$ ,  $B(t)$  – матрица управления размером  $n \times r$ .

Например, если для продольного канала тангажа САУ уравнение (20) представляют как уравнения движения без возмущений в виде [3]

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + a_1 \dot{\alpha} + a_2 \alpha - a_3 \delta_{\text{РВ}} &= 0; \\ \dot{\alpha} - \dot{\alpha} - a_y \alpha &= 0; \\ \dot{\delta}_{\text{РВ}} + T^{-1} &= T^{-1} K_{\text{АП}} U_{\text{вх}}, \end{aligned}$$

которые в векторно-матричной форме имеют следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & a_3 & -a_2 \\ 0 & 0 & -T^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_{\text{АП}} T^{-1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $a_1 - a_4$  – динамические коэффициенты планера БЛА,  $\alpha$  – угол атаки,  $\delta_{PB}$  – угол отклонения руля высоты,  $T$  – постоянная времени,  $K_{АП}$  – коэффициент передачи АП.

Динамическая система будет полностью управляема, если для любых точек  $X(t)$  существует ограниченное управление  $U(t)$ , переводящее систему (20) из начального состояния в конечное.

Согласно уравнению (20), с использованием фильтра Калмана для проверки работоспособности контуров САУ БЛА нами была разработана стохастическая математическая модель, которая представлена на рис. 8.

Сигналы на выходах планера БЛА измеряются различными датчиками, которые описываются выражением

$$Z(t) = H(t)X(t) + v(t), \tag{21}$$

где  $Z(t)$  – вектор измерения состояния системы,  $v(t)$  – вектор ошибок измерения,  $H(t)$  – измерительная матрица размером  $m \times n$ .

Координаты вектора состояния  $X(t)$  можно получить из совокупности сигналов измерения (наблюдения)  $Z(t)$ : угловые скорости  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ , устанавливаемые с помощью датчиков угловых скоростей (ДУС), линейные ускорения, которые определяются датчиками линейных ускорений (ДЛУ) и датчиками магнитного поля Земли. В итоге, объединяя разовые измерения, можно воспроизвести истинные параметры динамической системы БЛА во времени.

Наличие шумов датчиков порождают флуктуационные ошибки измерения, к которым добавляются динамические ошибки воспроизведения истинных сигналов с выходов планера БЛА.

Обычный спектр полезных сигналов  $S_x(\omega)$  является низкочастотным, а спектр шумов  $S_{шум}(\omega)$  – высокочастотным. С помощью фильтра низких частот добиваются ослабления шумов, циркулирующих в контуре управления САУ АП. Задача выбора структуры и параметров фильтра для условий, когда полезный сигнал  $X(t)$  с шумом  $W(t)$  и помехой  $v(t)$  представляют собой стационарный процесс, была изложена в работах Р. Е. Калмана [5].

На вход оптимального фильтра Калмана с динамической модели планера БЛА подается суммарный сигнал  $Z(t)$ , а на его выходе формируется отфильтрованный сигнал  $\bar{X}(t)$ .

Критерием качества оптимальной такой системы измерения, отслеживающей изменение параметра  $X(t)$ , является минимум функционала  $E[X(t) - \bar{X}(t)]^2 = \min$  в классе всех линейных устройств.

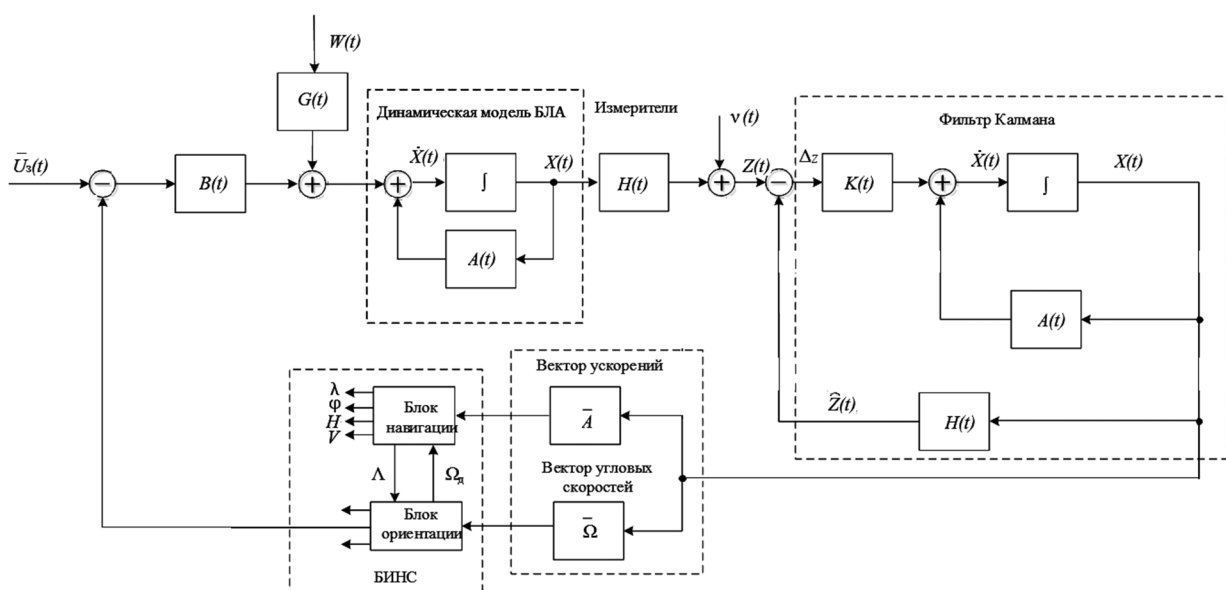


Рис. 8. Стохастическая математическая компьютерная модель канала тангажа  
 Fig. 8. Stochastic mathematical computer model of the pitch channel

Фильтр Калмана можно представить в виде последовательности соединения двух частей: фильтра подавления шумов и фильтра формирующей оценки сигнала  $\bar{X}(t)$ . Подавляющий фильтр преобразует смесь сигнала  $Z(t) = X(t) + v(t)$  в белый шум, а формирующий фильтр воспроизводит из полученного белого шума случайный сигнал  $\bar{X}(t)$ , наиболее близкий к входному сигналу  $X(t)$ . Учитывая критерий качества фильтра Калмана как минимум среднего квадрата разности  $X(t)$  и  $\bar{X}(t)$ , его структуру представляют в виде следящей системы с ошибкой фильтрации  $\Delta_{KF} = X(t) - \bar{X}(t)$ . Такой фильтр должен иметь переменный во времени коэффициент передачи  $K(t)$ :

$$K(t) = \frac{R_{\Delta}(t)}{R_v(t)} H^T(t), \quad (22)$$

где  $R_{\Delta}(t)$  – корреляционная матрица ошибки фильтрации размером  $n \times n$ ,  $R_v(t)$  – корреляционная матрица шумов датчиков размером  $m \times m$ .

Данный переменный коэффициент передачи фильтра Калмана определяется нестационарностью системы воспроизведения входного сигнала  $X(t)$  и имеет максимальное значение в начальный момент времени, которое затем уменьшается.

Формирующий фильтр в фильтре Калмана должен соответствовать формирующему фильтру динамической системы канала САУ, чтобы обеспечить оптимальную фильтрацию  $Z(t)$ .

**Компьютерные модели БЛА.** Для оценки работоспособности всей системы БАК и определения границ устойчивости и управляемости САУ БЛА при полете самолета в реальной атмосфере была разработана вторая компьютерная модель, которая кроме модели управления (20) описывает динамику полета БЛА в реальной атмосфере.

Результаты компьютерного моделирования сигналов в такой модели в фильтре Калмана показаны на рис. 9, где представлены сигналы датчика угловых скоростей (ДУС) по трем осям на входе и выходе фильтра Калмана. Эти эпюры напряжений позволяют определить коэффициент подавления шумов, который составляет около 10 дБ.

С выхода модели фильтра Калмана сигналы угловых скоростей  $\bar{\omega}$  и линейных ускорений  $\bar{A}$  поступают в БИНС (бесплатформенная инерционно-навигационная система) с параметрами

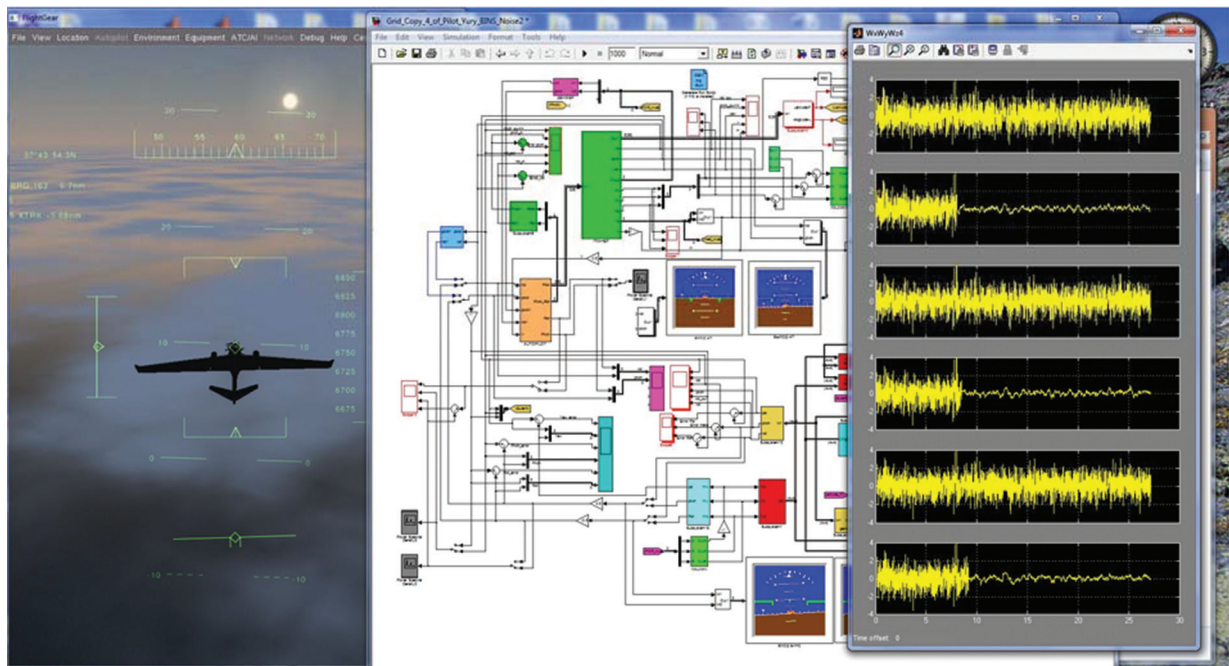


Рис. 9. Эпюры напряжения на входах и выходах фильтра Калмана  
Fig. 9. Diagram of the stress distribution at inputs and outputs of the Kalman filter



Родрига – Гамильтона (кватернионами), которая состоит из блоков ориентации и навигации. Блок ориентации формирует положение БЛА в пространстве путем определения углов Эйлера – Крылова ( $\vartheta, \psi, \gamma$ ) из дифференциального уравнения вектора кватерниона [4]:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \cdot \Omega - \Omega_g \cdot \Lambda + \Lambda(1 - \|\Lambda\|), \tag{23}$$

где  $\Omega, \Omega_g$  – гиперкомплексное отображение векторов абсолютной угловой скорости нормальной и связанной систем координат соответственно;  $\Lambda(1 - \|\Lambda\|)$  – корректирующий член нормы кватерниона, обеспечивающий поддержание нормы кватерниона, близкой к единице.

Векторы  $\Omega$  и  $\Omega_g$  определяются с помощью кватернионных матриц угловых скоростей размером  $4 \times 4$ .

Углы курса, крена, тангажа вычисляются после определения кватерниона

$$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k \tag{24}$$

через его параметры:

$$\psi = \arctg\left(-\frac{A_{13}}{A_{11}}\right) = \arctg\left(-\frac{2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1}\right); \tag{25}$$

$$\vartheta = \arcsin(A_{12}) = \arcsin(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3); \tag{26}$$

$$\gamma = \arctg\left(-\frac{A_{32}}{A_{22}}\right) = \arctg\left(-\frac{2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_1^2 - 1}\right). \tag{27}$$

Блок навигации определяет координаты БЛА (географическая широта, долгота, высота). На один вход блока поступают по трем осям линейные ускорения БЛА  $A = a_x + a_y + a_z$ , а на второй, рассчитанный в блоке ориентации, – кватернион  $\Lambda$ . Используя основные уравнения навигации, определяются параметры пространственного положения БЛА.

Авторами были оценены устойчивость и управляемость полета БЛА для каждого типа планера аппарата с помощью компьютерной модели с реальными параметрами планера, летящего

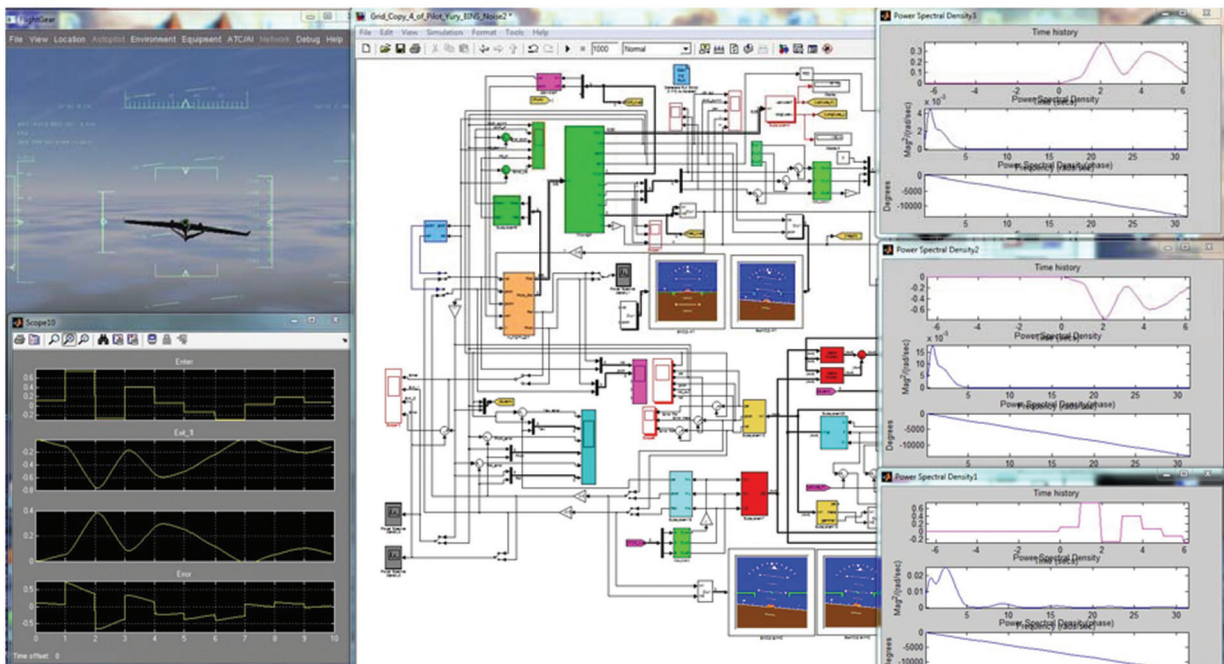


Рис. 10. Схема компьютерной модели САУ БЛА  
 Fig. 10. Scheme of the computer model of the FS for the UAV



по маршруту в стандартной атмосфере с заданными скоростью и высотой. В таком режиме полета оператор имел возможность к основным сигналам навигации добавлять стандартные сигналы типа «Step» и «Ramp». По сигналу «Step» определялись переходные характеристики контуров стабилизации САУ, а по сигналу «Ramp» – их динамические ошибки. Изменения параметров этих сигналов внутри контура САУ контролировались на выходах планера БЛА и БИНС.

На рис. 10 показана схема общей модели САУ БЛА с фильтром Калмана и БИНС с кватернионами. Слева на первой эпюре изображен входной сигнал САУ АП, на второй эпюре – сигнал на выходе планера БЛА, на третьей эпюре – сигнал на выходе фильтра Калмана и на четвертой эпюре – сигнал на выходе БИНС. Справа изображено 9 графиков, на верхних трех графиках показаны спектр входного тестового сигнала с его графическим изображением и фазочастотной характеристикой, на третьем, четвертом и пятом графиках – спектр сигнала на выходе планера БЛА и на трех нижних – спектр сигнала на выходе БИНС.

**Заключение.** Таким образом, разработаны оригинальные компьютерные модели полета БЛА в реальной атмосфере различных видов планеров с конкретными САУ. Они позволяют для определенного типа планера по результатам моделирования выбрать оптимальную структуру и параметры САУ БЛА при заданных характеристиках устойчивости и управляемости.

### Список использованных источников

1. Микросистемы ориентации беспилотных летательных аппаратов / под ред. В. Я. Распопова. – М.: Машиностроение, 2011. – 184 с.
2. Гуськов, Ю. П. Управление полетом самолетов: учеб. для авиационных вузов / Ю. П. Гуськов, Г. И. Зачайнов. – М.: Машиностроение, 1980. – 213 с.
3. Козлов, В. И. Системы автоматического управления летательными аппаратами / В. И. Козлов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.
4. Матвеев, В. В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. В. Матвеев, В. Я. Распопов; под ред. В. Я. Распопова. – СПб.: ГИЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2009. – 280 с.
5. Kalman, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kalman // J. of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82, iss. 1. – P. 35–45. – <https://doi.org/10.1115/1.3662552>

### References

1. Raspopov V. Ya. (ed.). *Microsystems of unmanned aerial vehicles orientation*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2011. 184 p. (in Russian).
2. Guskov Yu. P., Zachainov G. I. *Airplane control*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 213 p. (in Russian).
3. Kozlov V. I. *The systems of flying vehicles automatic control*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 216 p. (in Russian).
4. Matveyev V. V., Raspopov V. Ya. *The fundamentals of constructing strapdown inertial navigation systems*. Saint Petersburg, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, 2009. 280 p. (in Russian).
5. Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*. 1960, vol. 82, iss. 1, pp. 35–45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>

### Информация об авторах

*Гриднев Юрий Васильевич* – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник отдела системного проектирования и математического моделирования, Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10/7, 220141, Минск, Республика Беларусь).

*Яцына Юрий Францевич* – кандидат технических наук, директор, Научно-практический центр многофункциональных беспилотных комплексов Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10/7, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: yanvad003@gmail.com

### Information about the authors

*Yury V. Gridnev* – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher of the Department of Systems Engineering and Mathematical Modelling, Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems of the National Academy of Sciences of Belarus (10/7, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus).

*Yury F. Yatsyna* – Ph. D. (Engineering), Director, Scientific and Production Centre of Multifunctional Unmanned Systems of the National Academy of Sciences of Belarus (10/7, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yanvad003@gmail.com

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

**УЧЕНЫЕ БЕЛАРУСИ**  
**SCIENTISTS OF BELARUS**

**АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ МИХАЛЕВИЧ**

**(К 80-летию со дня рождения)**

20 сентября 2018 г. известному в стране и за рубежом специалисту в области общей и ядерной энергетики, возобновляемых источников энергии, энергоэффективности академику Александру Александровичу Михалевичу исполнилось 80 лет.

Родился А. А. Михалевич в 1938 г. в г. Витебске. В 1961 г. окончил с отличием Белорусский политехнический институт, и с тех пор его научная жизнь связана с Национальной академией наук Беларуси.

С 1961 г. он работает в Физико-техническом институте АН БССР, где в 1966 г. досрочно окончил аспирантуру с защитой кандидатской диссертации. С 1966 г. – младший, старший научный сотрудник, заведующий сектором, заведующий лабораторией Института ядерной энергетики АН БССР. В 1975 г. ученый успешно защитил докторскую диссертацию, в 1978 г. получил ученое звание профессора.

В 1983–1988 гг. Александр Александрович – заместитель директора по научной работе, и. о. директора, одновременно заведующий лабораторией Института ядерной энергетики Академии наук БССР. В 1991 г. он возглавил Институт проблем энергетики НАН Беларуси, с 2001 по 2004 г. работал генеральным директором Объединенного института энергетических и ядерных исследований – «Сосны» НАН Беларуси. С 2004 г. А. А. Михалевич – главный научный сотрудник, научный руководитель Центра по энергоэффективности Института тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, с января 2009 г. – главный научный сотрудник, а с апреля 2009 г. по апрель 2010 г. – директор Института энергетики НАН Беларуси. В настоящее время Александр Александрович является заведующим лабораторией с возложением обязанностей научного руководителя Института энергетики НАН Беларуси.

Талантливый ученый А. А. Михалевич успешно совмещал научную и преподавательскую деятельность. В 1967–1983 гг. он вел преподавательскую работу на кафедре ядерной физики и мирного использования атомной энергии Белорусского государственного университета, в 1992–1996 гг. был заведующим кафедрой радиозкологии и охраны окружающей среды в Академии управления при Кабинете Министров, затем при Президенте Республики Беларусь. В 1997–2002 гг. возглавлял кафедру энергосбережения, гидравлики и теплотехники Белорусского государственного технологического университета, в 2002–2008 гг. являлся профессором этой кафедры.

Необходимо отдельно отметить, что А. А. Михалевич участвовал в ликвидации последствий аварии на Чернобыльской АЭС.

Научные достижения А. А. Михалевича были высоко оценены в Академии наук. В 1986 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 2000 г. – академиком Национальной академии наук Беларуси.

Организаторские способности ученый реализовал в административной деятельности. С 1997 по 2017 г. он являлся заместителем академика-секретаря Отделения физико-технических наук, с 2002 по 2005 г. – членом Президиума Национальной академии наук Беларуси.

Александр Александрович теоретически исследовал механизм тепло- и массопереноса при конденсации реагирующего газа, исследовал системы охлаждения атомных и тепловых электростанций, эффективность теплопередачи в теплообменных аппаратах при наличии химической



реакции в теплоносителе. Он был одним из основных разработчиков и руководителем испытаний передвижной атомной электростанции «Памир-630Д», а также технического проекта опытно-промышленной АЭС с реактором на быстрых нейтронах БРИГ-300.

Большой личный вклад внес Александр Александрович в разработку методологии энергетической безопасности, которая проводилась им совместно с учеными России (Институт систем энергетики имени Л. А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск), Молдовы (Институт энергетики АН Молдовы, г. Кишинев), Азербайджана (Азербайджанский научно-исследовательский и проектно-изыскательный институт энергетики, г. Баку).

А. А. Михалевич является одним из разработчиков «Энергетической программы Республики Беларусь», «Основных направлений энергетической политики Республики Беларусь», республиканских программ «Энергосбережение». Он занимался научным обоснованием и принимал непосредственное участие в разработке Концепции энергетической безопасности Республики Беларусь, Директивы Президента Республики Беларусь № 3, стратегии развития энергетического потенциала Республики Беларусь, Государственной программы развития белорусской энергетической системы на 2011–2015 годы.

В настоящее время Александр Александрович является членом Комиссии по вопросам государственной научно-технической политики при Совете Министров Республики Беларусь, Республиканской межведомственной комиссии по контролю за экономией и рациональным использованием топливно-энергетических и материальных ресурсов, Комиссии государств – участников СНГ по использованию атомной энергии в мирных целях, членом бюро и заместителем руководителя научной секции Государственного экспертного совета по энергетике.

За большие научные достижения академик А. А. Михалевич награжден медалью Франциска Скорины, ему присвоено почетное звание «Заслуженный энергетик Республики Беларусь». Он является лауреатом премии НАН Беларуси имени А. В. Лыкова (2005 г.) и премии академий наук Украины, Беларуси и Молдовы (2011 г.).

Александр Александрович Михалевич – автор более 250 научных трудов, опубликованных на русском, английском, немецком и французском языках, в том числе 9 монографий, 4 учебных пособий, а также 20 изобретений, выступал с лекциями и докладами в 45 странах мира (Австралии, Англии, Германии, Китае, США, Франции, Японии и др.). Подготовил 6 докторов, 15 кандидатов наук.

Мы сердечно поздравляем Александра Александровича с юбилеем и желаем ему здоровья, долгих лет жизни и дальнейших достижений в науке!

*Отделение физико-технических наук НАН Беларуси,  
Институт энергетики НАН Беларуси*

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

## ЛЕОНИД ГРИГОРЬЕВИЧ КРАСНЕВСКИЙ

(К 80-летию со дня рождения)

27 августа 2018 г. исполнилось 80 лет известному белорусскому ученому в области теории и техники управления мобильными машинами, члену-корреспонденту Национальной академии наук Беларуси, доктору технических наук, профессору Леониду Григорьевичу Красневскому.

Л. Г. Красневский родился 27 августа 1938 г. в Минске, в семье научных работников Академии наук БССР. В 1955 г. окончил школу с золотой медалью, а в 1960 г. – с отличием Белорусский политехнический институт, получив диплом инженера-механика по специальности «Автомобили и тракторы». Первым местом работы Леонида Григорьевича стало Специальное конструкторское бюро № 1 Минского автомобильного завода (СКБ № 1 МАЗ). Именно здесь молодой специалист сформировался как ученый, определил направление своих дальнейших научных исследований.

На заводе в это время разворачивались работы по созданию и организации производства специальной колесной техники для Вооруженных сил СССР (в 1991 г. выделилось из МАЗа в Минский завод колесных тягачей). В короткие сроки была создана широкая гамма многоосных полноприводных транспортных средств высокой проходимости, большой и особо большой грузоподъемности. Разработка этой техники, которая до сих пор по ряду позиций не имеет аналогов, была связана с решением сложных научно-технических проблем, поиском новых компоновочных решений, оригинальных конструкций агрегатов и систем. Участие в этих многоплановых работах потребовало от молодого ученого истинного творческого подхода и неординарного мышления. Наиболее значимым практическим результатом работ Леонида Григорьевича в этот период стало создание систем командного и автоматического управления гидромеханических передач многоосных автомобилей высокой проходимости, являющихся транспортной базой стратегических ракетных комплексов «Пионер», «Тополь», «Тополь М». В то время подобные системы только внедрялись на легковых автомобилях и практически отсутствовали на грузовых, не говоря уже о столь сложной технике. Трансмиссия с этой системой – единственная на постсоветском пространстве, выпускаемая серийно. Уникальные системы получили авторские свидетельства СССР.

В процессе этих работ Л. Г. Красневским были созданы научные основы управления многоступенчатыми передачами переменной структуры, базирующиеся на методологии технической кибернетики. Предложены общие методы анализа и синтеза дискретных систем управления такими передачами, анализа их поведения при типовых отказах, синтеза надежных систем управления, отвечающих заданным уровням безопасности и живучести при высокой ответственности применения. На данной теоретической базе была впервые решена в общем виде задача синтеза систем управления многоступенчатыми трансмиссиями произвольной структуры и создан инженерный аппарат синтеза этих механизмов.

Леонид Григорьевич Красневский в 1969 г. без отрыва от производства подготовил и успешно защитил по данной тематике кандидатскую диссертацию.

В 1974 г. ученый был приглашен в ИНДМАШ АН БССР, где создавалась группа по разработке гидромеханических передач. В тесном сотрудничестве с СКБ № 1 МАЗ Л. Г. Красневский разработал систему командного и автоматического управления трансмиссиями, на конструкцию которой позднее будет выдано около 20 авторских свидетельств.

По инициативе главного конструктора МАЗа М. С. Высоцкого в 1986 г. совместным приказом Президиума АН БССР и дирекции ПО «БелАвтоМАЗ» создана лаборатория надежности грузовых автомобилей двойного подчинения. Заведующим лабораторией был избран Л. Г. Красневский, который принимал активное участие в ее организации и размещении на заводе.





Леонид Григорьевич Красневский в 1991 г. защитил докторскую диссертацию, посвященную разработке теории, конструкций и внедрению в производство систем управления трансмиссиями автомобилей.

В том же, 1991 г. в АН БССР создается Научный центр проблем механики машин под руководством академика М. С. Высоцкого. Леонид Григорьевич назначается заместителем директора, в 2001 г. – директором этого центра, а затем директором Института механики машин НАН Беларуси, к которому в 2005 г. был присоединен Институт надежности машин.

За развитие фундаментальных и прикладных исследований в области механики машин, личный вклад в создание и освоение производства в республике автоматических трансмиссий для автомобилей ответственного назначения, активное участие в разработке и реализации государственных программ фундаментальных и прикладных научных исследований в 1998 г. ученый награжден Почетной грамотой Совета Министров Республики Беларусь.

Л. Г. Красневский возглавлял Институт механики и надежности машин до июня 2006 г., когда в ходе дальнейшего укрупнения было осуществлено слияние института и НИРУП «Белавтотракторостроение» в Объединенный институт машиностроения под руководством академика М. С. Высоцкого.

В 2004 г. Леонид Григорьевич избран членом-корреспондентом НАН Беларуси.

Продолжая активную работу в области теории и техники управления гидромеханическими трансмиссиями, Л. Г. Красневский стал инициатором работ по гибридным силовым установкам. Под его научным руководством создана единая программно-аппаратная платформа построения интегрированных систем управления и диагностики мобильных машин с гибридными силовыми установками. На базе лаборатории Л. Г. Красневского при поддержке руководства НАН Беларуси образован научно-инжиниринговый центр «Электромеханические и гибридные силовые установки мобильных машин», ставший академическим центром разработки электромеханических и гибридных силовых установок для транспортных средств. В рамках тематики работ данного центра Л. Г. Красневским исследована возможность применения гибридных силовых установок в выпускаемой белорусским машиностроением тяжелой мобильной технике, которая имеет гидромеханические трансмиссии, путем гибридизации последних. Показана перспективность и преемственность создания на этой базе гибридных электромеханических трансмиссий, которые становятся ведущим направлением мирового развития гибридных силовых установок.

Ученый – один из инициаторов и создателей ведущих государственных научных и научно-технических программ в области машиностроения («Белавтотракторостроение», «Механика», «Автотракторокомбайностроение», «Новые компоненты в машиностроении», «Машиностроение»), а также научно-технических программ Союзного государства («Автодизель» и «Автоэлектроника»). На протяжении ряда лет и по настоящее время Л. Г. Красневский является членом Технико-экономического и Экспертного советов Министерства промышленности Республики Беларусь, Государственного экспертного совета по машиностроению ГКНТ, научно-технического совета НТЦ НАН Беларуси – ПО «БелАЗ», ученого совета Объединенного института машиностроения, членом редколлегии журналов «Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук», «Автомобильная промышленность», «Мехатроника, автоматизация, управление», «Приводная техника», «Мобильные машины», «Грузовик &».

В 2002–2017 гг. ученый являлся председателем Экспертного совета Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь № 20. Высокое качество работы Леонида Григорьевича на этом посту отмечено почетной грамотой.

Начиная с 1960 года Л. Г. Красневским опубликовано более 270 научных трудов, в том числе монография и более 80 авторских свидетельств и патентов.

Высокий профессионализм и организаторские способности, принципиальность и тактичность, удивительное сочетание прекрасных человеческих качеств – доброжелательности, внимательного отношения к людям, открытости и высочайшей порядочности позволили Леониду Григорьевичу снискать авторитет чуткого и доброжелательного человека, талантливого ученого и мудрого руководителя. Мы искренне поздравляем Леонида Григорьевича с юбилеем, желаем ему долгого здоровья, благополучия и осуществления всех творческих замыслов

*Отделение физико-технических наук НАН Беларуси,  
Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси*