

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

ВЕСЦІ

НАЦЫЯНАЛЬнай

АКАДЭМІі НАВУК БЕЛАРУСІ

СЕРЫЯ ФІЗІКА-ТЭХНІЧНЫХ НАВУК. 2018. Т. 63, № 4

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ

АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

СЕРИЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК. 2018. Т. 63, № 4

Журнал основан в 1956 г. как «Весці Акадэміі навук БССР. Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1992 г. – «Весці Акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1998 г. – современное название

Выходит четыре раза в год

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь, свидетельство о регистрации № 391 от 18 мая 2009 г.

Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)

Главный редактор

Петр Александрович Витязь –

Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Редакционная коллегия

- А. П. Ласковнѳ** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь (*заместитель главного редактора*)
- И. А. Старостина** (*ведущий редактор журнала*)
- А. В. Белый** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
- В. Г. Залесский** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
- А. Ф. Ильюшенко** – Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии, Минск, Беларусь
- С. М. Костромицкий** – Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

- Л. Г. Красневский** – Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
А. П. Крень – Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
Е. И. Марукович – Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси, Могилев, Беларусь
Н. К. Мышкин – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Гомель, Беларусь
О. Г. Пенязьков – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
Ю. М. Плескачевский – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
В. М. Федосюк – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению, Минск, Беларусь
М. Л. Хейфец – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
С. А. Чижик – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

Р е д а к ц и о н н ы й с о в е т

- С. Воденичаров** – Институт металловедения, оборудования и технологий «Академик Ангел Балевский» с Центром по гидро- и аэродинамике Болгарской академии наук, София, Болгария
Ю. Гавлик – Институт технологии машиностроения и автоматизации производства Краковской политехники (Технологический университет), Краков, Польша
Г. Жинтялис – Литовская академия наук, Вильнюс, Литва
Б. Каталинич – Дунайско-Адриатическая Ассоциация по автоматизации и производству (DAAAM), Венский технический университет, Вена, Австрия
В. В. Клубович – Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси, Витебск, Беларусь
А. А. Михалевич – Институт энергетики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь
А. Г. Наумовец – Национальная академия наук Украины, Киев, Украина
К. А. Солнцев – Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова, Москва, Россия
Л. Танович – Белградский университет, Белград, Сербия
Б. М. Хрусталёв – Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Адрес редакции:

*ул. Академическая, 1, к. 119, 220072, г. Минск, Республика Беларусь.
Тел.: + 375 17 284-19-19; e-mail: ftvesti@mail.ru
vestift.belnauka.by*

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ.

Серия физико-технических наук. 2018. Т. 63, № 4.

Выходит на русском, белорусском и английском языках

Редактор *И. А. Старостина*

Компьютерная верстка *О. Л. Смольской*

Подписано в печать 20.12.2018. Выход в свет 27.12.2018. Формат 60×84^{1/8}. Бумага офсетная.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 66 экз. Заказ 296.

Цена: индивидуальная подписка – 10,66 руб., ведомственная подписка – 25,67 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18 от 02.08.2013. ЛП № 02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск, Республика Беларусь

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука»,
Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук, 2018

PROCEEDINGS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

PHYSICAL-TECHNICAL SERIES, 2018, vol. 63, no. 4

The Journal was founded in 1956 under the titles
“Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physical-technical series”,
since 1992 – “Proceedings of the Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series”,
since 1998 – it comes under its actual title

Issued four times a year

Founder is the National Academy of Sciences of Belarus

The Journal was registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 391

*The Journal is included in The List of Journals for Publication of the Results
of Dissertation Research in the Republic of Belarus and in the database
of Russian Science Citation Index (RSCI)*

E d i t o r - i n - C h i e f

Pyotr A. Vityaz – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

E d i t o r i a l B o a r d

Aleksandr P. Laskovnev – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
(Associate Editor-in-Chief)

Irina A. Starostsina (lead editor)

Aleksei V. Byeli – Physical-Engineering Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Vitaliy G. Zalesky – Physical-Engineering Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Aleksandr F. Ilyuschenko – State Scientific and Production Amalgamation of Powder Metallurgy, Minsk, Belarus

Sergey M. Kostromitsky – Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Leonid G. Krasnevski – Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Aleksandr P. Kren – Institute of Applied Physics of National Academy of Science of Belarus, Minsk, Belarus

Evgenii I. Marukovich – Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus, Mogilev, Belarus

Nikolai K. Myshkin – V. A. Bielyi Institute of Mechanics of Metal-Polymer Systems of the National Academy of Sciences of Belarus, Gomel, Belarus

Oleg G. Penyazkov – A. V. Lykov Institute of Heat and Mass Transfer of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

Yury M. Pleskachevsky – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
Valeri M. Fedosyuk – Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
Mikhail L. Kheifets – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
Sergey A. Chizhik – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

E d i t o r i a l C o u n c i l

Stephan Vodenicharov – Institute of Metal Science, Equipment and Technologies “Acad. A. Balevski” with Hydro- and Aerodynamics Centre of Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria
Jozef Gawlik – Institute for Manufacturing Engineering and Automation of Cracow University of Technology, Poland
Gintautas Žintelis – Lithuanian Academy of Sciences, Vilnius, Lithuania
Branko Katalinic – DAAAM International Vienna, TU Wien, Wien, Austria
Vladimir V. Klubovich – Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus, Vitebsk, Belarus
Aleksandr A. Mikhalevich – Institute of Power of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus
Anton G. Naumovets – National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine
Konstantsin A. Solntsev – A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Material Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
Lyubodrag Tanovich – University of Belgrade, Belgrade, Serbia
Boris M. Khrustal'ov – Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

Address of the Editorial Office:

*1, Akademicheskaya Str., room 119, 220072, Minsk, Republic of Belarus.
Tel.: + 375 17 284-19-19; e-mail: ftvesti@mail.ru
vestift.belnauka.by*

PROCEEDING OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS.

Physical-technical series, 2018, vol. 63, no. 4.

Printed in Russian, Belarusian and English languages

Editor *I. A. Starostina*

Computer imposition *V. L. Smolskaya*

It is sent of the press 20.12.2018. Appearance 27.12.2018. Format 60×84¹/₈. Offset paper.
The press digital. Printed pages 14,88. Publisher's signatures 16,4. Circulation 66 copies. Order 296.
Price: individual subscription – 10,66 byn., departmental subscription – 25,67 byn.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise “Publishing House “Belaruskaya Navuka”.
Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions
No. 1/18 dated August 2, 2013. License for the press no. 02330/455 dated December 30, 2013.
Address: F. Scorina Str., 40, 220141, Minsk, Republic of Belarus.

© RUE “Publishing House “Belaruskaya Navuka”,
Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 2018

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ

- Марукович Е. И., Брановицкий А. М., Лебединский Ю. А.** Моделирование процесса образования недендритной морфологии при затвердевании бинарного сплава Al–Si с перемешиванием 391
- Кукарко В. А., Валько А. Л., Чичин А. Н.** Влияние скорости нагрева цементируемых конструкционных сталей на рост аустенитного зерна в процессе высокотемпературной выдержки 399
- Звонарев Е. В., Ильющенко А. Ф., Витко Ж. А., Осипов В. А., Бабура Д. В.** Влияние режимов реакционного спекания на структуру и свойства карбидной керамики 407

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

- Кожевникова Г. В.** Решение задачи гибки листа методом полей линий скольжения 416

ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

- Сычевский В. А.** Моделирование технологического процесса конвективной сушки пиломатериалов 424
- Девойно О. Г., Жарский В. В., Пилипчук А. П.** Моделирование поверхностной закалки с использованием сканирующего оптоволоконного лазера 435
- Жданок А. С., Червяк А. Г., Шушков С. В., Заид С. Альотаиби, Ясин Г. Альхарби.** Метод сокращения времени десалинизации в проточном CDI-опреснителе 444

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

- Пантелеев С. В., Малашин А. Н., Каледа А. Е.** Моделирование m -фазного активного выпрямителя напряжения с пространственно-векторной модуляцией 455
- Крень А. П., Делендик М. Н., Протасеня Т. А., Кинжагулов И. Ю.** Применение метода ударного микроиндентирования для оценки механических характеристик и дефектности структуры углеродных композиционных материалов 469
- Когут А. Е., Кузьмичев И. К., Доля Р. С., Носатюк С. О., Шульга Е. А., Хе Джаочан.** Экранированный планарный диэлектрический резонатор с модами шепчущей галереи 478
- Сухов В. В., Козей Я. С.** Особенности выбора траектории и этапов полета беспилотного летательного аппарата на солнечной энергии в условиях неспокойной атмосферы 486

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Крот А. М., Сычѳв В. А.** Анализ хаотических режимов функционирования схемы Чжуа с гладкой нелинейностью на основе метода матричной декомпозиции 501

CONTENTS**MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY**

Marukovich E. I., Branovitsky A. M., Lebedinsky Yu. A. Modelling of the microstructure formation during solidification of binary alloy Al–Si under stirring	391
Kukareko V. A., Valko A. L., Chichin A. N. The influence of the heating rate of cemented constructional steels on the growth of austenitic grain in the process of high-temperature holding	399
Zvonarev E. V., Ilyushchanka A. Ph., Vitko Zh. A., Osipov V. A., Babura D. V. Effect of reaction sintering modes on the structure and properties of carbide ceramics	407

MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS

Kozhevnikova G. V. Solution of the problem of sheet bending by the slip line field method	416
--	-----

POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER

Sychevskii V. A. Modeling of the technological process of convective drying of lumber	424
Devoino O. G., Zarski V. V., Pilipchuk A. P. Simulation of surface hardening using a fiber-optic laser scanning	435
Zhdanok A. S., Chervjak A. G., Shushkov S. V., Zaid S. Alotaibi, Yaseen G. Alharbi. Method for reducing the desalination time in a “flow-through” CDI-water clearance equipment	444

RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING

Panteleev S. V., Malashin A. N., Kaleda A. E. Simulation of m -phase active voltage rectifier with space-vector modulation	455
Kren A. P., Delendik M. N., Pratasenya T. A., Kinzhagulov I. Y. Application of the impact microindentation method for estimation of the mechanical characteristics and defects of the structure of carbon-base composites	469
Kogut A. Ye., Kuzmichev I. K., Dolia R. S., Nosatiuk S. O., Shulha Ye. A., He Jaochan. A shielded planar dielectric resonator with whispering gallery modes	478
Sukhov V. V., Kozel Ya. S. Features of the choice of the trajectory and stages of the flight of an unmanned aircraft on solar energy in a restless atmosphere	486

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

Krot A. M., Sychou U. A. The analysis of chaotic regimes in Chua’s circuit with smooth nonlinearity based on the matrix decomposition method	501
---	-----

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ
MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY

УДК 548.52
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-391-398>

Поступила в редакцию 18.01.2018
Received 18.01.2018

Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский

Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси, Могилев, Беларусь

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ НЕДЕНДРИТНОЙ МОРФОЛОГИИ
ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ БИНАРНОГО СПЛАВА Al–Si С ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ**

Аннотация. Рост первичных кристаллов из переохлажденного бинарного расплава моделируется на основе метода фазового поля с приближенным учетом перемешивания расплава. Изменения концентрации второго компонента (примеси) в расплаве вблизи области затвердевания за счет перемешивания рассматриваются как главная причина модификации дендритной морфологии кристаллов. Эффект перемешивания приводит к частичному удалению расплава с повышенной концентрацией примеси из области вблизи границы кристаллизации, называемому в работе смывом. Данный эффект приближенно моделируется как вынужденная периодическая замена текущей высокой концентрации примеси в этой области либо на начальную концентрацию, либо на усредненную в расплаве. Предложен новый алгоритм выбора такой области коррекции, который может быть использован и для малой интенсивности перемешивания. Введен параметр для описания интенсивности смыва – параметр смыва. Показано, что при смыве дендритная морфология переходит в розеточную в зависимости от интенсивности перемешивания. Проведен численный анализ роста возмущений на поверхности исходного зародыша кристалла круглой формы. Показаны основные отличия развития таких возмущений, которые приводят к недендритной морфологии кристалла. Продемонстрирован рост дополнительных ветвей за счет понижения концентрации примеси вблизи центра кристалла. Проведены расчеты для случая роста кристалла с уменьшением интенсивности смыва со временем роста. Для данного случая отмечено явление роста вторичных ветвей на дополнительных ветвях, растущих из центра кристалла. Показано, что при постоянной величине интенсивности смыва вблизи поверхности растущего кристалла при росте из малого круглого зародыша возможны только два типа морфологии – дендритная и розеточная. При этом если кристалл уже имеет розеточную морфологию, она сохраняется и при дальнейшем его росте при уменьшении интенсивности смыва.

Ключевые слова: моделирование, бинарный сплав, затвердевание, микроструктура, метод фазового поля, перемешивание

Для цитирования. Марукович, Е. И. Моделирование процесса образования недендритной морфологии при затвердевании бинарного сплава Al–Si с перемешиванием / Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – Т. 63, № 4. – С. 391–398. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-391-398>

E. I. Marukovich, A. M. Branovitsky, Yu. A. Lebedinsky

Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus, Mogilev, Belarus

**MODELLING OF THE MICROSTRUCTURE FORMATION DURING SOLIDIFICATION
OF BINARY ALLOY Al–Si UNDER STIRRING**

Abstract. The growth of primary crystals from a supercooled binary melt is modeled on the basis of the phase-field method with an approximate consideration for melt stirring. Changes in the concentration of the solute in the melt near the solidification region due to stirring are considered as the main reason for modifying the dendritic morphology of the crystals. The stirring effect results in a partial removal of the melt with an increased solute concentration from the region near the interface, which is called washout in the work. This effect is approximately modeled as a forced periodic replacement of the current high solute concentration in this region either at the initial concentration or at the averaged concentration in the melt. In this paper, we propose a new algorithm for choosing such a correction region, which can be used for a small intensity of stirring. A value is introduced to describe the washout intensity-the washout parameter. It is shown that when

washed away dendritic morphology passes into a rosette morphology, depending on the intensity of stirring. A numerical analysis of the growth of perturbations on the surface of the initial embryo of a circular crystal is carried out. The main differences in the development of such perturbations are shown, which leads to a non-dendritic morphology of the crystal. The growth of additional branches is demonstrated due to a decrease in the solute concentration near the center of the crystal. Calculations have been performed for the case of crystal growth with a decrease in washout intensity with growth time. For this case, the secondary arms grow on additional branches growing from the center of the crystal. It is shown that at a constant value of the washout intensity near the surface of a growing crystal, only two types of morphology are possible from a small round embryo, dendritic and rosette. At the same time, if the crystal already has a rosette morphology, it is retained and with its further growth with a decrease in the washout intensity.

Keywords: binary alloy, modeling, solidification microstructure, phase field model, stirring

For citation. Marukovich E. I., Branovitsky A. M., Lebedinsky Yu. A. Modelling of the microstructure formation during solidification of binary alloy Al–Si under stirring. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 391–398 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-3-391-398>

Введение. Преимущества литья в полутвердом состоянии с формированием из расплава недендритной микроstructures хорошо известны. Это значительное уменьшение макросегрегации и пористости, более низкая температура заливки, улучшенные механические свойства. Вместе с тем физический механизм недендритного кристаллообразования при литье полутвердого расплава во многих аспектах остается неисследованным [1].

Все технологии такого литья используют вынужденное движение расплава с растущими в нем кристаллами, например перемешивание. Влияние потока расплава на рост кристалла приводит к значительному изменению размеров и морфологии растущих кристаллов. Одним из факторов этого влияния является изменение концентрации элементов в расплаве вблизи границы кристаллизации при движении расплава относительно кристалла.

В данной работе рассмотрена модель затвердевания бинарного сплава на основе метода фазового поля с приближенным учетом движения кристалла в расплаве. Как правило, максимальная возможная концентрация второго компонента бинарного сплава (примеси) в твердой фазе первичных кристаллов первого компонента значительно меньше, чем его исходная концентрация в расплаве. Поэтому перед поверхностью растущего кристалла имеется зона расплава с повышенной концентрацией примеси. Для роста первичного кристалла эта концентрация не может превышать определенного значения, то есть атомы примеси должны покидать эту зону. Для случая неподвижного относительно расплава кристалла это происходит за счет диффузии атомов из места повышенной концентрации в области, далекие от поверхности кристалла. Для случая обтекания кристалла расплавом к этому механизму добавляется механизм конвекции, поскольку поток расплава уносит участки расплава с высокой концентрацией примеси от кристалла.

Известен ряд моделей роста кристаллов во время их движения относительно расплава, связанных с понятием гидродинамического пограничного слоя [2, 3]. Расплав в этом слое вблизи поверхности растущего кристалла считается неподвижным относительно кристалла. Движение расплава вне этого слоя создает дополнительную конвекцию, которая моделируется увеличением коэффициента диффузии примеси.

Похожий подход применяется авторами и в данной работе. В зоне расплава вблизи кристалла моделируется рост кристалла в неподвижном расплаве. Увеличение коэффициента диффузии в зоне, далекой от поверхности кристалла, в применении к методу фазового поля резко снижает его вычислительную эффективность, так как это приводит к необходимости отслеживать движение примеси на больших расстояниях от периметра. Следовательно, требуется значительное увеличение области расчета. Необходимость численного расчета диффузии примеси в большой вычислительной области увеличивает время счета в десятки раз. Поэтому в этой зоне была использована иная аппроксимация изменения концентрации примеси под воздействием потока расплава («смыв» примеси).

Вместо отслеживания концентрации примеси на большом расстоянии от кристалла используется периодическая коррекция концентрации примеси в зоне вне переходного слоя. При такой коррекции значения концентрации примеси заменяются некоторой константой. В работе использованы два варианта расчетов [3]. В первом значение концентрации примеси в узлах расчетной сетки периодически «сбрасывается» в начальное значение до роста кристалла. Такая ситуация

может быть характерна для движения зародыша в «чистом» расплаве, где поток «омывает» кристалл, унося расплав с повышенной концентрацией и заменяя его на расплав с начальной концентрацией примеси. Это соответствует случаю, когда концентрация примеси в набегающем потоке еще не успела значительно возрасти, то есть при малой концентрации зародышей и на начальных стадиях роста. Во втором варианте используется не начальная, а усредненная по всей такой зоне расплава концентрация примеси. Это соответствует случаю достаточно тесного сближения растущих кристаллов и активному перемешиванию расплава в области между ними.

Описание вычислительной схемы. Основной постулат теории фазового поля заключается в замене резкой границы жидкость – твердое вещество на размытую границу конечной ширины W , внутри которой и происходит фазовый переход. Для описания такого перехода введена фазовая переменная φ , значение которой изменяется по ширине фронта от -1 (жидкость) до 1 (твердое состояние). Это исключает необходимость точного определения положения фронта затвердевания. Метод основан на теории Гинзбурга – Ландау, которая впервые использовала принцип минимизации функционала для описания фазовых переходов.

Для описания эволюции фазового поля и концентрации использовали двухмерную систему уравнений фазового поля [4, 5]:

$$\begin{aligned} [A(\bar{n})]^2 \left[\frac{1}{Le} + Mc_{\text{inf}} [1 + (1-k)U] \right] \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \varphi(1-\varphi^2) - \lambda(1-\varphi^2)^2 (\theta + Mc_{\text{inf}}U) + \\ + \bar{\nabla} \cdot \left([A(\bar{n})]^2 \bar{\nabla} \varphi \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[A(\bar{n}) A'(\bar{n}) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[A(\bar{n}) A'(\bar{n}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{1+k}{2} \frac{\partial U}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot \left(\tilde{D} \frac{1-\varphi}{2} \bar{\nabla} U + j_{at} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\varphi [1 + (1-k)U]), \quad (2)$$

где $\bar{n} = \bar{\nabla} \varphi / |\bar{\nabla} \varphi|$ – единичный вектор нормали к фронту кристаллизации; $A(\bar{n}) = 1 + \varepsilon \cos 4\varphi$ – функция, описывающая анизотропию поверхностного натяжения для рассчитываемого типа решетки кристалла; $\varphi = \arctan \left(\frac{\partial_y \varphi}{\partial_x \varphi} \right)$ – угол между осью OX и нормалью к поверхности фронта кристаллизации; ε – безразмерный параметр, определяющий степень анизотропии.

Здесь уравнения записаны в безразмерных координатах $x = \tilde{x}/W_0$, $t = \tilde{t}/\tau_0$, $Le = \alpha/D$, где $\alpha = k_T / c_p$, k_T – теплопроводность вещества, c_p – объемная теплоемкость при постоянном давлении, D – коэффициент диффузии примеси в расплаве, c_{inf} – начальная концентрация примеси в расплаве, $W_0 = d_0 \lambda / a_1$, $a_1 = 0,8839$, $\tau_0 = \frac{W_0^2}{D} a_2 \lambda = (d_0^2 / D) a_2 \lambda^3 / a_1^2$, $a_2 = 0,6267$, \tilde{x} и \tilde{t} – размерные координаты. Капиллярная длина d_0 может определяться различным образом в зависимости от конкретной схемы затвердевания, но обычно для бинарных сплавов имеет порядок величины $d_0 = \frac{\Gamma}{\Delta T}$, где Γ – коэффициент Гиббса – Томсона. Для случая изотермической кристаллизации ΔT – разность между температурами ликвидус и солидус при данной концентрации:

$$\Delta T = |m|(1-k)c_l^0, \quad (3)$$

где k – коэффициент равновесного распределения, m – тангенс угла наклона линии ликвидус на диаграмме состояния в области малых концентраций примеси. Равновесная концентрация c_l^0 находится из уравнения состояния:

$$c_l^0 = \frac{T_0 - T_M}{m}, \quad (4)$$

где T_0 – равновесная температура, T_M – температура плавления чистого алюминия.

Величина j_{at} – дополнительный поток примеси, вводимый с целью компенсации попадания атомов примеси в «ловушку» в твердой фазе основного элемента сплава:

$$j_{at} = \frac{W}{2\sqrt{2}} [1 + (1-k)U] \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \frac{\vec{\nabla} \varphi}{|\vec{\nabla} \varphi|}. \quad (5)$$

Безразмерный коэффициент диффузии примеси равен

$$\tilde{D} = D\tau_0 / W_0^2, \quad (6)$$

а безразмерная температура –

$$\theta = \frac{T - T_M - mc_{\text{inf}}}{L/c_p}, \quad (7)$$

где L – теплота плавления на единицу объема.

Выражение для безразмерной концентрации U имеет вид

$$U = \frac{\left(\frac{2c/c_{\text{inf}}}{1+k-(1-k)\varphi} \right) - 1}{1-k}, \quad (8)$$

где c – текущая концентрация, а безразмерный тангенс угла наклона линии ликвидус имеет вид

$$M = \frac{-m(1-k)}{L/c_p}. \quad (9)$$

Параметр λ в уравнении (1) используется для верификации расчетов. Поскольку его величина пропорциональна ширине фронта кристаллизации и, как правило, пространственному шагу между узлами, то расчет с уменьшенным λ должен приводить к тем же результатам. Подробное описание алгоритма изложено в [6].

Уравнение (1) определяет собственно кристаллизацию расплава, то есть эволюцию во времени и пространстве фазовой переменной. Уравнение (2) описывает диффузию примеси в расплаве. При достаточном удалении от области фазового перехода данное уравнение переходит в обычное уравнение Фика.

Круг малого радиуса использован как начальный зародыш кристалла. Вычисления выполнены для параметров, соответствующих расплаву Al–Si [7]. Начальное переохлаждение 40 К, концентрация кремния (примеси) 7 %. Однако поскольку описанные ниже результаты качественные, то данные выводы применимы к широкой области параметров роста кристаллов.

Модель изменения концентрации примеси. Модель изменения концентрации под воздействием потока расплава включает в себя алгоритм поиска узлов расчетной сетки, граничащих с растущим кристаллом, в которых не проводится коррекция значений концентрации примеси. В [3] предложен алгоритм, основанный на среднем значении фазовой функции в некоторой окрестности рассматриваемого узла. Основной его недостаток – невозможность выбора слоя узлов расчетной сетки, в которых не проводится изменение концентрации, достаточно большой ширины. Максимально возможная толщина такого слоя ограничена из-за вычислительных сложностей. Она соответствует очень малым значениям толщины гидродинамического пограничного слоя, поскольку последняя уменьшается с увеличением скорости набегающего потока расплава. Такая толщина характерна для очень активного движения расплава с частотой перемешивания свыше 1000 об/мин, имеющей место только при постановке специальных экспериментов [8].

Для моделирования обтекания расплавом кристалла с меньшей интенсивностью, характерной для процессов литья, нами предложен другой алгоритм поиска узлов без коррекции. В данной работе мы использовали два различных способа. В первом варианте без коррекции оставались

узлы, где избыток концентрации примеси $c_{ex} = c/c_{inf}$ (параметр смыва) превышал заданную долю от исходной концентрации примеси в расплаве, во втором – определенную долю усредненной концентрации в расплаве.

Первый способ описывает начальную стадию роста, когда объем кристаллов мал и концентрация в расплаве вдали от кристалла близка к начальной. Второй способ соответствует стадии стесненного роста, когда концентрация расплава вдали от кристалла значительно выше начальной.

Коррекция таким способом для различных значений избытка концентрации соответствует различной интенсивности смыва: чем данный параметр смыва больше, тем выше интенсивность смыва.

При этом избыток концентрации в 15–20 % соответствует интенсивному перемешиванию расплава, моделирование которого описано в [3]. В данной работе использовали значение избытка концентрации до 10 %, которое соответствует малой интенсивности перемешивания, имеющей место в реальных процессах литья.

Далее мы будем ссылаться на величину c_{ex} как на параметр или интенсивность смыва.

Результаты моделирования морфологии кристаллов при перемешивании. Основные результаты расчетов морфологии роста кристаллов представлены на рис. 1–3, где черным цветом изображен затвердевший кристалл, серым – расплав. Максимум интенсивности в серой зоне соответствует узлам с максимальной концентрацией примеси. Все рисунки представлены в момент сразу после очередной коррекции концентрации примеси, что дает возможность визуального сравнения толщины зоны с высокой концентрацией примеси и размера кристалла.

Переход от дендритной к розеточной морфологии связан с изменениями скорости роста различных зон кристалла. При отсутствии смыва на поверхности дендрита можно выделить две зоны (рис. 1, *a*). В зоне *1* наблюдается относительно быстрый рост кристалла вблизи главных

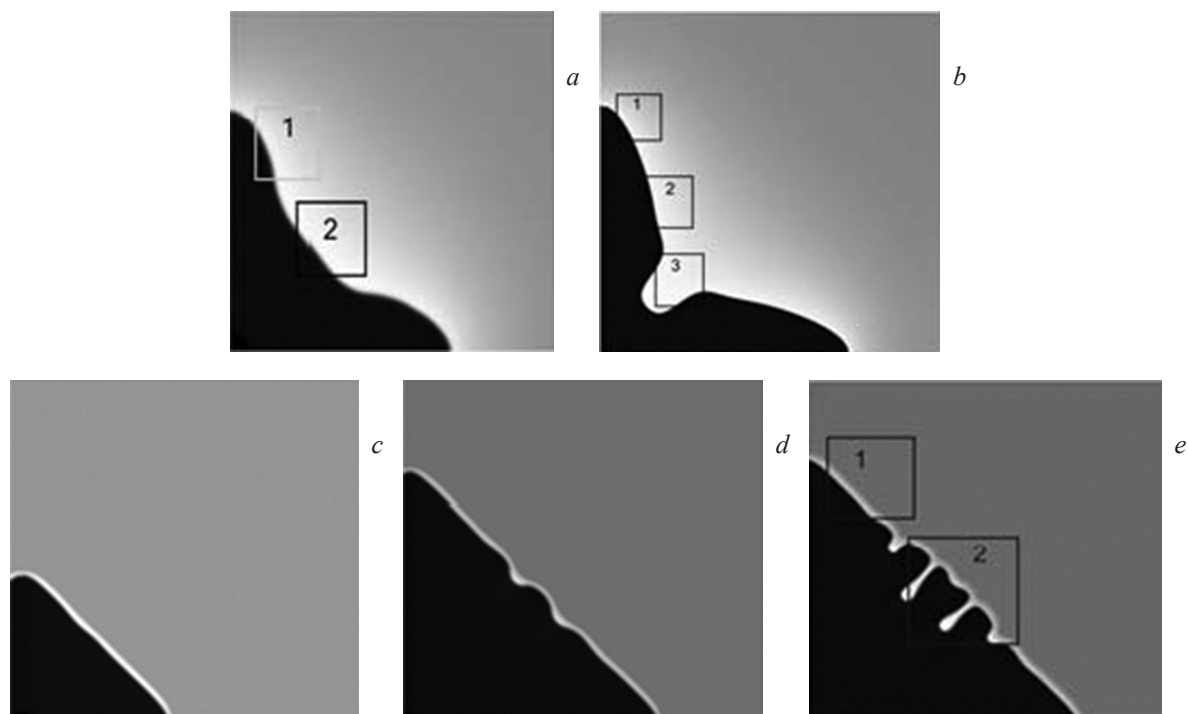


Рис. 1. Эволюция морфологии малого зародыша кристалла: *a* – начальная стадия роста без смыва, *b* – переход к выраженному дендритному росту без смыва, *c* – начальная стадия роста с интенсивностью смыва 7 %, *d* – начало роста возмущения в зоне между главными ветвями со смывом, *e* – возникновение дополнительных ветвей со смывом

Fig. 1. Evolution of morphology of small embryo: *a* – initial stage of growth without washout, *b* – transition to dendrite growth without washout, *c* – initial stage of growth with 7 % washout intensity, *d* – beginning of perturbation growth in zone between main branches, *e* – appearance of additional branches in condition of washout

ветвей дендрита. Главными в данном случае называются ветви, соответствующие кристаллографическим направлениям кубической решетки алюминия. Быстрый их рост вызван относительно низкой концентрацией примеси в расплаве вблизи этих ветвей. В зоне 2 концентрация примеси повышается и рост кристалла там возможен только при появлении случайных факторов (флуктуаций), приводящих к периодическому возмущению фронта кристаллизации.

Последующий рост дендрита (рис. 1, *b*) связан с формированием из зоны 2 вторичных ветвей. В области 3 концентрация второго компонента (примеси) становится столь высокой, что рост кристалла там останавливается и формируется шейка дендрита.

При наличии смыва зона 1, где происходит быстрый рост кристалла, расширяется, зона 3 исчезает, а зона 2 остается между главными ветвями, ширина которых увеличивается по сравнению с ростом дендрита (рис. 1, *e*).

Пространственный период возмущений на поверхности кристалла (рис. 1, *d*) зависит от величины переохлаждения расплава. Следовательно, морфология начальной стадии роста кристаллов, например число дополнительных ветвей, зависит от значений переохлаждения на старте роста и изменения переохлаждения, в частности за счет рекалесценции. Сами по себе осцилляции на поверхности возникают и в случае отсутствия смыва примеси [9]. Однако их рост блокируется ростом главных ветвей и выделением большого количества примеси в расплав перед дополнительными ветвями. Смыв играет роль фактора, ускоряющего рост из-за удаления от поверхности кристалла расплава с высокой концентрацией примеси. Это иллюстрируется на рис. 2 при сравнении изменения морфологии роста кристалла с различной интенсивностью смыва.

Устойчивыми при росте из малого зародыша могут являться все те же две морфологии кристалла – дендритная и розеточная. Переход между ними скачкообразный. В случае малой интенсивности смыва (рис. 2, *a–d*) дополнительные ветви или не появляются вообще, или их рост тормозится со временем из-за высокой концентрации примеси в расплаве. При повышении интенсивности смыва (рис. 2, *f*) появляются дополнительные радиальные ветви. При дальнейшем увеличении интенсивности смыва розеточная морфология переходит в глобулярную [3].

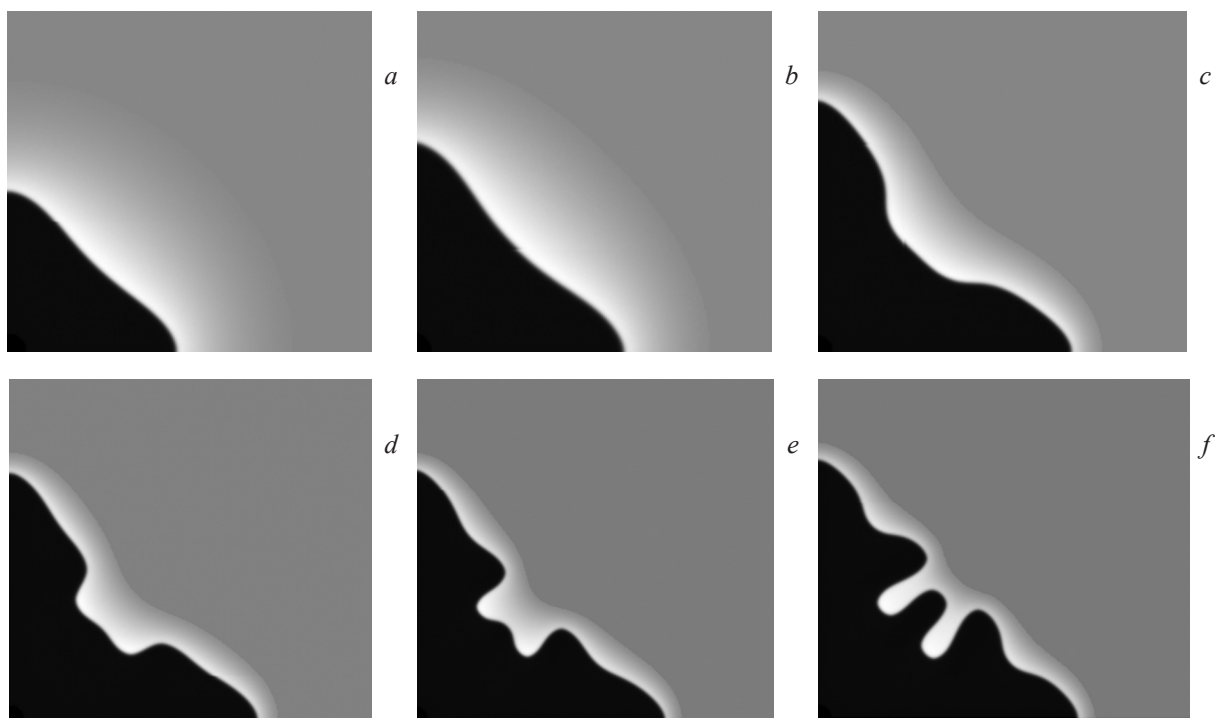


Рис. 2. Морфология растущих из малого зародыша кристаллов алюминия. Параметр смыва 1 % (*a*), 2 % (*b*), 5 % (*c*), 6,5 % (*d*), 7,5 % (*e*), 8,5 % (*f*). Ввиду существенного различия в скорости роста масштаб рисунков различен
 Fig. 2. Morphology of aluminum crystal, growing from small embryo. Washout intensity 1 % (*a*), 2 % (*b*), 5 % (*c*), 6.5 % (*d*), 7.5 % (*e*), 8.5 % (*f*). Because of high difference in growth speed, the scale of pictures is different

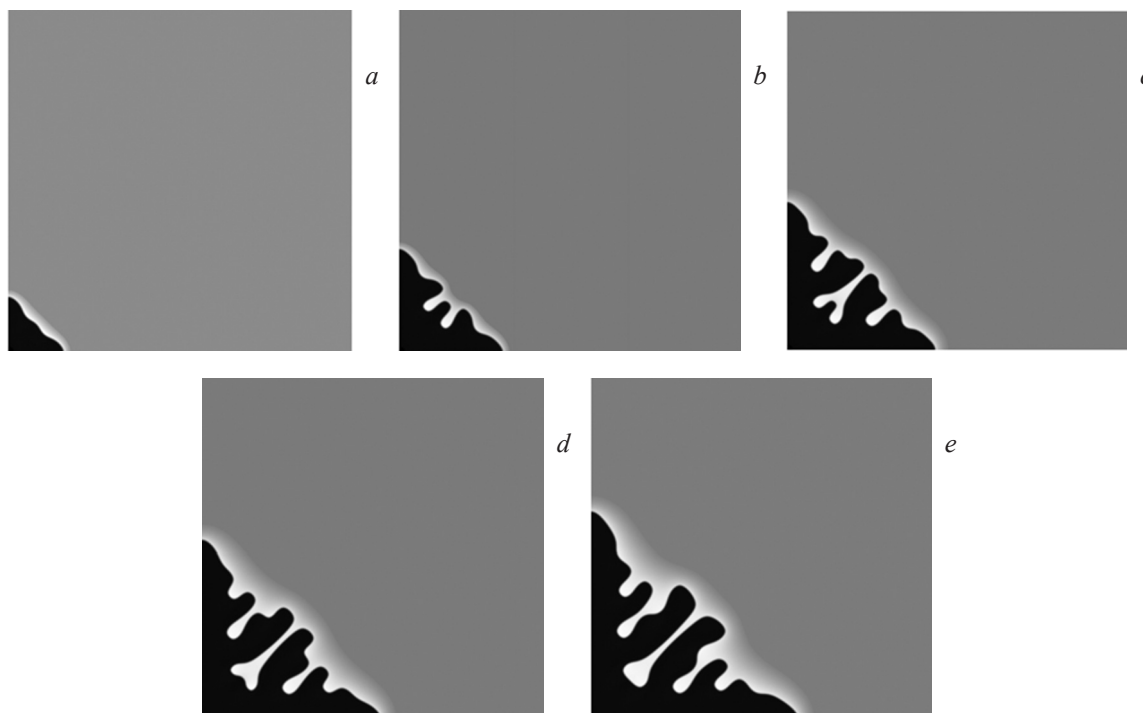


Рис. 3. Эволюция морфологии роста кристалла с изменением интенсивности смыва во времени: *a* – 400 мкс, *b* – 800 мкс, *c* – 1,12 мс, *d* – 1,44 мс, *e* – 2,08 мс. До времени (*c*) параметр смыва равен 8,5 %, далее – 3,5 %

Fig. 3. Evolution of crystal growth morphology with change of intensity washout during time: *a* – 400 mks, *b* – 800 mks, *c* – 1,12 ms, *d* – 1.44 ms, *e* – 2.08 ms. Until (*c*) the washout intensity is 8.5 %, further 3.5 %

Практически интересен случай, когда степень смыва падает со временем. Во многом он аналогичен случаю усреднения концентрации при коррекции ее значения [3], при котором расщепления радиальных ветвей не происходит. Но вместо утолщения ветвей, как в случае усреднения, на радиальных ветвях наблюдается скорее структура возмущений, аналогичная вторичным ветвям на главных ветвях дендрита (рис. 3).

Выводы. Разработан приближенный алгоритм расчета изменения концентрации примеси, учитывающий влияние движения растущего кристалла первичного алюминия относительно расплава. На его основе исследована морфология получаемых кристаллов. Показано, что при постоянной величине интенсивности смыва вблизи поверхности растущего кристалла при росте из малого круглого зародыша возможны только два типа морфологии – дендритная и розеточная. При этом если кристалл уже имеет розеточную морфологию, она сохраняется и при дальнейшем его росте при уменьшении интенсивности или отсутствии смыва.

Список использованных источников

1. Fan, Z. Semisolid metal processing / Z. Fan // *Int. Mater. Rev.* – 2002. – Vol. 47, Iss. 2. – P. 49–85. <https://doi.org/10.1179/095066001225001076>
2. Growth Morphology of Crystal from Undercooled Melt with Strong Liquid Convection / W. Huang [et al.] // *Int. J. Microgravity Sci. Appl.* – 2004. – Vol. 21, № 3. – P. 207–211.
3. Исследование влияния потока расплава на процессы формирования недендритной структуры при затвердевании бинарного сплава Al–Si / А. Г. Борисов [и др.] // *Процессы литья.* – 2013. – № 6. – С. 37–47.
4. Phase-field modeling of binary alloy solidification with coupled heat and solute diffusion / J. C. Ramirez [et al.] // *Phys. Rev. E.* – 2004. – Vol. 69. – P. 51607. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.051607>
5. Echebarria, B. Quantitative phase-field model of alloy solidification / B. Echebarria // *Phys. Rev. E.* – 2004. – Vol. 70. – P. 061604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.061604>
6. Марукович, Е. И. Моделирование роста дендритов при кристаллизации с малым переохлаждением силуминовых сплавов на основе метода фазового поля / Е. И. Марукович, А. М. Брановицкий, Ю. А. Лебединский // *Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 2009. – № 1. – С. 4–13.
7. Diepers, H.-J. History effects during the selection of primary dendrite spacing. Comparison of phase-field simulations with experimental observations / H.-J. Diepers // *J. Crystal Growth.* – 2002. – Vol. 237–239. – P. 149–163. [https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01932-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01932-7)

8. Molenaar, J. M. M. The structure of stircast Al–6Cu / J. M. M. Molenaar, F. W. H. C. Salemans, L. Katgerman // *J. Mater. Sci.* – 1985. – Vol. 20, Iss. 12. – P. 4335–4344. <https://doi.org/10.1007/bf00559322>
9. Ramirez, J. C. Examination of binary alloy free dendritic growth theories with a phase-field model / J. C. Ramirez, C. Beckermann // *Acta Materialia*. – 2005. – Vol. 53, Iss. 6. – P. 1721–1736. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.12.021>

References

1. Fan Z. Semisolid metal processing. *International Materials Review*, 2002, vol. 47, pp. 49–85. <https://doi.org/10.1179/095066001225001076>.
2. Huang W., Li T., Lin X., Yu J. Growth Morphology of Crystal from Undercooled Melt with Strong Liquid Convection. *International Journal of Microgravity Science and Application*, 2004, vol. 21, no. 3, pp. 207–211.
3. Borisov A. G., Marukovich E. I., Lebedinsky Yu. A., Branovitsky A. M. Investigation of influence of the melt flow on formation of non-dendritic structure upon solidification of binary Al–Si alloy. *Protsessy lit'ya = Casting Processes*, 2013, no. 6, pp. 37–47 (in Russian).
4. Ramirez J. C., Beckermann C., Karma A., Diepers H.-J. Phase-field modeling of binary alloy solidification with coupled heat and solute diffusion. *Physical Review E*, 2004, vol. 69, p. 51607. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.051607>
5. Echebarria B. Quantitative phase-field model of alloy solidification. *Physical Review E*, 2004, vol. 70, p. 061604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.061604>
6. Marukovich E. I., Branovitsky A. M., Lebedinsky Yu. A. Modeling of the growth of dendrites during crystallization with low supercooling of silumin alloys on the basis of the phase field method. *Vestsi Akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2009, no. 1, pp. 4–13 (in Russian).
7. Diepers H.-J. History effects during the selection of primary dendrite spacing. Comparison of phase-field simulations with experimental observations. *Journal of Crystal Growth*, 2002, vol. 237–239, pp. 149–153. [https://doi.org/10.1016/S0022-0248\(01\)01932-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0248(01)01932-7)
8. Molenaar J. M. M., Salemans F. W. H. C., Katgerman L. The structure of stircast Al–6Cu. *Journal of Materials Science*, 1985, vol. 20, iss. 12, pp. 4335–4344. <https://doi.org/10.1007/bf00559322>
9. Ramirez J. C., Beckermann C. Examination of binary alloy free dendritic growth theories with a phase-field model. *Acta Materialia*, 2005, vol. 53, iss. 6, pp. 1721–1736. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.12.021>

Информация об авторах

Марукович Евгений Игнатьевич – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: info@itm.by

Брановицкий Александр Михайлович – кандидат технических наук, директор, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: inmet@mail.ru

Лебединский Юрий Анатольевич – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт технологии металлов Национальной академии наук Беларуси (ул. Бялыницкого-Бирули, 11, 212030, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: yura_lebedinsky@mail.ru

Information about the authors

Eugeny I. Marukovich – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Head of Department, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: info@itm.by

Alexandre M. Branovitsky – Ph. D. (Engineering), Director, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: inmet@mail.ru

Yuri A. Lebedinsky – Ph. D. (Physic and Mathematic), Head of Laboratory, Institute of Technology of Metals of the National Academy of Sciences of Belarus (11, Bialynitskaga-Biruli Str., 212030, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: yura_lebedinsky@mail.ru

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.186.5:669.14.018.298

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-399-406>

Поступила в редакцию 20.10.2017

Received 20.10.2017

В. А. Кукареко¹, А. Л. Валько¹, А. Н. Чичин²¹*Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*²*Минский тракторный завод, Минск, Беларусь***ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ НАГРЕВА ЦЕМЕНТИРУЕМЫХ
КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ НА РОСТ АУСТЕНИТНОГО ЗЕРНА
В ПРОЦЕССЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ВЫДЕРЖКИ**

Аннотация. Исследовано влияние режима нагрева образцов конструкционных цементуемых сталей 20ХНЗА, 20ХГНР и 15ХГН2ТА на величину аустенитного зерна после высокотемпературной изотермической выдержки при 1000 °С. Показано, что нагрев сталей со скоростью 1,2–3,0 °С/мин в интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения стабилизирует зеренную структуру сталей и приводит к замедлению кинетики роста аустенитного зерна при длительной высокотемпературной выдержке, что позволяет повысить температуру химико-термической обработки сталей. Сделано заключение, что стабилизация зеренной структуры сталей связана с образованием при медленном нагреве сегрегаций примесных атомов и частиц на границах зерен с высокоугловой разориентацией, что препятствует миграции границ зерен в процессе длительной высокотемпературной выдержки. Проведена высокотемпературная химико-термическая обработка партии заготовок из стали 20ХНЗА по экспериментальному режиму со ступенчатым нагревом в интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения, обеспечившему получение качественной мелкозернистой структуры цементированного слоя.

Ключевые слова: наследственно-мелкозернистые конструкционные стали для цементации, скорость нагрева, размер аустенитного зерна

Для цитирования. Кукареко, В. А. Влияние скорости нагрева цементуемых конструкционных сталей на рост аустенитного зерна в процессе высокотемпературной выдержки / В. А. Кукареко, А. Л. Валько, А. Н. Чичин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 399–406. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-399-406>

V. A. Kukareko¹, A. L. Valko¹, A. N. Chichin²¹*Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*²*Minsk Tractor Works, Minsk, Belarus***THE INFLUENCE OF THE HEATING RATE OF CEMENTED CONSTRUCTIONAL STEELS
ON THE GROWTH OF AUSTENITIC GRAIN IN THE PROCESS OF HIGH-TEMPERATURE HOLDING**

Abstract. The influence of the heating mode of samples of constructional cemented steels 20ХНЗА, 20ХГНР and 15ХГН2ТА on the value of austenite grain after high-temperature isothermal aging at 1000 °С is studied. It is shown that the heating of steels at a rate of 1.2–3.0 °С / min in the phase-transformation interval stabilizes the grain structure of the steels and leads to a slowing down of the kinetics of the growth of austenite grains during prolonged high-temperature aging, which makes it possible to increase the temperature of the chemical-thermal treatment of steels. It is concluded that the stabilization of the grain structure of steels is associated with the formation of segregation of impurity atoms and particles at grain boundaries with high-angle disorientation during slow heating, which prevents migration of grain boundaries in the process of prolonged high-temperature aging. A high-temperature chemical-thermal treatment of a batch of billets from steel 20ХНЗА under experimental conditions with stepwise heating in the phase-transformation interval provided a qualitative fine-grained structure of the cemented layer.

Keywords: inherent fine-grained constructional steels for case-hardening, heating rate, austenitic grain size

For citation. Kukareko V. A., Valko A. L., Chichin A. N. The influence of the heating rate of cemented constructional steels on the growth of austenitic grain in the process of high-temperature holding. *Vesti Natsyonal'nai akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 399–406 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-399-406>

Введение. Использование современных методов химико-термической обработки, и, в частности, метода цементации, обеспечивает повышение эксплуатационной надежности и ресурса

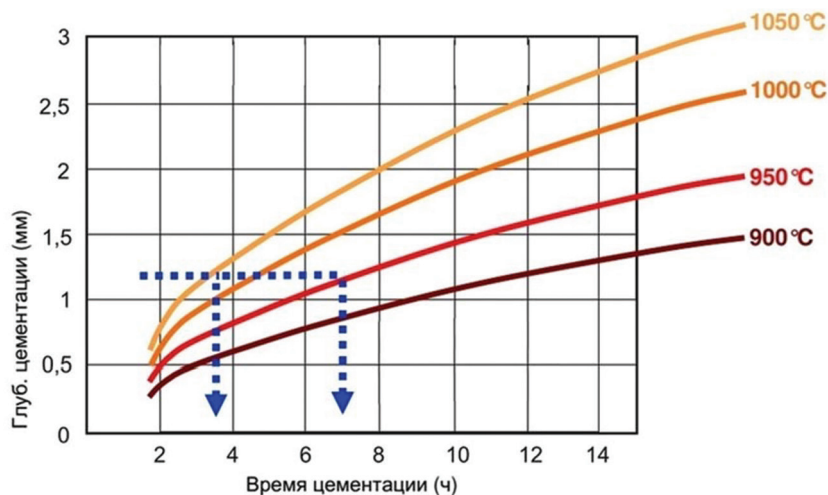


Рис. 1. Схема зависимости глубины цементированного слоя легированных конструкционных сталей от температуры и времени цементации

Fig. 1. Schematic dependence of case-hardened layer depth of alloyed constructional steels on temperature and duration of cementation

работоспособности зубчатых колес при снижении стоимости обработки. Одним из наиболее перспективных современных способов цементации, гарантирующим эффективное регулирование профиля распределения углерода по глубине слоя, уменьшение расхода электроэнергии и технологического газа, является метод высокотемпературной вакуумной цементации в атмосфере ацетилена [1]. Указанный способ позволяет добиться существенного ускорения процесса цементации за счет повышения температуры процесса от 930–940 °С до 1000–1040 °С. Так, в частности, возрастание температуры химико-термической обработки от 940 до 1040 °С обеспечивает увеличение глубины цементированного слоя в 1,6 раза при одинаковой продолжительности обработки [2]. Реализация высокотемпературной цементации приводит к существенному сокращению времени химико-термической обработки (рис. 1). В частности, при увеличении температуры химико-термической обработки сталей от 950 до 1000 °С время цементации уменьшается с 7 до 4,5 ч.

Вместе с тем применение стандартных сталей для высокотемпературной цементации в значительной степени сдерживается ростом аустенитного зерна в упрочненном слое и сердцевине зубчатых колес, что сопровождается понижением их ударной вязкости и сопротивления усталостному разрушению. В связи с этим весьма актуальной проблемой является разработка наследственно-мелкозернистых цементуемых сталей, сохраняющих мелкозернистую структуру после длительных изотермических выдержек при температурах 1000–1050 °С.

Решение указанной задачи достаточно трудоемко и затратно. Альтернативным способом повышения стабильности зеренной структуры сталей при высокотемпературных обработках может являться усовершенствование технологических режимов обработки. В частности, в [3, 4] установлено, что на кинетику укрупнения аустенитного зерна легированных сталей при высокотемпературных выдержках значительное влияние может оказывать скорость их нагрева до температур аустенизации и исходная структура. При этом в [4] было показано, что определяющую роль в кинетике роста зерна играет исходная структура стали и скорость ее нагрева в температурном интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения. В связи с этим задачей нашей работы являлось исследование влияния скорости нагрева ряда типичных конструкционных цементуемых сталей на величину аустенитного зерна после длительной изотермической выдержки при 1000 °С с целью разработки технологических режимов нагрева, обеспечивающих формирование мелкозернистой структуры при высокотемпературной цементации.

Методика эксперимента. Исследование проводилось на образцах промышленных легированных конструкционных сталей 20ХНЗА, 20ХГНР и 15ХГН2ТА (ГОСТ 4543-71). Химические составы сталей приведены в таблице.

Химический состав исследуемых сталей (мас.%)

Chemical composition of test steels (wt.%)

Сталь	C	Cr	Ni	Mn	Si	Cu	Ti	Mo	P	S	Fe
20ХН3А	≈ 0,20	0,80	2,86	0,49	0,29	0,23	0,01	0,03	0,012	0,013	основа
20ХГНР	≈ 0,18	0,82	0,86	0,75	0,34	0,03	0,02	–	0,006	0,004	основа
15ХГН2ТА	≈ 0,15	0,87	1,50	0,99	0,28	0,21	0,05	0,03	0,012	0,022	основа

Образцы для исследований (\varnothing 25 мм, толщина 10 мм) вырезались из стальных поковок, прошедших предварительную термическую обработку в толкательном агрегате П-454 по режиму: нагрев до 930–940 °С, выдержка в течение 2 ч, охлаждение в накопительном контейнере на воздухе до температуры 20 °С, высокий отпуск при температуре 620–640 °С в течение 4 ч, охлаждение на воздухе до температуры 20 °С. Микроструктура поковок – ферритно-перлитная, содержание бейнита и мартенсита не превышало 10 %, строчечность (полосчатость) отсутствовала. Твердость поковок 179–228 НВ.

Окончательная термическая обработка образцов сталей проводилась по трем различным режимам с использованием печи СНОЛ 0,2.0.30,2/1300:

режим 1 – нагрев образцов сталей до 1000 °С со скоростью 6 °С/мин, высокотемпературная выдержка в течение 1 ч;

режим 2 – ступенчатый нагрев образцов со скоростью 6 °С/мин до температуры 670 °С, медленный нагрев до 850 °С со скоростью 3 °С/мин, нагрев до 1000 °С со скоростью 5 °С/мин, выдержка 1 ч;

режим 3 – ступенчатый нагрев образцов со скоростью 6 °С/мин до температуры 670 °С, медленный нагрев до 850 °С со скоростью 1,2 °С/мин, нагрев до 1000 °С со скоростью 5 °С/мин, выдержка 1 ч.

После высокотемпературной выдержки образцов сталей при 1000 °С проводилась их закалка в масло.

Металлографическое исследование проводилось на микроскопе Neophot 32 при увеличении $\times 100$ и $\times 200$. Размер аустенитного зерна определяли в соответствии с ГОСТ 5639-82 (пункт 3.6) с использованием метода хорд. Для выявления границ зерен применялся метод химического травления в реактиве, изготовленном по патенту (Патент № 14748, Республика Беларусь: МПК С 23 F 1/28. Металлографический реактив для выявления границ действительного зерна стали).

Измерение твердости и микротвердости сталей по Виккерсу проводилось на приборе DuraScan 20 при нагрузках 10 кг и 0,2 кг соответственно.

Результаты исследований и обсуждение. На рис. 2 приведены микроструктуры исследуемых сталей в исходном состоянии (после предварительной термической обработки, включающей нормализацию и высокий отпуск). Можно видеть, что предварительная термическая

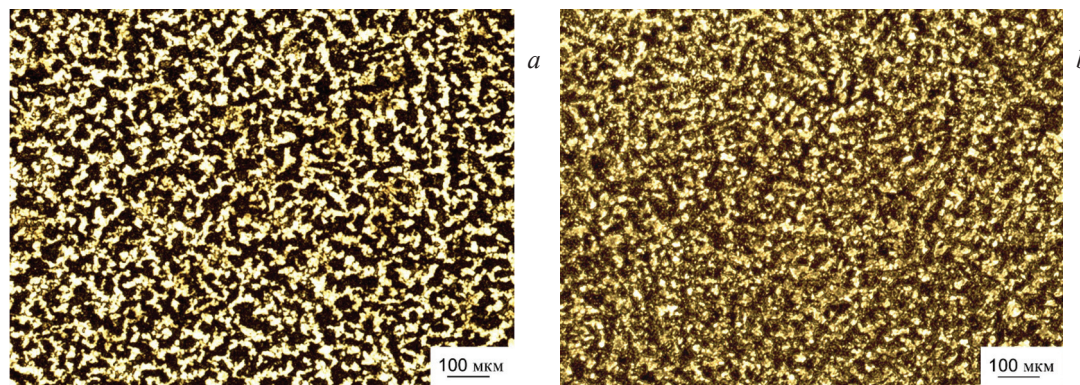


Рис. 2. Микроструктуры сталей 20ХН3А (а) и 20ХГНР (b) после предварительной термической обработки (нормализация и высокий отпуск)

Fig. 2. Microstructures of 20ХН3А (a) и 20ХГНР (b) steels after preliminary heat treatment (normalization and high-temperature tempering)

обработка сталей приводит к формированию в них равновесной мелкозернистой ферритно-перлитной структуры. Твердость сталей 20ХН3А, 20ХГНР и 15ХГН2ТА, подвергнутых предварительной термической обработке, составляла 183, 175 и 225 НВ 10, соответственно.

При стандартном нагреве исследуемых сталей до 1000 °С со скоростью 6 °С/мин, реализующейся при загрузке стальных заготовок в нагретую до температуры аустенизации печь, в них регистрируется сравнительно быстрый рост аустенитного зерна (рис. 3). При этом в сталях 20ХН3А, 20ХГНР и 15ХГН2ТА формируется разнотернистая структура со средним размером зерна 95, 128 и 91 мкм соответственно. Указанная структура является недопустимой с точки зрения требований нормативных документов к микроструктуре цементированных сталей (ОСТ 23.4.52–83) и предприятия «Минский тракторный завод» (Стандарт предприятия СТП 257 – 2188 – 2004 «Сталь цементованная и нитроцеменованная для зубчатых колес. Методы контроля качества микроструктуры и толщины слоя»).

При уменьшении скорости нагрева исследуемых сталей в интервале температур фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения до 3 °С/мин регистрируется существенное измельчение структуры (рис. 4). Значения среднего размера аустенитных зерен составляют 52, 45 и 51 мкм для сталей 20ХН3А, 20ХГНР и 15ХГН2ТА соответственно. При этом можно отметить, что в сталях существенно уменьшается количество крупных зерен.

В случае нагрева сталей в интервале температур фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ перехода со скоростью 1,2 °С/мин (режим 3) в них формируется сравнительно равномерная мелкозернистая структура со средним размером аустенитного зерна, составляющим 55 и 56 и 51 мкм для сталей 20ХН3А, 20ХГНР и 15ХГН2ТА соответственно (рис. 5).

На основании полученных данных можно констатировать, что уменьшение скорости нагрева образцов легированных конструкционных сталей в интервале температур фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения от 6 °С/мин до 1,2–3,0 °С/мин приводит к существенному измельчению зеренной структуры (в ≈ 2 раза) и уменьшению разнотернистости сталей после высокотемпературной выдержки при 1000 °С. Таким образом, склонность к росту аустенитного зерна конструкционных цементруемых сталей при высокотемпературной изотермической выдержке зависит не только от температуры и времени выдержки, но в значительной степени определяется и условиями фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения при нагреве сталей с различными скоростями. Подобный вывод был сделан

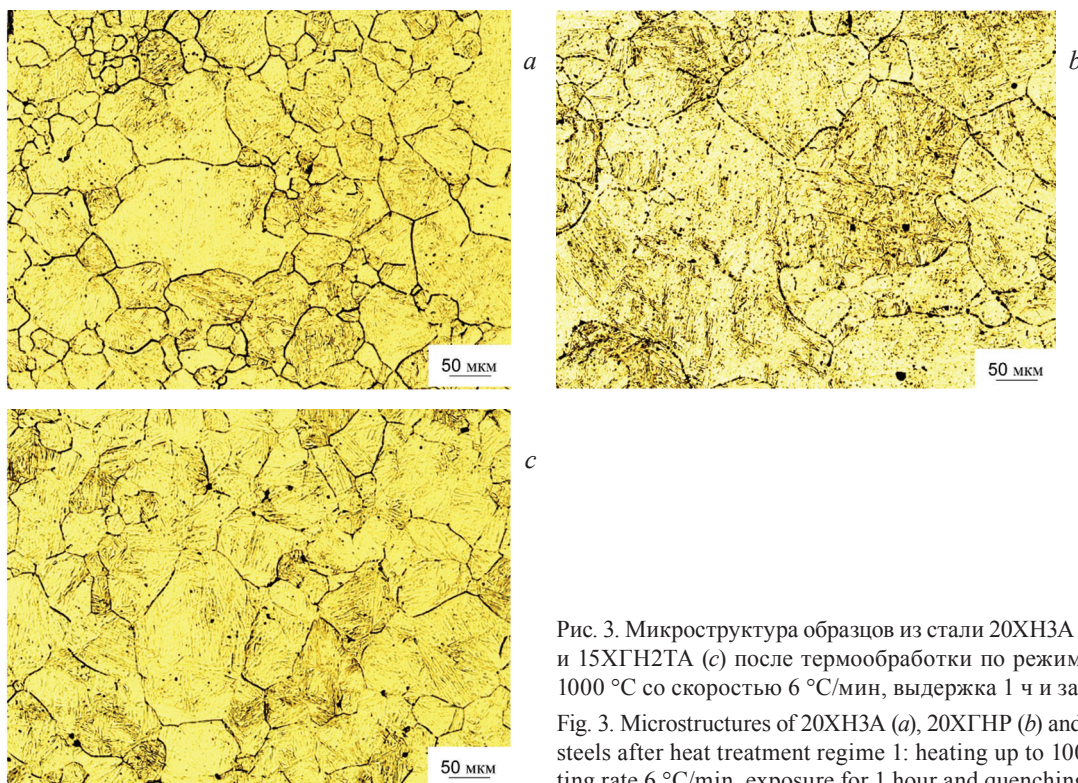


Рис. 3. Микроструктура образцов из стали 20ХН3А (а), 20ХГНР (b) и 15ХГН2ТА (с) после термообработки по режиму 1: нагрев до 1000 °С со скоростью 6 °С/мин, выдержка 1 ч и закалка в масло
Fig. 3. Microstructures of 20ХН3А (a), 20ХГНР (b) and 15ХГН2ТА (c) steels after heat treatment regime 1: heating up to 1000 °С with heating rate 6 °С/мин, exposure for 1 hour and quenching in oil

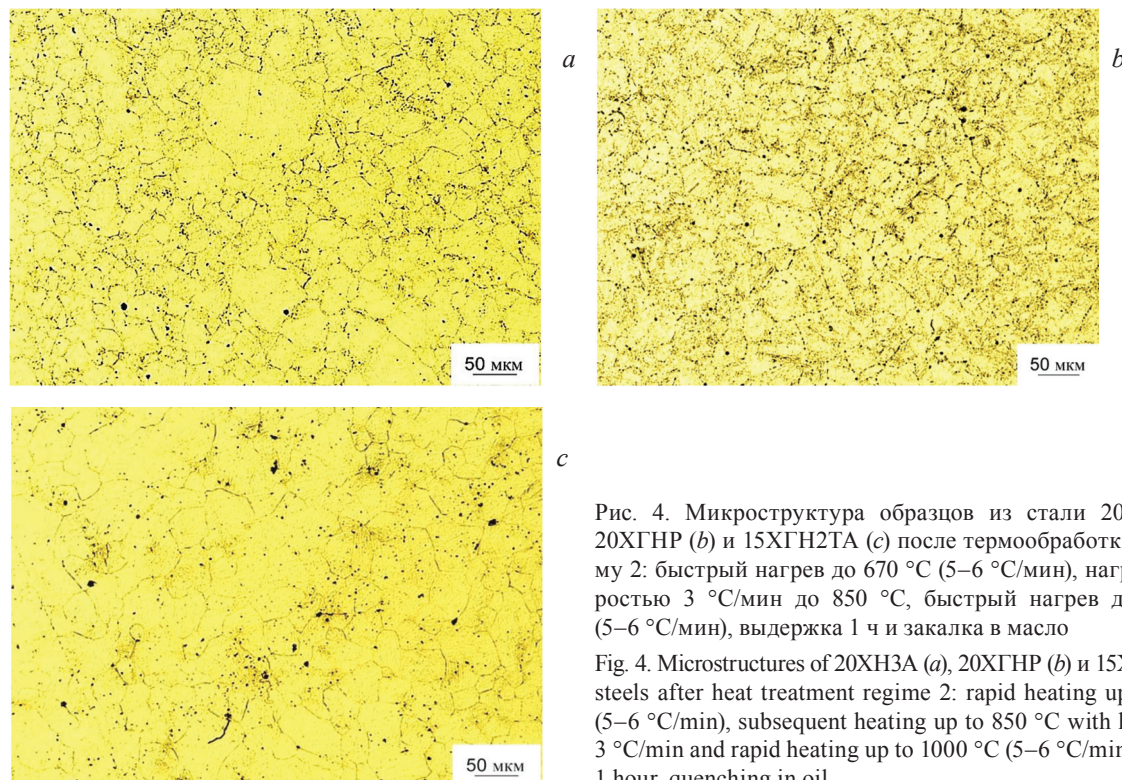


Рис. 4. Микроструктура образцов из стали 20ХН3А (а), 20ХГНР (b) и 15ХГН2ТА (с) после термообработки по режиму 2: быстрый нагрев до 670 °С (5–6 °С/мин), нагрев со скоростью 3 °С/мин до 850 °С, быстрый нагрев до 1000 °С (5–6 °С/мин), выдержка 1 ч и закалка в масле

Fig. 4. Microstructures of 20ХН3А (a), 20ХГНР (b) и 15ХГН2ТА (c) steels after heat treatment regime 2: rapid heating up to 670 °С (5–6 °С/min), subsequent heating up to 850 °С with heating rate 3 °С/min and rapid heating up to 1000 °С (5–6 °С/min), exposure 1 hour, quenching in oil

ранее в [4] при исследовании кинетики роста зерна в стали 18ХНВА. При этом в этой работе было обнаружено существенное возрастание скорости укрупнения аустенитного зерна в случае нагрева стали 18ХНВА, имеющей исходную неравновесную мартенситную структуру. В [4] было сделано заключение, что наличие в стали мартенситных структур приводит к упорядоченности процессов фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения при ускоренном нагреве с образованием фазонаклепанного аустенита, имеющего малоугловые границы [5, 6]. Указанное структурное состояние аустенитной

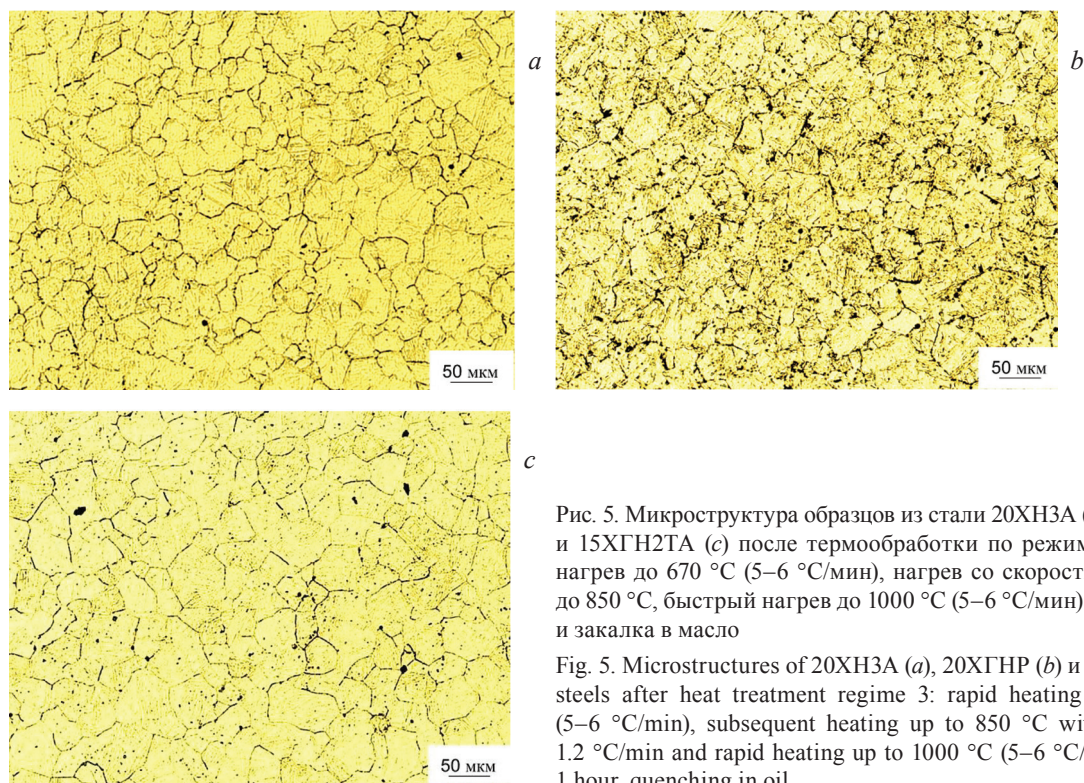


Рис. 5. Микроструктура образцов из стали 20ХН3А (а), 20ХГНР (b) и 15ХГН2ТА (с) после термообработки по режиму 3: быстрый нагрев до 670 °С (5–6 °С/мин), нагрев со скоростью 1,2 °С/мин до 850 °С, быстрый нагрев до 1000 °С (5–6 °С/мин), выдержка 1 ч и закалка в масле

Fig. 5. Microstructures of 20ХН3А (a), 20ХГНР (b) и 15ХГН2ТА (c) steels after heat treatment regime 3: rapid heating up to 670 °С (5–6 °С/min), subsequent heating up to 850 °С with heating rate 1.2 °С/min and rapid heating up to 1000 °С (5–6 °С/min), exposure 1 hour, quenching in oil

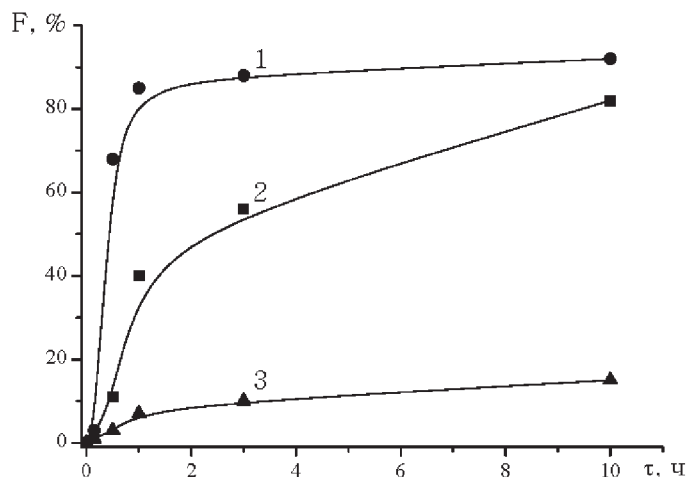


Рис. 6. Изменение объемной доли крупнозернистой структуры F в процессе высокотемпературной изотермической выдержки стали 18ХНВА при 930 °С в зависимости от режима предварительной термической обработки стали при нагреве со скоростью ≈ 200 °С/мин: 1 – закалка; 2 – нормализация; 3 – закалка и высокий отпуск (650 °С) [4]

Fig. 6. The change in the volume fraction of coarse-grained structure F in the process of high-temperature isothermal aging of steel 18ХНВА at 930 °С, depending on the mode of preliminary heat treatment with heating at a rate of ≈ 200 °С/min: 1 – quenching; 2 – normalization; 3 – hardening and high tempering (650 °С) [4]

структуры весьма нестабильно и способствует развитию процессов коалесценции (слияния) аустенитных зерен и ускоренному их росту [4]. При этом увеличение скорости нагрева в интервале $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения и наличие мартенситных структур ускоряет огрубление аустенитной структуры (рис. 6).

Поскольку исследуемые в настоящей работе стали в исходном состоянии имеют равновесную ферритно-перлитную структуру, то можно полагать, что в процессе их медленного нагрева ($\sim 1\text{--}3$ °С/мин) в интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ перехода аустенитное превращение происходит по диффузионному механизму с образованием стабильной мелкозернистой структуры, содержащей высокоугловые границы [5–7]. При этом, наряду с формированием зеренной структуры с высокоугловыми границами, на замедление кинетики укрупнения зерна при последующей высокотемпературной выдержке сталей может оказывать влияние также адсорбция примесных атомов по границам образующихся аустенитных зерен в процессе медленного нагрева в интервале $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения. В частности, на границах аустенитных зерен могут формироваться сегрегации примесных атомов и частицы фаз внедрения [3, 5], препятствующие миграции границ зерен и стабилизирующие мелкозернистую структуру. В случае же увеличения скорости нагрева образцов сталей до ≥ 6 °С/мин возрастает вероятность образования в них метастабильных малоугловых зеренных структур с незаблокированными границами [3, 4], что обуславливает ускоренную кинетику роста аустенитного зерна в этих сталях при высоких температурах. Таким образом, можно заключить, что регулирование скорости нагрева легированных цементируемых сталей в интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения может являться эффективным способом формирования в них устойчивой к росту аустенитного зерна структуры, и заложить основы для разработки технологических режимов высокотемпературной цементации.

С целью проверки указанного заключения была проведена экспериментальная высокотемпературная химико-термическая обработка деталей из стали 20ХН3А в условиях производства Минского тракторного завода (МТЗ). Обработка проводилась по режиму ступенчатого нагрева, включающему ускоренный нагрев до температуры 680 °С, медленный нагрев со скоростью 1,3 °С/мин в интервале 680–800 °С, ускоренный нагрев от 800 °С до температуры цементации 1000 °С с последующей изотермической выдержкой в течение 2,5 ч на стадии насыщения углеродом и закалку после подстуживания до 850 °С. На завершающей стадии цикла химико-термической обработки стали 20ХН3А проводился низкий отпуск при 170 °С в течение 2,5 ч. На рис. 7 приведена микроструктура цементированного слоя стали 20ХН3А. Можно видеть, что сталь имеет мелкозернистую структуру со средним размером аустенитного зерна 51 мкм в цементи-

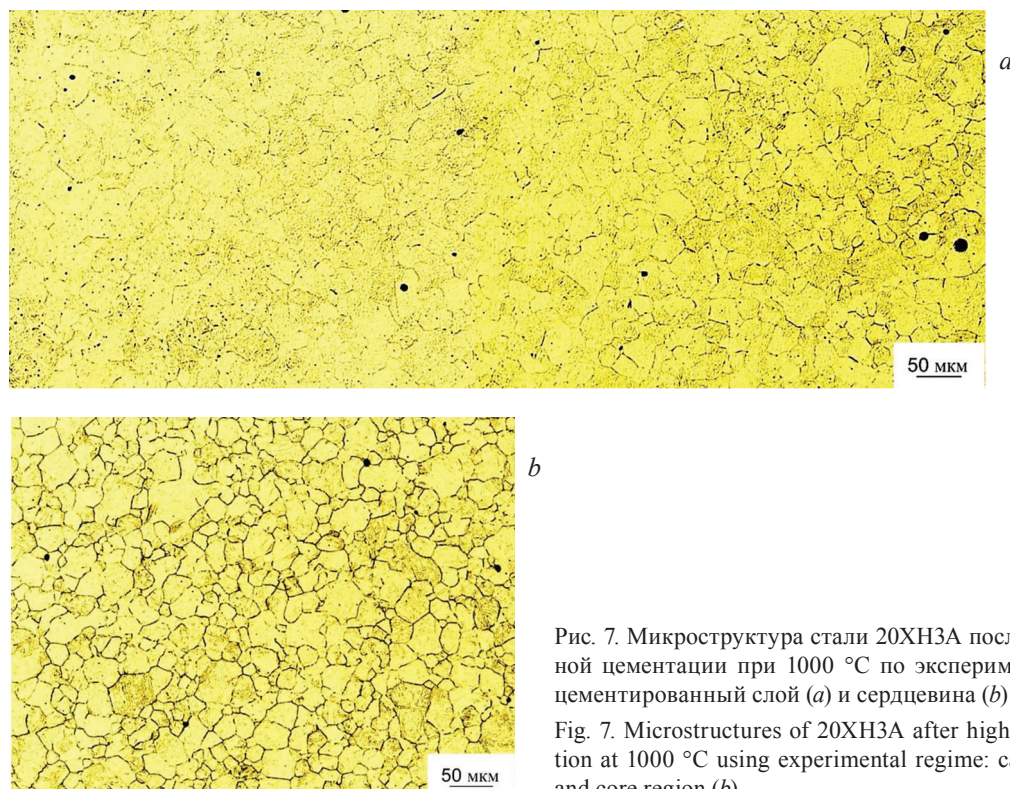


Рис. 7. Микроструктура стали 20ХН3А после высокотемпературной цементации при 1000 °С по экспериментальному режиму: цементированный слой (а) и сердцевина (b)

Fig. 7. Microstructures of 20ХН3А after high-temperature cementation at 1000 °С using experimental regime: case-hardened layer (a), and core region (b)

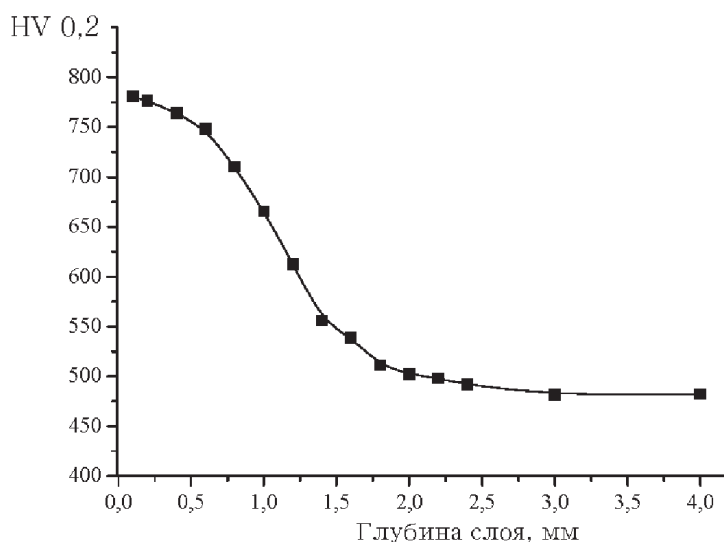


Рис. 8. Распределение микротвердости по глубине цементированного слоя стали 20ХН3А

Fig. 8. Distribution of microhardness in the depth of case-hardened layer of 20ХН3А steel

рованном слое и 43 мкм в сердцевине. Распределение микротвердости по глубине цементированного слоя приведено на рис. 8. Глубина цементированного слоя составляет 1,5–1,6 мм, а микротвердость поверхности – 780 HV 0,2 (61–62 HRC). Указанные характеристики структурного состояния и микротвердости поверхностного слоя полностью отвечают требованиям СТБ 257 – 2188 – 2004.

Заклучение. Исследовано влияние режима нагрева образцов наследственно-мелкозернистых конструкционных сталей для цементации 20ХН3А, 20ХГНР и 15ХГН2ТА на величину аустенитного зерна после высокотемпературной изотермической выдержки при 1000 °С в течение 1 ч. Показано, что уменьшение скорости нагрева сталей в интервале фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ превращения от 6 °С/мин до 1,2–3,0 °С/мин приводит к замедлению кинетики роста аустенитного зерна при

длительной высокотемпературной выдержке. Сделано заключение, что стабилизация зеренной структуры сталей обусловлена образованием при медленном нагреве приграничных сегрегаций примесных атомов и частиц, препятствующих миграции границ зерен и стабилизирующих мелкозернистую структуру. Предложен экспериментальный режим высокотемпературной химико-термической обработки, обеспечивший получение качественной структуры цементированного слоя стали.

Список использованных источников

1. Модернизация термического производства РУП «МТЗ» на основе применения вакуумной технологии химико-термической обработки / А. Н. Карась [и др.] // Механика машин механизмов и материалов. – 2013. – № 1. – С. 41–46.
2. Высокотемпературная вакуумная цементация – резерв по снижению энергоёмкости производства и улучшению качества зубчатых колес трансмиссий энергонасыщенных машин / А. А. Шипко [и др.] // Литье и металлургия. – 2016. – № 2. – С. 104–109.
3. Садовский, В. Д. Структурная наследственность в стали / В. Д. Садовский. – М.: Металлургия, 1973. – 208 с.
4. Кукареко, В. А. Закономерности роста аустенитного зерна в стали 18ХНВА / В. А. Кукареко // Металловедение и термическая обработка. – 1981. – № 9. – С. 15–17.
5. Орлов, А. Н. Границы зерен в металлах / А. Н. Орлов, В. Н. Перевезенцев, В. В. Рыбин. – М.: Металлургия, 1980. – 156 с.
6. Грабский, М. В. Структура границ зерен в металлах / М. В. Грабский. – М.: Металлургия, 1972. – 160 с.
7. Глейтер, Г. Большезуловые границы зерен / Г. Глейтер, Б. Чалмерс. – М.: Металлургиздат, 1975. – 375 с.

References

1. Karas A. N., Firsov I. V., Kolesnikov A. E., Vityaz P. A., Shipko A. A., Rudenko S. P., Valko A. L. Modernization of thermal manufacture RUP «MTZ» on the basis of application of vacuum technology chemical thermal processing. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov = Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*, 2013, no. 1, pp. 41–46 (in Russian).
2. Shipko A. A., Rudenco S. P., Valko A. L., Chichin A. N. High-Temperature vacuum cementation – the reserve to reduce the energy intensity of manufacture and improve the quality of transmission gearwheels of high-energy machines. *Litie i metallurgia [Casting and Metallurgy]*, 2016, no. 2, pp. 104–107 (in Russian).
3. Sadovskiy V. D. *Structure Heredity in Steel*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1973. 208 p. (in Russian).
4. Kukareko V. A. Regularities in the growth of austenitic grains in 18CrNiWA steel. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka = Metal Science and Heat Treatment*, 1981, no. 9, pp. 15–17 (in Russian).
5. Orlov A. N., Perevezencev V. N., Ryabin V. V. *Boundaries of Grains in Metals*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1980. 156 p. (in Russian).
6. Grabski M. W. *Structure of Grain Boundaries in Metals*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1972. 160 p. (in Russian).
7. Gleiter H., Chalmers B. *High-Anglegrain Boundaries*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1975. 375 p. (in Russian).

Информация об авторах

Кукареко Владимир Аркадьевич – доктор физико-математических наук, профессор, начальник центра структурных исследований и трибо-механических испытаний материалов и изделий машиностроения, Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 12, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v_kukareko@mail.ru

Валько Александр Леонидович – старший научный сотрудник, Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 12, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: valkoalex5@gmail.com

Чичин Алексей Николаевич – инженер-технолог II категории, Минский тракторный завод (ул. Долгобродская, 29, 220070, Минск, Республика Беларусь). E-mail: stradale@bk.ru

Information about the authors

Vladimir A. Kukareko – D. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Center for Structural Research and Tribo-Mechanical Testing of Materials and Engineering Products, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus (12, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v_kukareko@mail.ru

Alexander L. Valko – Senior Researcher, Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Belarus (12, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: valkoalex5@gmail.com

Alexey N. Chichin – Engineer-technologist of II category, Minsk Tractor Plant (29, Dolgobrodskaya Str., 220070, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: stradale@bk.ru

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.762:621.904

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-407-415>

Поступила в редакцию 03.05.2018

Received 03.05.2018

Е. В. Звонарев, А. Ф. Ильющенко, Ж. А. Витко, В. А. Осипов, Д. В. Бабура*Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа, Минск, Беларусь*

ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ РЕАКЦИОННОГО СПЕКАНИЯ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА КАРБИДНОЙ КЕРАМИКИ

Аннотация. Проведены экспериментальные исследования структуры, фазового состава и физико-механических свойств реакционно-спеченной керамики на основе карбида кремния и бора, полученной реакционным спеканием. Показано, что свойства реакционно-спеченной керамики на основе карбидов во многом определяются качеством пропитки пористого карбидного каркаса кремнием, которая, в свою очередь, зависит от общей и открытой пористости, формы и размера пор прессовки, состава шихты из порошка карбида. Высокотемпературное спекание, сопровождающееся пропиткой карбидного каркаса кремнием и взаимодействием его с углеродной составляющей каркаса, во многом определяет свойства материала. Главной задачей в реализации этого процесса является создание условий, обеспечивающих полное заполнение пор в исходной прессовке в процессе пропитки расплавом кремния и максимальной активации процесса химического взаимодействия между расплавом кремния, углеродом и другими компонентами, входящими в состав шихты. Проведен комплекс исследований по изучению влияния давления прессования и температуры отжига шихты на основе порошков карбида кремния и бора с добавкой графита на поровую структуру прессовки и качество ее пропитки расплавом кремния. Показано, что плотность, прочность при изгибе, твердость керамики на основе карбида кремния и карбида бора, получаемой реакционным спеканием, повышаются с ростом давления прессования карбидных каркасов. Оптимальной пористостью карбидного каркаса является 25–30 %, размер пор – 1,0–1,5 мкм. Показано, что керамика на основе карбида бора и карбида бора с 50 % карбида кремния, пропитанная кремнием при высокотемпературном спекании, обладает более высокими значениями прочности и твердости, чем на основе карбида кремния, благодаря более высокой адгезионной прочности на границе раздела частиц карбида бора и связки, которая вызвана растворением карбида бора в расплаве кремния и образованием на поверхности частиц сложного карбида.

Ключевые слова: карбид кремния, карбид бора, реакционно-спеченная керамика, кремний, пропитка пористого каркаса, пористость, размер пор, температура отжига, давление прессования, плотность, прочность при изгибе, твердость

Для цитирования. Влияние режимов реакционного спекания на структуру и свойства карбидной керамики / Е. В. Звонарев [и др.] // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 407–415. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-407-415>

E. V. Zvonarev, A. Ph. Ilyushchanka, Zh. A. Vitko, V. A. Osipov, D. V. Babura*O. V. Roman Powder Metallurgy Institute, Minsk, Belarus*

EFFECT OF REACTION SINTERING MODES ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF CARBIDE CERAMICS

Abstract. Experimental studies of the structure, phase composition, physical and mechanical properties of the reaction-sintered ceramics based on silicon carbide and boron obtained by reaction sintering have been performed. It has been shown that the properties of the reaction-sintered ceramics based on carbides are largely determined by the quality of impregnation of the porous carbide frame with silicon, which depends on the total and open porosity, shape and size of the pores of the compact, the composition of the charge from the carbide powder. High-temperature sintering, followed by impregnation of the carbide frame with silicon and its interaction with the carbon constituent of the frame, largely determines the properties of the material. The main task in the implementation of this process is to create conditions that ensure the full filling of pores in the initial compact during impregnation with silicon melt and, secondly, maximum activation of chemical interaction between the melt of silicon, carbon and other components that compose the charge. A complex of studies on the effect of compacting pressure and annealing temperature of the charge based on silicon carbide and boron powders with the addition of graphite on the pore structure of the compact and the quality of its impregnation with a silicon melt has been carried out in this work. It has been shown that the density, bending strength, hardness of ceramics based on silicon carbide and boron carbide obtained by reaction sintering are increased with a rise in compacting pressure of carbide frames. The optimum porosity of the carbide frame is 25–30 %; the pore size is 1.0–1.5 μm . It has been also demonstrated that ceramics based on boron carbide and boron carbide with 50 % silicon carbide impregnated with silicon at high-temperature sintering has higher strength and hardness values than those based on silicon carbide due to higher adhesion

strength at the interface of boron carbide particles and binder, caused by the dissolution of boron carbide in the silicon melt and the formation of complex carbide particles on the surface.

Keywords: silicon carbide, boron carbide, reaction-sintered ceramics, silicon, impregnation of the porous frame, porosity, pore size, annealing temperature, compacting pressure, density, bending strength, hardness

For citation. Zvonarev E. V., Ilyushchanka A. Ph., Vitko Zh. A., Osipov V. A., Babura D. V. Effect of reaction sintering modes on the structure and properties of carbide ceramics. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 407–415 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-407-415>

Введение. Карбидная керамика на основе кремния и бора и других элементов весьма востребована в промышленности. Наибольшее применение карбидокремниевая керамика нашла в машиностроении, атомной энергетике, на предприятиях оборонной, металлургической, пищевой, химической, нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей отраслей промышленности благодаря ее уникальным свойствам (высокая теплостойкость, жаростойкость вплоть до 1500 °С, твердость, износостойкость, коррозионная стойкость, теплопроводность, химической инертность, низкий коэффициент термического расширения, биосовместимость, устойчивость к радиационным воздействиям) [1–3]. Среди областей ее применения можно выделить пары трения, сухие газодинамические уплотнения, радиальные подшипники скольжения, работающие в жестких условиях абразивных и химически активных сред при высоких температурах, нагревательные элементы, фильеры, распылительные сопла, термопарные чехлы, элементы конструкций роторных двигателей и двигателей с турбонаддувом и детали специального назначения.

Однако технология получения карбидокремниевых материалов весьма сложная и требует специального оборудования, так как частицы порошка карбида кремния вследствие особенностей строения очень неактивны при спекании. В настоящее время карбидокремниевую керамику получают в основном тремя способами: активированным спеканием, горячим прессованием, реакционным спеканием. Наиболее простым и менее затратным является метод реакционного спекания, который предполагает совмещение спекания с химической реакцией синтеза самого материала. При этом в шихту вводят углерод, а кремний поступает извне в процессе спекания. Источником кремния служит как твердый кремний, так и его пары. Технология получения карбидокремниевой керамики с использованием метода реакционного спекания является весьма сложной, состоящей из ряда операций, от параметров которых зависят физико-механические и теплофизические свойства полученного материала.

Целью работы явилось изучение влияния состава и процесса получения на структуру и свойства реакционно-спеченной карбидной керамики.

Методика и методы исследования. В качестве объекта исследования использовали карбидную керамику, получаемую из шихты следующих составов, мас. %:

состав 1 – 100 % SiC + 10 % C_T;

состав 2 – 50 % SiC + 10 % C_T + 50 % B₄C;

состав 3 – 100 % B₄C + 10 % C_T.

Для проведения исследований использовались порошки карбида кремния (ГОСТ 26327-84) и карбида бора (ГОСТ 5744-85) в состоянии поставки, для реакционного спекания (силицирования) – отходы пластин полупроводникового кремния.

Из шихты исходных порошков, приготовленной в смесителе типа «пьяная бочка», при давлении 5–10 МПа прессовали образцы диаметром 10 мм, высотой 12 мм для исследования плотности, размера пор, сырой прочности прессовок и прочности на сжатие спеченных образцов, фазового состава и структуры. Спрессованные образцы подвергались поэтапно низкотемпературному отжигу, высокотемпературному отжигу, а затем реакционному спеканию (силицированию) в вакуумной печи при температуре 1500–1650 °С.

Исследования размера пор, структуры, фазового состава и физико-механических свойств проводили в сертифицированном Испытательном центре Института порошковой металлургии им. академика О. В. Романа на анализаторе размера пор SA 3100 (США), металлографическом микроскопе «MeF-3» (Австрия), рентгеновском дифрактометре «ДРОН-3», микротвердомере «Micro-met» (Австрия), универсальной испытательной машине «Tinius Olsen H150K-U» (Великобритания). Пористость образцов определяли гидростатическим методом по ГОСТ 2409-95.

Результаты исследования. Поскольку свойства реакционно-спеченной керамики на основе карбидов во многом определяются качеством пропитки пористого карбидного каркаса кремнием [2], которая, в свою очередь, зависит от пористости и размера пор прессовки из порошка карбида, нами был проведен комплекс исследований по изучению влияния давления прессования и температуры отжига шихты на основе порошков карбида кремния и бора с добавкой графита (C_T) на характеристики поровой структуры прессовки и качество ее пропитки расплавом кремния. Результаты исследований представлены на рис. 1, 2.

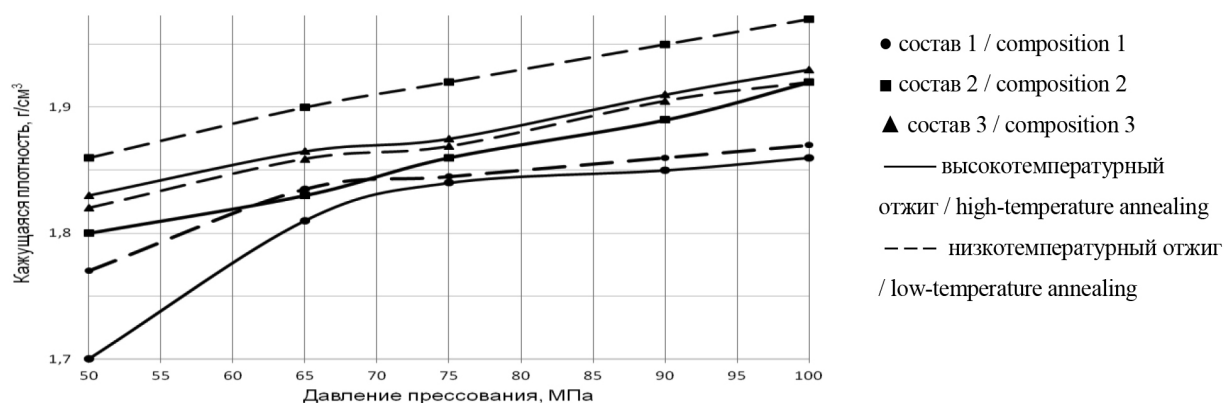


Рис. 1. Влияние давления прессования, температуры отжига и состава карбидной основы на кажущуюся плотность прессовок

Fig. 1. Influence of the compacting pressure, the annealing temperature and the carbide-based composition on the packed density of compacts

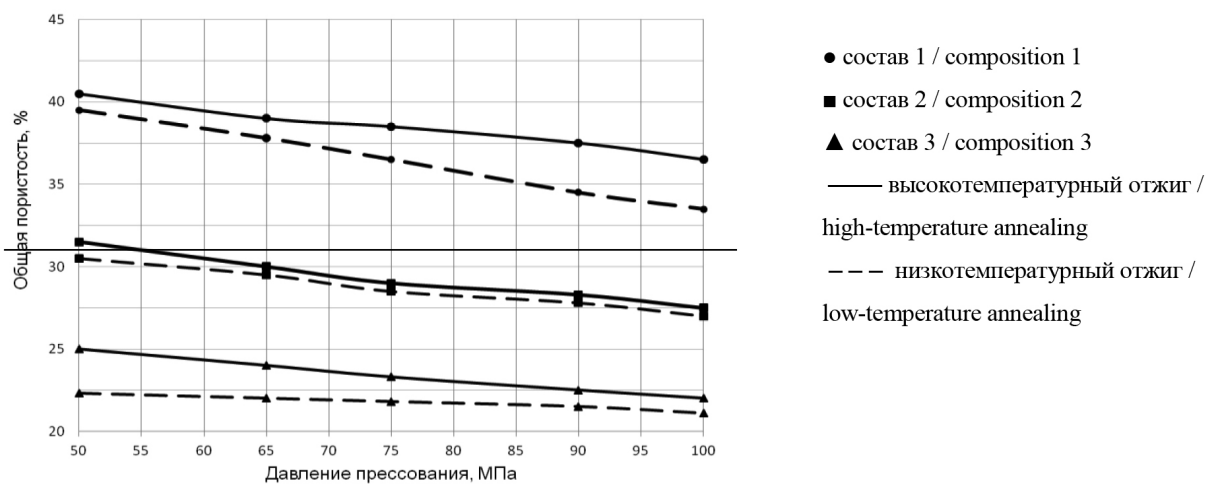


Рис. 2. Влияние давления прессования, температуры отжига и состава карбидной основы на общую пористость прессовок

Fig. 2. Influence of the compacting pressure, the annealing temperature and the carbide-based composition on the total porosity of compacts

Как видно из рис. 1 и 2, практически все полученные зависимости носят линейный характер, кроме материала на основе карбида кремния (кривая ●), в котором происходит резкое повышение кажущейся плотности при увеличении давления прессования от 5 до 7 МПа. Линейный характер зависимостей обусловлен уплотнением шихты только за счет переупаковки твердых частиц в массиве полимерного связующего, так как пластическая деформация карбидных частиц отсутствует [3].

Плотность всех составов практически одинакова и находится в пределах 1,77–1,92 г/см³ для шихты состава 1; 1,82, 1,92 г/см³ – для состава 2 и 1,86–1,97 г/см³ – для состава 3, пористость – 35–40 %, 27–31 % и 22,5–21,5 % соответственно. В целом прирост плотности в диапазоне давлений прессования 5–10 МПа составляет 0,10–0,12 г/см³, или 8–10 %. С повышением температуры отжига плотность прессовок снижается с 0,2 до 0,1 г/см³, пористость увеличивается на 2,0–3,5 % в зависимости от состава шихты. Наименьшей пористостью характеризуются прессовки из шихты на основе карбида бора, наибольшей – на основе карбида кремния. Снижение плотности с повышением температуры отжига обусловлено выгоранием углерода.

Поскольку скорость пропитки, как известно [4, 5], определяется прежде всего размером пор, изучали влияние давления прессования и температуры отжига на размер пор в исследуемых материалах. Установлено, что наибольшие размеры пор имеют прессовки из шихты состава 1 (10–14 мкм), наименьшие – состава 3 (1,7–5,0 мкм) (рис. 3). Размер пор в прессовках состава 2 равен 5,0–5,3 мкм. После высокотемпературного отжига прессовок размеры пор уменьшаются в среднем на 10–14 % и в прессовках состава 3 составляют 1,53–4,30 мкм.

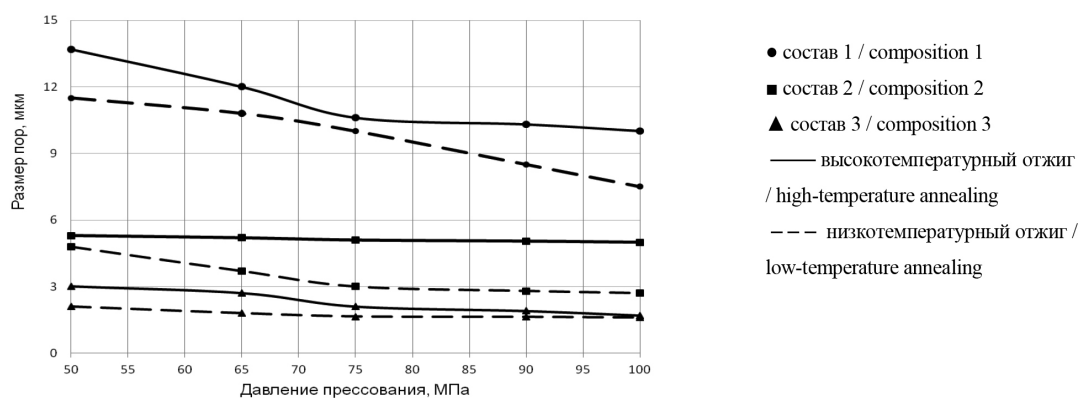


Рис. 3. Зависимость максимального размера пор в прессовках от давления прессования и температуры отжига
Fig. 3. Dependence of the maximum pore size in the compacts on the compacting pressure and the annealing temperature

Прочность прессовок, как было установлено нами при испытании на сжатие, зависит не только от плотности, но и от состава. Максимальной прочностью обладает материал состава 3 (рис. 4). Разрушение при испытании характеризуется двумя крайними состояниями: при низком давлении прессования образец разрушается по причине высокой остаточной пористости, а при высоком – происходит разрушение его целостности по причине большой упругой деформации частиц, при которой релаксация этих напряжений приводит к разрушению [6].

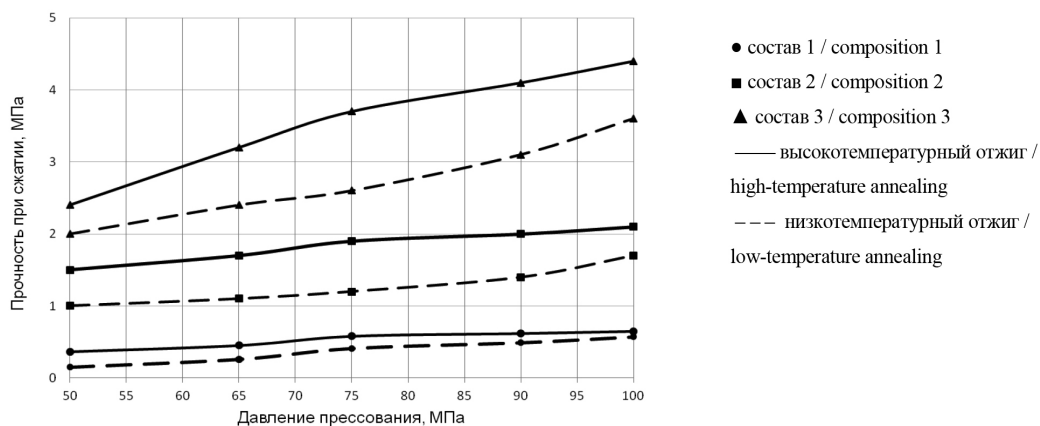


Рис. 4. Влияние давления прессования и температуры отжига на прочность прессовок исследуемых составов
Fig. 4. Influence of the compacting pressure and the annealing temperature on the strength of compacts of the investigated compositions

Повышение прочности прессовок состава 3 обусловлено, по-видимому, повышением адгезионной прочности на границе раздела карбидной фазы и материала связки за счет образования сложного карбида на поверхности исходных и перекристаллизованных зерен. Это происходит в результате химического взаимодействия частиц карбида бора и кремния, сопровождающегося разложением карбида бора на β -SiC и бор, который в свою очередь вступает во взаимодействие с кремнием, образуя силицид бора B_4Si , упрочняющего кремниевую связку.

Высокотемпературное спекание, которое сопровождается пропиткой карбидного каркаса кремнием и взаимодействием его с углеродной составляющей каркаса, во многом определяет свойства материала. Главной задачей в реализации этого процесса является создание условий, обеспечивающих полное заполнение пор в исходной прессовке в процессе пропитки расплавом кремния и максимальной активации процесса химического взаимодействия между расплавом кремния, углеродом и другими компонентами, входящими в состав шихты. Процесс пропитки контролируется целым рядом факторов, таких как пористость прессовки и размер пор, капиллярное давление, смачиваемость расплавом кремния карбидного каркаса и др.

Степень пропитки пористого карбидного каркаса расплавом кремния рассчитывали по формуле $\xi = \frac{m_2 - m_1}{m_2} \cdot 100\%$, где m_1 – масса прессовки до пропитки, m_2 – масса прессовки после пропитки.

На рис. 5 представлена зависимость степени пропитки пористых прессовок исследуемых составов от давления прессования.

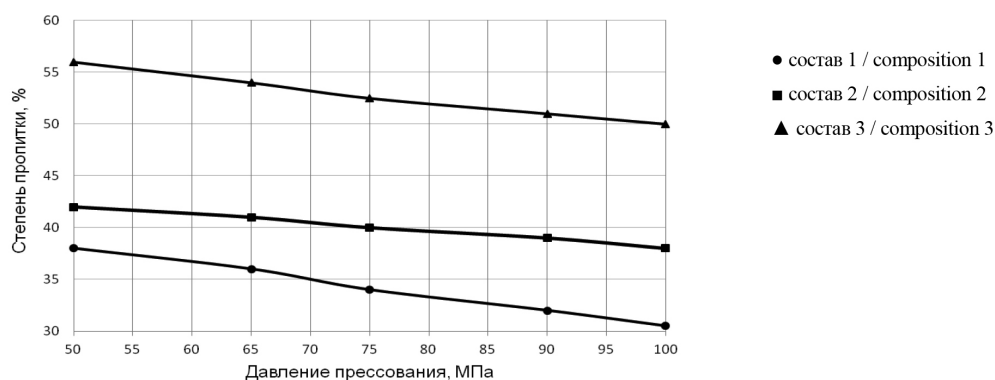


Рис. 5. Зависимость степени пропитки прессовок из карбидного каркаса от давления прессования

Fig. 5. Dependence of the impregnation degree of compacts made of the carbide frame on the compacting pressure

Максимальная степень пропитки достигается для состава 3, что объясняется меньшим диаметром пор в карбидной прессовке (см. рис. 3) и, соответственно, большим капиллярным давлением.

Необходимо отметить, что прочность исследуемых материалов хорошо коррелирует со степенью пропитки. Максимальной прочностью обладает керамика состава 3 (261 МПа), наименьшей – состава 1 (230 МПа) (рис. 6).

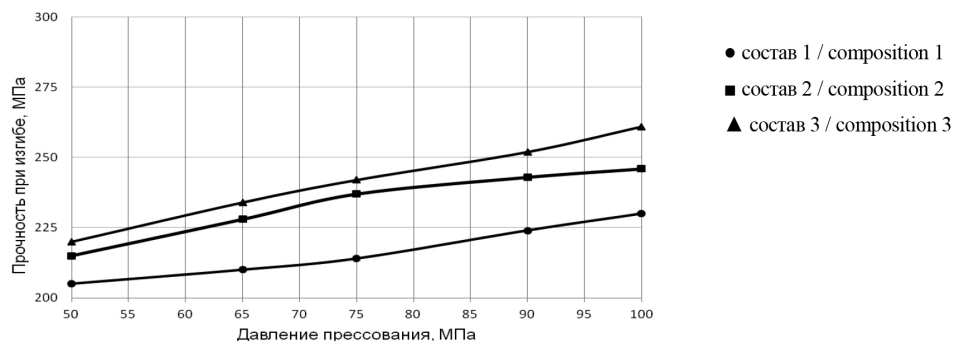


Рис. 6. Прочность исследуемых составов керамики

Fig. 6. Strength of the investigated compositions of ceramics

Полученные результаты свидетельствуют о том, что прочность и твердость карбидной керамики повышаются при увеличении плотности прессовок (табл. 1). Так, твердость керамики состава 3 составляет 91–92 HRA и HV 35–37 ГПа; состава 1 – 75–80 HRA и 25–27 ГПа соответственно. Это связано с тем, что при использовании более плотных прессовок в структуре больше первичного карбида и меньше свободного кремния.

Таблица 1. Свойства реакционно-спеченной керамики, полученной пропиткой расплавом кремния пористых прессовок

Table 1. The properties of reaction-sintered ceramics obtained by impregnating silicon melt of porous compacts

Номер состава Composition number	Давление прессования, МПа Compacting pressure, МПа	Плотность, г/см ³ Density, g/cm ³	Общая пористость, % Total porosity, %	Твердость, HRA Hardness, HRA	Микротвердость карбидной фазы, ГПа Microhardness of the carbide phase, GPa	Прочность при изгибе, МПа Bending strength, МПа
1	50	2,96	4,6	74–79	24–25	195–216
	75	3,02	3,5	75–79	23–25	214
	100	3,05	2,8	75–80	25–27	220–241
2	50	2,76	4,9	73–79	29–30	204–225
	75	2,82	1,4	74–79	28–31	238
	100	2,88	3,1	75–80	28–34	238–254
3	50	2,65	7,4	72–80	32–35	211–228
	75	2,71	6,1	76–82	31–33	247
	100	2,73	4,2	91–92	35–37	257–263

Микроструктура керамики на основе карбида кремния (рис. 7) и карбида бора (рис. 8) существенно различается.

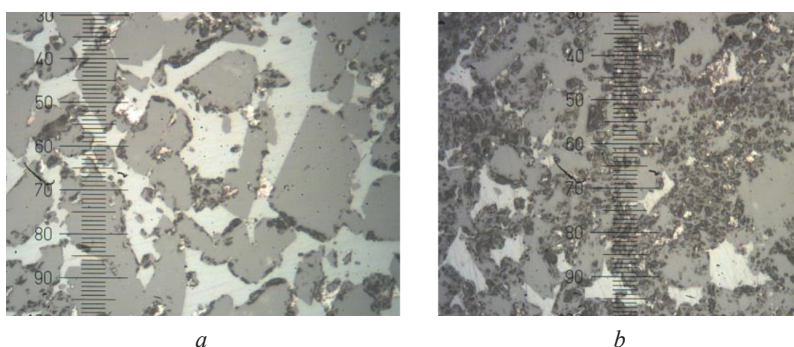


Рис. 7. Микроструктура образцов реакционно-спеченной керамики, полученной пропиткой кремнием пористых прессовок состава 1: *a* – давление прессования 50 МПа, *b* – давление прессования 100 МПа; $\times 500$

Fig. 7. Microstructure of samples of reaction-sintered ceramics obtained by impregnating silicon of porous compacts of composition 1: *a* – compacting pressure 50 MPa, *b* – compacting pressure 100 MPa; $\times 500$

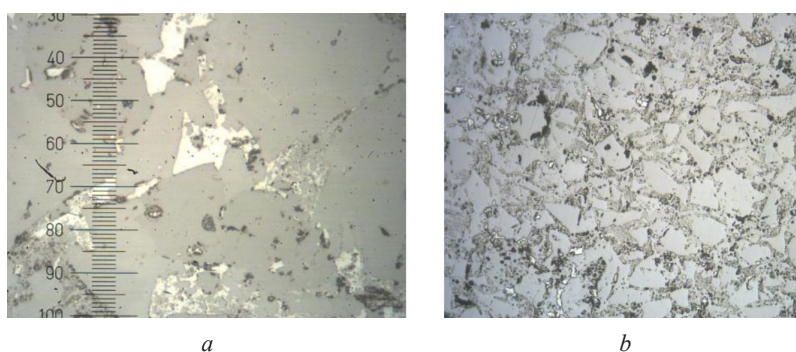


Рис. 8. Микроструктура реакционно-спеченной керамики, полученной пропиткой кремнием пористых прессовок состава 3: *a* – давление прессования 50 МПа, *b* – давление прессования 100 МПа; $\times 500$

Fig. 8. Microstructure of samples of reaction-sintered ceramics obtained by impregnating silicon of porous compacts of composition 3: *a* – compacting pressure 50 MPa, *b* – compacting pressure 100 MPa; $\times 500$

Структура керамики с каркасом, спрессованным при давлении 50 МПа, крупнозернистая, размеры частиц карбида кремния 20–80 мкм (рис. 7, *a*). Структура керамики с каркасом высокой плотности (давление прессования 100 МПа) плотная, состоящая из сросшихся частиц первичного и вторичного карбида кремния с микротвердостью 25–27 ГПа, полученного при взаимодействии кремния с углеродом каркаса (рис. 7, *b*). Участки свободного кремния располагаются дискретно.

Керамика, полученная на основе порошков карбида бора, отличается более совершенной структурой с четко выраженными границами карбидных частиц и связующего материала (рис. 8). Микротвердость карбидных частиц составляет 28–35 ГПа в керамике, спрессованной при давлении 50 МПа, и 25–27 ГПа – спрессованной при давлении 100 МПа. Микротвердость связки – 9–10 ГПа.

При формировании структуры керамики на основе карбида бора (состав 3) на границах раздела карбидной фазы и кремния в результате химического взаимодействия карбида бора с расплавом кремния образуется переходная зона состава $\text{SiC-B}_{4,6}\text{Si}$ с включениями мелких частиц B_4C (рис. 9, табл. 2) [7]. Этот эффект проявляется также в керамике состава 2, содержащей смесь порошков карбида бора и карбида кремния.

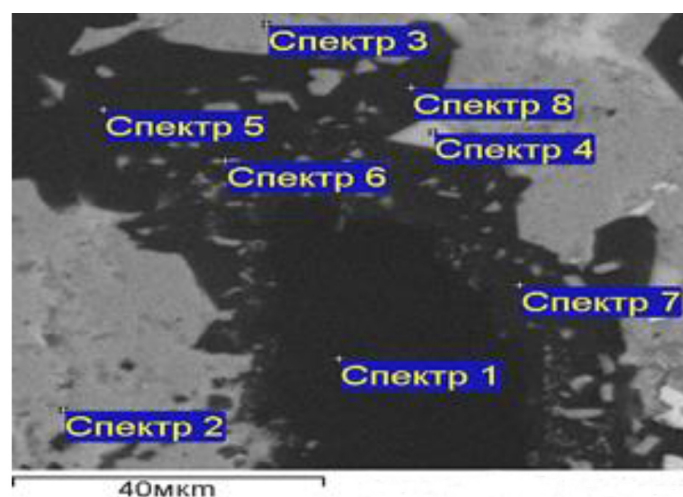


Рис. 9. Электронное изображение микроструктуры реакционно-спеченной керамики состава 3

Fig. 9. Electronic image of microstructure of reaction-sintered ceramics of composition 3

Таблица 2. Элементный состав реакционно-спеченной керамики состава 3

Table 2. Elemental composition of reaction-sintered ceramics of composition 3

Спектр Spectrum	B, %	C, %	Si, %
1	60,5	39,4	–
2	–	47,2	52,4
3	–	46,4	53,5
4	–	31,7	67,6
5	61,2	34,8	1,3
6	60,4	33,4	3,9
7	58,4	37,8	1,4

Рентгенофазовый анализ показал, что содержание карбидов в исследуемых материалах увеличивается с повышением давления прессования в среднем на 15 % (рис. 10, *a*, *b*), соответственно содержание свободного кремния уменьшается (рис. 10, *c*).

Наиболее высокое содержание карбидов ~80 % достигнуто на керамике составов 2 и 3, при этом содержание карбида кремния равно 70–75 %, карбида бора – 5–10 %, кремния – 20 %. Необходимо отметить, что в составах 2 и 3 после спекания наблюдается снижение содержания

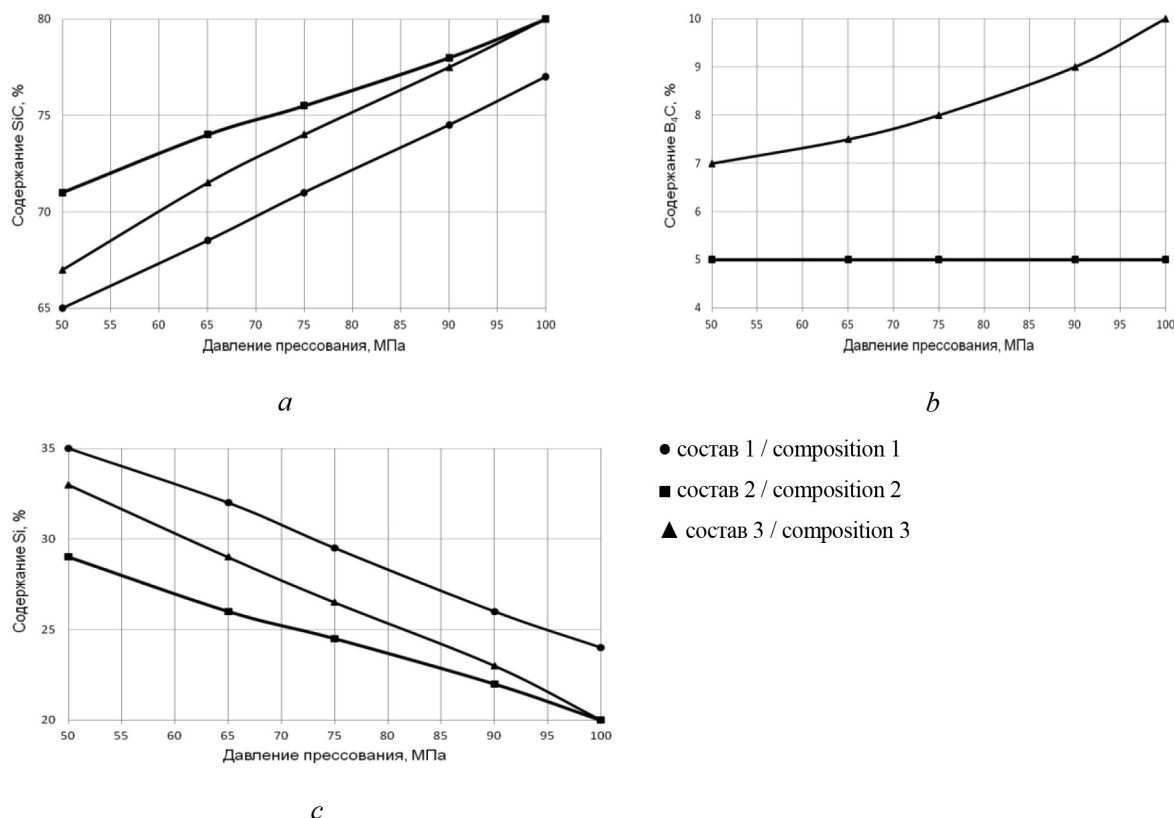


Рис. 10. Зависимость содержания карбидной фазы (a, b) и кремния (c) в исследуемых материалах
 Fig. 10. Dependence of the content of the carbide phase (a, b) and silicon (c) in the investigated materials

карбида бора. Так, в составе 2 содержание B_4C снизилось с 71–80 до 5 %, а в составе 3 – с 67–80 до 7–10 %. Это объясняется, по-видимому, распадом карбида бора и образованием карбида кремния при силицировании.

Заключение. Установлено, что свойства керамики на основе карбидов кремния и бора, полученной реакционным спеканием, существенно зависят как от состава шихты, так и параметров карбидных каркасов, пропитываемых кремнием (общей и открытой пористости, формы и размера пор), а также от степени их пропитки.

Показано, что плотность, прочность при изгибе, твердость керамики на основе карбида кремния и карбида бора, получаемой реакционным спеканием, повышаются с ростом давления прессования карбидных каркасов. Оптимальной пористостью карбидного каркаса является 25–30 %, размер пор – 1,0–1,5 мкм.

Установлено, что керамика на основе карбида бора и карбида кремния с 50 % карбида кремния, пропитанная кремнием при высокотемпературном спекании, обладает более высокими значениями прочности и твердости, чем на основе карбида кремния, благодаря более высокой адгезионной прочности на границе раздела частиц карбида бора и связи, вызванной растворением карбида бора в расплаве кремния и образованием на поверхности частиц B_4C сложного карбида $SiC/B_4C-B_4Si(B_6Si)-Si$.

Список использованных источников

1. Керамика для машиностроения / А. П. Гаршин [и др.]. – М.: Научтехиздат, 2003. – 384 с.
2. Карбид кремния: технология, свойства, применение / О. А. Агеев [и др.]. – Харьков: ИСМ, 2010. – 532 с.
3. Новая профилированная керамика на основе карбида кремния / К. Н. Филонов [и др.] // Изв. Рос. акад. наук. Сер. Физическая. – 2009. – Т. 73, № 10. – С. 1460–1462.
4. Washburn, E. W. The Dynamics of Capillary Flow / E. W. Washburn // Phys. Rev. – 1991. – Vol. 17, Iss. 3. – P. 273–283. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.17.273>

5. Влияние армирующих добавок и температуры силицирования на структуру и некоторые свойства реакционно-связанной керамики на основе карбида кремния / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Порошковая металлургия: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск: Беларус. навука, 2015. – Вып. 38. – С. 132–141.

6. Влияние технологических режимов получения на структуру и свойства реакционно-спеченной керамики на основе карбида кремния / Д. В. Бабуря [и др.] // Порошковая металлургия: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск: Беларус. навука, 2017. – Вып. 40. – С. 73–76.

7. Реакционно-связанная керамика состава SiC-B₄C-Si: получение и некоторые свойства / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Сборник докладов 9-го Международного симпозиума «Порошковая металлургия: инженерия поверхности, новые порошковые композиционные материалы. Сварка», Минск, 8–10 апр. 2015 г. – Минск: Беларус. навука, 2015. – Ч. 1. – С. 289–305.

References

1. Garshin A. P., Gropyanov V. M., Zaitsev G. P., Semenov S. S. *Ceramics for Machine Building Industry*. Moscow, Nauchtechizdat Publ., 2003. 384 p. (in Russian).

2. Ageev O. A., Beliaev A. E., Boltovets N. S., Kiselev V. S., Konakova R. V., Lebedev A. A., Milenin V. V., Okhrimenko O. B., Poliakov V. V., Svetlichnyi A. M., Cherednichenko D. I. *Silicon Carbide: Technology, Properties, Application*. Kharkov, Institute of Scintillation Materials, 2010. 532 p. (in Russian).

3. Filonov K. N., Kurlov V. N., Klassen N. V., Samoilov V. M., Vodovozov A. N. New shaped ceramics based on silicon carbide. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2009, vol. 73, no. 10, pp. 1377–1379. <https://doi.org/10.3103/S1062873809100165>

4. Washburn E. W. The Dynamics of Capillary Flow. *Physical Review*, 1991, vol. 17, iss. 3, pp. 273–283. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.17.273>

5. П'іушчэнко А. Ф., Осіпов В. А., Звонарев Е. В., Вітко Ж. А., Бабуря Д. В. Influence of reinforcing additives and the temperature of silicization on the structure and some properties of reactive-bonded ceramics based on silicon carbide. *Poroshkovaia metallurgiiia. Respublikanskii mezhdomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Powder Metallurgy: Republican interdepartmental collection of scientific papers]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2015, iss. 38, pp. 132–141 (in Russian).

6. Babura D. V., П'іушчэнко А. Ф., Осіпов В. А., Звонарев Е. В. Influence of technological production modes on the structure and properties of reactive-sintered ceramics based on silicon carbide. *Poroshkovaia metallurgiiia. Respublikanskii mezhdomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Powder Metallurgy: Republican interdepartmental collection of scientific papers]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2017, iss. 40, pp. 73–76 (in Russian).

7. П'іушчэнко А. Ф., Осіпов В. А., Звонарев Е. В., Вітко Ж. А. Reaction-bonded ceramics of SiC-B₄C-Si composition: production and some properties. *Sbornik dokladov 9-go Mezhdunarodnogo simpoziuma "Poroshkovaia metallurgiiia: inzheneriia poverkhnosti, novye poroshkovye kompozitsionnye materialy. Svarka", Minsk, 8–10 aprelia 2015 g. Chast' 1* [Collected papers of the 9th International Symposium "Powder Metallurgy: Surface Engineering, New Powder Composite Materials. Welding". Minsk, April 8–10, 2015. Part 1]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., pp. 289–305 (in Russian).

Информация об авторах

Звонарев Евгений Владимирович – кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, Институт порошковой металлургии им. академика О. В. Романа (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь).

Ильющенко Александр Федорович – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, директор, Институт порошковой металлургии им. академика О. В. Романа (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: alexil@mailbelpak.by

Витко Жанна Александровна – научный сотрудник, Институт порошковой металлургии им. академика О. В. Романа (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: diamantlab@rambler.ru

Осипов Владимир Анатольевич – старший научный сотрудник, Институт порошковой металлургии им. академика О. В. Романа (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: foff2017@mail.ru

Бабуря Дмитрий Владимирович – младший научный сотрудник, Институт порошковой металлургии им. академика О. В. Романа (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: babura.dima@mail.ru

Information about the authors

Evgeny V. Zvonarev – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Senior Researcher, O. V. Roman Powder Metallurgy Institute (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus).

Aliaksandr Ph. Ilyushchanka – Corresponding Member of National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Director, O. V. Roman Powder Metallurgy Institute (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alexil@mailbelpak.by

Zhanna A. Vitko – Researcher, O. V. Roman Powder Metallurgy Institute (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: diamantlab@rambler.ru

Vladimir A. Osipov – Senior Researcher, O. V. Roman Powder Metallurgy Institute (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: foff2017@mail.ru

Dmitry V. Babura – Junior Researcher, O. V. Roman Powder Metallurgy Institute (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: babura.dima@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА
MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS

УДК 621.77
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-416-423>

Поступила в редакцию 27.11.2017
Received 27.11.2017

Г. В. Кожевникова

Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИБКИ ЛИСТА МЕТОДОМ ПОЛЕЙ ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ

Аннотация. Одним из ограничений, налагаемых на процесс гибки листа, является возможность образования трещин на поверхности. Для прогнозирования данного вида разрушения металла необходима информация о пластических свойствах материала и напряженном состоянии в очаге деформации в процессе гибки. Приведено решение задачи гибки листа в условиях плоско-деформированного состояния на жесткой цилиндрической оправке методом графического построения поля линий скольжения. В качестве модели материала рассмотрено идеально-пластическое тело. Определены напряжения в очаге деформации и накопленные деформации. Процесс гибки квалифицирован как однонаправленный и монотонный. Установлено, что среднее напряжение на наружной поверхности листа при гибке равно 1 и не зависит от толщины листа и радиуса жесткой цилиндрической оправки. Осуществлена проверка точности графического решения. Полученное решение может быть положено в основу экспериментального метода испытания пластических свойств металлов.

Ключевые слова: пластическое деформирование, идеально-пластическое тело, напряженно-деформированное состояние, линии скольжения, пластичность

Для цитирования. Кожевникова, Г. В. Решение задачи гибки листа методом полей скольжения / Г. В. Кожевникова // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 416–423. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-416-423>

G. V. Kozhevnikova

Physical Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

SOLUTION OF THE PROBLEM OF SHEET BENDING BY THE SLIP LINE FIELD METHOD

Abstract. One of the limitations imposed on this process of bending is the possibility of cracking on the surface of the sheet during bending. To predict this type of metal destruction, information is needed on the plastic properties of the material and the stress state in the deformation zone during the bending process. The solution of the problem of sheet bending under conditions of a flat-strained state by graphical construction of the slip line field using a rigid cylindrical mandrel has been analyzed. The material model is a perfectly plastic body. The stresses in the deformation zone and accumulated strains have been determined. The bending process is characterized as unidirectional and monotonous. It has been determined that the mean stress on the outer surface of the sheet during bending equals to 1, and it does not depend on the sheet thickness and the radius of the rigid cylindrical mandrel. Verification of the accuracy of the graphical solution is made. The resulting solution can be used as the basis for an experimental method for testing the plastic properties of metals.

Keywords: plastic straining, perfectly plastic body, stress-strain state, slip lines, plasticity

For citation. Kozhevnikova G. V. Solution of the problem of sheet bending by the slip line field method. *Vestsi Natsyonal'най akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 416–423 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-416-423>

Введение. Гибка листа является одной из распространенных промышленных технологий листовой штамповки. Одним из ограничений, налагаемых на этот процесс, выступает возможность образования трещин на поверхности листа при гибке. Для прогнозирования данного вида разру-

шения металла необходима информация о пластических свойствах материала и о напряженном состоянии в очаге деформации в процессе гибки.

В качестве одного из возможных методов решения задачи определения напряженного состояния в очаге деформации при гибке листа применяется метод графического построения поля линий скольжения.

Решение задачи. Указанная задача относится к одному из разделов теории пластического течения идеально-пластических материалов в условиях плоско-деформированного состояния. В ней рассматривается процесс деформации листа толщиной H неограниченной ширины при его гибке на жестком цилиндрическом инструменте радиусом R (рис. 1, a).

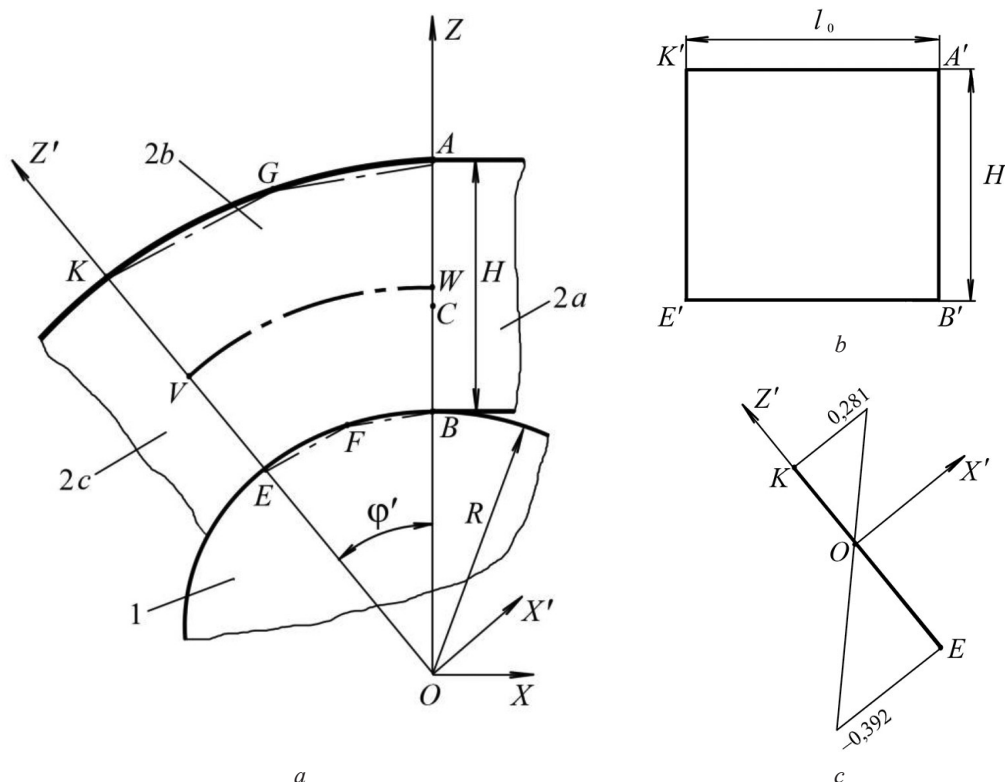


Рис. 1. Гибка листа в условиях плоско-деформированного состояния на жесткой цилиндрической оправке: схема (a), участок исходного материала (b), изменения деформаций $\epsilon_{x'}$ вдоль линии KE (c)

Fig. 1. The sheet bending under conditions of a flat-strained state using a rigid cylindrical mandrel: scheme (a), a section of the initial material (b), changes in strains $\epsilon_{x'}$ along the line KE (c)

Метод решения задачи – графическое построение полей линий скольжения [1, 2]. В задаче рассматривается стационарная стадия процесса гибки листа 2 (рис. 1, a) вокруг инструмента 1. В объеме листа можно выделить зону недеформированного (исходного) материала $2a$, зону деформации $2b$ $EKAB$ и жесткую зону $2c$ после деформации. Зона $2a$ постоянно огибает инструмент 1, а очаг деформации $EKAB$ постоянно смещается вправо, оставаясь неизменным в своих габаритах. Таким образом, рассматриваемый процесс гибки листа стационарен.

Толщина листа при входе в очаг деформации равна H . Из условия несжимаемости идеально-пластического тела и отсутствия течения материала в направлении оси OY (плоско-деформированное состояние) можно заключить, что площадь сечения очага деформации S_{EKAB} равна площади участка исходного материала $S_{E'K'A'B'}$ (рис. 1, b), или

$$S_{EKAB} = Hl_0, \tag{1}$$

где l_0 – длина участка исходного материала $E'K'A'B'$.

Отсюда может быть определена деформация $\varepsilon_{x'}$ в точке K :

$$\varepsilon_{x'} = \ln(l_{KA}/l_0), \quad (2)$$

где l_{KA} – длина части окружности KA .

$$l_{KA} = \frac{2\pi(R+H)\varphi'}{360^\circ}, \quad (3)$$

где φ' – угол, показанный на рис. 1, a , град.

На наружной поверхности очага деформации силы трения отсутствуют, следовательно, касательные напряжения $t_{xz} = t_{x'z'}$ равны нулю, а линия скольжения выходит на эту поверхность под углом 45° [3]. Главные нормальные напряжения направлены под углом 45° к линии скольжения, следовательно, в точке K нормальные напряжения $s_{x'}$ и $s_{z'}$ – главные. По условию подобия и коаксиальности девиатора напряжений и тензора скоростей деформаций [4] в точке K линейные деформации $\varepsilon_{x'}$ и $\varepsilon_{z'}$ также являются главными, то есть

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_1, \quad \varepsilon_{z'} = \varepsilon_3. \quad (4)$$

При плоско-деформированном состоянии

$$\varepsilon_2 = 0, \quad \varepsilon_1 = -\varepsilon_3. \quad (5)$$

Используя формулы (2), (3), (5), определим линейную деформацию $\varepsilon_{z'}$ в точке K :

$$\varepsilon_{z'} = \varepsilon_3 = -\ln \frac{2\pi(R+H)\varphi'}{360^\circ \cdot l_0}. \quad (6)$$

Аналогично определим линейные деформации $\varepsilon_{x'}$ и $\varepsilon_{z'}$ в точке E при условии $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$:

$$\varepsilon_{z'} = \varepsilon_1 = -\ln \frac{2\pi \cdot R \cdot \varphi'}{360^\circ \cdot l_0}. \quad (7)$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_3 = \ln \frac{2\pi \cdot R \cdot \varphi'}{360^\circ \cdot l_0}. \quad (8)$$

Согласно формуле (6), в точке K главные линейные деформации равны $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 = 0,281$.

В соответствии с формулами (7), (8) в точке E главные линейные деформации равны $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1 = -0,392$.

Графически построенное поле линий скольжения показано на рис. 2. Геометрические параметры очага деформации приведены в табл. 1.

На рис. 1, c показано распределение главных линейных деформаций $\varepsilon_{x'}$ по линии KE , построенных с принятым допущением их линейной зависимости. В точке K линейная деформация растягивающая (положительная), в точке E она сжимающая (отрицательная). Нулевое значение эта деформация принимает на расстоянии $73 + 40,77 = 113,77$ мм от центра O (см. рис. 1, a). Длину части VW (см. рис. 1, a) окружности радиусом 113,77 мм можно рассчитать следующим образом: $l'_0 = (\pi \cdot 113,77 \cdot 40,0^\circ)/180^\circ = 79,39$ мм.

По сравнению с первоначально рассчитанной l_0 по формуле (1) ошибка составляет 5,1 %, что вполне допустимо для графического метода построения поля линий скольжения или принятого допущения о линейном законе изменения деформаций вдоль линии KE .

Отметим особенность линии VW . В очаге деформации по поверхности, которая образуется линией VW и ее продолжением вдоль оси OY , деформации отсутствуют: $\varepsilon_{x'} = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$. То есть исходный материал не претерпевает никаких деформаций. В области $VKAW$ главные линейные деформации вдоль осей OX и OX' растягивающие, а вдоль осей OZ и OZ' – сжимающие. В области $EVWB$ наблюдается обратное действие линейных деформаций: вдоль осей OX и OX' они сжимающие, а вдоль осей OZ и OZ' – растягивающие.

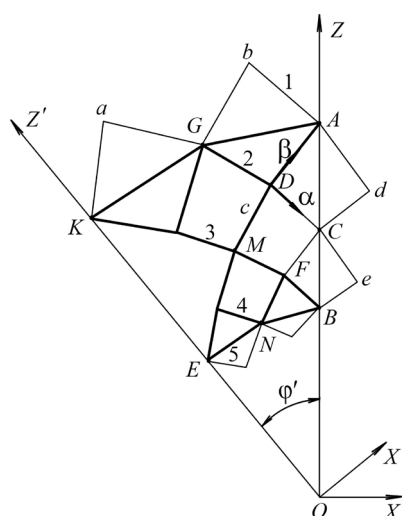


Рис. 2. Графически построенное поле линий скольжения
 Fig. 2. The graphically constructed slip line field

Таблица 1. Геометрические параметры очага деформации
 Table 1. The deformation zone geometry

$H, \text{ мм}$	$R, \text{ мм}$	$\varphi', \text{ }^\circ$	$l_{KA}, \text{ мм}$	$l_{EB}, \text{ мм}$	$S_{E KAB}, \text{ мм}^2$	$l_0, \text{ мм}$
70	73	40	99,78	50,94	5275,2	75,36

Отметим также особенность принятого допущения линейного закона изменения деформаций вдоль линии KE (см. рис. 1, c). На отрезке KV деформации сжимающие, на участке VE они растягивающие. Так как $VE > KV$, суммарная деформация линии KE должна быть растягивающей, а процесс – сопровождаться увеличением толщины листа. Если в процессе гибки лист сохраняет или уменьшает свою толщину, то это свидетельствует о нелинейной зависимости деформаций вдоль линии KE .

Графическое построение поля линий скольжения начнем с вычерчивания двух прямолинейных треугольников ACD и CBF (см. рис. 2), которые являются полуячейками поля линий скольжения, линии AD и FC – β -линии скольжения поля, линии DC и FB – α -линии скольжения поля. Отрезок AC устанавливаем больше отрезка CB , что соответствует закономерностям искомого поля линий скольжения. Для поля линий скольжения (см. рис. 2) отношение AC/CB установлено 40/30. Поскольку β -линии скольжения при нулевом трении выходят на наружную поверхность под углом 45° , угол DAC равен $45^\circ - \Delta\varphi/2$. α -Линии и β -линии скольжения пересекаются под прямым углом, следовательно, углы DCA , FCB и FBC равны $45^\circ - \Delta\varphi/2$ (по правилам графического построения линий скольжения, где $\Delta\varphi$ – шаг поля линий скольжения).

Особенность графического построения поля линий скольжения заключается в замене отрезков линий скольжения ячеек поля прямыми линиями (хордами), при этом угол между линиями двух соседних ячеек равен шагу поля линий скольжения $\Delta\varphi$. В случае, когда стыкуются хорда и истинная линия скольжения, угол составляет $\Delta\varphi/2$, как в случае с углами DAC , DCA , FCB и FBC .

С учетом этой закономерности построено искомое поле линий скольжения с шагом $\Delta\varphi = 10^\circ$ (см. рис. 2).

Напряжения в узлах поля линий скольжения рассчитываются по формулам Леви [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma - K \sin 2\alpha, \text{ МПа}; \\ \sigma_z &= \sigma + K \sin 2\alpha, \text{ МПа}; \\ \tau_{xz} &= K \cos 2\alpha, \text{ МПа}, \end{aligned} \tag{9}$$

где σ – среднее нормальное напряжение, МПа; K – пластическая постоянная материала, МПа; α – угол поворота оси OX против часовой стрелки до совмещения с α -линией скольжения, град.

Правильность выбора направления α -линий и β -линий скольжения проверяется условием, что главное нормальное напряжение σ_1 лежит в I и III квадрантах, образованных α -линиями и β -линиями скольжения. Следовательно, в точке A главное нормальное напряжение s_1 должно быть направлено в сторону оси OX . Главные нормальные напряжения направлены под углом 45° к линии скольжения, то есть σ_x в точке A является главным нормальным напряжением, так же как и σ_y . В теории пластического течения принято, что $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, сжимающие напряжения являются отрицательными, а растягивающие – положительными [5]. В точке A α -линия скольжения с осью OX составляет угол -45° , нормальные напряжения равны:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma - K \sin(-90^\circ) = \sigma + K, \text{ МПа;} \\ \sigma_z &= \sigma + K \sin(-90^\circ) = \sigma - K, \text{ МПа.}\end{aligned}\quad (10)$$

Следовательно, $\sigma_x > \sigma_z$ и $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_3 = \sigma_z$. Таким образом, выбор направления линий скольжения сделан правильно.

В точке A (см. рис. 2) напряжение s_z направлено перпендикулярно свободной поверхности, следовательно, оно равно 0. Отсюда может быть определено среднее нормальное напряжение в точке A : $\sigma = K$ и $\sigma_x = 2K$.

Отметим важную закономерность нашего решения: в точке A при любом соотношении H/R и любой толщине листа H среднее напряжение σ/K всегда будет равно 1.

Среднее напряжение в узлах поля линий скольжения определяется формулой Генки [5]:

$$\begin{aligned}\sigma + 2K\varphi &= \text{const} && \text{вдоль } \alpha\text{-линии скольжения;} \\ \sigma - 2K\varphi &= \text{const} && \text{вдоль } \beta\text{-линии скольжения,}\end{aligned}\quad (11)$$

где φ – угол поворота α -линий скольжения и β -линий скольжения, рад.

Распределение среднего напряжения s/K в очаге деформации, подсчитанного по формулам (11), показано на рис. 3, *a*.

При плоско-деформированном состоянии $\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$. Значения остальных компонент напряженного состояния в очаге деформации показаны в табл. 2.

Отметим некоторые закономерности нашего решения. Вдоль наружной поверхности KGA (рис. 3, *a*) среднее напряжение σ/K растягивающее и равно 1 вне зависимости от толщины листа H и радиуса жесткого инструмента R . От наружной поверхности к инструменту среднее напряжение σ/K уменьшается и становится сжимающим на контакте с инструментом, где возникают силы трения, которые направлены в сторону выхода из очага деформации (рис. 3, *b*).

Проверка точности графического решения. На наружной поверхности KGA нормальное напряжение, перпендикулярное поверхности, должно быть равно нулю. В точках A , G , K это условие выполняется точно. Силы трения по наружной поверхности должны быть равны нулю, а α -линия скольжения – выходить на поверхность под углом 45° . В точках A и K это условие выполняется точно, в точке G ошибка составляет 3,8 %.

Моменты сил, действующих на очаг деформации при отсечении жестких областей образца слева $M_{\text{лев.}}$ и справа $M_{\text{прав.}}$ от очага деформации, должны быть равны. С учетом действия напряжений σ_x , σ_y , τ_{xz} и $\tau_{x'z'}$ (в том числе на контактной поверхности), помноженных на размер части очага деформации и на радиус от точки O до места приложения равнодействующей, определена ошибка уравнения

$$M_{\text{лев.}} = M_{\text{прав.}} \quad (12)$$

Согласно данным табл. 3 и 4 ошибка равна $(10779,9 - 10561,2)/10779,9 = 2\%$.

В итоге ошибки решения составили в пяти случаях 0 % и в двух 2,0 % и 3,8 %, что является хорошим результатом графического поля линий скольжения.

Т а б л и ц а 2. Компоненты напряженного состояния в узлах поля линий скольжения и угол наклона α -линии скольжения к оси OX

Table 2. The components of the stress state at the nodes of the slip line field and the slope angle of the α -slip line towards the OX axis

Узлы поля линий скольжения	$\varphi, ^\circ$	$\varphi', ^\circ$	σ/K	σ_x/K	σ_z/K	τ_{xz}/K
a3	-85	40,0	1,00	2,00	0	0
b3	-75	28,8	0,65	1,64	0,35	-0,04
b2	-65	18,3	1,00	2,00	0	-0,06
c5	-85	40,0	-0,40	0,60	-1,40	0
c4	-75	28,8	-0,05	0,95	-1,05	-0,04
c3	-65	18,3	0,30	1,30	-0,70	-0,06
c2	-55	9,5	0,65	1,65	-0,35	-0,02
c1	-45	0	1,00	2,00	0	0
d4	-65	18,3	-0,40	0,60	-1,40	-0,06
d3	-55	9,5	-0,05	0,95	-1,05	-0,02
d2	-45	0	-	-	-	-
e3	-45	0	-0,40	0,60	-1,40	0

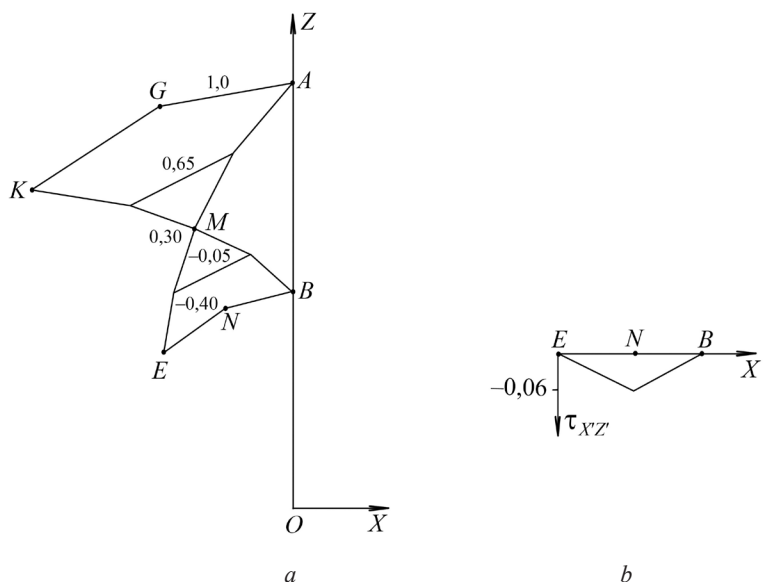


Рис. 3. Распределение среднего напряжения s/K в очаге деформации (a) и силы трения на участке EB (b)
 Fig. 3. The distribution of the mean stress s/K in the deformation zone (a) and the friction force at the section EB (b)

Т а б л и ц а 3. Расчет момента сил $M_{\text{прав.}}$
 Table 3. Calculation of the moment of force M_{right}

Узлы поля линий скольжения	σ_x/K	τ_{xz}/K	$R, \text{ мм}$	$R_{\text{сп}}, \text{ мм}$	$M_{\text{прав.}}, \text{ мм}^2$	$H, \text{ мм}$	$M'_{\text{прав.}}, \text{ мм}^2$
c1	2,00	0	142	131	5259,7	21	-27,5
c2	1,65	-0,02	120		110	3245,0	19
c3	1,30	-0,06	100	93	1464,8	17	-63,2
d3	0,95	-0,02	86	79,5	801,0	11	-35,0
d4	0,60	-0,06	73				

$M_{\text{прав.}} = 5259,7 + 3245,0 + 1464,8 + 801,0 - 27,5 - 83,6 - 63,2 - 35,0 = 10561,2 \text{ мм}^2$

Т а б л и ц а 4. Расчет момента сил $M_{лев}$.
 T a b l e 4. Calculation of the moment of force M_{left}

Узлы поля линий скольжения (рис. 2)	σ_x/K	τ_{xz}/K	R_r , мм	R_{cp} , мм	$M_{лев}$, мм ²	H , мм	$M'_{лев}$, мм ²
a3	2,00	0	138	126	5503,7	24	60,5
b3	1,64	-0,04	114				
c3	1,30	-0,07	100	107	2202,0	18	105,9
c4	0,95	-0,04	82	91	1842,8	15	75,1
c5	0,60	0	67	74,5	866,1	14	20,9
$M_{лев} = 5503,7 + 2202,0 + 1842,8 + 866,1 + 60,5 + 105,9 + 75,1 + 20,9 + 0,03 \cdot 73 \cdot 47 = 10779,9 \text{ мм}^2$							

Заключение. Впервые получено решение задачи гибки листа методом графического построения поля линий скольжения. Установлено, что вне зависимости от толщины листа и радиуса жесткого инструмента на всей наружной поверхности листа при гибке действует среднее напряжение, равное $\sigma/K = 1$. Среднее напряжение σ/K уменьшается от наружной поверхности в направлении жесткого инструмента и на контакте с инструментом становится сжимающим. Точность решения составляет от 0 до 3,8 %, что вполне допустимо при графическом построении полей линий скольжения.

Полученное решение может быть положено в основу экспериментального метода испытания пластических свойств металлов путем гибки листа [6]. Процесс гибки – стационарный процесс. Поскольку линии скольжения в очаге деформации составляют постоянный угол наклона к материальным частицам металла, то процесс испытания может быть квалифицирован как односторонний монотонный. Разрушение при гибке будет начинаться на наружной поверхности, так как здесь действуют максимальные и постоянные растягивающие напряжения: $s/K = 1$. Третий инвариант девиатора напряжений [7] также постоянен и равен нулю $\sqrt[3]{J_3(D_\sigma)} / K = 0$ вследствие плоско-деформированного состояния. Накопленные деформации определяются формулой (7).

Список использованных источников

1. Кожевникова, Г. В. Теория и практика поперечно-клиновой прокатки / Г. В. Кожевникова. – Минск: Беларуская навука, 2010. – 291 с.
2. Кожевникова, Г. В. Построение эпюр контактных напряжений на границе инструмент–заготовка при поперечной прокатке / Г. В. Кожевникова // Трение и износ. – 2005. – Т. 26, № 1. – С. 94–99.
3. Кожевникова, Г. В. Самоустановление сил трения при поперечной прокатке / Г. В. Кожевникова // Трение и износ. – 2016. – Т. 37, № 4. – С. 421–426.
4. Kozhevnikova, G. Cross-wedge rolling / G. Kozhevnikova. – Minsk: Belorusskaya nauka, 2012. – 321 p.
5. Теоретические основыковки и горячей объемной штамповки / Е. М. Макушок [и др.]. – Минск: Наука и техника, 1968. – 408 с.
6. Shchukin, V. Y. Cross-wedge rolling at PTI NAS Belarus / V. Y. Shchukin, G. V. Kozhevnikova, V. V. Petrenko // Appl. Mech. Mater. – 2012. – Vol. 201–202. – P. 1198–1202. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.201-202.1198>
7. Кожевникова, Г. В. Исследование кинематики течения металла при поперечно-клиновой прокатке с использованием компьютерного моделирования / Г. В. Кожевникова // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2013. – № 1. – С. 47–53.

References

1. Kozhevnikova G. V. *Theory and Practice of Cross-Wedge Rolling*. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2010. 291 p. (in Russian).

2. Kozhevnikova G. V. Plotting the contact stress epures at the interface between the tool and workpiece during cross rolling. *Trenie i iznos = Journal of Friction and Wear*, 2005, vol. 26, no. 1, pp. 94–99 (in Russian).
3. Kozhevnikova G. V. Self-setting of forces of friction during cross rolling. *Journal of Friction and Wear*, 2016. vol. 37, no. 4, pp. 324–329. <https://doi.org/10.3103/S1068366616040073>
4. Kozhevnikova G. *Cross-Wedge Rolling*. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2012. 321 p.
5. Makushok E. M., Matusевич A. S., Severdenko V. P., Segal V. M. *Theoretical Foundations of Forging and Hot Forging*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968. 408 p. (in Russian).
6. Shchukin V. Y., Kozhevnikova G. V., Petrenko V. V. Cross-wedge rolling at PTI NAS Belarus. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, vol. 201–202, pp. 1198–1202. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.201-202.1198>
7. Kozhevnikova G. V. Analysis of metal flow kinematics under cross-wedge rolling using computer simulation. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2013, no. 1, pp. 47–53 (in Russian).

Информация об авторе

Кожевникова Гражина Валерьевна – доктор технических наук, главный научный сотрудник лаборатории предельной деформируемости и поперечно-клиновой прокатки, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: fti@tut.by

Information about the author

Grazhina V. Kozhevnikova – D. Sc. (Engineering), Chief Researcher of the Laboratory of Extreme Deformability and Cross-Wedge Rolling, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: fti@tut.by

ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER

УДК 519.6:536:539
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-424-434>

Поступила в редакцию 23.11.2017
Received 23.11.2017

В. А. Сычевский

*Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Беларусь*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ ПИЛОМАТЕРИАЛОВ**

Аннотация. Представлен расчет технологического процесса сушки пиломатериалов в конвективных сушильных установках периодического действия. Для этого разработана трехмерная геометрическая модель сушильной камеры со штабелем из пиломатериалов. Записана физико-математическая модель процессов тепло- и массопереноса как в сушильном агенте, так и в штабеле. Учет трехмерной геометрии задачи осуществлялся путем использования пакета Ansys Fluent. Описание процессов массопереноса в древесине производилось на основе технологий пользовательской функции (User-Defined Function) и пользовательского скаляра (User-Defined Scalar). Приведен результат расчета конкретного технологического режима сушки штабеля из пиломатериалов сосны, который позволил найти детальные пространственные распределения и временные изменения полей температуры и влажности для сушильного агента и древесины. На основе полученных данных построены графики изменения во времени средних величин. Нелинейность и взаимосвязанность процессов тепло- и массопереноса в конвективной сушильной установке приводят к неустойчивости процесса сушки. Так, на этапе прогрева не удастся избежать удаления влаги из пиломатериалов. На этапах сушки неустойчивость приводит к колебательному характеру изменения температуры, массовой доли пара и относительной влажности воздуха в зазорах между пиломатериалами при интенсивном подводе тепла. Поэтому необходимо принимать дополнительные меры по сохранению параметров сушильного агента постоянными на этапах сушки. Полученные результаты могут использоваться для проектирования сушильных установок и разработки режимов сушки пиломатериалов на основе математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: деревообработка, сушильные установки, пиломатериалы, численное моделирование и вычислительный эксперимент, режимы сушки, тепло- и массообмен

Для цитирования. Сычевский, А. В. Моделирование технологического процесса конвективной сушки пиломатериалов / А. В. Сычевский // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 424–434. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-424-434>

V. A. Sychevskii

A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

MODELING OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF CONVECTIVE DRYING OF LUMBER

Abstract. A calculation of the technological process of lumber drying in convection drying chamber of periodic action is presented. For this purpose, a three-dimensional geometric model of a drying chamber with a lumber pile is developed. A physico-mathematical model describing the processes of heat and mass transfer both in the drying agent and in the stack is presented. The three-dimensional geometry of the problem was taken into account by using the Ansys Fluent package. The process of mass transfer in wood was described on the basis of User-Defined Function and User-Defined Scalar. The result of calculation of a specific technological regime of drying of stack from pine sawn timber is given, which allowed finding detailed spatial distributions and temporary changes of the temperature and humidity fields for the drying agent and wood. On their basis, graphs of the time variation of the mean values are plotted. The nonlinearity and interrelationship of the processes of heat and mass transfer in a convective drying chamber leads to unsteadiness of the drying process. So, during the warm-up stage, it is not possible to avoid moisture removal from the lumber. At the drying stages, the unsteadiness leads

to an oscillatory character of changes of the temperature, the mass fraction of vapour and the relative humidity of air in the gaps between the wood boards at the intensive heat input. Therefore, it is necessary to take additional procedures to keep the drying agent parameters constant at the drying stages. The obtained results can be used for the design of drying chambers and the development of drying regimes of lumber based on the mathematical modeling and computational experiment.

Keywords: woodworking, drying chamber, lumber, numerical simulation and computational experiment, regimes of drying, heat and mass transfer

For citation. Sychevskii V. A. Modeling of the technological process of convective drying of lumber. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 424–434 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-424-434>

Введение. Деревообработка является важной промышленной отраслью Республики Беларусь. Главным направлением повышения эффективности деревообрабатывающего производства выступает рациональное использование древесного сырья с целью получения наибольшего количества качественной продукции. В качестве одного из важных этапов обработки древесины можно назвать сушку [1–5]. Древесина должна быть высушена до необходимой влажности, без внутренних напряжений, кручений и деформаций. Сушка во многом определяет качество получаемых пиломатериалов и изделий из древесины. Существенное место в деревообработке занимает производительность сушильных установок. Однако качество и производительность во многом являются взаимоисключающими параметрами. Качественно можно высушить древесину при мягких режимах сушки, но при этом процесс будет длительным. Высушить быстро древесину можно при жестких режимах сушки, однако древесина коробится и трескается [6–8]. Поэтому необходимо развивать новые технологии сушки, основанные на детальном изучении процессов тепло- и массопереноса в штабелях пиломатериалов и сушильном агенте, что позволит найти оптимальное соотношение качества и производительности.

При проектировании сушильных установок конвективного типа проводится тепловой расчет на основе интегральных законов сохранения массы и энергии, где определяется количество удаляемой влаги, расход воздуха и энергии на сушку [5, 6, 9–11]. Также выполняется аэродинамический расчет полного сопротивления сушильной установки. На основе такого расчета задаются мощности калорифера и вентилятора. Однако данный расчет является грубым. Полученные значения искомых величин могут в несколько раз отличаться от действительно необходимых. Такое положение вещей связано не только с сугубо приближенным характером самой методики, но и с тем, что интенсивность тепло- и массопереноса может измениться на несколько порядков в процессе сушки. Так, плотность потока массы может меняться в пределах от $9 \cdot 10^{-4}$ до $8 \cdot 10^{-7}$ кг/(м²·с). Расчет всегда ведется по максимальным значениям параметров. Еще одним существенным недостатком такого подхода является отсутствие детальной информации о величинах скорости, температуры, влажности и влагосодержания в сушильной камере, не говоря уже о напряженно-деформированном состоянии материала. Это не позволяет составить точную картину протекающих процессов аэродинамики, тепло- и массопереноса.

В связи с этим необходимо разрабатывать новые способы расчета сушильных установок. В то же время характеристики оборудования, используемые в сушильных установках, влияют на технологический процесс сушки, и наоборот. Поэтому моделирование и расчет технологического процесса сушки следует осуществлять на основе численного моделирования и вычислительного эксперимента с использованием современных компьютерных технологий, что позволяет одновременно определять как параметры режима сушки, так и параметры используемого оборудования. Существенным достоинством такого подхода является значительное снижение финансовых и материальных затрат на разработку режимов сушки и оборудования.

Геометрическая модель. Сушильная установка представляет собой прямоугольную камеру, состоящую из стен, потолка и пола, которые тепло- и теплоизолированы от окружающей среды (рис. 1). Для организации конвективного тепло- и массообмена внутри камеры размещен вентилятор, обеспечивающий необходимую скорость сушильного агента. Для интенсификации процесса массообмена сушильный агент и древесину нагревают. С этой целью в камере ставят калорифер. Воздух, прежде чем попасть в штабель, разгоняется вентилятором и проходит через калорифер, где его температура повышается. Двигаясь через штабель, уже подогретый воздух

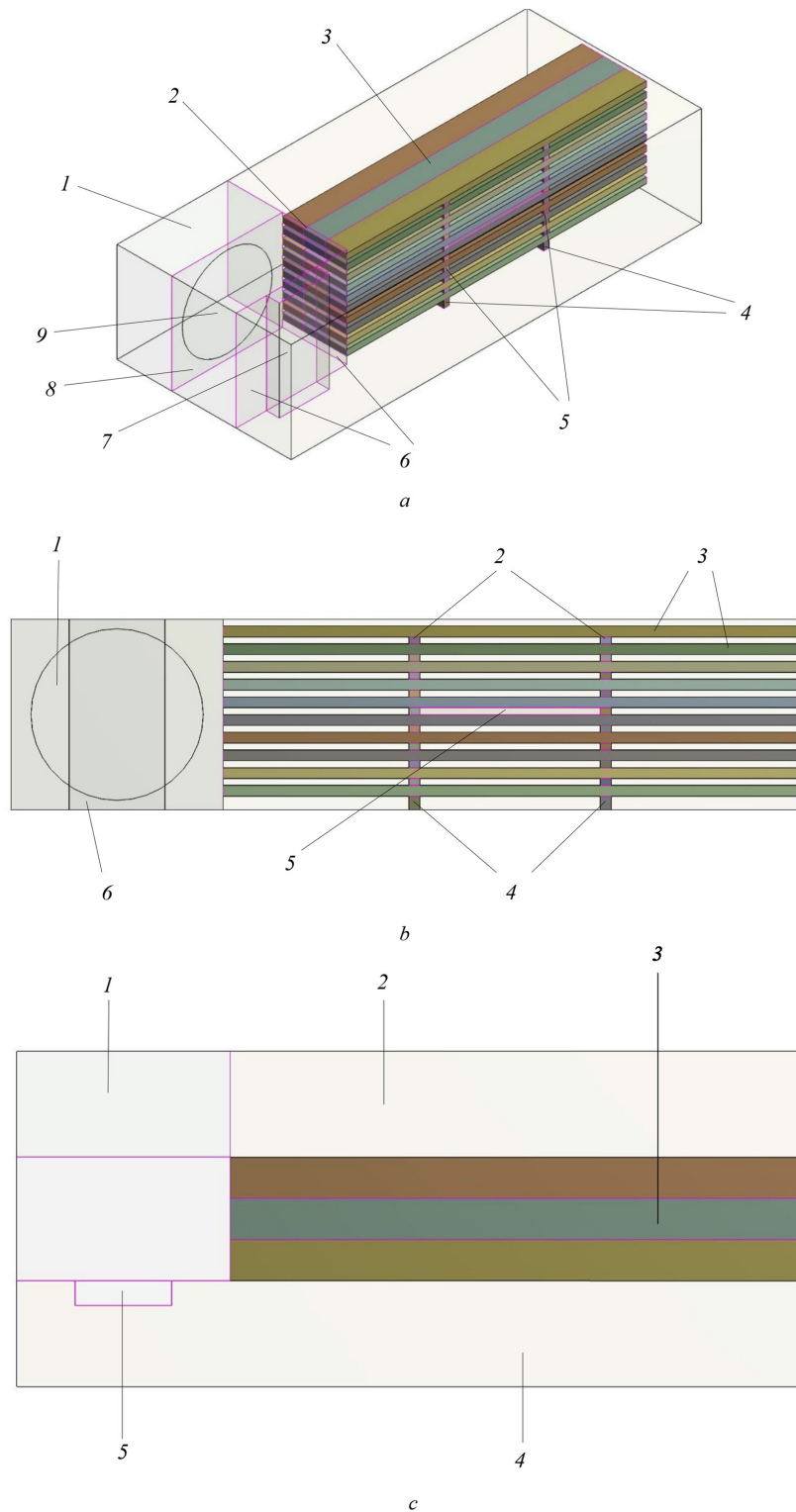


Рис. 1. Вид сушильной установки: *a* – изометрический: 1 – объем со стоком влаги, 2 – перегородка, 3 – штабель, 4 – подставки, 5 – прокладки, 6 – перегородки, 7 – калорифер, 8 – перегородка, 9 – вентилятор; *b* – сбоку: 1 – вентилятор, 2 – прокладки, 3 – пиломатериалы, 4 – подставки, 5 – контрольный объем, 6 – калорифер; *c* – сверху: 1 – объем со стоком влаги, 2 – выходной циркуляционный канал, 3 – штабель, 4 – входной циркуляционный канал, 5 – калорифер

Fig. 1. View of drying chamber: *a* – isometric view: 1 – vapour removal volume (sink of vapour), 2 – baffle, 3 – stack, 4 – supports, 5 – stickers, 6 – baffles, 7 – calorifier, 8 – baffle, 9 – fan; *b* – right view: 1 – fan, 2 – stickers, 3 – lumber, 4 – supports, 5 – control volume, 6 – calorifier; *c* – top view: 1 – vapour removal volume, 2 – output circulating channel, 3 – stack, 4 – input circulating channel, 5 – calorifier

оказывает термическое воздействие на древесину. Штабель расположен вдоль камеры и отделен от вентилятора и калорифера перегородкой. Такое размещение элементов создает входной и выходной циркуляционные каналы, через которые сушильный агент поступает в штабель и удаляется из него.

Штабель представляет собой прямоугольную конструкцию размерами 2100×450×625 мм, где указанные величины соответствуют длине, ширине и высоте. Он формируется из досок толщиной 40 мм. Пиломатериалы укладываются сплошными рядами без шпаций. Горизонтальные ряды пиломатериалов в штабеле разделяются межрядовыми прокладками толщиной 25 мм, которые располагаются вертикально одна над другой. Весь штабель укладывается на 50-миллиметровые подставки, отделяющие его от пола камеры.

Для калорифера применяется простая модель в виде объема, в котором заданы внутренний источник тепла, имитирующий тепловыделение, и сопротивление, соответствующее реальному сопротивлению калорифера. С двух сторон калорифера находятся твердые непроницаемые для воздуха и водяного пара перегородки, которые заставляют весь сушильный агент двигаться через калорифер. Для контроля параметров сушильного агента в зазорах между досками задан контрольный объем, с помощью которого определяются средние величины температуры, относительной влажности и массовой доли воды сушильного агента. Над штабелем оставлен зазор высотой 25 мм. Это необходимо для сушки верхних досок с обеих сторон. Перед вентилятором по ходу движения выделен объем, в котором задан сток влаги, моделирующий удаление водяных паров из установки через приточно-вытяжные отверстия.

Физико-математическая модель. До настоящего времени имеется незначительное число работ по аэродинамике сушильных установок [12–18]. Однако полностью отсутствуют работы по переносу тепла и влаги. Для расчета процесса сушки в конвективной сушильной установке рассмотрим систему уравнений, отражающих движение сушильного агента, его нагревание и диффузию в нем пара, и систему уравнений, описывающую тепло- и массоперенос в древесине. Закон сохранения массы сушильного агента представлен следующим уравнением:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность сушильного агента, кг/м³; v_x, v_y, v_z – компоненты средней скорости газа, м/с.

Закон сохранения импульса представляется следующим образом:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_y)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (4)$$

где P – газодинамическое давление, Па; μ_e – коэффициент эффективной вязкости воздуха, Па·с.

Для определения коэффициента эффективной вязкости μ_e используется стандартная k - ϵ модель. Уравнение турбулентной кинетической энергии k имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z k)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G_k - \rho \epsilon, \quad (5)$$

где μ – коэффициент вязкости воздуха, Па·с; μ_t – коэффициент турбулентной вязкости воздуха, Па·с; $\sigma_k = 1,0$ – турбулентное число Прандтля для турбулентной кинетической энергии k ; G_k – генерация турбулентной кинетической энергии, Дж/(м³·с); ε – скорости диссипации турбулентной кинетической энергии, м²/с³;

Уравнение скорости диссипации турбулентной кинетической энергии ε представим следующим образом:

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z \varepsilon)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (6)$$

где $C_{1\varepsilon} = 1,44$; $C_{2\varepsilon} = 1,92$. Турбулентный μ_t и эффективный μ_e коэффициенты вязкости определяются по формулам:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (7)$$

$$\mu_e = \mu + \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (8)$$

где $C_\mu = 0,09$.

Для определения температурного поля T в сушильном агенте воспользуемся уравнением

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + c\rho v_x \frac{\partial T}{\partial x} + c\rho v_y \frac{\partial T}{\partial y} + c\rho v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_e \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_V, \quad (9)$$

где c – удельная теплоемкость сушильного агента, Дж/(кг·К); Q_V – тепло, выделяемое калорифером, Вт/м³. Турбулентный λ_t и эффективный λ_e коэффициенты теплопроводности рассчитываются по формулам:

$$\lambda_t = \frac{\mu_t c}{Pr_t}, \quad (10)$$

$$\lambda_e = \lambda + \frac{\mu_t c}{Pr_t}, \quad (11)$$

где λ – коэффициент молекулярной теплопроводности, Вт/(м·К).

Диффузию пара в воздухе определяем из следующего уравнения:

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho v_x \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial C}{\partial y} + \rho v_z \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_e \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_e \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D_e \frac{\partial C}{\partial z} \right) + Q_W, \quad (12)$$

где C – массовая доля воды в паровоздушной смеси, кг/кг; Q_W – сток, описывающий удаление влаги из сушильной камеры, кг/(м³·с). Турбулентный D_t и эффективный D_e коэффициенты диффузии водяного пара рассчитываются по формулам:

$$D_t = \frac{\mu_t}{\rho Sc_t}, \quad (13)$$

$$D_e = D + \frac{\mu_t}{\rho Sc_t}, \quad (14)$$

где D – молекулярный коэффициент диффузии, м²/с.

Используем следующее уравнение теплопроводности для описания температурных полей в древесине:

$$c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \varepsilon Q_\phi \rho_0 \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (15)$$

где T – температура, К; W – влагосодержание, кг/кг; ε – критерий фазового перехода; Q_ϕ – удельная теплота парообразования, Дж/кг; c – удельная теплоемкость древесины, Дж/(кг·К); ρ_0 – плотность сухой древесины, кг/м³; λ – коэффициент теплопроводности древесины, Вт/(м·К).

Уравнение массопроводности древесины можно представить в следующей форме:

$$\rho_0 \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a_w \rho_0 \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(a_w \rho_0 \frac{\partial W}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_w \rho_0 \frac{\partial W}{\partial z} \right), \quad (16)$$

где a_w – коэффициент диффузии влаги в древесине, м²/с.

На стенках, потолке и полу сушильной камеры, а также на поверхности пиломатериалов принимается условие прилипания сушильного агента, то есть $\bar{v} = 0$. Вблизи границ средняя скорость \bar{v} , температура T , концентрация C , кинетическая энергия турбулентных пульсаций k и скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций ε задаются на основе стандартного метода пристеночных функций. Циркуляционное движение воздуха в камере реализуется за счет вентилятора, создающего перепад давления. Нагревание системы осуществляется за счет калорифера, который моделируется объемным прямоугольным телом с внутренним источником тепла Q_V в уравнении (9) (см. рис. 1). Перед вентилятором расположен объем, который использовался для моделирования удаления влаги из системы за счет приточно-вытяжных отверстий, что отражено путем введения в уравнение (12) величины стока влаги Q_W .

Так как стенки, потолок и пол сушильной камеры являются изоляторами как для тепла, так и водяного пара, то потоки тепла и пар через них устанавливаются равными нулю. Внутренние стенки (перегородки) проводят тепло, но не проницаемы для воды, поэтому на них задаются граничные условия 4-го рода по температуре, а поток влаги через них остается нулевым. Для пиломатериалов возможны несколько вариантов граничных условий, налагаемых на температурные и влажностные поля. Если сторона пиломатериала граничит с перегородкой или на нее нанесен влагоизоляционный слой, то в этом случае на стороне задается граничное условия 4-го рода по температуре, а поток влаги через нее отсутствует. Если же сторона пиломатериала граничит с сушильным агентом, то для тепловых процессов задаются граничные условия 4-го рода, а значения влагосодержания и массовой доли воды на поверхности определяются из равенства потоков влаги через разделяющую поверхность. Здесь поток воды из древесины к ее поверхности должен быть равен потоку пара от поверхности вглубь сушильного агента. При этом поток будет отсутствовать, если влажность воздуха соответствует равновесному влагосодержанию поверхности древесины. Также влагообмен между древесиной и сушильным агентом отсутствует при 100 % влажности воздуха.

Модель технологической сушки и результаты расчетов. Для решения задачи использовался пакет Ansys Fluent. Однако в Fluent не представлено физическое понятие влагосодержания материала, которое используется в уравнениях (15), (16) для описания процессов тепло- и массопереноса в древесине. Таким образом, в Ansys Fluent не реализована возможность решать задачи массопереноса в твердых материалах, которые описываются уравнением (16).

Данная проблема решена путем использования технологий пользовательской функции (UDF) и пользовательского скаляра (UDS). Опираясь на них, в работе введена дополнительная скаляр-

ная переменная W , смоделировано и решено уравнение переноса массы (16), в уравнении (15) описано слагаемое, задающее поглощение тепла за счет фазовых переходов вода-пар и поставлены граничные условия для процессов массообмена между штабелем и сушильным агентом. Тем самым поставленная задача (1)–(16) решена в полном объеме: описаны аэродинамика сушильного агента в камере, распределение температуры и водяных паров в воздухе, а также перенос тепла и влаги в штабеле.

Типичный технологический процесс периодической камерной сушки пиломатериалов представляется следующим образом. После того как штабель помещен в сушильную камеру, закрываются двери и все технологические отверстия. Материал прогревается до заданной температуры, определенной режимом сушки. Прогрев древесины может длиться от нескольких часов до суток. Обычно прогрев стараются осуществить так, чтобы между сушильным агентом и пиломатериалами отсутствовал перенос влаги. Нагревание древесины происходит до температуры, соответствующей температуре первой ступени сушки. После прогрева древесины начинается собственно процесс сушки, состоящий из нескольких ступеней, сменяющих друг друга. С целью недопущения растрескивания пиломатериалов проводят влаготеплообработку, которая заключается в выравнивании влажностного поля как в объеме всего штабеля, так и по каждой доске в отдельности. Она реализуется между ступенями сушки и после заключительной ступени сушки. Закачивается технологический процесс сушки кондиционированием и охлаждением материала.

Рассмотрим следующую модель технологической сушки. Прогревание материала перед сушкой выполняется с использованием следующих значений температуры и влажности сушильного агента: $T = 70$ °C и $\phi = 95$ %. Первый этап реализуется при среднем влагосодержании пиломатериалов $W > 35$ %, при этом температура сушильного агента должна поддерживаться $T = 70$ °C, а его влажность соответственно $\phi = 80$ %. Когда среднее влагосодержание пиломатериалов становится ниже 35 % ($W < 35$ %), осуществляется переход на вторую ступень, для которой параметры сушильного агента принимаются соответственно $T = 80$ °C и $\phi = 65$ %. Переход на третью, заключительную, ступень происходит при $W < 20$ %, при этом осуществляется дальнейшее ужесточение режима сушки и параметры сушильного агента задаются следующими: $T = 95$ °C и $\phi = 25$ %. Третий этап сушки оканчивается при достижении пиломатериалами среднего влагосодержания, равного 8 %. Кроме этого между второй и третьей ступенями выполняется влаготеплообработка пиломатериалов при следующих параметрах сушильного агента: $T = 80$ °C и $\phi = 95$ %. Она необходима для выравнивания влагосодержания как в объеме всего штабеля, так и по каждой доске в отдельности. Это позволяет провести третий этап сушки при более жестких условиях. Завершается сушка кондиционированием и охлаждением материала при следующих параметрах сушильного агента: $T = 30$ °C и $\phi = 44$ %, что соответствует равновесному влагосодержанию $W = 8$ %.

Исходя из описанной модели процесса технологической сушки видно, что удаление влаги из материала в основном проходит при постоянной температуре. Она меняется лишь при переходах с одной ступени на другую. В связи с этим в уравнении массопроводности (16) не используется перенос влаги за счет термоградиентного потока влаги. Однако влияние температуры на массоперенос остается, так как массообменные характеристики сильно зависят от температуры. Так, теплоемкость древесины определяется по формуле [19]

$$c = 2400 + 3,5T. \quad (17)$$

Для сосны зависимость плотности от влагосодержания представим в виде [19]

$$\rho = 470 + 266,67 \quad \text{при } W < 0,3, \quad (18)$$

$$\rho = 421,43 + 428,571W \quad \text{при } W \geq 0,3. \quad (19)$$

Зависимость теплопроводности от температуры и влагосодержания опишем выражением [19]

$$\lambda = (0,00222WT + 10^{0,295 \lg 100W - 1,022}). \quad (20)$$

Функциональная зависимость коэффициента диффузии влаги от температуры имеет вид [19]

$$a_W = 10^{9,36 \lg(T+273) - 32,6}. \quad (21)$$

Для формулировки граничных условий и проведения численных расчетов необходимо иметь значения равновесного влагосодержания, зависящие от температуры T и относительной влажности воздуха ϕ . Данную функцию можно представить в виде [19]

$$W_p = 10,6^\phi (0,0327 - 0,00015T). \quad (22)$$

Наконец, критерий фазового перехода ε , характеризующий количество влаги, испаряющейся внутри материала, принимается постоянным числом $\varepsilon = 0,15$.

На рис. 2–6 приведены результаты расчетов при перепаде давления на вентиляторе $\Delta Pf = 50$ Па и мощности калорифера $N = 3000$ Вт, которые демонстрируют возможность моделировать технологический процесс сушки, определять режимные параметры и параметры калорифера и вентилятора. Расчеты показали, что этап прогрева является неустойчивым и избежать удаления влаги на нем не удастся, поэтому сушка, пусть и незначительная, все-таки происходит. Виден колебательный характер изменения значений температуры, массовой доли пара и относительной влажности сушильного агента в зазорах между пиломатериалами на первом, втором и третьем этапах сушки. Это связано с высокой интенсивностью подвода тепла и интенсивностью удаления влаги через приточно-вытяжные отверстия, а также с нелинейностью и взаимосвязанностью процессов тепло- и массообмена и протеканием фазовых переходов вода–пар. Такое поведение сушильного агента требует разработки дополнительных алгоритмов выведения параметров сушильного агента на заданные режимом значения и удержания этих значений во время сушки. Это в свою очередь говорит о том, что вентилятор и калорифер должны иметь возможность менять свою мощность в процессе сушки.

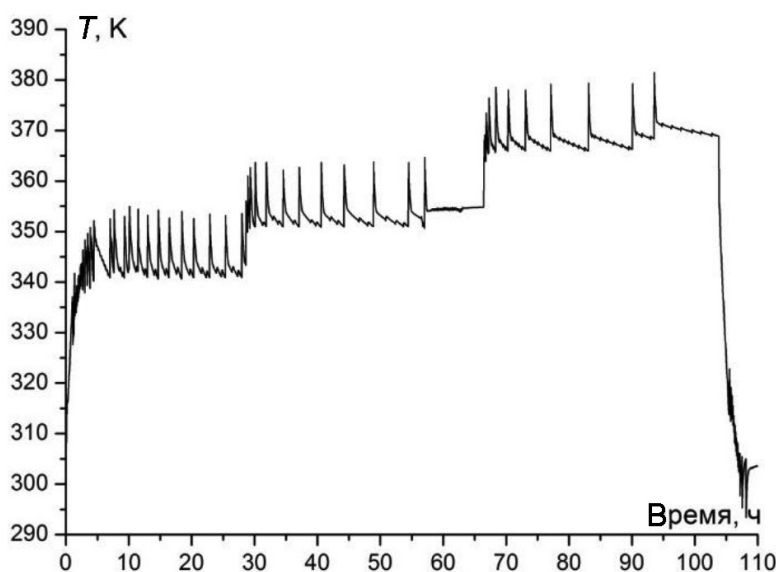


Рис. 2. Изменение средней температуры сушильного агента во времени в зазоре между досками в середине штабеля (контрольный объем, см. рис. 1, б)

Fig. 2. The change of the average temperature of the drying agent over time in the gap between the boards in the middle of the stack (control volume, see fig. 1, b)

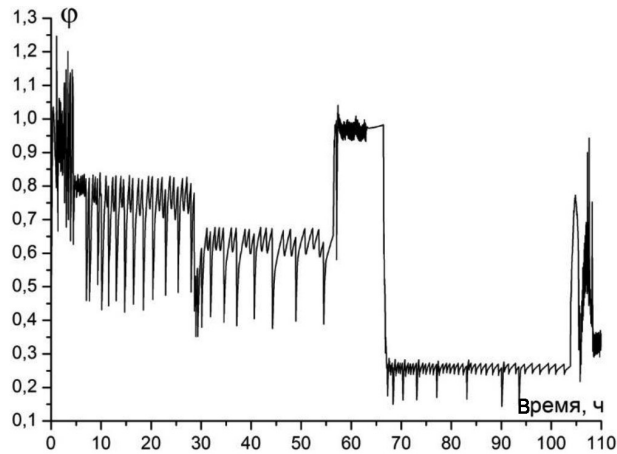


Рис. 3. Изменение средней относительной влажности сушильного агента во времени в зазоре между досками в середине штабеля (контрольный объем, см. рис. 1, *b*)

Fig. 3. The change of the average relative humidity of the drying agent over time in the gap between the boards in the middle of the stack (control volume, see fig. 1, *b*)

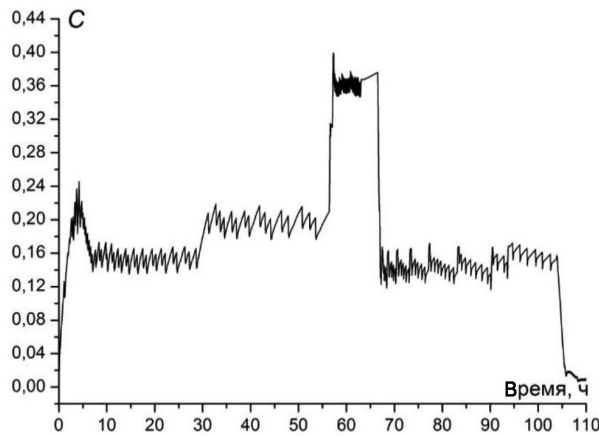


Рис. 4. Изменение средней массовой доли воды сушильного агента во времени в зазоре между досками в середине штабеля (контрольный объем, см. рис. 1, *b*)

Fig. 4. The change of the average mass fraction of water of the drying agent over time in the gap between the boards in the middle of the stack (control volume, see fig. 1, *b*)

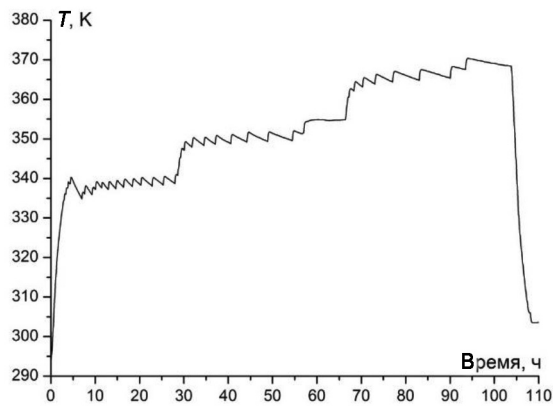


Рис. 5. Изменение средней температуры во времени в единичной доске в середине штабеля (доска под контрольным объемом на рис. 1, *b*)

Fig. 5. The change of the average temperature over time in the single wood board in the middle of the stack (the board under the control volume in fig. 1, *b*)

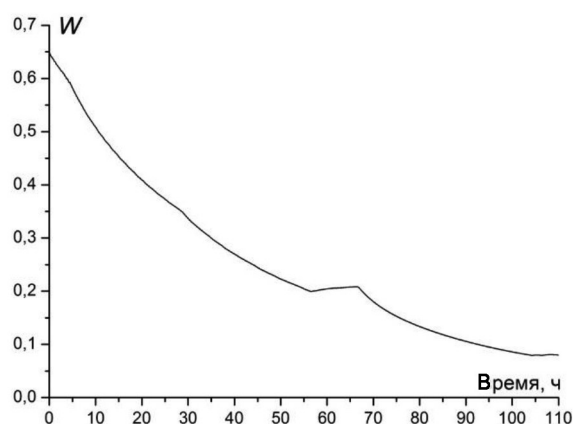


Рис. 6. Изменение среднего влагосодержания во времени в единичной доске в середине штабеля (доска под контрольным объемом на рис. 1, b)

Fig. 6. The change of the average moisture content over time in the single wood board in the middle of the stack (the board under the control volume in fig. 1, b)

Заклучение. Выполнено моделирование технологического процесса сушки штабеля из пиломатериалов в сушильной камере конвективного типа периодического действия. Это позволяет на компьютере численно проводить расчет сушильных установок и режимов сушки пиломатериалов. В результате проведения вычислительных экспериментов установлено, что следует строить специальные алгоритмы, сохраняющие параметры сушильного агента постоянными на отдельных этапах сушки.

Список использованных источников

1. Кречетов, И. В. Сушка древесины / И. В. Кречетов. – М.: Лесн. пром-сть, 1980. – 432 с.
2. Расев, А. И. Сушка древесины / А. И. Расев. – М.: Высш. шк., 1980. – 181 с.
3. Пейч, Н. Н. Сушка древесины / Н. Н. Пейч, Б. С. Царев. – М.: Высш. шк., 1971. – 220 с.
4. Справочник по сушке древесины / Е. С. Богданов [и др.]. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 304 с.
5. Болдырев, П. В. Сушка древесины / П. В. Болдырев. – СПб.: Проффикс, 2002. – 156 с.
6. Сычевский, В. А. Учет больших деформаций материала, вызванных градиентом влагосодержания / В. А. Сычевский // Инженер.-физ. журн. – 2005. – Т. 78, № 4. – С. 186–193.
7. Сычевский, В. А. К феноменологической теории сушки / В. А. Сычевский // Инженер.-физ. журн. – 2007. – Т. 80, № 3. – С. 55–65.
8. Сычевский, В. А. Математическая модель сушки деформируемых материалов и численная методика расчета / В. А. Сычевский // Инженер.-физ. журн. – 2009. – Т. 82, № 4. – С. 674–687.
9. Серговский, П. С. Гидротермическая обработка и консервирование древесины / П. С. Серговский, А. И. Расев. – М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 360 с.
10. Акишенков, С. И. Проектирование лесосушильных камер и цехов / С. И. Акишенков, В. И. Корнеев. – СПб.: Лесотехн. акад., 1992. – 88 с.
11. Соколов, П. В. Проектирование сушильных и нагревательных установок для древесины / П. В. Соколов. – М.: Лесн. пром-сть, 1965. – 331 с.
12. Barański, J. Experimental study and numerical simulation of flow pattern and heat transfer during steam drying wood [Electronic resource] / J. Barański, M. A. Wierzbowski, J. A. Stasiak // The Future of Quality Control for Wood & Wood Products. The Final Conference of COST Action E53, 4–7 May, 2010, Edinburgh. – Mode of access: <http://www.coste53.net/downloads/Edinburgh/Edinburgh-Presentation/25.pdf> – Date of access: 20.10.2017.
13. Федяев, А. А. Влияние непроизводительных потоков агента сушки на качество пилопродукции / А. А. Федяев, Д. А. Наговицын // Системы. Методы. Технологии. – 2012. – № 3. – С. 85–88.
14. Федяев, А. А. Совершенствование газораспределительных устройств технологического оборудования / А. А. Федяев // Системы. Методы. Технологии. – 2009. – № 2. – С. 87–90.
15. Sun, Z. F. Numerical simulation of flow in an array of in-line blunt boards: mass transfer and flow patterns / Z. F. Sun // Chem. Eng. Sci. – 2001. – Vol. 56, Iss. 5. – P. 1883–1896. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(00\)00464-4](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(00)00464-4)
16. Bedeleian, I. B. Investigations concerning the possibility to minimize the stacks aerodynamic resistance [Electronic resource] / I. B. Bedeleian, D. Sova // The Future of Quality Control for Wood & Wood Products. The Final Conference of COST Action E53, 4–7 May, 2010, Edinburgh. – Mode of access: <http://www.coste53.net/downloads/Edinburgh/Edinburgh-Presentation/25.pdf> – Date of access: 20.10.2017.

17. Сычевский, В. А. Численное моделирование аэродинамики лесосушильной камеры / В. А. Сычевский, Т. А. Баранова // Тепло- и массоперенос-2014 : сб. науч. тр. / Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси ; редкол.: О. Г. Пенязьков [и др.]. – Минск: Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, 2015. – С. 66–73.

18. Сычевский, В. А. Оптимизация аэродинамического режима работы сушильной камеры / В. А. Сычевский, А. Д. Чорный, Т. А. Баранова // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энергетических объединений СНГ. – 2016. – Т. 59, № 3. – С. 260–271.

19. Шубин, Г. С. Сушка и тепловая обработка древесины / Г. С. Шубин. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 336 с.

References

1. Krechetov I. V. *Wood Drying*. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1980. 432 p. (in Russian).
2. Rasev A. I. *Wood Drying*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 181 p. (in Russian).
3. Peich N. N., Tsarev B. S. *Wood Drying*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1971. 220 p. (in Russian).
4. Bogdanov E. S., Kozlov V. A., Kuntyshev V. B., Melekhov V. I. *Handbook of the Wood Drying*. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1990. 304 p. (in Russian).
5. Boldyrev P. V. *Wood Drying*. Saint Petersburg, Profiks Publ., 2002. 156 p. (in Russian).
6. Sychevskii V. A. Account for Large Deformations of a Material Caused by the Moisture-Content Gradient. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2005, vol. 78, iss. 4, pp. 824–831. <https://doi.org/10.1007/s10891-005-0131-5>
7. Sychevskii V. A. Toward the phenomenological theory of drying. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2007, vol. 80, iss 3, pp. 483–494. <https://doi.org/10.1007/s10891-007-0064-2>
8. Sychevskii V. A. Mathematical model of drying of deformable materials and numerical calculation method. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2009, vol. 82, iss. 4, art. 668. <https://doi.org/10.1007/s10891-009-0237-2>
9. Sergovskii P. S., Rasev A. I. *Hydrothermal Treatment and Conservation of Wood*. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1987. 360 p. (in Russian).
10. Akishenkov S. I., Korneev V. I. *Design of Timber Drying Chambers and Workshops*. Saint Petersburg, Forest Technical Academy, 1992. 88 p. (in Russian).
11. Sokolov P. V. *Designing of Drying and Heating Installations for Wood*. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1965. 331 p. (in Russian).
12. Barański J., Wierzbowski M. A., Stasiak J. A. Experimental study and numerical simulation of flow pattern and heat transfer during steam drying wood. *The Future of Quality Control for Wood & Wood Products. The Final Conference of COST Action E53, 4–7 May, 2010, Edinburgh*. Available: <http://www.coste53.net/downloads/Edinburgh/Edinburgh-Presentation/25.pdf> (Accessed 20 October 2017).
13. Fedyaev A. A., Nagovitsyn D. A. Influence of unproductive flows of drying substance on the quality of sawtimber. *Sistemy. Metody. Tekhnologii = Systems. Methods. Technologies*, 2012, no. 3, pp. 85–88 (in Russian).
14. Fedyaev A. A. Improvement of gas-distributing devices of the technological equipment. *Sistemy. Metody. Tekhnologii = Systems. Methods. Technologies*, 2009, no. 2, pp. 87–90 (in Russian).
15. Sun Z. F. Numerical simulation of flow in an array of in-line blunt boards: mass transfer and flow patterns. *Chemical Engineering Science*, 2001, vol. 56, iss. 5, pp. 1883–1896. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(00\)00464-4](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(00)00464-4)
16. Bedeleian I. B., Sova D. Investigations concerning the possibility to minimize the stacks aerodynamic resistance. *The Future of Quality Control for Wood & Wood Products. The Final Conference of COST Action E53, 4–7 May, 2010, Edinburgh*. Available: <http://www.coste53.net/downloads/Edinburgh/Edinburgh-Presentation/25.pdf> (Accessed 20 October 2017).
17. Sychevskii V. A., Baranova T. A. Numerical simulation of the aerodynamics of the timber drying chamber. *Teplo- i massopereenos-2014: sbornik nauchnykh trudov* [Heat and Mass Transfer 2014: a collection of scientific papers]. Minsk, A. V. Luikov Institute of Heat and Mass Transfer of the National Academy of Sciences of Belarus, 2015, pp. 66–73 (in Russian).
18. Sychevskii V. A., Chorny A. D., Baranova T. A. Optimization of Aerodynamic Conditions of the Chamber Drier. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Educational Institutions and Power Engineering Associations*, 2016, vol. 59, no. 3, pp. 260–271. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-3-260-271>
19. Shubin G. S. *Drying and Heat Treatment of Wood*. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1990. 336 p. (in Russian).

Информация об авторе

Сычевский Вячеслав Александрович – доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровка, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vas@hmti.ac.by, v.sychevskii@mail.ru

Information about the author

Vyacheslav A. Sychevskii – D. Sc. (Physics and Mathematics), Assistant Professor, Leading Researcher, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Science of Belarus (15, Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vas@hmti.ac.by, v.sychevskii@mail.ru

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)
УДК 621.9
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-435-443>

Поступила в редакцию 20.10.2017
Received 20.10.2017

О. Г. Девойно¹, В. В. Жарский², А. П. Пилипчук³

¹Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

²ООО «Рухсервомотор», Минск, Беларусь

³Военная академия Республики Беларусь, Минск, Беларусь

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЗАКАЛКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКАНИРУЮЩЕГО ОПТОВОЛОКОННОГО ЛАЗЕРА

Аннотация. Показана возможность управления температурными полями в процессе сканирующей лазерной обработки оптоволоконным лазером. Разработана математическая модель процесса закалки сканирующим лазерным излучением при возвратно-поступательном движении лазерного луча и поступательном движении детали. Выполнен расчет температурного поля, возникающего при лазерной закалке с постоянной мощностью и с изменением мощности лазерного излучения в зависимости от положения лазерного луча при его относительном перемещении. В результате математического моделирования процесса лазерной закалки при изменении мощности лазерного излучения в зависимости от положения лазерного луча установлено, что применение сканирующей системы с программно-изменяемой мощностью излучения позволяет снизить на 25 % энергетические затраты с сохранением заданной геометрии зоны упрочнения. Представлены результаты лазерной закалки поверхности стали 45 на газовом лазере 1,2 кВт и технологической установке на базе оптоволоконного лазера мощностью до 2 кВт, оснащенной сканирующей системой. За показатель производительности был принят объем закаленного материала в единицу времени. Анализ полученных результатов показывает, что использование излучения оптоволоконного лазера обеспечивает повышение производительности закалки в 3–5 раз по сравнению с применением излучения CO₂-лазера той же мощности. Полученный эффект объясняется изменением условий взаимодействия излучения с поверхностью металла при изменении длины волны излучения, а также изменением баланса распределения тепла в зоне воздействия лазерного луча. С учетом более высокого КПД энергоэффективность использования оптоволоконных лазеров для поверхностного упрочнения в 9–15 раз выше, чем при использовании CO₂-лазеров.

Ключевые слова: лазер, мощность лазерного излучения, лазерная закалка, сканирующая система, математическая модель, температурное поле

Для цитирования. Девойно, О. Г. Моделирование поверхностной закалки с использованием сканирующего оптоволоконного лазера / О. Г. Девойно, В. В. Жарский, А. П. Пилипчук // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 435–443. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-435-443>

O. G. Devoino¹, V. V. Zarski², A. P. Pilipchuk³

¹Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

²LTD “Ruchservomotor”, Minsk, Republic of Belarus

³Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

SIMULATION OF SURFACE HARDENING USING A FIBER-OPTIC LASER SCANNING

Abstract. An analysis of process of scanning laser processing is made. The possibility of use of program and changeable power of a laser radiation in the course of scanning is shown. A mathematical model of process of training is developed by the scanning laser radiation. The model considers parameters of reciprocation of a laser beam and headway of a detail. Calculation of the temperature profile arising at laser training with a constant power and with change of power of a laser radiation depending on the provision of a laser beam at its relative movement is executed. Implementation of laser training with a program and changeable power of radiation in the course of scanning allows lowering a metabolic cost by 25 % with preservation of the given geometry of a zone of hardening. Results of laser training of a surface of steel 45 with the gas laser and the process unit on the basis of the fiber-optic laser with power up to 2 kW are presented. The volume, hardened in unit of time, was taken for an indicator of efficiency. Use of radiation of the fiber-optic laser provides increase in efficiency of training by 3–5 times in comparison with use of radiation of CO₂ laser of the same power. The gained effect is explained by change of conditions of interaction of radiation with the surface of metal at change by an order of a radiation wavelength and also by change of balance distribution of heat in a zone of influence of a laser beam. Taking into account higher efficiency of fiber-optic lasers in comparison with gas, the energy efficiency of use of fiber-optic lasers for the surface strengthening is 9–15 times higher than when using CO₂ lasers.

Keywords: laser, laser power, laser hardening, scanning system, mathematical model, temperature

For citation. Devoino O. G., Zarski V. V., Pilipchuk A. P. Simulation of surface hardening using a fiber-optic laser scanning. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 435–443 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-435-443>

Введение. В настоящее время перспективным методом поверхностной обработки деталей является лазерная закалка, позволяющая реализовывать процесс сверхскоростной термической обработки поверхностного слоя без объемного разогрева. Стимулирующим фактором развития лазерной технологии стало появление на рынке лазерной техники мощных твердотельных лазеров с более высоким суммарным уровнем технико-экономических показателей по сравнению с CO_2 -лазерами, в частности оптоволоконных лазеров. Важной особенностью твердотельных лазеров является то, что излучение с длиной волны порядка 1 мкм лучше взаимодействует с поверхностью металлов по сравнению с излучением CO_2 -лазеров.

Актуальной проблемой, сдерживающей использование лазерных технологий, является обеспечение поверхностной термообработки с гарантированным отсутствием подплавления поверхностного слоя. Высокое качество поверхности может быть достигнуто использованием сканирующей системы, которая обеспечивает многократное перемещение лазерного луча по зоне нагрева с высокой частотой и создает за время термического цикла закалки так называемое псевдо-пятно – в среднем равномерный тепловой источник на поверхности образца. Перемещение луча по произвольному контуру можно обеспечить применением системы двух зеркал, согласованно совершающих колебания во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 1, *a*). На рис. 1, *b* представлена реализованная схема управления распределением энергии по сечению области лазерного воздействия (псевдо-пятно), формируемого при сканирующей обработке с использованием двух дефлекторов. Программно заложена возможность симметричного изменения мощности в боковых зонах области лазерного воздействия, а также произвольного изменения в передней и задней его частях.

В настоящее время получены результаты [1–4], подтверждающие перспективность применения сканирующей лазерной обработки для повышения качества поверхности. Также отмечена важность решения задачи обеспечения равномерной глубины упрочненного слоя и распределения свойств упрочненной зоны по глубине. Одним из способов решения поставленной задачи является управление температурными полями в процессе сканирующей лазерной обработки

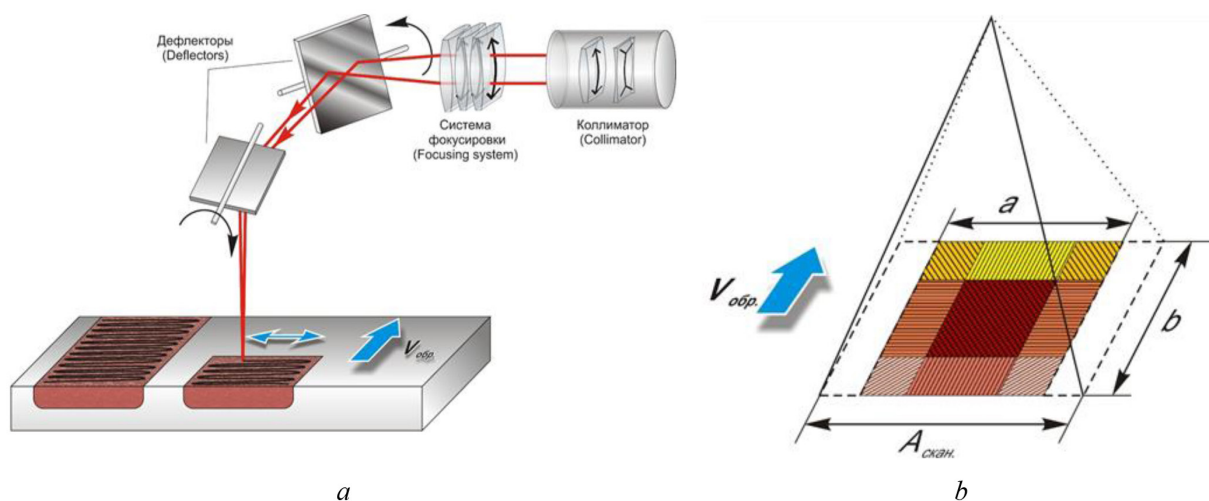


Рис. 1. Оптическая система для реализации лазерной поверхностной закалки сканирующим излучением (*a*) и схема управления распределением энергии по сечению области лазерного воздействия (*b*)

Fig. 1. Optical system for the implementation of laser surface quenching by scanning radiation (*a*) and a control scheme for the distribution of energy over the cross section of area of laser effect (*b*)

оптоволоконным лазером. Оценке возможности реализации данного способа посвящена настоящая работа.

Анализ процесса лазерной закалки. Исследование представленной схемы сканирования показывает, что основной зоной нестабильности тепловых полей являются периферийные участки зоны, где протекают два энергетических процесса: увеличение теплоотвода за счет краевого эффекта и увеличение количества подводимой энергии за счет уменьшения скоростей перемещения лазерного луча при изменении направления. На рис. 2 представлен внешний вид упрочненной дорожки первичного вала, полученной при проведении лазерной закалки с использованием сканирующей обработки. Границы участка с проплавлением поверхности соответствуют области максимальной плотности энергии, то есть геометрическому месту точек, где скорость луча минимальна. В граничных зонах происходит проплавление металла, что подтверждает определяющее значение эффекта увеличения количества подводимой энергии за счет уменьшения скоростей перемещения лазерного луча. Увеличение частоты сканирования приводит к уменьшению размеров зон проплава на периферии зоны, что свидетельствует об изменении баланса энергии между первым и вторым процессами теплового баланса в периферийной зоне. Таким образом, обеспечение стабильного качества упрочненного слоя при лазерной обработке со сканированием возможно в результате изменения мощности излучения по определенной программе в процессе сканирования, что и было реализовано в оптической системе, показанной на рис. 1, а.

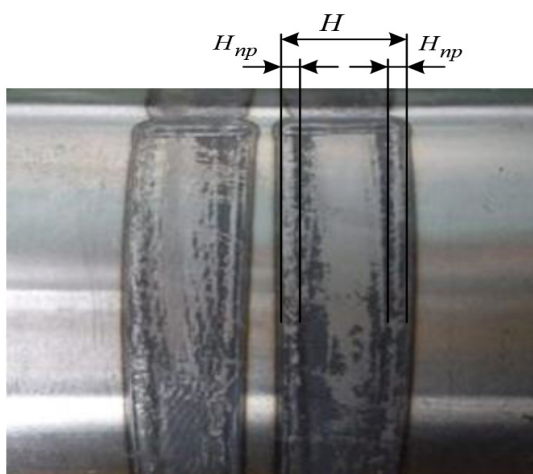


Рис. 2. Внешний вид поверхности закалки сканирующим лазерным излучением
Fig. 2. Appearance of the hardening surface by scanning laser radiation

На рис. 3 представлен пример программы, реализующей последовательность импульсов технологического лазерного комплекса производства ООО «Рухсервомотор», что подтверждает возможность практического осуществления лазерной закалки оптоволоконным лазером с программно-изменяемой мощностью излучения. Возможным положительным эффектом использования данного подхода может быть снижение общих энергетических затрат за счет уменьшения мощности излучения в периферийных зонах.

Для реализации закалки оптоволоконным лазером с программно-изменяемой мощностью излучения был осуществлен выбор параметров сканирования на основе компьютерного моделирования процесса лазерной обработки. В качестве базовых тепловых моделей использовали известные решения тепловых задач [5, 6], где методами компьютерного моделирования рассчитаны температурные поля на полубесконечной металлической поверхности при воздействии движущегося лазерного луча, а также приведено решение задачи теплопроводности методом источников при дуговой сварке пластин. При разработке модели процесса закалки сканирующим лазерным излучением принято следующее упрощение: лазерный луч совершает возвратно-поступательное движение перпендикулярно оси дорожки со скоростью $\vec{V}_{отн.}$, деталь переме-

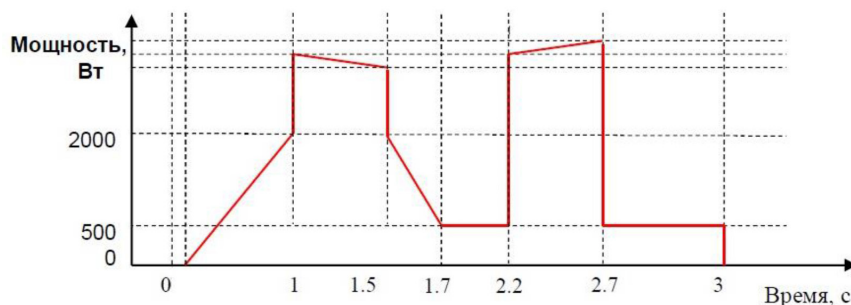


Рис. 3. Пример лазерной программы технологического лазера
 Fig. 3. Example of laser program of technology laser

щается поступательно с постоянной скоростью $\bar{V}_{пер.} = a$. С учетом принятых допущений расчетная схема заковки сканирующим лазерным излучением представлена на рис. 4.

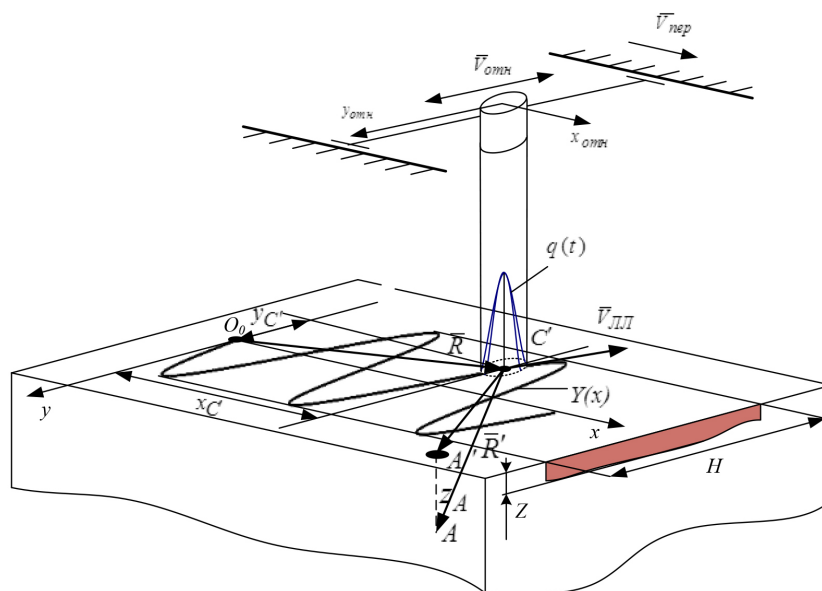


Рис. 4. Расчетная схема заковки сканирующим лазерным лучом
 Fig. 4. Calculation scheme for quenching by a scanning laser beam

Учитывая, что в крайних точках $\pm H/2$ при изменении направления движения лазерного луча скорость $V_{отн.} = 0$, для описания движения лазерного луча примем $V_{отн.} = V_{max} \cos \omega t$ (ω – частота сканирования).

$$Y_{отн.}(t) = \frac{V_{max}}{\omega} \sin \omega t, \quad X_{отн.}(t) = 0; \tag{1}$$

$$Y_{пер.}(t) = 0, \quad X_{пер.}(t) = at. \tag{2}$$

Тогда закон движения лазерного луча в параметрической форме может быть записан в виде [7]

$$Y(t) = Y_{отн.}(t) + Y_{пер.}(t); \tag{3}$$

$$X(t) = X_{отн.}(t) + X_{пер.}(t). \tag{4}$$

Уравнение траектории имеет вид

$$Y(x) = \frac{V_{\max}}{\omega} \sin\left(\frac{\omega x}{a}\right). \quad (5)$$

При разработке математической модели использовано аналитическое решение задачи теплопроводности в линейной постановке при линейных граничных условиях в случае воздействия высококонцентрированного источника энергии, имеющего немонотонный характер распределения интенсивности [7]. Это решение описывает распространение тепла при нагреве полубесконечного тела нормально-круговым источником, движущимся прямолинейно. Для данного источника поверхностная плотность поглощенной мощности представлена выражением

$$q(x, y) = q_0 \exp\left(-k(x^2 + y^2)\right), \quad (6)$$

где q_0 – максимальное значение интенсивности в центре источника; k – параметр, определяющий ширину пучка (коэффициент сосредоточенности). Значения данных параметров рассчитываются в соответствии с методикой [7].

Для определения температурного поля при произвольном законе движения лазерного луча в параметрической форме (3), (4) получено выражение

$$T(x, y, z, t) = \frac{Aq_0\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \times \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(t-\tau) \cdot (1+4ka(t-\tau))}} \cdot \exp\left\{\left(\frac{z^2}{4a(t-\tau)} + \frac{k \cdot ((x-X(\tau))^2 + (y-Y(\tau))^2)}{1+4ka(t-\tau)}\right)\right\} d\tau. \quad (7)$$

Формула (7) описывает процесс нагрева полубесконечного тела при воздействии поверхностного нормально-кругового источника и является хорошим теоретическим приближением реального температурного поля, формируемого движущимся по произвольной траектории лазерным лучом. Данная формула справедлива при любых значениях входящих в нее параметров и, в соответствии с (6), учитывает неравномерность плотности мощности излучения по сечению лазерного луча [8].

Разработанная модель была использована для расчета температурного поля, возникающего при лазерной закалке с изменением мощности лазерного излучения, в зависимости от положения лазерного луча при его относительном перемещении. В данной постановке минимальное значение выходной мощности P_{\min} обеспечивается в периферийной зоне (рис. 5). На траектории луча маркерами отмечены точки, в которых определялась глубина проникновения изотермы, соответствующей температуре закалки.

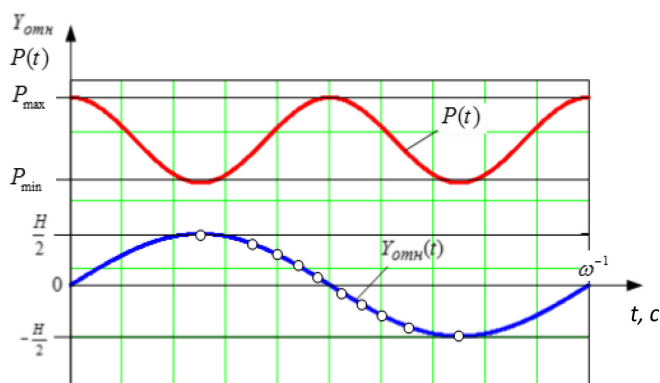


Рис. 5. Изменение мощности лазерного излучения в зависимости от положения лазерного луча при его относительном перемещении

Fig. 5. Change in the power of laser radiation as a function of the position of the laser beam with its relative displacement

Результаты исследования. С использованием разработанной модели нами проанализировано влияние параметров лазерного излучения на температурное поле при поверхностной лазерной закалке на установке ВЛ-1.0 со сканированием луча по ширине H упрочняемой зоны. Параметры обработки были следующие: диаметр лазерного луча $d = 1$ мм, амплитуда колебаний $H = 10$ мм. Определено температурное поле для трех случаев: источник постоянной мощности $P(t) = P_{\max} = 1$ кВт, два источника переменной мощности (рис. 5), для которых $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$ и $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10$.

В результате расчета определено температурное поле $T(x, y, z, t)$ в изготовленной из стали 45 детали, которое возникает при движении лазерного луча, имеющего гауссово распределение интенсивности. На рис. 6 показаны температурные поля, соответствующие положению лазерного луча в различные моменты времени. На рис. 6, *a* представлены результаты расчета температурного поля в периферийной зоне при лазерной закалке источником постоянной мощности; на рис. 6, *b* и *c* – температурные поля в периферийной зоне при реализации программно-изменяемой мощности. Сравнение результатов рис. 6, *a–c* с результатом расчета температурного поля в центре дорожки на рис. 6, *d* показывает, что уменьшение мощности излучения в периферийной зоне в 2 раза способствует формированию более равномерного температурного поля.

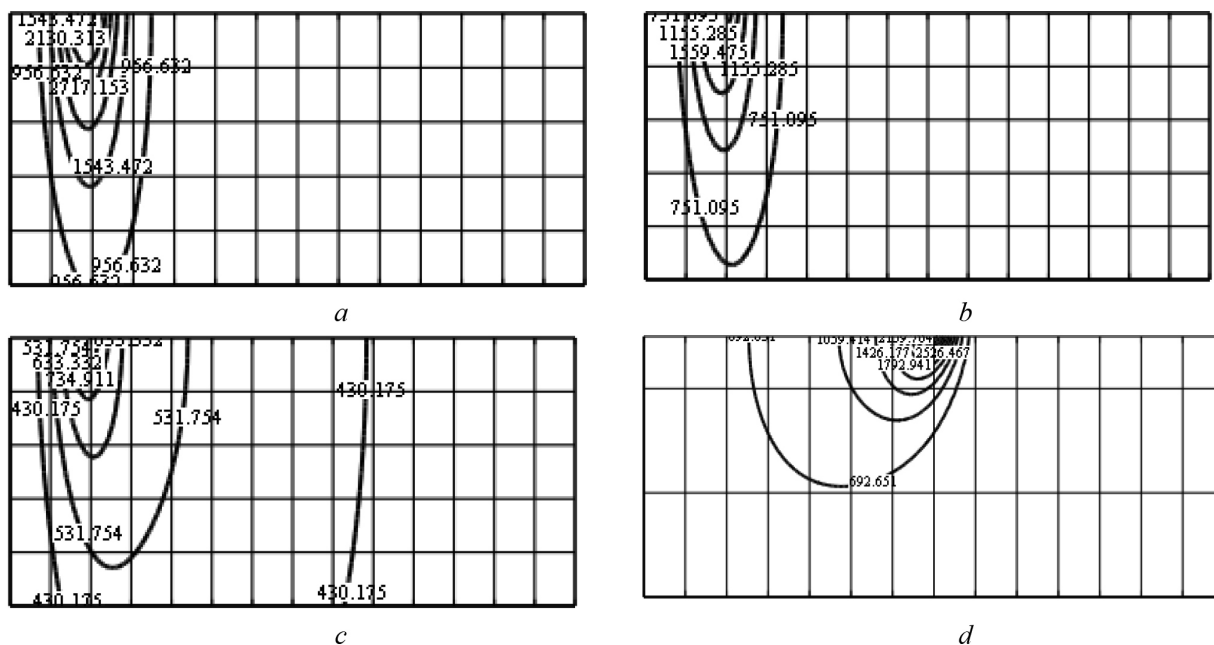


Рис. 6. Температурное поле в плоскости yOz при положении лазерного луча в точке y и мощности P : $a - y = -H/2$,

$$P = P_{\max}; b - y = -H/2, \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2; c - y = -H/2, \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10; d - y = 0, P = P_{\max}$$

Fig. 6. Temperature field in the yOz plane with the position of the laser beam at the point y and the power P : $a - y = -H/2$,

$$P = P_{\max}; b - y = -H/2, \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2; c - y = -H/2, \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10; d - y = 0, P = P_{\max}$$

На рис. 7 представлены результаты расчета границы зоны закалки, за которую было принято положение изотермы, соответствующее температуре закалки для данного материала при лазерной сканирующей обработке для источника постоянной мощности $P(t) = P_{\max}$ (кривая 1), источников переменной мощности, для которых $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$ (кривая 2) и $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10$ (кривая 3).

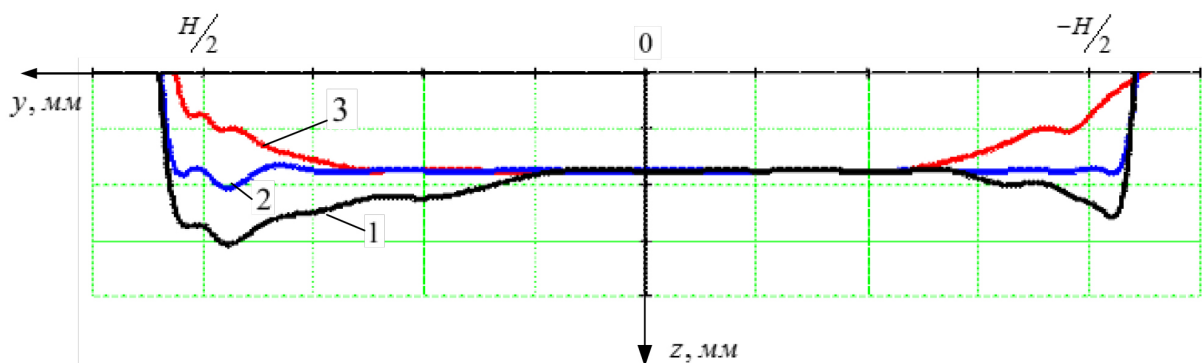


Рис. 7. Границы зон закалки в плоскости yOz : 1 – $P = P_{\max}$, 2 – $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$, 3 – $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10$

Fig. 7. Borders of hardening zones in the yOz plane: 1 – $P = P_{\max}$, 2 – $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$, 3 – $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10$

Представленные результаты показывают, что изменение мощности лазерного луча в процессе сканирования позволяет достаточно эффективно влиять на температурные поля. Сравнение форм представленных изотерм позволяет сделать вывод, что при сканирующей лазерной закалке излучением постоянной мощности (кривая 1) в периферийных зонах возможно подплавление поверхности, что подтверждают результаты рис. 2. Реализация лазерной закалки оптоволоконным лазером с программно-изменяемой мощностью излучения позволяет обеспечить более равномерную глубину упрочненного слоя (кривая 2). Для оценки эффективности реализации лазерной закалки оптоволоконным лазером с программно-изменяемой мощностью излучения выполнено сравнение энергетических затрат при сканирующей лазерной закалке излучением постоянной и переменной мощности с соотношением $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$. При оценке поглощенной энергии W за время T действия источника использовалось определение мощности излучения как потока энергии или скорости изменения энергии во времени [9]:

$$W = \int_0^T P(t) dt.$$

В качестве показателя эффективности выбрано отношение поглощенной энергии при сканирующей лазерной закалке излучением постоянной мощности $W_{\text{пост.}}$ к поглощенной энергии при сканирующей лазерной закалке излучением переменной мощности $W_{\text{пер.}}$:

$$\eta = \frac{|W_{\text{пост.}} - W_{\text{пер.}}|}{W_{\text{пер.}}} \cdot 100 \%$$

Для анализируемого случая сканирующей лазерной закалки излучением постоянной мощности $P = 1$ кВт и переменной мощности с соотношением $\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 2$ при условии, что начальная и конечная точки находятся в одной фазе, получено значение $\eta = 25 \%$. Таким образом, применение сканирующей системы с программно-изменяемой мощностью излучения позволяет снизить энергетические затраты с сохранением заданной геометрии зоны упрочнения.

Использование для процессов лазерной обработки металлов волоконных лазеров имеет очевидное преимущество вследствие более коротких длин волн излучения по сравнению с CO_2 -лазерами, что улучшает взаимодействие лазерного излучения с поверхностью. Для оценки

эффективности применения излучения оптоволоконного лазера нами проведены эксперименты по определению производительности лазерной обработки. На разных режимах проводили лазерную закалку поверхности стали 45 на технологической установке на базе оптоволоконного лазера мощностью до 2 кВт, оснащенной описанной выше сканирующей системой. Обработку выполняли прямоугольным псевдо-пятном шириной 8 мм и глубиной 1 мм. Для сравнения поверхностную закалку осуществляли на газовом лазере с мощностью излучения 1,2 кВт, диаметр круглого пятна составлял 3,2 мм. В качестве поглощающего покрытия использовали черную гуашь. На поперечном шлифе определяли размеры зоны закалки. За показатель производительности был принят объем закаленного материала в единицу времени. Как видно из полученных результатов (рис. 8), использование излучения оптоволоконного лазера обеспечивает повышение производительности закалки в 3–5 раз по сравнению с применением излучения CO_2 -лазера той же мощности.

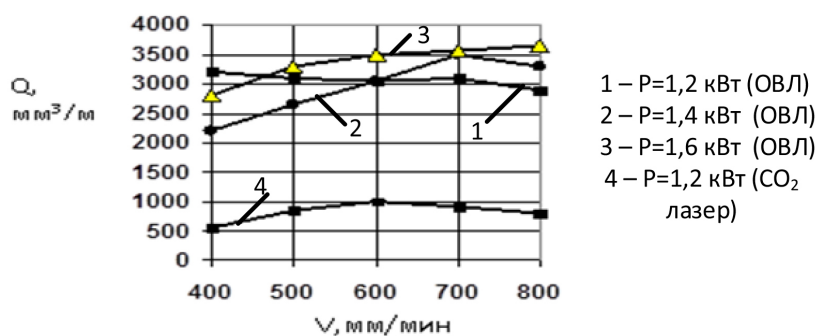


Рис. 8. Влияние скорости перемещения лазерного луча на производительность лазерной закалки

Fig. 8. Effect of the speed of the laser beam on laser hardening performance

Полученный эффект объясняется изменением условий взаимодействия излучения с поверхностью металла при изменении на порядок длины волны излучения оптоволоконного лазера, а также изменением баланса распределения тепла в зоне воздействия лазерного луча. Несомненно, полученный результат требует отдельных исследований. Из анализа полученных данных также видно, что при мощности излучения 1,2 кВт производительность обработки выше, чем при более высоких значениях мощности. Причиной данного эффекта могут быть затраты тепла на фазовые переходы при подплавлении поверхностного слоя, а также увеличение поглощения излучения за счет появления паров металла в плазменном облаке. Учитывая, что КПД оптоволоконных лазеров практически в 3 раза выше газовых лазеров, получаем, что энергоэффективность использования оптоволоконных лазеров для поверхностного упрочнения в 9–15 раз выше, чем при использовании CO_2 -лазеров.

Выводы. В результате математического моделирования процесса лазерной закалки при изменении мощности лазерного излучения в зависимости от положения лазерного луча установлено, что применение сканирующей системы с программно-изменяемой мощностью излучения позволяет снизить на 25 % энергетические затраты с сохранением заданной геометрии зоны упрочнения.

При исследовании производительности лазерной закалки получено, что энергоэффективность использования оптоволоконных лазеров в 9–15 раз выше, чем при использовании CO_2 -лазеров.

Список использованных источников

1. Югов, В. И. Высокоэффективная технология ресурсосбережения: лазерная поверхностная обработка / В. Югов // Фотоника. – 2012. – № 4. – С. 13–20.
2. Бирюков, В. П. Модификация поверхности с помощью лазерного излучения / В. П. Бирюков // Фотоника. – 2010. – № 3. – С. 18–21.
3. Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок / под ред. В. Я. Панченко. – М.: Физматлит, 2009. – 664 с.

4. Бирюков, В. П. Изменение структуры и свойств сталей при лазерном упрочнении / В. П. Бирюков // Фотоника. – 2012. – № 3. – С. 22–26.
5. Манако, В. В. Методика оценки размеров зоны закалки при обработке движущимся лучом лазера / В. В. Манако, В. А. Путилин // Физика и химия обработки материалов. – 2010. – № 5. – С. 23–28.
6. Иванов, С. Ю. Моделирование тепловых процессов при сварке соединений с криволинейными швами / С. Ю. Иванов, В. А. Кархин, В. Г. Михайлов // Изв. ТулГУ. Техн. науки. – 2015. – Вып. 6, ч. 2. – С. 62–66.
7. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: справочник / Н. Н. Рыкалин [и др.]. – М.: Машиностроение, 1985. – 496 с.
8. Манако, В. В. Аналитическое решение задачи нагрева образца движущимся лучом лазера / В. В. Манако, В. А. Путилин // Вестн. СамГТУ. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2009. – № 1 (18). – С. 206–213.
9. Хирд, Г. Измерение лазерных параметров / Г. Хирд. – М.: Мир, 1970. – 540 с.

References

1. Yugov V. I. High cost-effective use of resources technology: laser surface treatment. *Fotonika = Photonics*, 2012, no. 4, pp. 13–20 (in Russian).
2. Biryukov V. P. Modification of a surface by means of laser radiation. *Fotonika = Photonics*, 2010, no. 3, pp. 18–21 (in Russian).
3. Panchenko V. Ya., Golubev V. S., Vasil'tsov V. V., Galushkin M. G., Grezev A. N. *Laser Techniques of Handling of Materials: Modern Problems of Basic Researches and Application Workings out*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 664 p. (in Russian).
4. Biryukov V. P. Change of structure and properties of steels at laser hardening. *Fotonika = Photonics*, 2012, no. 3, pp. 22–26 (in Russian).
5. Manako V. V., Putilin V. A. Technique of an estimation of the sizes of a zone of quenching at handling by a moving ray of the laser. *Fizika i himiya obrabotki materialov = Physics and Chemistry of Materials Treatment*, 2010, vol. 1, no. 5, pp. 23–28 (in Russian).
6. Ivanov S. Yu., Karkhin V. A., Mikhailov V. G. Simulation of thermal processes at welding of connections with curvilinear welds. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya Tula State University. Technical Sciences*, 2015, vol. 6, no. 2, pp. 62–66 (in Russian).
7. Rykalin N. N., Uglov A. A., Zuev I. V., Kokora A. N. *Laser and Electron Beam Handling of Materials*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 496 p. (in Russian).
8. Manako V. V., Putilin V. A. The analytical decision of a problem of heat of the sample a moving ray of the laser. *Vestnik Samarского gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki = Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2009, no. 1, pp. 206–213 (in Russian).
9. Heard H. G. *Laser Parameter Measurements*. N. Y., Wiley, 1968. 489 p.

Информация об авторах

Девойно Олег Георгиевич – доктор технических наук, профессор, заведующий научно-исследовательской лабораторией плазменных и лазерных технологий, Белорусский национальный технический университет (пр. Независимости, 65, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: scvdmmed@bntu.by

Жарский Владимир Владимирович – доктор технических наук, директор, ООО «Рухсервомотор» (ул. Монтажников, 5, 220019, Минск, Республика Беларусь). E-mail: v.jarski@ruchservomotor.com

Пилипчук Андрей Петрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vikmech@mail.ru

Information about the authors

Oleg G. Devoino – D. Sc. (Engineering), Professor, Head of Plasma and Laser Technologies Research Laboratory, Belarusian National Technical University (65, Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: scvdmmed@bntu.by

Vladimir V. Jarski – D. Sc. (Engineering), Director, LTD “Ruchservomotor” (5, Montazhnikov Str., 220019, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: v.jarski@ruchservomotor.com

Andrei P. Pilipchuk – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Assistant Professor of the Department of Mechanics, Academy of Military of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vikmech@mail.ru

ISSN 1561-8358 (Print)
 ISSN 2524-244X (Online)
 УДК 628.165
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-444-454>

Поступила в редакцию 30.11.2017
 Received 30.11.2017

А. С. Жданок¹, А. Г. Червяк¹, С. В. Шушков², Заид С. Альотаби³, Ясин Г. Альхарби³

¹ООО «Перспективные исследования и технологии», Минск, Беларусь

²Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси,
 Минск, Беларусь

³Национальный центр технологий солнечной энергии,
 Научно-технологический центр им. Короля Абдулазиза, Эр-Рияд, Королевство Саудовская Аравия

МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ ДЕСАЛИНИЗАЦИИ В ПРОТОЧНОМ CDI-ОПРЕСНИТЕЛЕ

Аннотация. Исследована работа CDI-опреснителя соленой воды, основанного на принципе объемной деионизации за счет создания двойного электрического слоя на пористой структуре электрода. Изучена возможность увеличения эффективности опреснения за счет сокращения времени разрядных диффузионных процессов в высокопористых электродах. В экспериментах использовался опреснитель типа «flow-through electrodes», прокачка раствора в котором осуществляется сквозь пористые электроды, отделенные друг от друга водонепроницаемым сепаратором, без использования ионообменных мембран. Проведен анализ возможных размеров пор для различных сорбирующих материалов и выполнены оценки длительности соответствующих импульсов управляющего напряжения. Предварительные эксперименты, проведенные на модельной CDI-ячейке, позволили оптимизировать выбор электрофизических параметров для электродов из углеродного войлока типа «Карбопон-Актив» и ткани «АУТ-М-2» производства ОАО «СветлогорскХимволокно». Предложен метод сокращения времени разрядного цикла за счет подачи серии импульсов напряжения обратной полярности на электроды опреснителя. При согласовании характеристик пористости электродного материала и продолжительности импульсов можно добиться ускоренного удаления ионов соли за счет повышения напряженности электрического поля в направлении из глубины пор наружу, в межэлектродный зазор. Оцениваемая величина пор составляла ~ 100 мкм, поэтому в относительно протяженном межэлектродном зазоре ~ 1 мм основная масса ионов за время импульса не успевала достичь поверхности электродов. Это позволило поддерживать высокую эффективность процесса CDI-опреснения. Эксперименты на модельной ячейке и полномасштабном CDI-опреснителе продемонстрировали в режиме наложения управляющих импульсов снижение времени разрядного цикла в ~ 2,5 раза по сравнению с режимом короткого замыкания электродов.

Ключевые слова: опреснение, солевой раствор, объемная деионизация, опреснитель-суперконденсатор, пористый электрод, сорбция ионов, режим электропитания

Для цитирования. Метод сокращения времени десалинизации в проточном CDI-опреснителе / А. С. Жданок [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 444–454. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-444-454>

A. S. Zhdanok¹, A. G. Chervjak¹, S. V. Shushkov², Zaid S. Alotaibi³, Yaseen G. Alharbi³

¹Advanced Research and Technologies LLC, Minsk, Belarus

²A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

³National Center for Solar Energy, King Abdulaziz City for Science and Technology (KACST),
 Er-Riyad, Kingdom of Saudi Arabia

METHOD FOR REDUCING THE DESALINATION TIME IN A “FLOW-THROUGH” CDI-WATER CLEARANCE EQUIPMENT

Abstract. The work of the CDI salt water distiller based on the principle of bulk deionization by creating a double electric layer on the porous structure of the electrode was investigated. The possibility of increasing the efficiency of desalination by reducing the time of discharge diffusion processes in high-porous electrodes is studied. In the experiments, a flow-through type was used, the pumping of the solution in which is carried out through porous electrodes separated from each other by a permeable separator, without the use of ion-exchange membranes. The analysis of possible pore sizes for various sorbing materials is carried out and estimates of the duration of the corresponding pulses of the control voltage are performed. Preliminary experiments carried out on a model CDI cell allowed us to optimize the choice of electrophysical parameters for carbon felt electrodes of the “Carbopon-Active” type and the “AUT-M-2” fabric produced by OJSC “SvetlogorskKhimvolokno”. A method is proposed for reducing the discharge cycle time by supplying a series of pulses of reverse polarity voltage to the electrodes of a desalter. When matching the characteristics of the porosity of the electrode material and the duration of the pulses, it is possible to achieve accelerated removal of salt ions

by increasing the electric field strength from the depth of the pores to the outside, into the interelectrode gap. The estimated pore size was $\sim 100 \mu\text{m}$; therefore, in a relatively long interelectrode gap of $\sim 1 \text{ mm}$, the main mass of ions during the pulse does not have time to reach the surface of the electrodes. This made it possible to maintain the high efficiency of the CDI desalination process. Experiments on a model cell and a full-scale CDI-desalter demonstrated a 2.5-fold decrease in the discharge cycle time in the regime of superposition of control pulses in comparison with the short-circuit mode of electrodes.

Keywords: desalination, saline solution, volumetric deionization, desalination supercapacitor, porous electrode, ion sorption, power supply mode

For citation: Zhdanok A. S., Chervjak A. G., Shushkov S. V., Alotaibi Zaid S., Alharbi Yaseen G. Method for reducing the desalination time in a “flow-through” CDI-water clearance equipment. *Vesti Natsyonal'noi akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 444–454 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-444-454>

Введение. В настоящее время ввиду нарастающей нехватки пресной воды актуальным является использование многочисленных источников так называемой солоноватой воды, концентрация солей в которой составляет 10 г/л и менее. Кроме того, опреснение, например, морской воды с концентрацией солей $\sim 35 \text{ г/л}$ достаточно эффективно производится методами электродиализа или обратного осмоса [1], однако при снижении концентрации соли до величин $\sim 1 \text{ г/л}$ экономическая эффективность этих методов резко уменьшается. Поэтому для опреснения воды с концентрацией солей менее 10 г/л успешно применяется технология объемной деионизации (Capacitive Deionization, CDI), аналогичная способу разделения зарядов в проточном суперконденсаторе с водным электролитом [1–3]. Высокая сорбирующая способность электродов опреснителя обеспечивается за счет применения пористых материалов, как правило, на основе углерода [4, 5]. В процессе зарядки под действием приложенного напряжения электроды (изготовленные, к примеру, из расширенного графита) сорбируют ионы соли, снижая концентрацию примесей в очищаемой воде. В следующем по времени цикле, при электрическом соединении электродов проводником накоротко (режим короткого замыкания), происходит обратный процесс десорбции ионов соли и удаление их промывочной жидкостью, в качестве которой часто используется исходный раствор.

Для изучения процессов диффузии зарядов в CDI-ячейках и их характеристики применяют различные режимы электропитания [6–8]. Так, эффективно используется рекуперация энергии, выделяемой в цикле разряда опреснителя или суперконденсатора, для ее использования в следующем цикле заряда [9]. Оптимальный выбор схемы питания позволяет понизить величину энергетических потерь в процессе CDI-опреснения [10].

Цель работы заключалась в изучении возможности увеличения эффективности опреснения за счет сокращения времени разрядных диффузионных процессов в высокопористых электродах.

Влияние сорбционных характеристик электродного материала на эффективность CDI-опреснения. Решение обозначенной задачи представляется перспективным для CDI-опреснителей типа «flow-through electrodes» [3], электроды в котором разделены друг от друга водопроницаемым сепаратором, без применения ионообменных мембран, а прокачка раствора осуществляется сквозь пористые электроды (рис. 1).

С наибольшей полнотой сорбция соли достигается при продолжительном времени зарядки, когда ионы успевают диффундировать в поры материала электродов. Ионы покрывают поверхность электродов, образуя так называемый двойной электрический слой зарядов (electrical double layers, EDLs [3]), который и определяет высокую емкость суперконденсатора. В проточном канале присутствуют ионы разных знаков, за счет чего раствор между электродами близок к квазинейтральному состоянию. На рис. 2 показана идеализированная схема предельного состояния опреснителя-суперконденсатора после зарядки, когда ионы соли одного знака распределяются по поверхности противоположно заряженного электрода. Водопроницаемый сепаратор, изображенный штриховой линией, предохраняет электроды от замыкания.

Параметр d является важной величиной при расчетах пористых электродов с учетом тонких эффектов [11]. Например, в [2] поры систематизированы по их поперечному размеру как макропоры при $d > 50 \text{ нм}$, мезопоры при $d = 2\text{--}50 \text{ нм}$ и микропоры при $d < 2 \text{ нм}$. Однако поскольку поперечный размер микропор d существенно меньше, чем, например, средняя величина глубины пор L , то время диффузионного выравнивания $\tau_d \sim d^2/D$ (D – коэффициент диффузии ионов соли

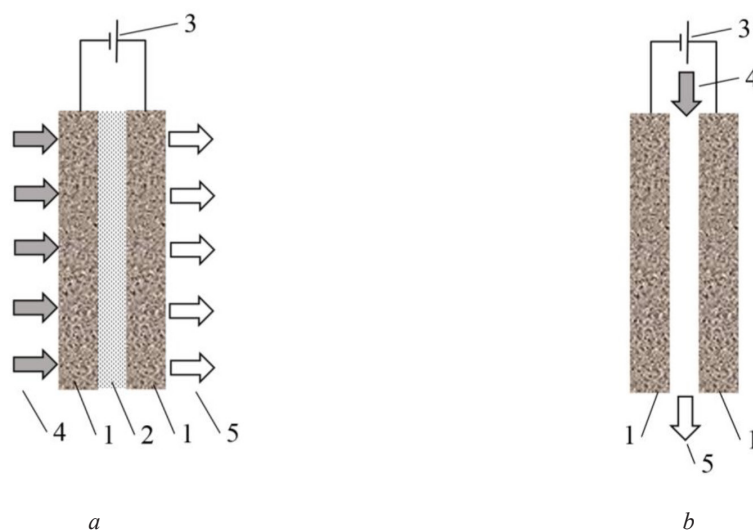


Рис. 1. Принципиальная схема CDI-опреснителей, функционирующих по схеме «flow-through electrodes» (a) и «flow-between electrodes» (b): 1 – емкостной электрод, 2 – пористый сепаратор, 3 – источник питания, 4 – поток соленой воды, 5 – поток опресненной воды

Fig. 1. Schematic diagram of CDI-desalination plants functioning according to the flow-through electrodes (a) and flow-between electrodes (b): 1 – capacitive electrode, 2 – porous separator, 3 – power supply, 4 – flow of salt water, 5 – a stream of desalinated water

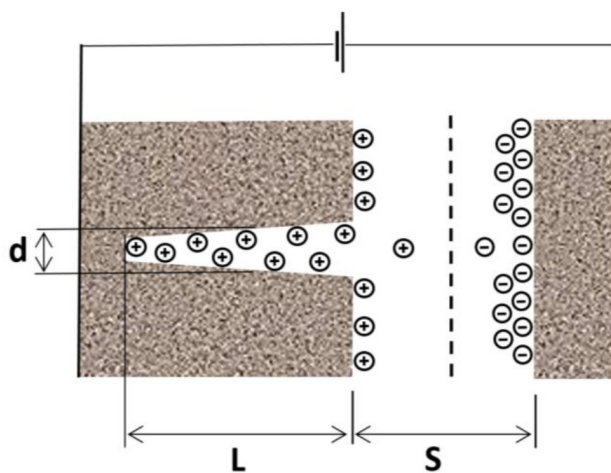


Рис. 2. Влияние пор электродного материала на распределение ионов по сорбирующей поверхности электродов суперконденсатора CDI-опреснителя и в его проточном канале. S – характерный размер проточного канала, d – диаметр поры, L – глубина поры

Fig. 2. Effect of electrode material pores on the ion distribution over the sorbing surface of the electrodes of the CDI desalination super-capacitor and in its flow channel. S – characteristic size of the flow channel, d – pore diameter, L – pore depth

в растворе) оказывается весьма мало и выравнивание концентрации поперек микропор d можно считать опережающим по сравнению с прочими дрейфовыми процессами в CDI-опреснителе. В то же время, как можно представить из структуры графитовых и прочих углеродных пористых материалов, глубина пор L и различных межслоевых полостей сравнима с характерным размером электродов и может достигать нескольких миллиметров. Тем самым характерное время $\tau_L = L^2/D$ удаления ионов соли из пор глубиной L может оказаться сравнимым со временем перемещения ионов в проточном канале размером S между электродами: $\tau_S = S^2/D$.

В случае наложения электрического поля направленная скорость дрейфа ионов возрастает, однако с учетом сложной геометрии пористых каналов в нашем случае допустимо использовать время τ чисто концентрационного выравнивания на основе коэффициента D как верхнюю оценку по времени, когда основная часть ионов соли окажется удаленной из рассматриваемой зоны.

Процессы переноса ионов при зарядке CDI-опреснителя. Зарядка обычно производится при постоянном напряжении, не превышающем $\sim 1,2$ В во избежание электролиза воды (рис. 3).

Гальваностатический режим заряда CDI-опреснителя постоянным по величине током также может быть использован, однако его применение должно быть согласовано с материалом электродов. Например, в ходе проведения нами исследований при зарядке относительно большим током напряжение на модельной CDI-ячейке быстро достигало критического значения 1,2 В, в то время как диффузия ионов соли в микропоры материала еще продолжалась. При этом величина перенесенного в цикле заряда, пропорциональная площади под токовой кривой, оказывалась меньше, чем в случае зарядки при постоянном напряжении, когда ионы соли успевали заполнить поры материала (рис. 4).



Рис. 3. Схема соединения электродов и направление перетекания ионов соли в проточном канале в процессах зарядки и разряда CDI-опреснителя: *a* – зарядка, *b* – разряд (короткое замыкание)

Fig. 3. Scheme of electrodes connection and direction of salt ions flow in the flow channel in the process of the CDI desalination plant charging and discharging: *a* – charging, *b* – discharging (short circuit)

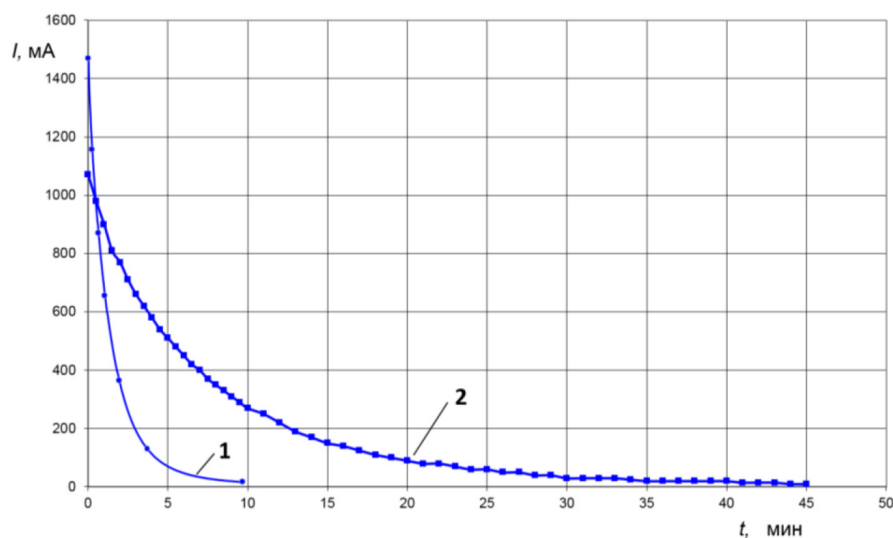


Рис. 4. Разрядные характеристики CDI-ячейки (материал электродов – углейлок «Карбопон-Актив», площадь 1560 см²; концентрация соли NaCl в растворе 1 г/л): 1 – после зарядки в гальваностатическом режиме током 2 А, 2 – после зарядки в потенциостатическом режиме при напряжении 1 В

Fig. 4. The discharge characteristics of the CDI-cell (carbon-fiber electrodes “Carbopon-Active”, area 1560 cm²; the NaCl concentration in the solution is 1 g/l): 1 – after charging in galvanostatic mode with a current of 2 A, 2 – after charging in potentiostatic mode at a voltage of 1 V

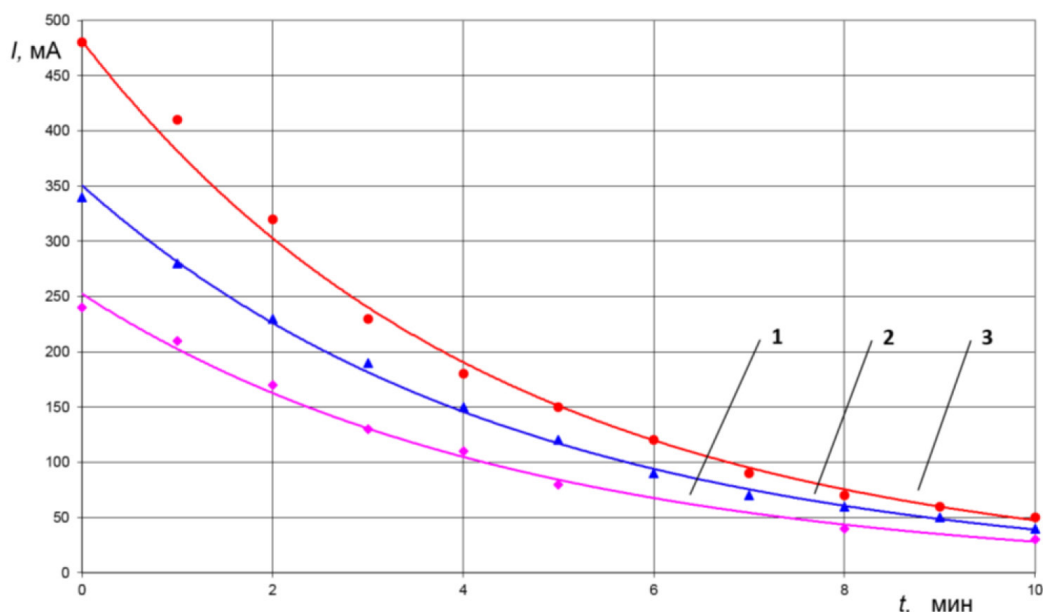


Рис. 5. Зависимость разрядного тока от времени для модельной CDI-ячейки (материал электродов – углеродная ткань «АУТ-М-2» ($15 \times 15 \text{ см}^2$); концентрация соли NaCl – 1 г/л): 1 – ток при циклах зарядки и разряда продолжительностью 10 мин, 2 – при циклах 20 мин, 3 – при циклах 40 мин

Fig. 5. Dependence of the discharge current on time for the model CDI cell (the electrodes are carbon cloth “AUT-M-2” ($15 \times 15 \text{ cm}^2$); the NaCl concentration is 1 g/l): 1 – the current for 10 minutes charge and discharge cycles, 2 – the current with cycles of 20 minutes, 3 – the current with cycles of 40 minutes

Особенности разрядных процессов на сорбирующих электродах. Разряд CDI-опреснителя часто производится путем электрического соединения электродов проводником. В растворе при этом противоположно заряженные ионы взаимно притягиваются и дрейфуют друг к другу, и в итоге происходит постепенная релаксация до нейтрального состояния. Количество G выделившейся с электродов соли в одном цикле пропорционально перенесенному заряду Q и рассчитывается по закону Фарадея: $G = Q\mu/(eN_A)$, где e – заряд электрона, N_A – число Авогадро, μ – молекулярный вес соли. Поэтому чем большим по времени в экспериментах на модельной ячейке нами выбирался период зарядки и разряда, тем большей оказывалась величина перенесенного заряда, пропорциональная площади под токовой кривой, и полнее происходила очистка CDI-электродов (рис. 5).

Физически продолжительный период разряда для целей максимально полного удаления соли связан со значительным временем диффузии ионов из глубины L пор электродного материала. При слишком длительном разрядном цикле уменьшается величина среднего по времени тока и соответственно снижается производительность опреснителя. Если, напротив, пытаться задавать короткие периоды «зарядка–разряд», то средняя величина переносимого заряда также окажется незначительной, поскольку наложение на электроды обратного по знаку напряжения приводит к началу перезарядки еще не успевшего полностью разрядиться конденсатора, что эквивалентно снижению эффективной емкости (см. рис. 5). При коротких циклах ионы соли совершают возвратно-поступательные перемещения внутри пор L , не успевая выйти наружу, что используется в суперконденсаторе как накопителе энергии, но не подходит для CDI-опреснителя.

Оптимизация разрядных процессов по времени. Ускорить процесс диффузии ионов из пор материала возможно, если приложить к электродам на короткое время вместо замыкания обратное напряжение (рис. 6, а). При этом скорость дрейфа ионов из пор L увеличивается, поскольку существенно возрастает электрическое поле, перемещающее их к противоположному электроду.

Одновременно в проточном канале S начинается дрейф ионов к поверхности соответствующих электродов. Однако если отключить импульс обратного напряжения в то время, когда основная масса ионов еще не достигла противоположного электрода, и переключить на замыкание, то в проточном канале снова начинается перемешивание ионов (рис. 6, б). Тем самым основная

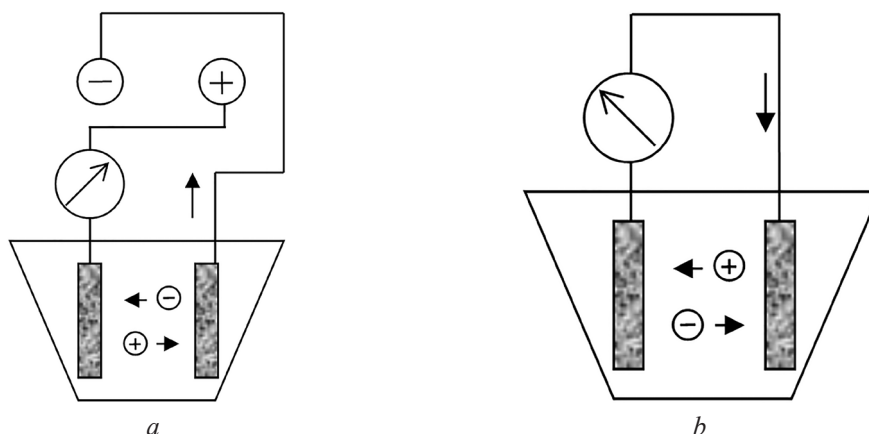


Рис. 6. Схема соединения электродов и перетекания ионов соли в проточном канале в режиме приложения к электродам напряжения обратной полярности: *a* – изменение полярности напряжения на электродах, *b* – замыкание электродов после импульса напряжения обратной полярности

Fig. 6. Scheme of the electrodes connection and salt ions flow in the flow channel when reversal voltage is applied to the electrodes: *a* – voltage polarity reversal on the electrodes, *b* – electrode shorting after voltage impulse of reverse polarity

масса ионов в проточном канале S будет колебательно перемещаться между электродами, не оседая на их поверхности.

В то же время дрейф ионов из микропор L будет происходить в одну сторону, к проточному каналу S , поскольку поры в конце цикла зарядки заполнены преимущественно ионами одного знака. Поэтому в моменты короткого замыкания, в паузах между импульсами приложения обратного напряжения, нескомпенсированный заряд противоположных ионов, находящихся в проточном канале, поддерживает удаление ионов соли из пор электродного материала.

Взаимозависимость характеристик электродного материала, определяющих эффективность разрядных процессов в CDI-опреснителе. Длительность τ_1 импульса обратного напряжения следует выбрать равной величине L^2/D , которая соответствует характерному времени диффузии ионов на расстояние L из глубины пор в проточный канал S . Кроме того, следует соблюсти условие, что длительность импульса обратного напряжения не должна превышать величину S^2/D , которая отражает время диффузии ионов в проточном канале S между электродами. В последнем случае в качестве τ_1 принимается величина S^2/D . Этим предотвращается вынос основной части ионов на стенки канала, приводящий к преждевременной перезарядке электродов. Одновременно при подаче импульса обратной полярности ограничивается скачок напряжения на электродах до величины, меньшей начала электролиза воды.

Очевидно, что для каждого вида электродного материала соответственно его параметрам S и L требуется подбирать конкретные продолжительность периода приложения обратного напряжения и скважность этих импульсов, что требует теоретических расчетов или экспериментального тестирования.

Например, промежуток S между электродами в проточной системе типа «flow-through electrodes» определяется толщиной сепаратора и в случае изготовления последнего из ткани на основе полимерных волокон может составлять величину 0,1–0,5 мм. Коэффициент диффузии для соли NaCl при концентрации ~ 1 г/л и при комнатной температуре составляет величину $D \sim 1,1 \cdot 10^{-5}$ см²/с. Поэтому продолжительность паузы между импульсами должна составлять величину не менее $\tau_2 = (S^2/D) \sim 100$ с.

Глубина пор L изменяется в широких пределах для любого сорбирующего материала. Можно ввести понятие среднего размера пор и соотнести с ним характеристики электрической емкости электродов, как, например, в [5]. В нашем случае величина L оценивалась из измерений времени разряда образцовой CDI-ячейки с относительно тонкими (< 1 мм) электродами из конкретного материала.

Для электродов на основе активированного угля средний размер глубины пор L может достигать 1 мм и более за счет возможного соединения отдельных пор между собой в процессе

активации. Тогда оценка продолжительности импульсов обратного напряжения дает значение $(L^2/D) \sim 1000$ с и длительность импульсов обратного напряжения следует выбрать $\tau_1 = (S^2/D) = 100$ с.

Для значительного класса углеродных материалов, в том числе углеродного войлока, средний размер глубины пор L может достигать 100 мкм. Поэтому для подобных углеродных материалов продолжительность импульсов обратного напряжения оптимально выбирать равной $\tau_1 = (L^2/D) \sim 10$ с. Продолжительность паузы между импульсами желательно выдерживать также не менее $\tau_2 = (S^2/D) \sim 100$ с.

Для перспективных электродных материалов, в которых, например, используют прививку химических компонент типа COO^- внутри сорбирующих каналов [12], необходимо учитывать изменение коэффициентов диффузии и вводить соответствующую временную поправку при выборе длительности импульсов.

В проточной системе «flow-between electrodes» размер канала S между электродами значительный и может быть выбран равным около 1 мм и более. В этом случае паузу между импульсами для полной релаксации зарядов в канале S оптимально выбирать равной нескольким минутам, поскольку $\tau_2 = (S^2/D) \sim 10^3$ с.

Проведение экспериментов на модели CDI-опреснителя. Нами в экспериментах в качестве материала электродов использовались углеродная ткань «АУТ-М-2» или войлок «Карбопон-Актив» производства ОАО «СветлогорскХимволокно».

Для маломасштабной модели CDI-опреснителя в режиме замыкания электродов время разрядки, установленное по критерию снижения величины тока на порядок, составляло около 1 ч (рис. 7).

В сравнительном испытании наложение обратного напряжения производилось относительно короткими периодами по 2–5 мин, при этом ток снижался до несущественной для работы CDI-ячейки величины (несколько мА) за время около 12 мин (рис. 7).

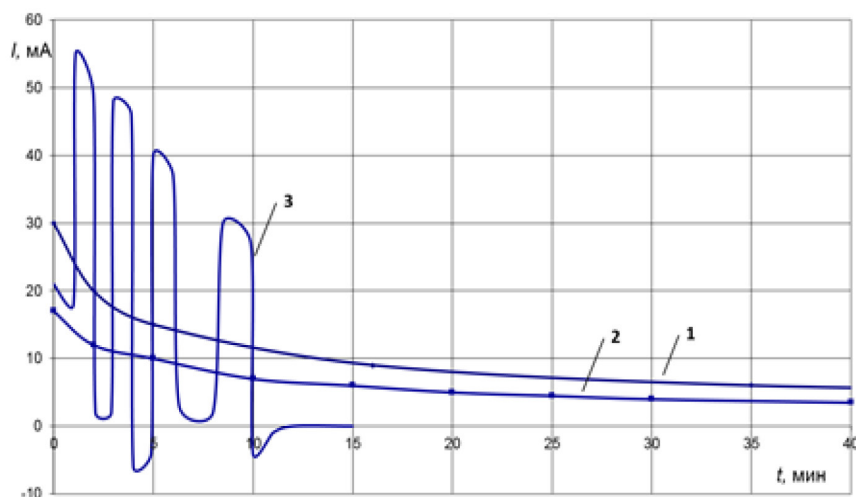


Рис. 7. Характерные зависимости тока через CDI-ячейку от времени в процессе зарядки (1), разрядки (2) и в режиме наложения импульсов обратного напряжения на электродах (3). Материал электродов – углеродная ткань «АУТ-М-2» (15×15 см²); концентрация соли NaCl – 1 г/л

Fig. 7. Characteristic dependences of current through CDI-cell on time in the process of charging (1), discharging (2) and in the mode of voltage polarity reversal on the electrodes (3). The electrodes are carbon cloth “АУТ-М-2” (15×15 cm²); the concentration of NaCl salt is 1 g/l

Как видно, возможно состояние CDI-ячейки, когда во внешней цепи ток в процессе разряда начинает течь в обратную сторону (рис. 7, период 4–5 мин). Это соответствует рассмотренной схеме по рис. 6, *b* в случае, если происходит оседание на электроды значительной части ионов из проточного канала, что приводит к началу преждевременной перезарядки емкости суперконденсатора.

Важным моментом является тот факт, что после достижения нулевого значения тока не наблюдается релаксации достигнутого состояния и ток через CDI-ячейку практически прекращается. Это свидетельствует о завершении основных процессов переноса зарядов, диффузии и релаксации ионов в проточном канале и в материале пористых электродов.

Эксперименты на полномасштабном опреснителе. Для проверки эффективности режима наложения импульсов обратного напряжения при масштабировании нами были проведены эксперименты на CDI-установке для опреснения воды с производительностью 100 л/ч (рис. 8).



Рис. 8. CDI-опреснитель производительностью 100 л/ч

Fig. 8. CDI-desalination plant with a capacity of 100 l/h

Зарегистрированная в ходе эксперимента зависимость величины тока от времени представлена на совместном графике (рис. 9). В начале испытания были проведены зарядка при напряжении 1,4 В (период времени 45–75 мин) и разряд в режиме замыкания (80–120 мин). При этом напряжение внутри ячейки не превышало 1,2 В за счет падения потенциала на токовых проводниках. Далее записан цикл аналогичной потенциостатической зарядки (125–160 мин) и разряда с наложением импульсов обратного напряжения (165–180 мин).

Как можно видеть на рис. 10, после зарядки в потенциостатическом режиме при приложенном к электродам CDI-ячейки напряжении 1,4 В цикл разряда со снижением величины тока до нескольких ампер в режиме замыкания занимает около 40 мин.

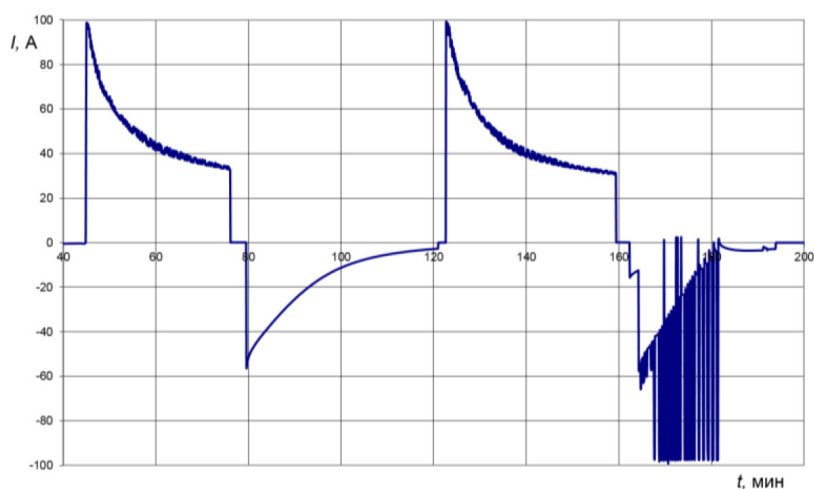


Рис. 9. Зависимость величины тока через CDI-опреснитель в циклах зарядки и разряда. Разряд проведен коротким замыканием электродов (период 80–120 мин) и путем наложения импульсов обратного напряжения (период 165–180 мин)

Fig. 9. Dependence of current through CDI-desalination plant in charging and discharging cycles. Discharging by the electrodes short-circuiting (80–120 min) and by superimposing of voltage reversal pulses (165–180 min)

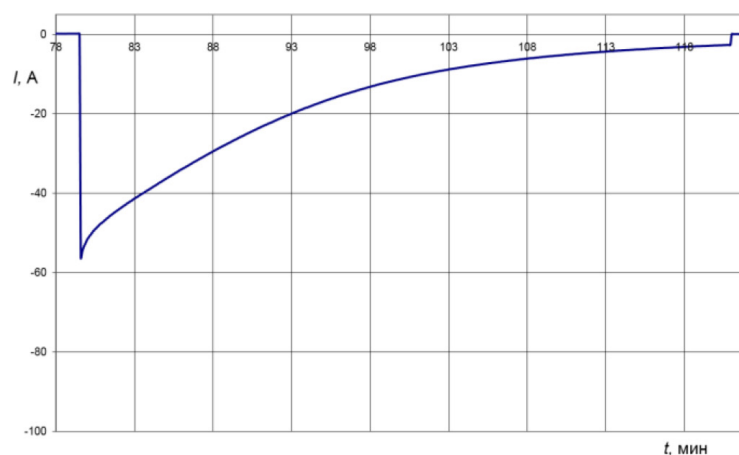


Рис. 10. Зависимость тока разряда CDI-опреснителя от времени в режиме короткого замыкания
 Fig. 10. Dependence on time for the discharge current of a CDI-desalination plant in the short-circuit mode

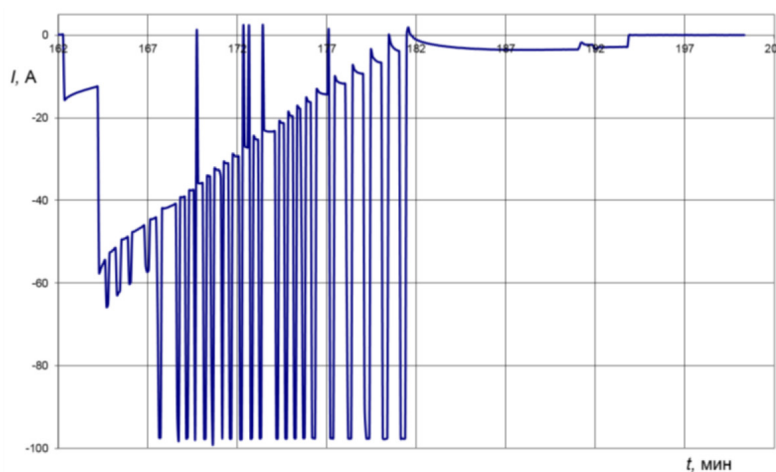


Рис. 11. Зависимость тока разряда CDI-опреснителя от времени при наложении импульсов обратного напряжения
 Fig. 11. Dependence on time for the discharge current of a CDI-desalination plant upon imposing voltage reversal pulses on the electrodes

При этом в цикле зарядки концентрация соли NaCl уменьшилась, например, в опресняемой воде с 0,81 до 0,66 г/кг, или на 18,5 %. В цикле разряда количество соли, десорбированной из электродов в промывочный раствор исходной концентрации, составило также ~ 18 %.

При периодической подаче на электроды импульсов напряжения обратной полярности амплитудой (-)1,4 В, длительностью 10–30 с, со скважностью 10–20 время цикла удается сократить в ~ 2,5 раза, до 15 мин (рис. 11). Амплитуда бросков тока при этом аппаратно ограничивалась источником питания на уровне около (-)100 А.

После цикла разряда, поддерживаемого импульсами напряжения обратной полярности, выделение соли составило 17,5 %. Тем самым количество сорбированной и десорбированной соли при одинаковых условиях зарядки и оптимальном выборе режима импульсов обратного напряжения оказывается практически одинаковым с режимом КЗ-разряда.

Как можно видеть, продолжительность импульсов обратного напряжения в экспериментах на CDI-ячейке (см. рис. 7) и опреснителе (см. рис. 11) была выбрана несколько превышающей оптимальную длительность ~ 10 с, полученную из теоретических оценок. Вследствие этого на приведенных зависимостях тока от времени при приближении сигнала к нулевому значению наблюдаются выбросы тока, противоположного разрядке направления, что соответствует неоптимальной по времени перезарядке электродов.

При наложении обратного напряжения на имеющееся в проточном канале поле величина суммарной разницы потенциалов может превысить уровень начала электролиза. Однако ввиду относительно короткой длительности прикладываемого импульса напряжения величина поля в наиболее напряженных приэлектродных зонах остается в среднем на уровне, определяемом образованием двойного электрического слоя. В условиях наших экспериментов при относительно коротких импульсах обратного напряжения газообразования отмечено не было.

Заключение. За счет режима приложения импульсов обратного напряжения удастся осуществить разряд CDI-опреснителя за время в $\sim 2,5$ раза меньшее по сравнению с режимом короткого замыкания, что существенно повышает общую производительность установки.

Эффект достигается за счет результативного удаления ионов соли из микропор электродного материала под действием повышенного электрического поля. После того как разрядный ток в описанном режиме достигает нулевого значения, во внешней цепи CDI-ячейки более не наблюдается его существенного изменения, что свидетельствует о завершении основных процессов диффузии и релаксации ионов в проточном канале опреснителя и внутри пористых электродов.

Список использованных источников

1. Уразаев, В. Обзор методов очистки воды / В. Уразаев // Технологии в электрон. пром-сти. – 2007. – № 2. – С. 72–79.
2. Review on the science and technology of water desalination by capacitive deionization / S. Porada [et al.] // Progress Mater. Sci. – 2013. – Vol. 58, Iss. 8. – P. 1388–1442. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2013.03.005>
3. Water desalination *via* capacitive deionization: what is it and what can we expect from it? / M. E. Suss [et al.] // Energy Environ. Sci. – 2015. – Vol. 8, Iss. 8. – P. 2296–2319. <http://dx.doi.org/10.1039/C5EE00519A>
4. Елецкий, А. В. Наноглеродные материалы: физико-химические и эксплуатационные свойства, методы синтеза, энергетические применения / А. В. Елецкий, В. Ю. Цицерман, Г. А. Кобзев // Теплофизика высоких температур. – 2015. – Т. 53, № 1. – С. 117–140.
5. Nanostructured carbon for energy storage and conversion / S. L. Candelariaa [et al.] // Nano Energy. – 2012. – Vol. 1, Iss. 2. – P. 195–220. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2011.11.006>
6. Resistance identification and rational process design in Capacitive Deionization / J. E. Dykstra [et al.] // Water Research. – 2016. – Vol. 88. – P. 358–370. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2015.10.006>
7. Characterization of Resistances of a Capacitive Deionization System / Yatian Qu [et al.] // Environ. Sci. Technol. – 2015. – Vol. 49, Iss. 16. – P. 9699–9706. <https://doi.org/10.1021/acs.est.5b02542>
8. Бисхейвель, П. М. Электрохимия и емкостное заряджение пористых электродов в асимметричных многокомпонентных электролитах / П. М. Бисхейвель, Й. Фу, М. З. Базант // Электрохимия. – 2012. – Т. 48, № 6. – С. 645–658.
9. Optimum Peak Current Hysteresis Control for Energy Recovering Converter in CDI Desalination / A. M. Pernia [et al.] // Energies. – 2014. – Vol. 7, Iss. 6. – P. 3823–3839.
10. Energy breakdown in capacitive deionization / Ali Hemmatifar [et al.] // Water Research. – 2016. – Vol. 104. – P. 303–311. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.08.020>
11. Anomalous Increase in Carbon Capacitance at Pore Sizes Less than 1 Nanometer / J. Chmiola [et al.] // Science. – 2006. – Vol. 313, Iss. 5794. – P. 1760–1763. <https://doi.org/10.1126/science.1132195>
12. Complementary surface charge for enhanced capacitive deionization / X. Gao [et al.] // Water Research. – 2016. – Vol. 92. – P. 275–282. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.01.048>

References

1. Urazaev V. Review of water purification methods. *Tekhnologii v elektronnoi promyshlennosti = Technologies in Electronics Industry*, 2007, no. 2, pp. 72–79 (in Russian).
2. Porada S., Zhao R., Wal A. van der, Presser V., Biesheuvel P. M. Review on the science and technology of water desalination by capacitive deionization. *Progress in Materials Science*, 2013, vol. 58, iss. 8, pp. 1388–1442. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2013.03.005>
3. Suss M. E., Porada S., Sun X., Biesheuvel P. M., Yoon J., Presser V. Water desalination *via* capacitive deionization: what is it and what can we expect from it? *Energy & Environmental Science*, 2015, vol. 8, iss. 8, pp. 2296–2319. <http://dx.doi.org/10.1039/C5EE00519A>
4. Eletskaa A. V., Zitserman V. Y., Kobzev G. A. Nanocarbon materials: Physical-chemical and performance properties, synthesis methods, and energy applications. *High Temperature*, 2015, vol. 53, no. 1, pp. 130–150. <https://doi.org/10.1134/S0018151X15010034>
5. Candelariaa S. L., Yuyan Shaob, Zhouc Wei, Lib Xiaolin, Xiao Jie, Zhangb Ji-Guang, Wang Yong, Li Jun, Lic Jinghong, Cao Guozhong. Nanostructured carbon for energy storage and conversion. *Nano Energy*, 2012, vol. 1, iss. 2, pp. 195–220. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2011.11.006>

6. Dykstra J. E., Zhao R., Biesheuvel P. M., Wal A. van der. Resistance identification and rational process design in Capacitive Deionization. *Water Research*, 2016, vol. 88, pp. 358–370. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2015.10.006>

7. Qu Yatian, Baumann T. F., Santiago J. G., Stadermann M. Characterization of Resistances of a Capacitive Deionization System. *Environmental Science & Technology*, 2015, vol. 49, iss. 16, pp. 9699–9706. <https://doi.org/10.1021/acs.est.5b02542>

8. Biesheuvel P. M., Fu Y., Bazant M. Z. Electrochemistry and capacitive charging of porous electrodes in asymmetric multicomponent electrolytes. *Russian Journal of Electrochemistry*, 2012, vol. 48, iss. 6, pp. 580–592. <https://doi.org/10.1134/S1023193512060031>

9. Pernía A. M., Álvarez-González F. J., Díaz J., Villegas P. J., Nuño F. Optimum Peak Current Hysteresis Control for Energy Recovering Converter in CDI Desalination. *Energies*, 2014, vol. 7, pp. 3823–3839. <https://doi.org/10.3390/en7063823>

10. Ali Hemmatifar, Palko J. W., Stadermann M., Santiago J. G. Energy breakdown in capacitive deionization. *Water Research*, 2016, vol. 104, pp. 303–311. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.08.020>

11. Chmiola J., Yushin G., Gogotsi Y., Portet C., Taberna P. L., Simon P. Anomalous Increase in Carbon Capacitance at Pore Sizes Less than 1 Nanometer. *Science*, 2006, vol. 313, iss. 5794, pp. 1760–1763. <https://doi.org/10.1126/science.1132195>

12. Gao X., Porada S., Omosibi A., Liu K.-L., Biesheuvel P. M., Landon J. Complementary surface charge for enhanced capacitive deionization. *Water Research*, 2016, vol. 92, pp. 275–282. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2016.01.048>

Информация об авторах

Жданок Артем Сергеевич – кандидат физико-математических наук, ведущий инженер, заведующий лабораторией применения углеродных материалов, ООО «Перспективные исследования и технологии» (ул. Толбухина, 2а, а/я 166, 220012, Минск, Республика Беларусь).

Червяк Алексей Геннадьевич – научный сотрудник, ООО «Перспективные исследования и технологии» (ул. Толбухина, 2а, а/я 166, 220012, Минск, Республика Беларусь).

Шушков Сергей Васильевич – научный сотрудник, Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: chouch@itmo.by

Заид Саад Альотаиби – доктор философии, директор Национального центра технологий солнечной энергии, Научно-технологический центр им. Короля Абдулазиза (а/я 6086, 11442, Эр-Рияд, Королевство Саудовская Аравия).

Ясин Гханیمان Альхарби – дипломированный инженер, ведущий менеджер научных проектов, Национальный центр технологий солнечной энергии, Научно-технологический центр им. Короля Абдулазиза (а/я 6086, 11442, Эр-Рияд, Королевство Саудовская Аравия).

Information about the authors

Artem S. Zhdanok – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Engineer, Head of the Laboratory of carbon materials application, “Advanced Research and Technology” LLC (P. O. box 166, 2a, Tolbukhin Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

Aleksei G. Chervjak – Researcher, “Advanced Research and Technology” LLC (P. O. box 166, 2a, Tolbukhin Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus).

Sergey V. Shushkov – Researcher, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Science of Belarus (15, Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: chouch@itmo.by

Zaid S. Alotaibi – Ph. D. (Electrical Engineering), Director of the National Center for Solar Energy Technology, King Abdulaziz City for Science and Technology (KACST) (P. O. box 6086, 11442, Er-Riyad, Kingdom of Saudi Arabia).

Yaseen G. Alharbi – M. Sc. Degree in mechanical engineering, General Manager of research grants, National Center for Solar Energy Technology, King Abdulaziz City for Science and Technology (KACST) (P. O. box 6086, 11442, Er-Riyad, Kingdom of Saudi Arabia).

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ
RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING

УДК 621.313
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-455-468>

Поступила в редакцию 16.02.2018
Received 16.02.2018

С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин, А. Е. Каледа

Военная академия Республики Беларусь, Минск, Беларусь

**МОДЕЛИРОВАНИЕ m -ФАЗНОГО АКТИВНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ
С ПРОСТРАНСТВЕННО-ВЕКТОРНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ**

Аннотация. Система автономного электроснабжения (САЭС) постоянного тока из синхронного магнитоэлектрического генератора и активного выпрямителя напряжения (АВН) максимально отвечает требованиям минимума удельной массы и электромагнитной совместимости первичного источника электрической энергии с нагрузкой. При многофазном ($m > 3$) исполнении электрической машины существует возможность получения трапецеидальной электродвижущей силы (ЭДС) и увеличения удельной преобразуемой мощности при условии согласования ЭДС и тока на выходе m -фазного генератора. Целью работы является синтез алгоритма пространственно-векторной модуляции (ПВМ) активного выпрямителя напряжения для полного согласования первичного источника электрической энергии с нагрузкой при условии трапецеидальной формы ЭДС генератора.

Синтез алгоритма ПВМ для m -фазного АВН основан на использовании векторно-матричного математического аппарата. На примере девятифазной системы разработан алгоритм ПВМ, особенностью которого является преобразование обобщенного пространственного вектора напряжения m -фазной системы координат в $(m - 1)/2$ векторов, вращающихся с разными угловыми скоростями в двухфазных ортогональных неподвижных системах $\alpha\beta$ координат. При этом на основе разработанного алгоритма ПВМ возможно независимо управлять $(m - 1)/2$ векторами напряжения в соответствующих $\alpha\beta$ плоскостях, обеспечивая схожую с ЭДС генератора форму сигналов на входных зажимах АВН.

В целях подтверждения теоретических положений разработана имитационная модель блока пространственно-векторной модуляции для реализации трапецеидальных сигналов на зажимах девятифазного АВН. Работоспособность разработанного алгоритма подтверждена результатами имитационного моделирования.

В результате оценки энергетических показателей (действующей мощности) фазы САЭС постоянного тока установлено, что применение разработанного алгоритма пространственно-векторной модуляции для активного выпрямителя напряжения в целях полного согласования трапецеидальной формы ЭДС и тока на выходе m -фазного генератора позволит увеличить мощность САЭС на 14 % по сравнению с САЭС постоянного тока при синусоидальной форме ЭДС и тока фазы генератора.

Ключевые слова: система электроснабжения постоянного тока, трапецеидальная электродвижущая сила, пространственно-векторная модуляция, многофазный активный выпрямитель напряжения, минимум удельной массы

Для цитирования. Пантелеев, С. В. Моделирование m -фазного активного выпрямителя напряжения с пространственно-векторной модуляцией / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин, А. Е. Каледа // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 455–468. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-455-468>

S. V. Panteleev, A. N. Malashin, A. E. Kaleda

Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Belarus

SIMULATION OF m -PHASE ACTIVE VOLTAGE RECTIFIER WITH SPACE-VECTOR MODULATION

Abstract. The autonomous power supply system (APSS) from synchronous magnetoelectric generator and active voltage rectifier (AVR) maximally meets the requirements of the minimum specific mass and the complete coordination of the primary electric power source with the load. With multiphase ($m > 3$) execution of the electric machine, it is possible to obtain a trapezoidal electromotive force (EMF) and increase the specific power conversion provided that the EMF and the current at the output of the m -phase generator are fully matched. Therefore, the aim of the work is to synthesize the space-vector modulation (SVM) algorithm of the active voltage rectifier to fully match the primary source of electrical energy with the load under the condition of a trapezoidal EMF of the generator.

Synthesis of the PVM algorithm for the m -phase AVR is based on the use of a vector-matrix mathematical apparatus. Using the example of a nine-phase system, a SVM algorithm has been developed, the feature of which is the transformation of the generalized voltage vector m -phase coordinate system into $(m - 1)/2$ voltage vectors with different angular velocities in two-phase orthogonal stationary $\alpha\beta$ coordinate systems. At the same time, based on the developed PVM algorithm, it is possible to independently control the $(m - 1)/2$ voltage vectors in the corresponding $\alpha\beta$ planes, providing a signal similar to the EMF of the generator at the input terminals of the AVR.

In order to confirm the theoretical propositions, an imitation model of the space-vector modulation unit for the realization of trapezoidal signals at the terminals of a nine-phase AVR has been developed. The efficiency of the developed algorithm is confirmed by the results of simulation modelling.

As a result of the evaluation of the energy parameters (operating power) of the phase of power supply system direct current, it is established that the application of the developed space-vector modulation algorithm for the active voltage rectifier in order to fully match the trapezoidal shape of the EMF and the current at the output of the m -phase generator will increase the power of the APSS by 14 % compared to a power supply system of direct current with a sinusoidal form of the EMF and the current of the generator phase.

It is established that the developed measuring device can be used to establish the presence of defects like “delamination”. The influence of the depth of the defect placement on the measured parameters is shown.

Keywords: DC power supply system, trapezoidal electromotive force, space-vector modulation, multiphase active voltage rectifier, minimum specific gravity

For citation. Panteleev S. V., Malashin A. N., Kaleda A. E. Simulation of m -phase active voltage rectifier with space-vector modulation. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 455–468 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-455-468>

Введение. В результате анализа возможных структур и принципов построения систем автономного электроснабжения (САЭС) постоянного тока установлено, что система из синхронного магнитоэлектрического генератора и активного выпрямителя напряжения (АВН) максимально отвечает требованиям минимума удельной массы и электромагнитной совместимости первичного источника электрической энергии с нагрузкой [1, 2].

В целях полезного использования энергии высших гармонических электродвижущей силы (ЭДС) ранее предложено в составе САЭС постоянного тока использовать многофазный ($m > 3$) генератор и многофазный ($m > 3$) управляемый выпрямитель [3–5].

Для согласования первичного источника электрической энергии с нагрузкой применение в качестве полупроводникового преобразователя активного выпрямителя напряжения имеет ряд достоинств: двусторонний обмен энергией с сетью; возможность получения близкого к 1 коэффициента мощности; регулирование и стабилизация напряжения (тока) на выходе [6, 7]. АВН состоит из m -фазного моста, собранного на *MOSFET* или *IGBT* транзисторах с обратными диодами, и фильтров на стороне переменного и постоянного тока. Наличие управляемых ключей в структуре активного выпрямителя позволяет реализовать различные алгоритмы управления для достижения энергетической эффективности всей системы электроснабжения. В настоящее время наиболее распространенный алгоритм переключения силовых ключей основан на теории пространственного вектора и называется пространственно-векторной модуляцией (ПВМ). Этот метод в результате позволяет на 100 % использовать напряжение звена постоянного тока по сравнению с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией (86,6 %) [8, 9].

Целью данной работы является синтез алгоритма пространственно-векторной модуляции АВН для полного согласования первичного источника электрической энергии САЭС с нагрузкой при условии трапецеидальной формы ЭДС m -фазного генератора. Для достижения цели необходимо решить следующие задачи: предварительно исследовать схему АВН, поставив в соответствие каждому возможному состоянию ключей определенный базовый вектор напряжения; путем координатных преобразований разным временным гармоникам поставить в соответствие различные последовательности симметричных составляющих; определить способ выбора ближайших к заданному базовых векторов и порядок их перебора в пределах периода модуляции; определить порядок расчета относительных длительностей включения для выбранных базовых векторов.

Анализ возможных комбинаций ключей АВН. Преобразование координат. При пространственно-векторной модуляции реализация вектора напряжения осуществляется с помощью базовых векторов в неподвижной декартовой системе координат. Каждый базовый вектор

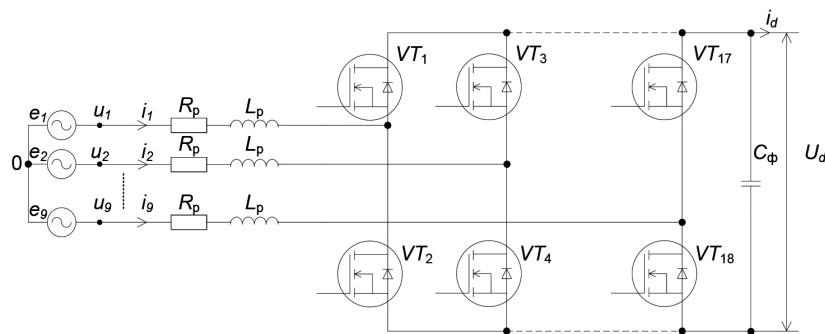


Рис. 1. Структурная схема *m*-фазного АВН

Fig. 1. Block diagram of *m*-phase AVR

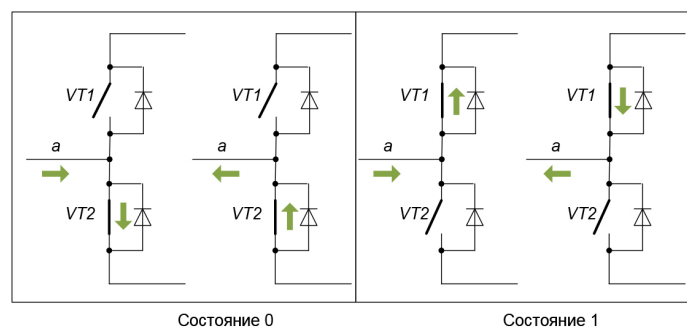


Рис. 2. Возможные состояния фазы преобразователя

Fig. 2. Possible states of the inverter phase

характеризуется определенным состоянием ключей активного выпрямителя, структура которого представлена на рис. 1.

Для синтеза алгоритма пространственно-векторной модуляции базовых векторов *m*-фазного активного выпрямителя напряжения необходимо предварительно исследовать его схему, поставив в соответствие каждому возможному состоянию ключей определенный вектор напряжения. Определим возможные состояния ключей для одной стойки преобразователя, например первой стойки с ключами *VT*₁, *VT*₂. Важно, чтобы потенциал точки подключения фазы всегда был определен исключительно состоянием ключей и не зависел от направления протекания тока по фазе. Таких состояний ключей для одной стойки всего два: замкнут нижний или верхний ключ. Обозначим их соответственно состояние 0 или 1. Любое другое состояние ключей приведет к неопределенности потенциала фазы или к короткому замыканию конденсатора. На рис. 2 каждое состояние приведено при разных направлениях тока фазы, направления токов обозначены стрелками. При любом знаке фазного тока есть контур для его протекания, при этом фаза «привязана» к нужному потенциалу (верхней или нижней шине).

Применительно к девятифазному АВН состояния коммутатора кодируются девятью цифрами, по числу стоек, например 011100011. Исходя из этого число возможных состояний преобразователя $2^9 = 512$, каждое из которых соответствует некоторому базовому вектору напряжения.

На основе состояния ключей, используя выражение (1), могут быть вычислены мгновенные значения напряжений *k*-й фазы при условии симметричной нагрузки:

$$u_k = U_{dc} \left[S_k - \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m S_n \right], \tag{1}$$

где S_k обозначает состояние ключей (0, 1) *k*-й стойки АВН ($k = 1, 2, \dots, m$). Применительно к девятифазной системе запишем

$$u_k = U_{dc} [S_k - \frac{1}{9} (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 + S_9)]. \quad (2)$$

С целью упрощения анализа процессов в электромеханических преобразователях энергии переменного тока широко применяется метод преобразования координат. Преобразование m -фазной системы координат в систему неподвижных декартовых координат называется преобразованием Кларка [10, 11] и записывается как

$$[x_T] = [T]^{-1} [x], \quad (3)$$

где $[x_T] = [x_{T0} \ x_{\alpha 1} \ x_{\beta 1} \ x_{\alpha 2} \ x_{\beta 2} \ \dots \ x_{\alpha(m-1)/2} \ x_{\beta(m-1)/2}]^T$ – составляющие двухфазных ортогональных систем координат; $[x] = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$ – исходные фазные переменные.

Для случая девятифазной системы уравнение преобразования (3) запишется как

$$\begin{aligned} & [u_{T0} \ u_{\alpha 1} \ u_{\beta 1} \ u_{\alpha 2} \ u_{\beta 2} \ u_{\alpha 3} \ u_{\beta 3} \ u_{\alpha 4} \ u_{\beta 4}]^T = \\ & = [T]^{-1} [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9]^T. \end{aligned} \quad (4)$$

Матрица преобразования $[T]^{-1}$ для случая девятифазной системы имеет вид

$$T^{-1} = \frac{2}{m} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & \frac{1}{2} \\ 1 & \cos(\delta) & \cos(2\delta) & \dots & \cos(8\delta) \\ 0 & \sin(\delta) & \sin(2\delta) & \dots & \sin(8\delta) \\ 1 & \cos(2\delta) & \cos(4\delta) & \dots & \cos(7\delta) \\ 0 & \sin(2\delta) & \sin(4\delta) & \dots & \sin(7\delta) \\ 1 & \cos(3\delta) & \cos(6\delta) & \dots & \cos(6\delta) \\ 0 & \sin(3\delta) & \sin(6\delta) & \dots & \sin(6\delta) \\ 1 & \cos(4\delta) & \cos(8\delta) & \dots & \cos(5\delta) \\ 0 & \sin(4\delta) & \sin(8\delta) & \dots & \sin(5\delta) \end{bmatrix},$$

где $\delta = 2\pi/m$ – характеристический угол.

Таким образом, в случае $m = 9$ необходимо учитывать компонент нулевой последовательности и четыре результирующих пространственных вектора $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4$, вращающихся в системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3, \alpha_4\beta_4$ с угловыми скоростями $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ соответственно.

Проведен анализ возможных состояний ключей АВН. В системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_4\beta_4$ 512 состояний ключей образуют 342 ненулевых базовых вектора, в системе $\alpha_3\beta_3$ – 36. Таким образом, существует ряд комбинаций, при которых одному и тому же базовому вектору напряжения соответствуют два и более различных состояния ключей схемы. В системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_4\beta_4$ нулевому базовому вектору соответствуют 8 состояний ключей, в системе $\alpha_3\beta_3$ – 56. Нормированные базовые векторы напряжения $\bar{u}_h = \bar{u}_n / (2/9 U_{dc})$, соответствующие всем возможным состояниям АВН, представлены на рис. 3. Рис. 3, *a* соответствует трем пространственным векторам $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_4$, но с различной взаимосвязью между положением вектора и состоянием ключей АВН. Рис. 3, *b* соответствует вектору напряжения \bar{u}_3 .

Из рис. 3 видно, что в системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_4\beta_4$ диаграмма состояний АВН состоит из базовых векторов нулевого и 16 ненулевых уровней, приведенных в формулах (5). В системе координат $\alpha_3\beta_3$ – нулевого и 5 ненулевых уровней:

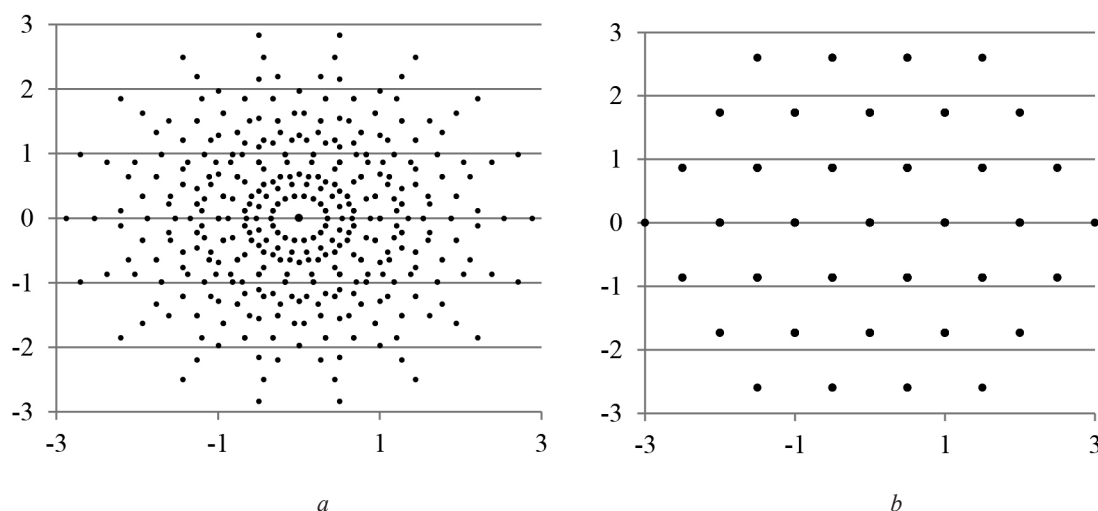


Рис. 3. Нормированные базовые векторы напряжения: *a* – в $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_4\beta_4$ плоскостях, *b* – в $\alpha_3\beta_3$ плоскости
 Fig. 3. Normalized base voltage vectors: *a* – in $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_4\beta_4$ planes, *b* – in $\alpha_3\beta_3$ planes

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{4K_1}{9K_4}U_{dc}; & V_2 &= \frac{4K_2}{9K_2}U_{dc}; & V_3 &= \frac{4K_2}{9K_4}U_{dc}; & V_4 &= 0,3U_{dc}; \\
 V_5 &= \frac{4K_3}{9K_4}U_{dc}; & V_6 &= \frac{4}{9}U_{dc}; & V_7 &= 0,54U_{dc}; & V_8 &= 0,57U_{dc}; \\
 V_9 &= \frac{4K_3}{9K_2}U_{dc}; & V_{10} &= \frac{4K_4}{9K_2}U_{dc}; & V_{11} &= 0,72U_{dc}; & V_{12} &= \frac{4K_2}{9K}U_{dc}; \\
 V_{13} &= 0,88U_{dc}; & V_{14} &= 0,98U_{dc}; & V_{15} &= \frac{4K_3}{9K}U_{dc}; & V_{16} &= \frac{4K_4}{9K}U_{dc},
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где $K_1 = \sin(\pi/9); K_2 = \sin(2\pi/9); K_3 = \sin(3\pi/9); K_4 = \sin(4\pi/9)$.

Так как четыре результирующих пространственных вектора $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{u}_4$ вращаются в системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3, \alpha_4\beta_4$ с угловыми скоростями $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ соответственно, то необходимо установить взаимосвязь номера гармоники выходного напряжения (тока) АВН (на входных зажимах) с номером плоскости ортогональных координат [12–14]. В случае девятифазной системы, где $k = 0, 1, 2, \dots$:

$$\begin{aligned}
 &\text{гармоника № } 18k \pm 1 \rightarrow \alpha_1\beta_1(1, 17, 19, \dots); \\
 &\text{гармоника № } 18k \pm 7 \rightarrow \alpha_2\beta_2(7, 11, 25, \dots); \\
 &\text{гармоника № } 18k \pm 3 \rightarrow \alpha_3\beta_3(3, 15, 21, \dots); \\
 &\text{гармоника № } 18k \pm 5 \rightarrow \alpha_4\beta_4(5, 13, 23, \dots); \\
 &\text{гармоника № } 18k \pm 9 \rightarrow T_0(9, 27, 45, \dots).
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

При условии симметричной девятифазной системы, нулевая последовательность гармоник отсутствует. Посредством пространственно-векторной модуляции базовых векторов напряжения существует возможность инжекции третьей, пятой и седьмой гармоник в выходное напряжение (ток) АВН (на входных зажимах АВН) в целях полного согласования по форме трапецеидальной ЭДС и тока девятифазного генератора.

Пространственно-векторная модуляция. Как и в классическом трехфазном АВН, для получения любого заданного вектора напряжения, не совпадающего с базовыми векторами, рационально использовать пространственно-векторную модуляцию. Цель пространственно-векторной модуляции для девятифазного АВН состоит в реализации четырех результирующих пространственных векторов выходного напряжения $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$ и \bar{u}_4 с заданными средними значениями $\bar{u}_{1ref}, \bar{u}_{2ref}, \bar{u}_{3ref}, \bar{u}_{4ref}$ в пределах периода модуляции. Для этого должны быть найдены $2h$ ближайших к заданному базовых вектора. Далее рассчитываются относительные длительности включения для каждого из них – продолжительность включения по отношению к периоду модуляции.

Для удобства решения первой задачи (определения $2h$ ближайших к заданному базовых векторов) плоскости базовых векторов $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3, \alpha_4\beta_4$ удобно разбить на 18 секторов по π/m , как показано на рис. 4.

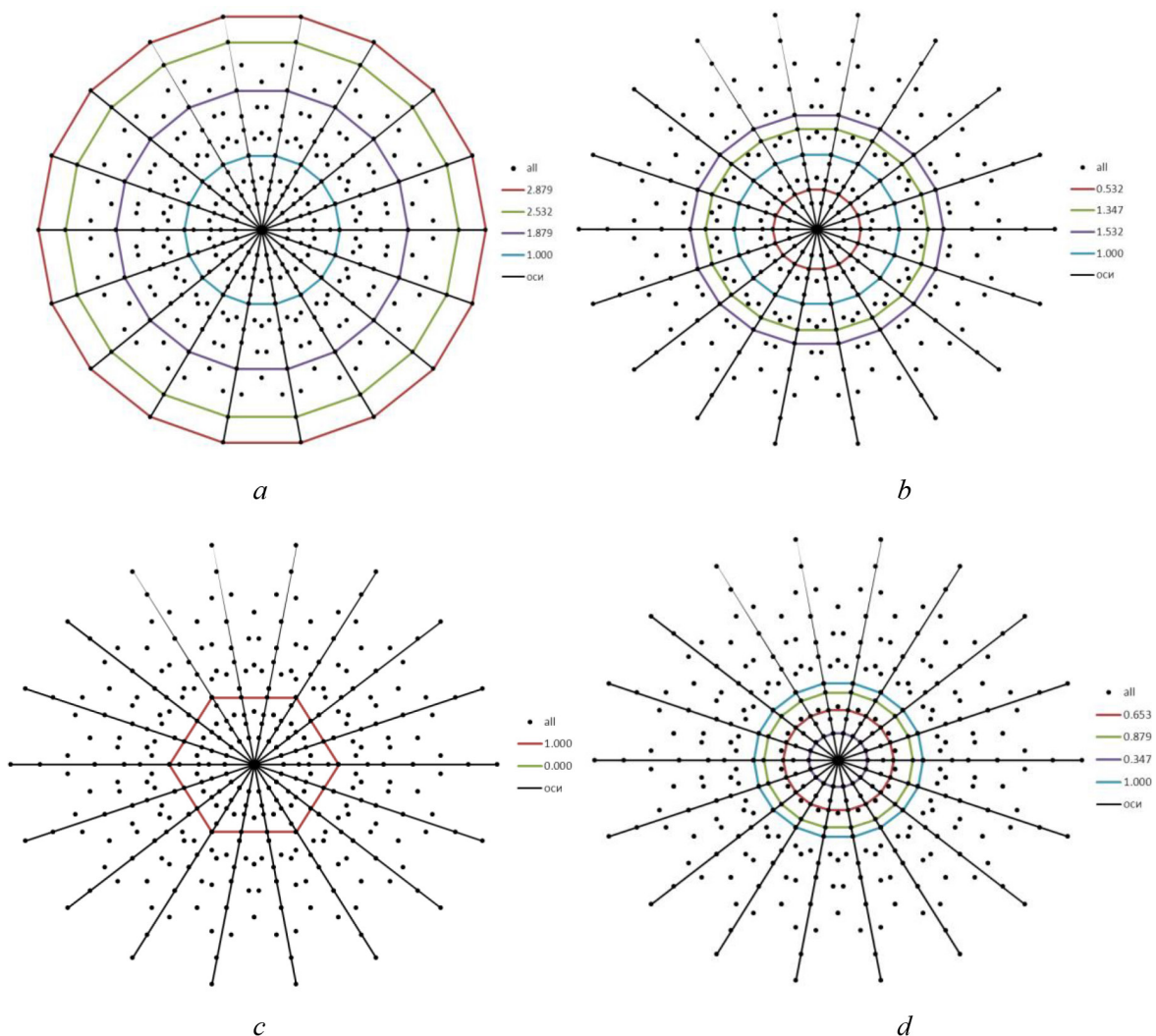


Рис. 4. Базовые векторы напряжения АВН:
a – в $\alpha_1\beta_1$ плоскости, *b* – в $\alpha_2\beta_2$ плоскости, *c* – в $\alpha_3\beta_3$ плоскости, *d* – в $\alpha_4\beta_4$ плоскости
 Fig. 4. Basic voltage vectors of AVR:
a – in the $\alpha_1\beta_1$ plane, *b* – in the $\alpha_2\beta_2$ plane, *c* – in the $\alpha_3\beta_3$ plane, *d* – in the $\alpha_4\beta_4$ plane

После передачи в модуль ПВМ задания на реализацию какого-либо вектора напряжения в $\alpha\beta$ системе координат необходимо определить номер сектора, в который попал заданный вектор. Любой заданный вектор напряжения, не выходящий за внешний 18-угольник, будет принадлежать одному из секторов, определяя ближайшие к нему базовые вектора. Удобно перейти к по-

лярным координатам, найти в них соответствующий заданию радиус-вектор, а затем по его углу определить номер сектора. Примем, что нулевой угол задается вектором, совпадающим с осью α . Тогда модуль, угол радиус-вектора и внутрисекторный угол, отсчитываемый от начала каждого сектора, определяются по формулам:

$$\varphi = \arctg(u_{\beta 1}/u_{\alpha 1}); \quad |u| = \sqrt{u_{\alpha 1}^2 + u_{\beta 1}^2}; \quad \varphi_S = \varphi - \frac{\pi}{m}(S-1). \quad (7)$$

Двойное неравенство (8) определяет условия определения номера сектора S :

$$\frac{\pi(S-1)}{m} \leq \varphi < \frac{\pi S}{m}; \quad S = 1, 2, \dots, 18. \quad (8)$$

Для дальнейшего расчета необходимо определить по формулам (9), (10) проекции $u_{\alpha h}$ и $u_{\beta h}$ заданного радиус-вектора напряжения \bar{u}_{href} ($h = 1, 2, 3, 4$) на оси текущего сектора, как это показано на рис. 5. Результаты дальнейшего расчета могут быть распространены на все сектора без каких-либо изменений.

$$\begin{cases} \bar{u}_{1ref} = u_{1ref} e^{j\nu_1} = \bar{u}_{\alpha 1} + \bar{u}_{\beta 1} = u_{\alpha 1} + u_{\beta 1} e^{j\pi/9}; \\ \bar{u}_{2ref} = u_{2ref} e^{j\nu_2} = \bar{u}_{\alpha 2} + \bar{u}_{\beta 2} = u_{\alpha 2} + u_{\beta 2} e^{j2\pi/9}; \\ \bar{u}_{3ref} = u_{3ref} e^{j\nu_3} = \bar{u}_{\alpha 3} + \bar{u}_{\beta 3} = u_{\alpha 3} + u_{\beta 3} e^{j3\pi/9}; \\ \bar{u}_{4ref} = u_{4ref} e^{j\nu_4} = \bar{u}_{\alpha 4} + \bar{u}_{\beta 4} = u_{\alpha 4} + u_{\beta 4} e^{j4\pi/9}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} u_{\alpha 1} &= \sin(\pi/9 - \varphi_1) u_{1ref} / K; \quad u_{\beta 1} = \sin(\varphi_1) u_{1ref} / K; \\ u_{\alpha 2} &= \sin(2\pi/9 - \varphi_2) u_{2ref} / K_2; \quad u_{\beta 2} = \sin(\varphi_2) u_{2ref} / K_2; \\ u_{\alpha 3} &= \sin(3\pi/9 - \varphi_3) u_{3ref} / K_3; \quad u_{\beta 3} = \sin(\varphi_3) u_{3ref} / K_3; \\ u_{\alpha 4} &= \sin(4\pi/9 - \varphi_4) u_{4ref} / K_4; \quad u_{\beta 4} = \sin(\varphi_4) u_{4ref} / K_4. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (9), (10) видно, что для реализации четырех заданных пространственных векторов $\bar{u}_{1ref}, \bar{u}_{2ref}, \bar{u}_{3ref}, \bar{u}_{4ref}$ в декартовых системах координат $\alpha_1\beta_1, \alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3, \alpha_4\beta_4$ необходимо составить и решить систему восьми уравнений. Для однозначного решения таких уравнений должно быть восемь независимых переменных. Под каждой переменной подразумевается время включения базового вектора t_n в периоде модуляции T . Соответственно каждый заданный результирующий вектор напряжения должен быть реализован путем включения восьми базовых векторов в каждом периоде модуляции.

Основой выбора базовых векторов для реализации четырех заданных векторов напряжения является положение вектора \bar{u}_{1ref} в плоскости $\alpha_1\beta_1$. Синтез алгоритма пространственно-векторной модуляции рассмотрен для случая, когда заданный вектор \bar{u}_{1ref} находится в первом секторе $S = 1$. На рис. 5 показаны восемь базовых векторов первого сектора плоскости $\alpha_1\beta_1$ и соответствующие им базовые вектора в $\alpha_2\beta_2, \alpha_3\beta_3, \alpha_4\beta_4$ плоскостях.

Кроме выбора $2h$ базовых векторов для реализации заданного напряжения необходимо задать последовательность их перебора. Как и в классических трехфазных схемах, для уменьшения коммутационных потерь перебор базовых векторов в периоде модуляции следует производить в порядке, обеспечивающем одну коммутацию (коммутация двух комплементарных ключей) при переходе от одного базового вектора к другому. В табл. 1 приведена возможная последовательность коммутации в периоде модуляции и амплитуды базовых векторов для примера реализации заданного вектора напряжения \bar{u}_{1ref} в секторах $S = 1 \div 3$. Для минимизации

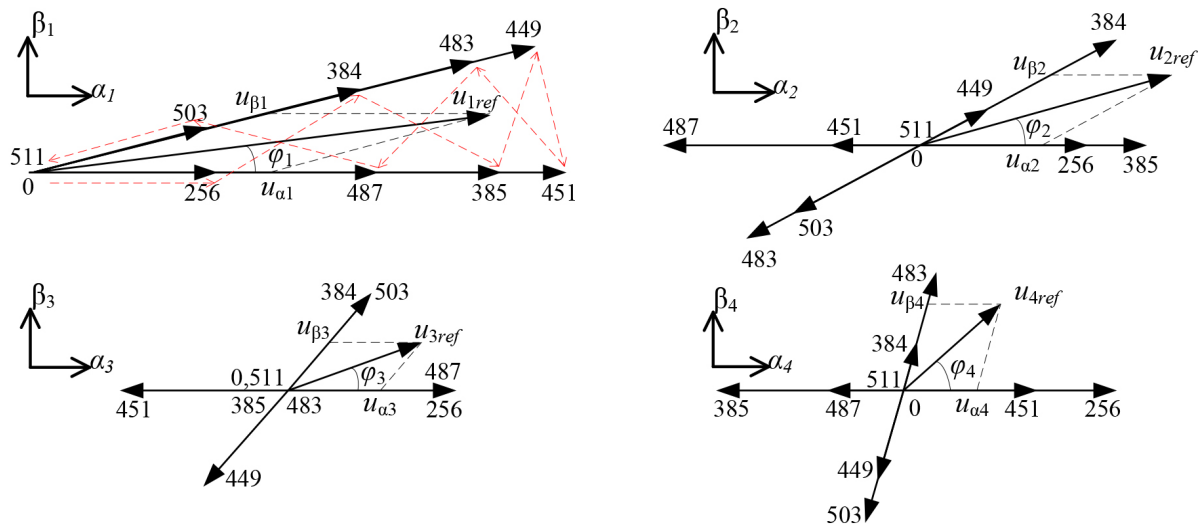


Рис. 5. Коды состояния ключей АВН в десятичном виде и соответствующие им базовые векторы для заданного вектора напряжения \bar{u}_{1ref} , находящегося в первом секторе $\alpha_1\beta_1$

Fig. 5. The status codes of keys AVR in decimal form and the corresponding base vectors for a reference voltage vector \bar{u}_{1ref} located in the first sector $\alpha_1\beta_1$

Таблица 1. Таблица коммутации предложенного способа ПВМ
Table 1. Switching table of the proposed method SVM

№ инт.	Состояния ключей АИН для секторов $S=1\div3$ в $\alpha_i\beta_i$ плоскости			Модуль вектора			
	$S=1$	$S=2$	$S=3$	\bar{u}_1	\bar{u}_2	\bar{u}_3	\bar{u}_4
δ_1	00000000	00000000	00000000	V_0	V_0	V_0	V_0
δ_2	10000000	01000000	01000000	V_6	V_6	V_6	V_6
δ_3	11000000	11000000	01100000	V_{12}	V_{10}	V_6	V_1
δ_4	11000001	11100000	11100000	V_{15}	V_9	V_0	V_5
δ_5	11100001	11100001	11110000	V_{16}	V_2	V_6	V_3
δ_6	11100011	11110001	11110001	V_{16}	V_2	V_6	V_3
δ_7	11110011	11110011	11111001	V_{15}	V_9	V_0	V_5
δ_8	11110111	11111011	11111011	V_{12}	V_{10}	V_6	V_1
δ_9	11111011	11111011	11111101	V_6	V_6	V_6	V_6
δ_{10}	11111111	11111111	11111111	V_0	V_0	V_0	V_0

переключений ключей при смене сектора период модуляции начинается и заканчивается нулевым состоянием 00000000 (или 11111111).

Из табл. 1 видно, что для реализации заданных векторов $\bar{u}_{1ref}, \bar{u}_{2ref}, \bar{u}_{3ref}$ и \bar{u}_{4ref} в четырех плоскостях на каждом периоде модуляции задействованы различные по модулю базовые векторы ($V_0, V_1, V_2, V_3, V_5, V_6, V_9, V_{10}, V_{12}, V_{15}, V_{16}$, в порядке возрастания), которые лежат на четырех 18-сторонних многоугольниках в плоскостях $\alpha_1\beta_1$ (соответственно $V_6, V_{12}, V_{15}, V_{16}$), $\alpha_2\beta_2$ (соответственно V_2, V_6, V_9, V_{10}), $\alpha_4\beta_4$ (соответственно V_1, V_3, V_5, V_6). В плоскости $\alpha_3\beta_3$ диаграмма состояний в форме шестиугольника образована базовыми векторами выходного напряжения с амплитудой V_6 (см. рис. 4).

Заданные составляющие $u_{\alpha_h}, u_{\beta_h}$ из (9) могут быть реализованы как среднее значение величины базовых векторов за период модуляции T :

$$\begin{cases} u_{\alpha 1} = V_{16} t_6/T + V_{15} t_4/T + V_{12} t_8/T + V_6 t_2/T; \\ u_{\beta 1} = V_{16} t_5/T + V_{15} t_7/T + V_{12} t_3/T + V_6 t_9/T; \\ u_{\alpha 2} = -V_2 t_6/T + V_9 t_4/T - V_{10} t_8/T + V_6 t_2/T; \\ u_{\beta 2} = V_2 t_5/T - V_9 t_7/T + V_{10} t_3/T - V_6 t_9/T; \\ u_{\alpha 3} = -V_6 t_6/T + V_0 t_4/T + V_6 t_8/T + V_6 t_2/T; \\ u_{\beta 3} = -V_6 t_5/T + V_0 t_7/T + V_6 t_3/T + V_6 t_9/T; \\ u_{\alpha 4} = V_3 t_6/T - V_5 t_4/T - V_1 t_8/T + V_6 t_2/T; \\ u_{\beta 4} = -V_3 t_5/T + V_5 t_7/T + V_1 t_3/T - V_6 t_9/T. \end{cases} \quad (11)$$

Отношения (11) определяют систему восьми линейных уравнений, где время включения активных векторов $t_2 - t_9$ – неизвестные переменные.

Время включения нулевых состояний t_1 и t_{10} может быть определено следующим образом:

$$t_1 + t_{10} = T - (t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9). \quad (12)$$

Относительные длительности включения нулевых векторов δ_1, δ_{10} :

$$\delta_1 + \delta_{10} = 1 - (\delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 + \delta_6 + \delta_7 + \delta_8 + \delta_9), \quad (13)$$

где $\delta_n = \frac{t_n}{T}, n = 1, 2, \dots, 10$, – относительное время включения базового вектора.

Система линейных уравнений (11) может быть представлена двумя независимыми системами четырех линейных уравнений с четырьмя неизвестными в матричном виде (14). Для их решения необходимо найти значения относительных длительностей включения базовых векторов $\delta_1 \div \delta_{10}$:

$$\frac{4}{9} U_{dc} [M_\alpha] \begin{bmatrix} \delta_6 \\ \delta_4 \\ \delta_8 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\alpha 1} \\ u_{\alpha 2} \\ u_{\alpha 3} \\ u_{\alpha 4} \end{bmatrix}; \quad \frac{4}{9} U_{dc} [M_\beta] \begin{bmatrix} \delta_5 \\ \delta_7 \\ \delta_3 \\ \delta_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\beta 1} \\ u_{\beta 2} \\ u_{\beta 3} \\ u_{\beta 4} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где матрицы коэффициентов $[M_\alpha], [M_\beta]$ равны:

$$[M_\alpha] = \begin{bmatrix} K_4/K & K_3/K & K_2/K & 1 \\ -K/K_2 & K_3/K_2 & -K_4/K_2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ K_2/K_4 & -K_3/K_4 & -K/K_4 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[M_\beta] = \begin{bmatrix} K_4/K & K_3/K & K_2/K & 1 \\ K/K_2 & -K_3/K_2 & K_4/K_2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -K_2/K_4 & K_3/K_4 & K/K_4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Так как матрицы $[M_\alpha]$ и $[M_\beta]$ невырожденные ($\det[M_{\alpha,\beta}] = 9$), у системы (14) есть одно решение:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta_6 \\ \delta_4 \\ \delta_8 \\ \delta_2 \end{bmatrix} &= \frac{2}{U_{dc}} \begin{bmatrix} K_4 & -K & -K_3 & K_2 \\ K_3 & K_3 & 0 & -K_3 \\ K_2 & -K_4 & K_3 & -K \\ K & K_2 & K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\pi/9 - \varphi_1)u_{1ref} \\ \sin(2\pi/9 - \varphi_2)u_{2ref} \\ \sin(3\pi/9 - \varphi_3)u_{3ref} \\ \sin(4\pi/9 - \varphi_4)u_{4ref} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \delta_5 \\ \delta_7 \\ \delta_3 \\ \delta_9 \end{bmatrix} &= \frac{2}{U_{dc}} \begin{bmatrix} K_4 & K & -K_3 & -K_2 \\ K_3 & -K_3 & 0 & K_3 \\ K_2 & K_4 & K_3 & -K \\ K & -K_2 & K_3 & -K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\varphi_1)u_{1ref} \\ \sin(\varphi_2)u_{2ref} \\ \sin(\varphi_3)u_{3ref} \\ \sin(\varphi_4)u_{4ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{15}$$

Значения $u_{1ref} = 0, u_{2ref} = 0, u_{3ref} = 0, u_{4ref} = 0$ рассчитываются в системе управления АВН на основе измерения и определения уровня 1,3,5,7 гармонических ЭДС генератора. Расчет относительных длительностей включения базовых векторов выполняется одинаково для всех секторов, разница заключается лишь в соответствии векторов $V_1 \div V_{16}$ реальным состояниям ключей активного выпрямителя, которые изменяются при смене сектора.

Результаты моделирования. Алгоритм пространственно-векторной модуляции для девятифазного активного выпрямителя напряжения разработан в целях получения трапецидальных сигналов (подобных форме ЭДС генератора) на входных зажимах преобразователя. Поэтому проверку работоспособности разработанного алгоритма корректно проводить для инверторного режима работы полупроводникового преобразователя. Для проведения численных экспериментов для девятифазного автономного инвертора напряжения (АИН) в *Matlab Simulink* разработана имитационная модель блока пространственно-векторной модуляции для реализации трапецидального напряжения на выходных зажимах преобразователя с частотой 50 Гц и заданными амплитудами первой $u_{1ref} = 1$, третьей $u_{3ref} = 0,3$, пятой $u_{4ref} = 0,15$ и седьмой $u_{2ref} = 0,1$ гармоник фазного напряжения. Значения параметров АИН приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения параметров АИН
Table 2. Parameters of AVI

U_{dc} , В	R_u , Ом	L_u , мГн	T , мкс
540	20	10	200

На рис. 6 показаны девять кривых токов нагрузки АИН. Форма каждой кривой трапецидальная и содержит небольшие пульсации из-за коммутации ключей.

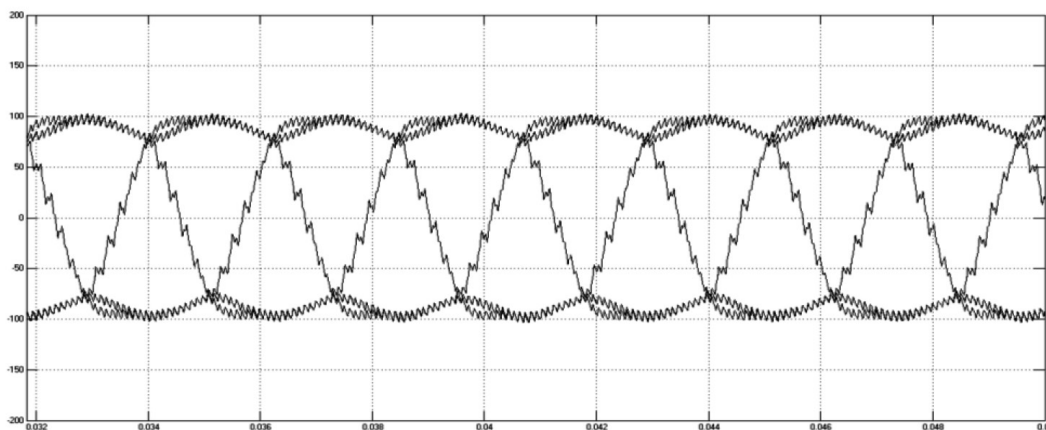


Рис. 6. Форма тока нагрузки
Fig. 6. Form current load

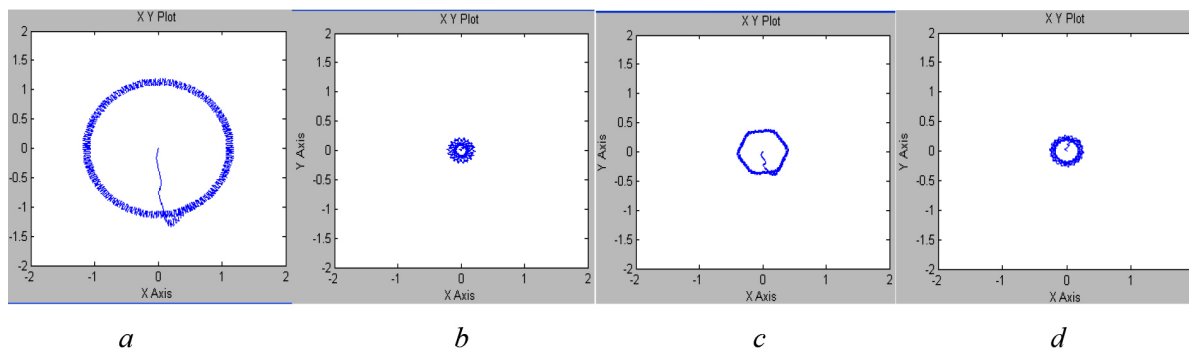


Рис. 7. Траектории вращения пространственных векторов:
 $a - \vec{i}_1$ в плоскости $\alpha_1\beta_1$; $b - \vec{i}_2$ в плоскости $\alpha_2\beta_2$; $c - \vec{i}_3$ в плоскости $\alpha_3\beta_3$; $d - \vec{i}_4$ в плоскости $\alpha_4\beta_4$

Fig. 7. The trajectories of rotation of space vectors:
 $a - \vec{i}_1$ in the plane $\alpha_1\beta_1$; $b - \vec{i}_2$ in the plane $\alpha_2\beta_2$; $c - \vec{i}_3$ in the plane $\alpha_3\beta_3$; $d - \vec{i}_4$ in the plane $\alpha_4\beta_4$

На рис. 7 приведены траектории пространственных векторов $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ и \vec{i}_4 в соответствующих $\alpha\beta$ плоскостях. Результаты демонстрируют, что разработанный алгоритм ПВМ в состоянии независимо управлять пространственными векторами выходного напряжения в различных $\alpha\beta$ плоскостях.

Фазное и линейное напряжения нагрузки представлены на рис. 8 и 9 соответственно. Сплошные линии соответствуют средним значениям в пределах периода коммутации модуляции T . У линейных напряжений нагрузки есть три уровня кривой ($0, \pm U_{dc}$), как у трехфазного АИН. Фазные напряжения представлены 17-уровневой формой волны ($0, \pm U_{dc}/9, \pm 2U_{dc}/9, \dots, 8U_{dc}/9$). Мгновенное значение u_1 изменяется через девять смежных уровней с пределом напряжения $8U_{dc}/9$ в рамках каждого периода модуляции.

Для оценки энергетических показателей (действующая мощность P_d) проведены численные эксперименты для двух вариантов построения мехатронных преобразователей: система девятифазного генератора с синусоидальной формой ЭДС и АВН; система девятифазного генератора с трапецидальной формой ЭДС и АВН. Временные диаграммы ЭДС E , тока I_m , мгновенной P_m и действующей P_d мощности фазы генератора для двух вариантов СЭС постоянного тока представлены на рис. 10.

Видно, что в САЭС постоянного тока действующая мощность P_d фазы генератора с трапецидальной формой ЭДС и тока в $0,58/0,51 = 1,14$ раз больше действующей мощности P_d фазы генератора с синусоидальной формой ЭДС и тока.

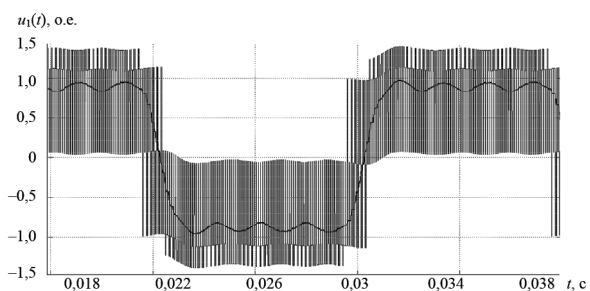


Рис. 8. Фазное напряжение
 Fig. 8. Phase voltage

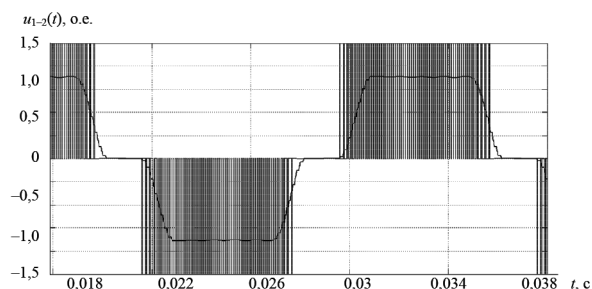


Рис. 9. Линейное напряжение
 Fig. 9. Line voltage

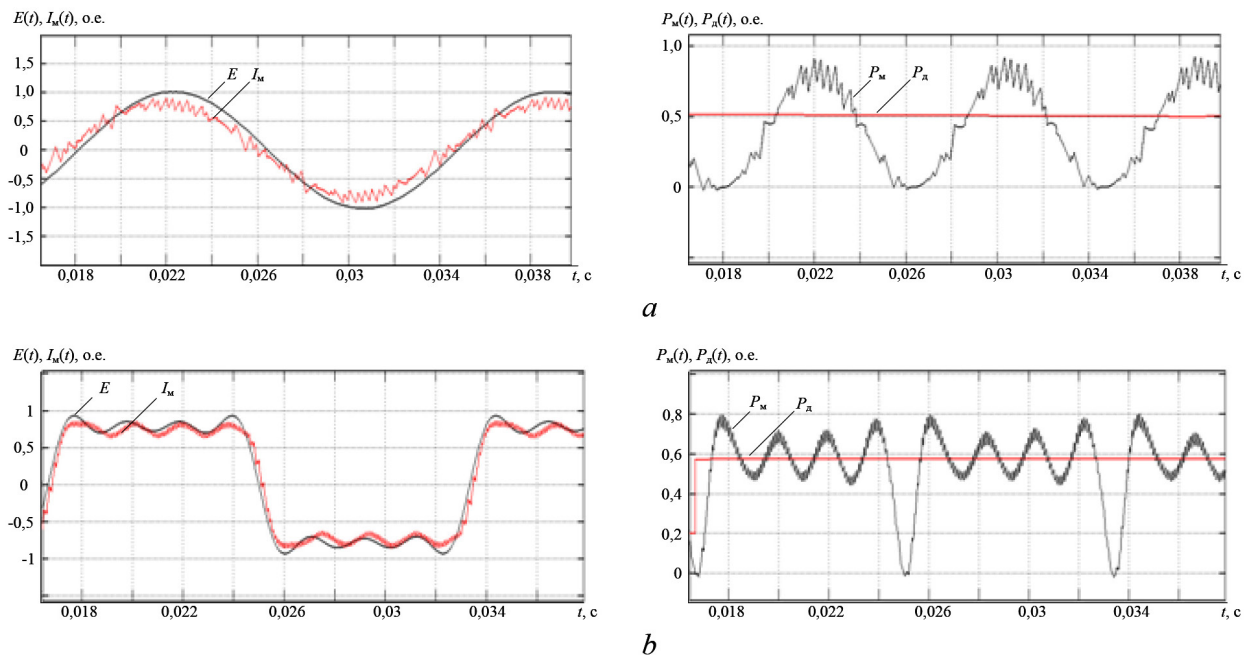


Рис. 10. Временные диаграммы ЭДС E , тока I_m , мгновенной P_m и действующей P_d мощности фазы генератора:
 а – в САЭС постоянного тока с синусоидальной формой ЭДС и тока фазы генератора,
 б – в САЭС постоянного тока с трапецидальной формой ЭДС и тока фазы генератора

Fig. 10. Timing diagrams of EMF E , current I_m , instantaneous P_m and effective P_d power of the generator phase:
 а – in a direct current APSS with a sinusoidal EMF and current phase of the generator,
 б – in a direct current APSS with trapezoidal form of EMF and current phase of the generator

В результате оценки энергетических показателей фазы САЭС постоянного тока установлено, что применение разработанного алгоритма пространственно-векторной модуляции для активного выпрямителя напряжения в целях полного согласования трапецидальной формы ЭДС и тока на выходе m -фазного генератора позволит увеличить мощность САЭС на 14 %.

Заключение. На примере девятифазной системы разработан способ реализации пространственно-векторной модуляции для m -фазного АВН (АИН). Особенность m -фазной ПВМ основана на преобразовании обобщенного пространственного вектора напряжения \bar{U} m -фазной системы координат в $(m - 1)/2$ векторов, вращающихся с разными угловыми скоростями в двухфазных ортогональных неподвижных системах $\alpha\beta$ координат. При этом на основе разработанного алгоритма ПВМ возможно независимо управлять $(m - 1)/2$ векторами напряжения в соответствующих $\alpha\beta$ плоскостях, обеспечивая схожую с ЭДС генератора форму сигналов на входных зажимах АВН, что позволяет увеличить мощность САЭС на 14 %. Работоспособность алгоритма разработанной m -фазной ПВМ на примере девятифазного АИН подтверждена результатами моделирования.

Список использованных источников

1. Харитонов, С. А. Электромагнитные процессы в системах генерирования электрической энергии автономных объектов. – Новосибирск: НГТУ, 2011. – 536 с.
2. Харитонов, С. А. Перспективные системы электроснабжения самолета с полностью электрофицированным оборудованием / С. А. Харитонов, А. Г. Гарганеев // Докл. Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2009. – № 2. – С. 185–192.
3. Голиков, В. Ф. Анализ особенностей рабочего процесса в многофазном выпрямительном генераторе на основе одномерных уравнений электромагнитного поля / В. Ф. Голиков, А. Н. Малашин // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. – 1993. – № 9. – С. 39–43.
4. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3. – С. 80–86.

5. Multiphase induction motor drives – a technology status review / E. Levi [et al.] // *IET Electric Power Applications*. – 2007. – Vol. 1, Iss. 4. – P. 489–516. <http://dx.doi.org/10.1049/iet-epa:20060342>
6. Брованов, С. В. Теоретический и практический аспекты реализации векторной ШИМ в трехфазном трех-уровневом выпрямителе / С. В. Брованов // *Техническая электродинамика. Тематический вып.* – Киев, 2007. – Ч. 3. – С. 76–79.
7. Шрейнер, Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 583 с.
8. Ефимов, А. А. Активные преобразователи в регулируемых электроприводах переменного тока / А. А. Ефимов, Р. Т. Шрейнер. – Новоуральск: Изд-во НГТИ, 2001. – 250 с.
9. Шрейнер, Р. Т. Математическое описание и алгоритмы ШИМ активных выпрямителей тока / Р. Т. Шрейнер, А. А. Ефимов, А. И. Калыгин // *Электротехника*. – 2000. – № 10. – С. 42–49.
10. Fortescue, C. L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks / C. L. Fortescue // *AIEE Trans.* – 1918. – Vol. 37. – P. 1027–1140.
11. White, D. C. *Electromechanical Energy Conversion* / D. C. White, H. H. Woodson. – New York: John Wiley and Sons, 1959. – 520 p.
12. Coates, C. E. Performance evaluation of a nine-phase synchronous reluctance drive / C. E. Coates, D. Platt, V. J. Gosbell // *Proc. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting IAS, Chicago, IL*. – 2001. – P. 2041–2047. <https://doi.org/10.1109/ias.2001.955908>
13. Grandi, G. Space vector modulation of a nine-phase voltage source inverter / G. Grandi, G. Serra, A. Tani // *2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Vigo, Spain*. – 2007. – P. 431–436. <https://doi.org/10.1109/isie.2007.4374636>
14. Kelly, J. W. Multiphase space vector pulse width modulation / J. W. Kelly, E. G. Strangas, J. M. Miller // *IEEE Trans. on Energy Conversion*. – 2003. – Vol. 18, Iss. 2. – P. 259–264. <https://doi.org/10.1109/TEC.2003.811725>

References

1. Harytonov S. A. *Electromagnetic Processes in the Systems of Electric Power Generation of Autonomous Objects*. Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 2011. 536 p. (in Russian).
2. Harytonov S. A., Garganeev A. G. Perspective power supply systems for aircraft with fully electrified equipment. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki = Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2009, no. 2, pp. 185–192 (in Russian).
3. Golikov V. F., Malashin A. N. Analysis of the Specific Features of the Working Process in a Multiphase “Rectifying” Generator Based on One-Dimensional Equations of the Electromagnetic Field. *Energetika. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii i energeticheskikh ob’edinenii SNG = Energetika. Proceedings of the CIS Higher Educational Institutions and Power Engineering Associations*, no. 9–10, pp. 39–43 (in Russian).
4. Panteleev S. V., Malashyn A. N. Increasing the energy performance of an electric machine by applying a multiphase toothed winding. *Vestnik VoЕННОI akademii Respubliki Belarus’ = Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus*, 2017, no. 3, pp. 80–86 (in Russian).
5. Levi E., Bojoi R., Profumo F., Toliyat H. A., Williamson S. Multiphase induction motor drives – a technology status review. *IET Electric Power Applications*, 2007, vol. 1, iss.4, pp. 489–516. <http://dx.doi.org/10.1049/iet-epa:20060342>
6. Brovanov S. V. Theoretical and practical aspects of realizing vector PWM in three-phase three-level rectifier. *Tekhnicheskaja elektrodinamika. Tematicheskii vypusk* [Technical Electrodynamics. Thematic Issue], Kiev, 2007, part 3, pp. 76–79 (in Russian).
7. Shreiner R. T. *Mathematical Modeling of AC Electric Drives with Semiconductor Frequency Converters*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2000. 583 p. (in Russian).
8. Efimov A. A., Schreiner R. T. *Active Transducers in Controlled Electric Drives of Alternating Current*. Novouralsk, Publishing house Novouralsk State Technological Institute, 2001. 250 p. (in Russian).
9. Schreiner R. T., Efimov A. A., Kalygin A. I. Mathematical description and algorithms for PWM active current rectifiers. *Elektrotekhnika = Russian Electrical Engineering*, 2000, no. 10, pp. 42–49 (in Russian).
10. Fortescue C. L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks. *AIEE Transactions*, 1918, vol. 37, pp. 1027–1140. <https://doi.org/10.1109/t-aiee.1918.4765570>
11. White D. C., Woodson H. H. *Electromechanical Energy Conversion*. New York, John Shilley and Sons, 1959. 520 p.
12. Coates C. E., Platt D., Gosbell V. J. Performance evaluation of a nine-phase synchronous reluctance drive. *Proc. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting IAS, Chicago, IL*, 2001, pp. 2041–2047. <https://doi.org/10.1109/ias.2001.955908>
13. Grandi G., Serra G., Tani A. Space vector modulation of a nine-phase voltage source inverter. *2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Vigo, Spain*, 2007, pp. 431–436. <https://doi.org/10.1109/isie.2007.4374636>
14. Kelly J. Sh., Strangas E. G., Miller J. M. Multiphase space vector pulse width modulation. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2003, vol. 18, iss. 2, pp. 259–264. <https://doi.org/10.1109/TEC.2003.811725>

Информация об авторах

Пантелеев Станислав Владимирович – адъюнкт (аспирант) кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Малашин Андрей Николаевич – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь).

Каледа Андрей Евгеньевич – кандидат технических наук, доцент, начальник кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь).

Information about the authors

Stanislav V. Panteleev – Graduate Student of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: panteleev-s-v@mail.ru

Andrey N. Malashin – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Professor of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus).

Andrey E. Kaleda – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Head of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus).

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)
УДК 620.179
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-469-477>

Поступила в редакцию 07.06.2018
Received 07.06.2018

А. П. Крень¹, М. Н. Делендик², Т. А. Протасеня¹, И. Ю. Кинжагулов³

¹*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

²*Филиал Белорусского национального технического университета «Межотраслевой институт повышения квалификации и переподготовки кадров по менеджменту и развитию персонала», Минск, Беларусь*

³*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, Россия*

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УДАРНОГО МИКРОИНДЕНТИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ДЕФЕКТНОСТИ СТРУКТУРЫ УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Аннотация. Рассматриваются вопросы измерения физико-механических характеристик углеродных материалов методом микроударного индентирования. Приводится описание конструкции датчика, создающего различную предупредительную энергию для деформирования материала при проведении измерений. Показано, что датчик дает возможность провести контроль как интегральных (в большом объеме деформирования) значений твердости и модуля упругости углеродных материалов, так и значений данных характеристик для отдельных структурных составляющих композиционного углерод-углеродного материала: углеродных стержней и пека.

Приводятся результаты испытаний, подтверждающие возможность использования принятой упругопластической модели деформирования материала для оценки модуля упругости и твердости. Осуществлен переход от динамических характеристик к статическим. Проведена метрологическая аттестация образцов из таких углеродных материалов, как пирографит, силицированный графит, графит ППГ, угленаполненный фторопласт и полиамид. Показано, что метод динамического индентирования дает возможность измерять модуль упругости в диапазоне 0,5–100 ГПа и твердость индентирования в диапазоне 20–550 МПа с погрешностью, не превышающей 10 %.

Разработанная измерительная техника может применяться для установления наличия макродефектов типа «расслоение» в материалах. Показано влияние глубины залегания дефекта на измеряемые параметры.

Ключевые слова: микроиндентирование, углеродные материалы, физико-механические характеристики, неразрушающий контроль

Для цитирования. Крень, А. П. Применение метода ударного микроиндентирования для оценки механических характеристик и дефектности структуры углеродных композиционных материалов / А. П. Крень, М. Н. Делендик, Т. А. Протасеня, И. Ю. Кинжагулов // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 469–477. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-469-477>

A. P. Kren¹, M. N. Delendik², T. A. Pratasenya¹, I. Y. Kinzhagulov³

¹*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

²*Branch of the Belarusian National Technical University “Intersectoral Institute for Staff Training and Retraining on Management and Personnel Development”, Minsk, Belarus*

³*Saint Petersburg National Research University of Informational Technologies Mechanics and Optics, Saint Petersburg, Russia*

APPLICATION OF THE IMPACT MICROINDENTATION METHOD FOR ESTIMATION OF THE MECHANICAL CHARACTERISTICS AND DEFECTS OF THE STRUCTURE OF CARBON-BASE COMPOSITES

Abstract. The problems of measurement the physical and mechanical properties of carbon materials by the dynamic microindentation method are considered. The description of the gage design for measurements is given. This gage allows creating different initial energy for straining of the material tested. It is shown that the design of the gage and the device allows testing both integral (in a large volume of straining) values of the hardness and the elastic modulus, and values of these characteristics for different structural components of the carbon-carbon composites materials: carbon rods and pitch.

The obtained data confirms the possibility of using the accepted elastoplastic model of straining of the materials tested for the determination of the elastic modulus and hardness. The ratio between the dynamic and static characteristics is derived. Samples from such carbon materials as pyrolytic graphite, silicified graphite, graphite PPG, coal-filled PTFE and polyamide have been certified. Using these samples it was shown that the dynamic indentation method allows determining the elastic modulus in the range from 0.5 to 100 GPa and the hardness of indentation in the range from 20 to 550 MPa with an error not exceeding 10 %.

It is established that the developed measuring device can be used to establish the presence of defects like "delamination". The influence of the depth of the defect placement on the measured parameters is shown.

Keywords: microindentation, carbon materials, physical and mechanical characteristics, non-destructive testing

For citation. Kren A. P., Delendik M. N., Pratasenya T. A., KInzhagulov I. Y. Application of the impact microindentation method for estimation of the mechanical characteristics and defects of the structure of carbon-base composites. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 469–477. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-469-477> (in Russian).

Введение и постановка проблемы. Углеродные материалы (УМ) находят самое широкое применение в промышленности. Характеристики УМ являются оптимальными для их использования при изготовлении изделий, эксплуатируемых в широком диапазоне температур: от криогенных до сверхвысоких, а соотношение прочность/масса для них выше, чем у металлов [1, 2]. Последнее особенно характерно для углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ), которые представляют собой композиты на основе углеродной матрицы и углеродных волокон [3]. Это дает возможность создавать облегченные конструкции, не уступающие по прочности изделиям из сталей и сплавов, при сопоставимой стоимости. Наиболее ответственной областью применения УМ является авиационная и космическая отрасль, где несоответствие характеристик материала может привести к катастрофическим последствиям. Поэтому разработка надежных неразрушающих методов контроля, с помощью которых можно было бы проводить сплошной, а не выборочный контроль продукции по физико-механическим характеристикам (например, твердости или модулю упругости), является, несомненно, важнейшей задачей, требующей практического решения.

В настоящее время одним из наиболее востребованных методов контроля является индентирование. Данный метод может применяться для оценки характеристик материалов на уровне от нано- до макро- в зависимости от значения прилагаемой нагрузки и достигаемой при этой нагрузке деформации согласно ГОСТ Р 8.748-2011 (ИСО 14577-1:2002) «Металлы и сплавы. Измерение твердости и других характеристик материалов при инструментальном индентировании. Часть 1. Метод испытаний».

Как показывает анализ публикаций [4–6], он с успехом может использоваться для контроля как изотропных УМ, так и анизотропных структурно неоднородных УУКМ. Как правило, метод реализуется в статическом режиме: нагрузка прикладывается плавно, а закон нагружения задан заранее. Однако оборудование в этом случае требует создания замкнутой силовой системы, а для испытаний необходима вырезка образцов. Поэтому применить метод для контроля крупногабаритных изделий или изделий сложной формы довольно сложно. Устранить данный недостаток можно, применив динамическое индентирование [7], ограничением для использования которого является лишь достаточная масса изделия (как правило, более 1 кг) для исключения вибраций при микроударе. При этом более мелкие и легкие детали во избежание влияния данного мешающего фактора могут быть притерты к массивному основанию. В то же время существует ряд особенностей контроля УМ: поскольку эти материалы могут иметь характеристики, изменяющиеся в широком диапазоне, а также быть структурно неоднородными, то их свойства могут определяться как поэлементно, так и интегрально с учетом анизотропии свойств. В связи с этим для достоверной оценки характеристик необходимо выбрать оптимальные параметры индентирования, а также расчетную модель, достаточно точно описывающую процесс деформирования, что и явилось целью настоящей работы.

Метод исследования и измерительная техника. Метод динамического индентирования (МДИ) заключается в ударном внедрении жесткого индентора-бойка в материал под действием силы тяжести или придаваемого посредством принудительного разгона ударного импульса [8]. Отличительной особенностью МДИ, развиваемого в Институте прикладной физики НАН Беларуси, является возможность регистрации процесса нагружения от начала соприкосновения индентора с образцом до разрыва контакта на этапе разгрузки (рис. 1). Регистрируемые данные записываются в виде диаграммы «контактное усилие P – глубина внедрения h ». Данная диаграмма состоит из активного этапа, на котором происходит нагружение материала с начальной

предударной скоростью V_{\max} и пассивного этапа – разгрузки, по окончании которой индентор отскакивает от материала со скоростью V_{\min} . Кривая нагружения характеризует сопротивление материала ударному внедрению, и на ее ход оказывают влияние упругопластические свойства исследуемого материала. Кривая разгрузки определяется преимущественно упругим восстановлением отпечатка, образующегося под индентором диаметром D .

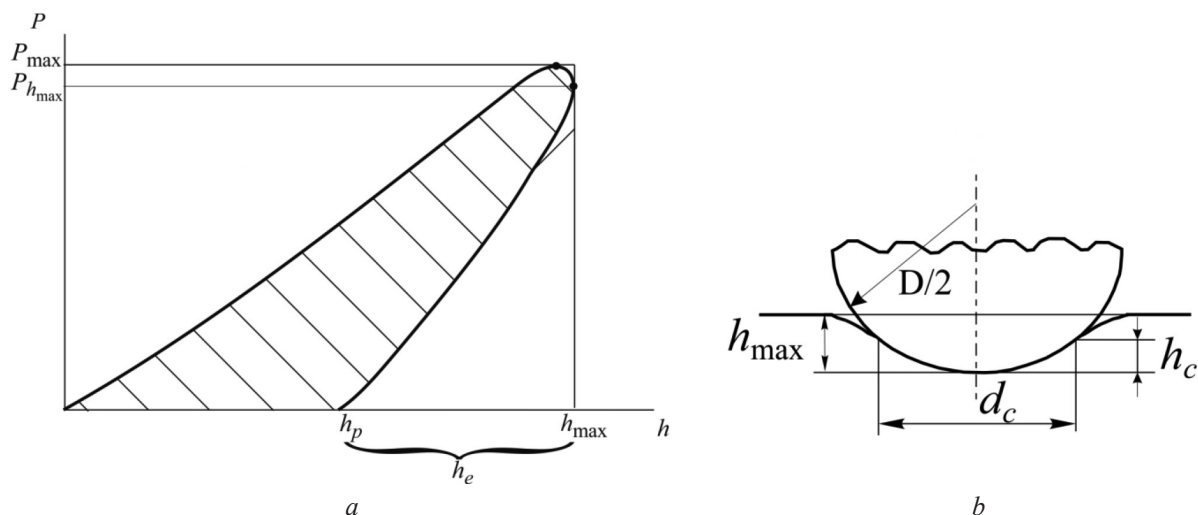


Рис. 1. Типичная диаграмма динамического вдавливания (а) и схематичное представление поперечного сечения отпечатка при деформировании материала сферическим индентором (б)

Fig. 1. Typical diagram of dynamic indentation (a) and a schematic representation of the cross section of the impression in material deformed by a spherical indenter (b)

При контроле важно, чтобы информативный объем деформируемого материала был достаточен или, наоборот, не превышал объем, необходимый для того, чтобы охарактеризовать свойства составляющих материала. Если в случае однородного изотропного УМ можно применить достаточно большой индентор, то для УУКМ желательно использовать индентор с небольшими размерами наконечника для того, чтобы охарактеризовать свойства отдельных компонентов. В связи с этим для проведения измерений МДИ был разработан прибор «ИСУМ-1» с комплектом специальных датчиков, обеспечивающих оценку механических характеристик на различных структурных уровнях (рис. 2).

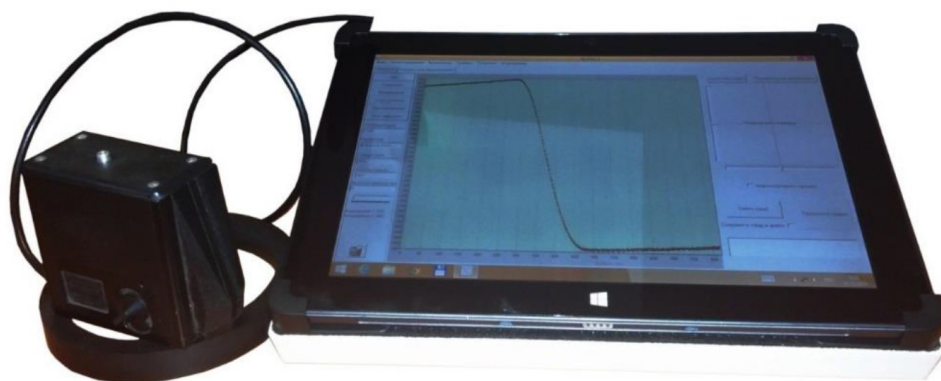


Рис. 2. Прибор «ИСУМ-1»

Fig. 2. Device “ISUM-1”

На рис. 3 приведена структурная схема основного датчика, позволяющего производить оценку механических характеристик на микроуровне. Данный датчик имеет в своем составе видеоканнеру с 20-кратным увеличением для визуализации точки контроля.

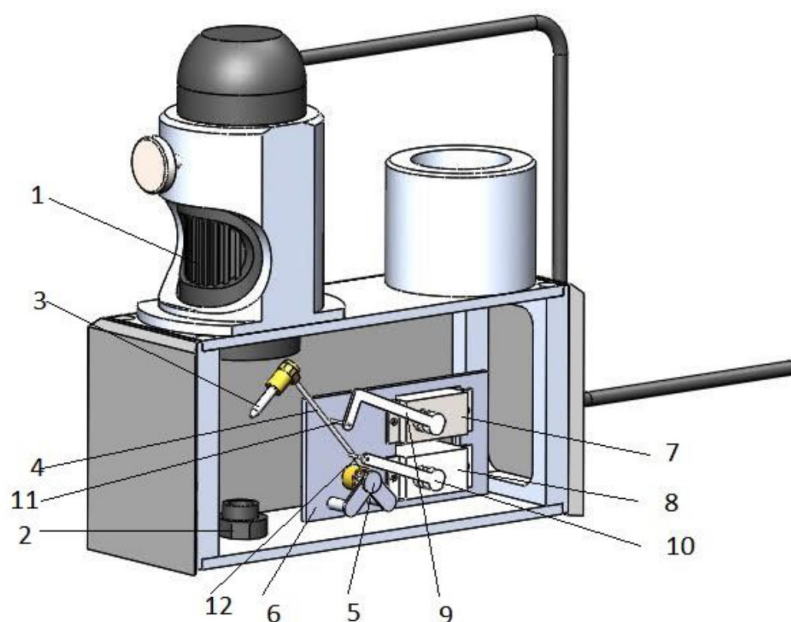


Рис. 3. Конструкция основного датчика

Fig. 3. Main gage design

Конструкция датчика включает следующие основные узлы: корпус, измерительное устройство и механизм нагружения. Измерительное устройство состоит из видеокамеры 1, датчика регистрации параметров движения 2 и индентора 3. Механизм нагружения включает в себя рычаг 4, на котором закреплен индентор; ось 5, вокруг которой вращается рычаг 4; закрепленные на опоре 6 двигателя 7 и 8 с рычагами 9, 10, упор 11 и зацеп 12. Двигатель 8, рычаг 10 и зацеп 12 предназначены для подъема рычага 4 на заданный угол; двигатель 7, рычаг 9 и упор 11 – для ограничения этого угла. При проведении измерения рычаг 10, установленный на валу двигателя 8, вращается по часовой стрелке, при этом закрепленный на рычаге 10 гибкий зацеп 12 поднимает рычаг 4 до контакта с жестким упором 11. При дальнейшем вращении рычага 10 зацеп 12 деформируется, высвобождая рычаг 4, который под действием силы тяжести вращается против часовой стрелки. Закрепленный на рычаге 4 индентор 3 наносит по изделию 13 испытательный удар. В момент удара с помощью датчика 2 регистрируется измерительный сигнал, пропорциональный скорости индентора. Обработанный по специальным алгоритмам, этот сигнал преобразуется в диаграмму $P = f(h)$ и несет в себе информацию о механических характеристиках материала.

Индентор в датчике может быть сменным. Также «ИСУМ-1» допускает применение отдельных датчиков с разными радиусами сферического наконечника для съема информации с соответствующей информативной площади и глубины. Энергия удара регулируется посредством подъема индентора на различную высоту для создания необходимой предупредной скорости V_{\max} или путем изменения массы индентора m . Обработка измерительной информации для прибора включает документирование точки контроля (фотографию поверхности) и значения присущих этой точке механических характеристик.

Материалы. В качестве материалов для исследования и определения возможности контроля их физико-механических характеристик МДИ были отобраны графиты марок ПГИ, СГП и ППГ, угленаполненный фторопласт Ф4К20, угленаполненный полиамид (УПА), а также УУКМ, имеющий структуру 4D (рис. 4). Испытания образцов проводились в рамках работ, выполняемых по программе Союзного Государства «Мониторинг-СГ». Если ПГИ, СГП, ППГ, Ф4К20 при микродеформировании можно считать изотропными однородными материалами, то УУКМ имеет более сложную структуру, состоящую из углеродных стержней, уложенных в четырех направлениях, между которыми находится связующее – углеродный пек (рис. 4). При испытаниях УУКМ для оценки характеристик углеродных стержней (в различных направлениях)

и пека применялись сферические инденторы разных диаметров. Относительный размер информативной зоны – отпечатков под нагрузкой (S_1, S_2, S_3), формируемых при измерениях, показан на рис. 4. Диаметр углеродных стержней составлял 500–700 мкм.

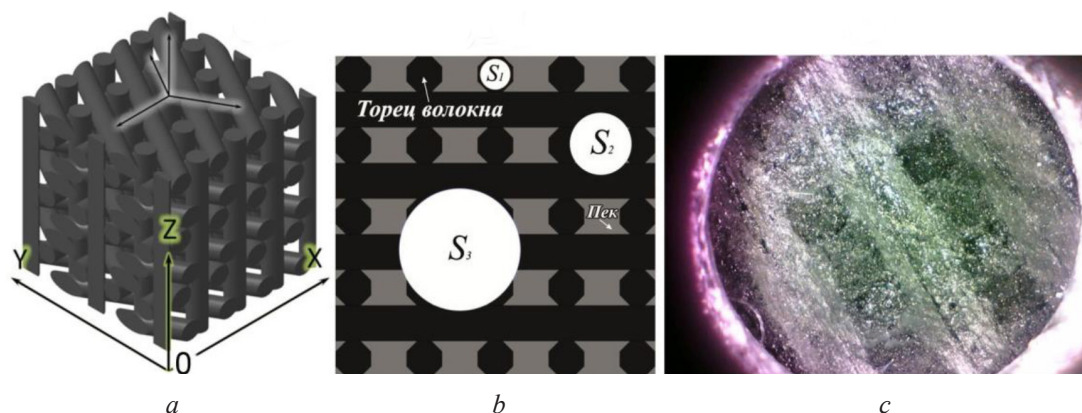


Рис. 4. Схема армирования 4D УУКМ (а), характерные размеры отпечатков (S) под нагрузкой, формируемых инденторами разных диаметров (b), изображение поверхности материала в видеоканере прибора «ИСУМ-1» (с)

Fig. 4. Reinforcement scheme (a), characteristic dimensions of impression (S) under load, formed by indenters with different diameters (b), image of the material surface in the videocamera of the device “ISUM-1” (c)

Для установления возможности контроля дефектов структуры типа «расслоение» использовался образец из волокнистого УУКМ с заложенными искусственными дефектами, прошедший термоградиентное уплотнение пиролизическим углеродом. Образец имел толщину ~10 мм. Дефект моделировался путем закладки пластин из слюды размерами 50×50 мм до операции карбонизации. Схема закладки дефектов в образцах, внешний вид образца и увеличенное изображение искусственного дефекта показаны на рис. 5.

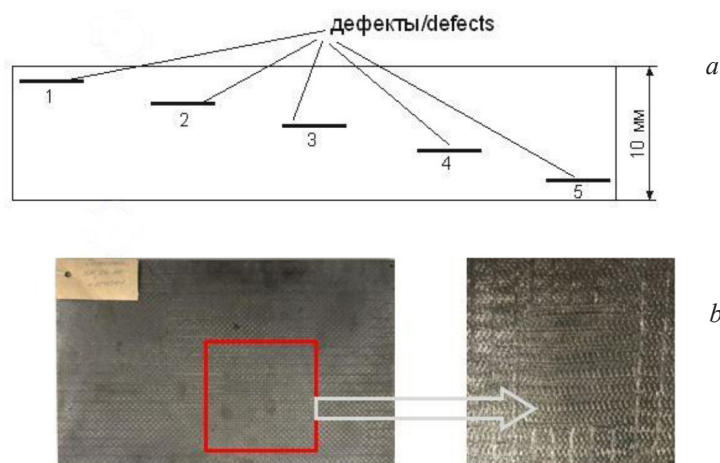


Рис. 5. Образец для испытаний: расположение дефектов (а), общий вид образца и увеличенное изображение дефектной области (b)

Fig. 5. Sample for testing: defects location (a), general view of the sample and an enlarged image of the defective area (b)

Модель деформирования и определяемые характеристики материалов. Проведенные нами исследования показали, что для описания процесса внедрения сферических инденторов в испытываемые УМ можно использовать модель упругопластического деформирования [8], которая легла в основу создания СТБ 2495-2017 «Контроль неразрушающий. Определение физико-механических характеристик конструкционных материалов методами индентирования». Согласно разработанным ранее теоретическим основам [7, 8] и в соответствии с указанным стандартом динамическая твердость H_d может быть определена по формуле

$$H_d = \frac{P_{h_{\max}}}{\pi D(h_{\max} - 0,5h_e)}, \quad (1)$$

где $P_{h_{\max}}$ – значение усилия при максимальном внедрении, h_{\max} – максимальное внедрение, h_e – упругая составляющая внедрения (см. рис. 1).

Динамический модуль упругости E_d рассчитывается согласно выражению

$$E_d = \frac{6P_{h_{\max}}^2}{5md_c V_{\min}^2}, \quad (2)$$

где d_c – диаметр контактного отпечатка (см. рис. 1).

Порядок регистрации и определения динамических твердости и модуля упругости подробно изложен в СТБ 2495-2017. При этом следует понимать, что значения динамической твердости H_d , определяемой по (1), будут зависеть от геометрических параметров индентора и при использовании разных инденторов могут несколько отличаться, однако будут иметь корреляционную связь между собой.

Эксперимент и его результаты. Получить значения H_d для изотропных УМ (например, ПГИ) не представляет сложностей. В то же время определение H_d еще не вошло в практику контроля. Общепринятыми методами являются измерение твердости по шкалам Бринелля, Роквелла, Виккерса. Однако сравнивать значения твердости УМ, полученные по разным шкалам, нельзя. Тем более что ни одна из этих шкал не может перекрыть весь диапазон изменения данной характеристики для УМ. Для сравнения полученных результатов более оптимально проводить измерения по ГОСТ Р 8.748-2011 (ИСО 14577-1:2002) «Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Металлы и сплавы. Измерение твердости и других характеристик материалов при инструментальном индентировании» или ГОСТ 4670 (ИСО 2039-1) «Пластмассы. Определение твердости. Метод вдавливания шарика». Данные стандарты, как и СТБ 2495-2017, в части статического индентирования являются эквивалентными. Однако, как уже упоминалось, статическая схема измерения не применима для контроля реальных изделий.

В связи с этим совместно с Государственным научно-исследовательским институтом конструкционных материалов на основе графита «НИИГрафит» (г. Москва, Россия) была осуществлена аттестация образцов УМ, которая позволила получить корреляционную связь между значениями H_d и твердостью H_s по ГОСТ 4670 (рис. 6, *a*). Также согласно аттестованной и утвержденной в установленном порядке МИ 00200851-188-2007 «Методика определения упругих и деформационных свойств углеграфитовых материалов при растяжении и сжатии» были проведены измерения статического модуля упругости E_s образцов УМ при малых деформациях. График, отражающий связь E_d и E_s , показан на рис. 6, *b*.

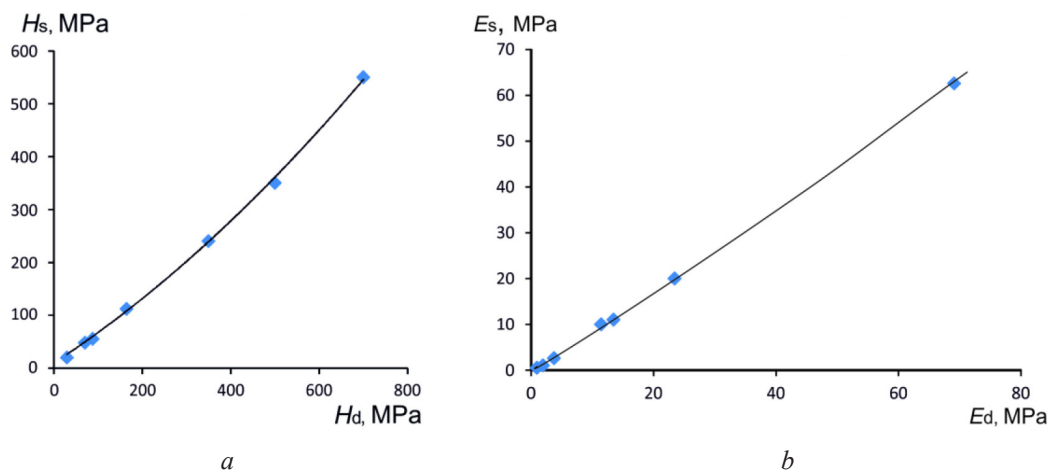


Рис. 6. Графики связи между H_d и H_s (*a*), а также E_d и E_s (*b*)
Fig. 6. Ratio between H_d and H_s (*a*), and ratio between E_d and E_s (*b*)

Как показали проведенные испытания прибора «ИСУМ-1» с использованием большого числа образцов из ПГИ, СГП, ППГ, УПА, Ф4К20 и других материалов, погрешность измерения твердости H_s и модуля упругости E_s не превысила 10 % во всем диапазоне измерения. Превышение значений E_d над E_s можно объяснить разной величиной деформации, достигаемой при индентировании и стандартных испытаниях, а также влиянием вязкоупругости для образцов в нижнем контролируемом диапазоне.

Для УУКМ проведение испытаний с использованием индентора с радиусом 1,5–5,0 мм (см. отпечатки S_2 и S_3 на рис. 4) оказалось неэффективным. При энергиях удара в диапазоне 45–100 мДж характерная анизотропия свойств по осям укладки стержней (см. рис. 4) не проявлялась. Изменение в ходе кривых нагружения и, соответственно, чувствительность к анизотропии наблюдалась только при более высоких энергиях, которые приводили к повреждению поверхности материала (продавливанию углеродных стержней и выходу пека на поверхность образца). В этом случае МДИ перестает быть полностью неразрушающим, а предлагаемую расчетную модель также нельзя использовать. Тем не менее этот метод позволяет определить характеристики отдельных компонент, которые, как показывают данные [9], изменяются в процессе изготовления материала и при его эксплуатации, что может служить дополнительным признаком его соответствия техническим требованиям.

Учитывая, что диаметр углеродных стержней не превышал 700 мкм, для контроля был изготовлен индентор с диаметром сферического наконечника 200 мкм (см. отпечаток S_1 на рис. 4). При этом во избежание влияния нижних слоев на результаты измерений энергия удара не превышала 22 мкДж. В таблице представлены значения твердости и модуля упругости, полученные при индентировании структурных элементов материала в различных плоскостях (см. рис. 4) для трех различных образцов (№ 1–3).

Значения твердости H_d и модуля упругости E_d для различных структурных составляющих УУКМ
Values of hardness H_d and modulus of elasticity E_d for various structural components of C/C composite material

Элемент структуры	№ образца	Плоскость XOY		Плоскость YOZ		Плоскость XOZ	
		H_d , ГПа	E_d , ГПа	H_d , ГПа	E_d , ГПа	H_d , ГПа	E_d , ГПа
Торец стержня	1	0,51±0,05	23,1±4				
	2	0,34±0,04	23,7±4			0,29±0,03	20,4±4
	3	0,27±0,07	28,2±8			0,23±0,05	24,4±8
Боковая поверхность стержня	1	0,48±0,04	9,97±1	0,43±0,04	9,29±1		
	2	0,42±0,03	12,7±2			0,41±0,04	10,7±2
	3	0,45±0,08	12,2±4			0,41±0,07	15,5±5
Пек	1	0,45±0,01	7,17±2	0,36±0,02	7,91±2		
	2	0,32±0,01	7,94±1			0,24±0,01	7,82±1
	3	0,23±0,05	7,39±3			0,23±0,02	8,61±3

Данные таблицы показывают, что МДИ позволяет различать характеристики элементов структуры УУКМ. При этом повышенный разброс показаний для образца № 3 может говорить о его некачественном изготовлении.

МДИ показал также свою чувствительность к макродефектам материала. Для подтверждения этого использовался образец, представленный на рис. 5. Контролируемым параметром являлась H_d . Испытания проводились с индентором из карбида вольфрама с радиусом закругления 0,5 мм, массой 5 г. Предударная скорость составляла около 0,9 м/с. Значения H_d показали существенное различие для бездефектной области и области над искусственными дефектами. При проведении эксперимента контроль проводился в режиме последовательного сканирования по поверхности с шагом 5–10 мм. Полученные результаты представлены на рис. 7 в виде поверхности, описывающей распределение значений твердости индентирования в зависимости от координат контролируемых точек объекта контроля.

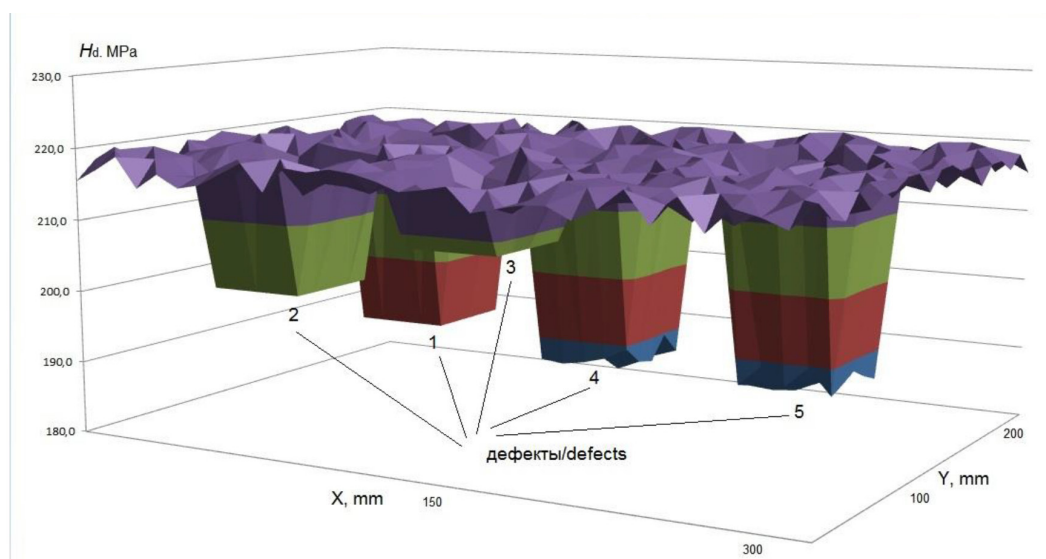


Рис. 7. Диаграмма распределения твердости по поверхности и над дефектами образца из УУКМ

Fig. 7. Distribution of hardness over the surface and over the defects of the sample produced from C/C composite material

Значения твердости, полученные в областях над искусственными дефектами, различались в зависимости от глубины залегания дефекта при наличии сквозной прошивки уложенных волокон УУКМ (дефекты 1, 2, 3) и мало изменялись, если такая прошивка отсутствовала (дефекты 4, 5), несмотря на то, что глубина закладки дефектов была различна. В случае отсутствия прошивки это свидетельствует о том, что твердость не связана с наличием дефектов, а определяется отличиями в структуре (отсутствием прошивки) и собственно свойствами материала (слюды, которая моделировала дефекты).

Заключение. Проведенные исследования позволили создать на основе метода динамического индентирования прибор «ИСУМ-1» для проведения неразрушающего контроля углеродных материалов, в том числе структурно неоднородных. Разработанная конструкция датчика прибора дает возможность изменять параметры ударного импульса и измерять свойства материала как интегрально, так и в малом объеме, характерном для отдельных структурных составляющих материала.

Показано, что метод и измерительная техника позволяют с высокой точностью оценить твердость и модуль упругости УМ. Получены характерные значения физико-механических свойств для отдельных составляющих УУКМ со структурой 4D. Установлено, что метод динамического индентирования может быть использован для поиска дефектов типа «расслоение» в УУКМ.

Список использованных источников

1. Burchell, T. D. Carbon Materials for Advanced Technologies. – Elsevier, 1999. – 540 p. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-042683-9.X5000-6>
2. Chung, D. Carbon Fiber Composites / D. Chung. – Butterworth-Heinemann, 2012. – 215 p.
3. Fitzer, E. Carbon Reinforcements and Carbon / E. Fitzer, L. M. Manocha. – Springer Science & Business Media, 2012. – 344 p.
4. Transverse Properties of Carbon Fibres by Nano-Indentation and Micro-mechanics / R. Maurin [et al.] // Appl. Compos. Mater. – 2008. – Vol. 15, Iss. 2. – P. 61–73. <https://doi.org/10.1007/s10443-008-9057-3>
5. Numerical evaluation of the effect of pores on effective elastic properties of Carbon/Carbon composites / X. Chao [et al.] // Composite Structures. – 2018. – Vol. 196. – P. 108–116. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.05.014>
6. Characterisation of the transverse mechanical properties of carbon/carbon composites by spherical indentation / M. Poitrimolt [et al.] // Carbon. – 2014. – № 66. – P. 234–245. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2013.08.063>
7. Рудницкий, В. А. Соотношение динамической и статической твердости металлов / В. А. Рудницкий, А. П. Крень, Г. А. Ланцман // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2016. – № 4. – С. 16–22.
8. Kren, A. P. Determination of the critical stress intensity factor of glass under conditions of elastic contact by the dynamic indentation method / A. P. Kren // Strength of Materials. – 2009. – Vol. 41, Iss. 6. – P. 628–636. <https://doi.org/10.1007/s11223-009-9172-x>

9. Residual compressive and thermophysical properties of 4D carbon/carbon composites after repeated ablation under oxyacetylene flame of 3000 °C / W. Zaman [et al.] // *Trans. Nonferrous Met. Soc. China*. – 2013. – № 23. – P. 1661–1667. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(13\)62645-X](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(13)62645-X)

References

1. Burchell T. D. *Carbon Materials for Advanced Technologies*. Elsevier, 1999. 540 p. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-042683-9.X5000-6>
2. Chung D. *Carbon Fiber Composites*. Butterworth-Heinemann, 2012. 215 p.
3. Fitzer E., Manocha L. M. *Carbon Reinforcements and Carbon*. Springer Science & Business Media, 2012. 344 p.
4. Maurin R., Davies P., Baral N., Baley C. Transverse Properties of Carbon Fibres by Nano-Indentation and Micro-mechanics. *Applied Composite Materials*, 2008, vol. 15, iss. 2, pp. 61–73. <https://doi.org/10.1007/s10443-008-9057-3>
5. Chao X., Qi L., Cheng J., Tian W. Numerical evaluation of the effect of pores on effective elastic properties of Carbon/Carbon composites. *Composite Structures*, 2018, vol. 196, pp. 108–116. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.05.014>
6. Poitrimolt M., Cheikh M., Bernhart G., Velay V. Characterisation of the transverse mechanical properties of carbon/carbon composites by spherical indentation. *Carbon*, 2014, no. 66, pp. 234–245. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2013.08.063>
7. Rudnitsky V. A., Kren A. P., Lantsman G. A. Investigation of the ratio between the dynamic and static hardness of metals. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2016, no. 4, pp. 19–22 (in Russian).
8. Kren A. P. Determination of the critical stress intensity factor of glass under conditions of elastic contact by the dynamic indentation method. *Strength of Materials*, 2009, vol. 41, iss. 6, pp. 628–636. <https://doi.org/10.1007/s11223-009-9172-x>
9. Zaman W., Li K., Ikram S., Li W. Residual compressive and thermophysical properties of 4D carbon/carbon composites after repeated ablation under oxyacetylene flame of 3000 °C. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2013, no. 23, pp. 1661–1667. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(13\)62645-X](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(13)62645-X)

Информация об авторах

Крень Александр Петрович – доктор технических наук, заведующий лабораторией контактно-динамических методов контроля, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: alekspk@mail.ru

Делендик Михаил Николаевич – кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Безопасность технологических процессов и производств», филиал Белорусского национального технического университета «Межотраслевой институт повышения квалификации и переподготовки кадров по менеджменту и развитию персонала» (ул. Минина, 23, корп. 2, 220014, Минск, Республика Беларусь). E-mail: delendik@mipk.by

Протасеня Татьяна Анатольевна – научный сотрудник, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: 5657397@gmail.com

Кинжагулов Игорь Юрьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологии интроскопии», Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Кронверкский пр., 49, 197101, Санкт-Петербург, Российская Федерация). E-mail: kizhiki@mail.ru

Information about the authors

Alexander P. Kren – D. Sc. (Engineering), Head of the Mechanical Testing Laboratory, Institute of Applied Physics of the National Academy of Science of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alekspk@mail.ru

Mikhail N. Delendik – Ph. D (Engineering), Head of the Chair “Safety of Technological Processes and Manufacture”, Branch of the Belarusian National Technical University “Intersectoral Institute for Staff Training and Retraining on Management and Personnel Development” (23/2, Minin Str., 220014, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: delendik@mipk.by

Tatjana A. Pratasenya – Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Science of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: 5657397@gmail.com

Igor Y. Kinzhagulov – Ph. D (Engineering), Assistant Professor of the Chair “Technology of Introscopy”, Saint Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (49, Kronverkskiy Ave., 197101, Saint Petersburg, Russian Federation). E-mail: kizhiki@mail.ru

ISSN 1561-8358 (Print)
 ISSN 2524-244X (Online)
 УДК 621.372.8;621.317
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-478-485>

Поступила в редакцию 08.02.2018
 Received 08.02.2018

А. Е. Когут¹, И. К. Кузьмичев¹, Р. С. Доля¹, С. О. Носатюк¹, Е. А. Шульга¹, Хе Джаочан²

¹Институт радиофизики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины, Харьков, Украина

²Восточно-Китайский НИИ «Фотоэлектроника», Уху, Китай

ЭКРАНИРОВАННЫЙ ПЛАНАРНЫЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР С МОДАМИ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ

Аннотация. Исследованы спектральные и энергетические характеристики открытого и экранированного со стороны криволинейной поверхности планарных диэлектрических резонаторов (ДР), возбуждаемых на модах высших порядков типа шепчущей галереи (ШГ) в 8-миллиметровом диапазоне длин волн. Данные резонаторы образуют тонкой по сравнению с рабочей длиной волны дисковой диэлектрической структурой, расположенной своими плоскими основаниями между двумя проводящими зеркалами. Таким образом, электрическая компонента резонансного поля ограничивалась по высоте планарного диска двумя проводящими поверхностями. Резонансные свойства такой структуры определялись условием полного внутреннего отражения волн от внутренней криволинейной поверхности диэлектрического диска.

Проведенными исследованиями установлено, что при переходе от открытых планарных ДР к экранированным с тонким воздушным зазором в области между металлическим экраном кольцевой формы и диэлектрическим диском при определенном соотношении радиусов удается повысить их собственную добротность. Добротность экранированной резонансной структуры на высокочастотном краю возрастает до 40 %. Причиной данного эффекта является частичное смещение резонансного поля мод ШГ из области диэлектрика в воздушный зазор, что приводит к уменьшению потерь в материале диэлектрика. Для подтверждения этого эффекта было проведено компьютерное моделирование полей мод ШГ в планарном ДР с помощью программного обеспечения CST Microwave Studio 2013. Кроме того, результаты компьютерного моделирования показывают, что эти моды ШГ характеризуются однородным распределением резонансного поля вдоль аксиальной координаты. Отмечена перспективность использования планарных ДР в твердотельных генераторах миллиметрового диапазона длин волн.

Ключевые слова: дисковый планарный диэлектрический резонатор, моды шепчущей галереи, повышение добротности, 8-миллиметровый диапазон длин волн

Для цитирования. Экранированный планарный диэлектрический резонатор с модами шепчущей галереи / А. Е. Когут [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 478–485. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-478-485>

А. Ye. Kogut¹, I. K. Kuzmichev¹, R. S. Dolia¹, S. O. Nosatiuk¹, Ye. A. Shulha¹, He Jaochan²

¹O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkov, Ukraine

²Eastern-Chinese Institute "Photoelectronics", Wuhu, China

A SHIELDED PLANAR DIELECTRIC RESONATOR WITH WHISPERING GALLERY MODES

Abstract. The spectral and energy characteristics of two planar dielectric resonators (DRs), open and shielded from the curvilinear surface, excited in higher-order modes as whispering gallery modes (WGMs) in Ka-waveband are investigated. These resonators are formed by a thin (compared to the operating wavelength) disk dielectric structure, located between two conducting planes. Thus, the E-field of the resonator was limited along the height of the planar disk by two conducting surfaces. The resonance properties of such a structure are determined by the condition of total internal reflection of waves from the internal curvilinear surface of a dielectric disk.

The carried out investigations shown that the unloaded Q-factor is increased at the arrangement of planar dielectric disk inside the ring metal shield at the certain ratio of the radiuses of the shield and dielectric disk. The Q-factor of the shielded resonant structure at the high-frequency edge increases to 40 %. The partial displacement of the resonant field of the WGMs modes from the dielectric to the air gap is the cause of this effect. It leads to decrease in losses in the dielectric material. A computer simulation of the WGMs fields in the planar DR was carried out using the CST Microwave Studio 2013 software to confirm this effect. In addition, computer simulation results shown that these WGMs in the planar DR are characterized by a homogeneous distribution of the resonant field along the axial coordinate. The perspectives of using planar DR in solid-state Ka-band oscillators are shown.

Keywords: disk planar dielectric resonator, whispering gallery modes, increasing of Q-factor, 8-mm waveband

For citation. Kogut A. Ye., Kuzmichev I. K., Dolia R. S., Nosatiuk S. O., Shulha Ye. A., He Jaochan. A shielded planar dielectric resonator with whispering gallery modes. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 478–485 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-478-485>

Введение. Открытые дисковые диэлектрические резонаторы (ДР) с модами шепчущей галереи (ШГ) обладают признанными достоинствами в миллиметровом диапазоне длин волн: высокой добротностью и относительно разреженным спектром колебаний [1, 2]. Это делает перспективным использование таких резонаторов в ряде активных и пассивных устройств. В настоящее время ДР с модами ШГ уже нашли применение в качестве базовых элементов генераторов, усилителей и сумматоров мощности, фильтров и устройств для исследования электрофизических свойств широкого класса материалов.

Однако одним из главных недостатков этих резонаторов являются их большие размеры. ДР с модами ШГ создаются на принципах квазиоптики. Радиусы резонаторов данного типа намного превышают длину волны в материале диэлектрика, а их высота близка к длине волны. Было установлено, что при уменьшении одного из этих параметров собственная добротность ДР ухудшается. При уменьшении радиусов резонаторов наблюдается рост радиационных потерь со стороны их криволинейной поверхности. При уменьшении высоты существенно возрастают радиационные потери со стороны плоских оснований диэлектрического диска. В [3, 4] показано, что пороговым (минимальным) значением высоты ДР, позволяющим возбуждать в них моды ШГ, является величина $H \approx \lambda d/2$, где λd – длина волны в материале диэлектрика.

Решением данной задачи является переход к планарным диэлектрическим структурам, расположенным плоскими основаниями между двумя проводящим зеркалами [5, 6]. Высота планарных резонансных структур много меньше длины волны. Размеры зеркал выбираются больше диаметра диэлектрического диска с целью минимизации дополнительных дифракционных потерь на краях диэлектрической структуры. В такой системе электромагнитное поле «запирается» в диэлектрике двумя проводящими поверхностями, а ее резонансные свойства определяются полным внутренним отражением волн от внутренней криволинейной поверхности планарных диэлектрических дисков. Необходимо отметить, что большая часть проведенных исследований осуществлялась ранее расчетным путем, а экспериментальные исследования относились или к коротковолновой области электромагнитного спектра (оптический и субмиллиметровый диапазон), или к СВЧ-диапазону (сантиметровый диапазон) [5, 7, 8]. Из литературных источников известно, что добротность планарных ДР сравнительно невысока и может достигать от сотен до нескольких тысяч в зависимости от материалов резонатора и выбранного диапазона длин волн [5, 7]. Данные об экспериментальных исследованиях планарных ДР с модами ШГ в миллиметровом диапазоне в научной литературе отсутствуют. По-видимому, это связано с трудностями возбуждения мод ШГ в планарных ДР. Способы возбуждения классических открытых ДР, высота которых близка к длине волны, очевидно, не применимы для возбуждения планарных ДР, поскольку предполагают размещение элемента возбуждения (диэлектрического волновода или открытого конца металлического волновода) вблизи криволинейной поверхности диэлектрического диска. Реализовать такие способы в тонкой диэлектрической структуре, расположенной между двумя металлическими зеркалами, размеры которых превышают диаметр диска, затруднительно.

В связи с вышесказанными задачами наших исследований являются: разработка способа эффективного возбуждения мод ШГ в планарном ДР на основе диэлектрического диска; исследование электродинамических характеристик такого резонатора в 8-миллиметровом диапазоне длин волн; поиск путей повышения добротности планарных ДР.

Объект и методика исследований. Нами изучались спектральные и энергетические характеристики двух планарных дисковых ДР. Один из них был открыт со стороны цилиндрической поверхности, а второй – экранирован металлическим кольцом. Оба резонатора плоскими основаниями находились между двумя металлическими зеркалами. Несмотря на то, что первый резонатор был частично экранирован со стороны плоских оснований, для удобства будем его назы-

вать открытым планарным ДР в силу того, что присутствуют радиационные потери со стороны его цилиндрической (рабочей) поверхности. Второй резонатор обозначим как экранированный планарный ДР.

Объекты исследований схематически показаны на рис. 1. Оба резонатора содержали диэлектрические диски 1 , изготовленные из фторопласта-4 ($\epsilon = 2,08$) высотой $H_1 = 1$ мм и радиусом $R_1 = 39$ мм. Своими плоскими основаниями диски располагались между двумя круглыми тонкими латунными зеркалами 2 и 3 диаметром 100 мм. Удаленность одного из зеркал относительно диска на рис. 1 показана только для наглядности расположения диэлектрического диска в такой системе. В эксперименте оба зеркала плотно прилегали к плоским основаниям диска. В экранированном планарном ДР диэлектрический диск находился внутри алюминиевого кольца 4 высотой $H_2 = H_1 = 1$ мм и радиусом $R_2 = 42$ мм. Таким образом, внутри экранированного планарного ДР существовал тонкий воздушный зазор толщиной 3 мм между диэлектрическим диском и металлическим экраном.

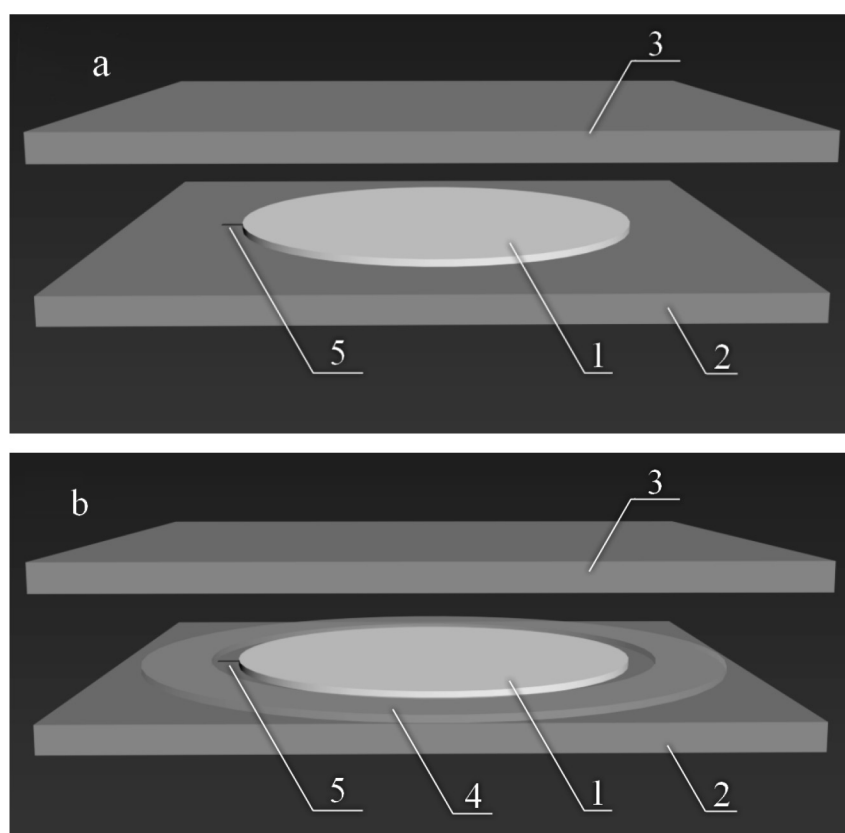


Рис. 1. Объект экспериментальных исследований: a – открытый планарный ДР, b – экранированный планарный ДР
Fig. 1. The object of experimental investigations: a – open planar DR, b – shielded planar DR

Как было показано в [9] при изучении электродинамических характеристик классических ДР, размеры которых превышали длину волны, именно при таких размерах диэлектрической резонансной структуры и металлического экрана достигается собственная добротность, превышающая добротность подобного открытого ДР. Причиной этого является снижение потерь за счет частичного смещения резонансного поля мод ШГ из диэлектрика в воздушный зазор.

Для возбуждения мод ШГ в планарных ДР использовался способ, применяемый для классических открытых дисковых ДР [10]. При возбуждении мод ШГ в таких резонаторах открытым концом металлического волновода со стороны плоского основания диска при определенных условиях достигается высокая эффективность связи. Нами данный способ был модернизирован [6]. Для возбуждения мод ШГ в планарном ДР в данной работе использовалась щель связи в металлическом зеркале.

Качественно оценить в эксперименте распределение интенсивностей резонансных полей мод ШГ в исследуемых резонаторах вдоль радиальной координаты позволяла зависимость нормированного на максимальное значение параметра связи p/p_{\max} от относительной радиальной координаты r_i/R_1 щели связи. Очевидно, что наибольшая связь соответствует расположению щели связи на участках резонансных полей с наибольшей интенсивностью. Изменение радиальной координаты щели связи в эксперименте достигалось путем смещения диэлектрического диска на металлическом зеркале в соответствующем направлении.

По аналогии с [6] моделирование полей мод ШГ в планарном ДР было выполнено с помощью стандартного программного обеспечения CST Microwave Studio 2013.

Экспериментальные результаты и их объяснение. Общим для спектров открытого и экранированного планарных ДР является присутствие мод ШГ с одной и двумя вариациями поля вдоль радиальной координаты. Результаты компьютерного моделирования указывают на то, что эти моды ШГ характеризуются однородным распределением резонансного поля вдоль аксиальной координаты. На рис. 2 представлены распределения полей для экранированного (а) и открытого (б) планарного ДР вдоль азимутальной координаты.

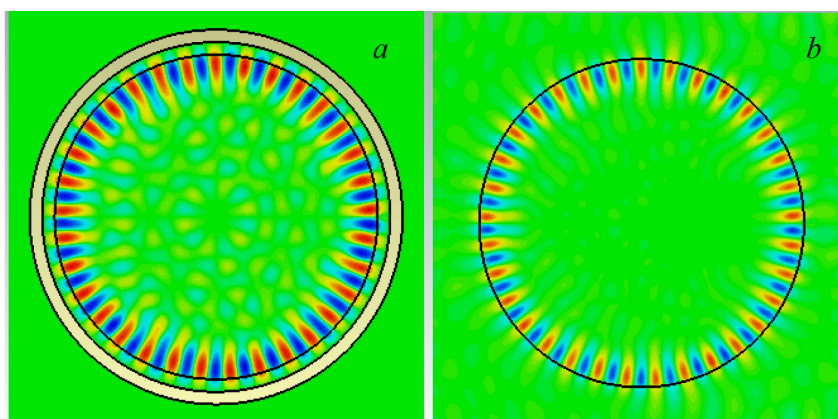


Рис. 2. Распределение поля $HE_{33,10}$ -моды в экранированном (а) и в открытом (б) дисковом планарном ДР
Fig. 2. The distribution of the $HE_{33,10}$ -mode fields in the shielded (a) and open (b) disk planar DR

Таким образом, оба резонатора в исследуемом диапазоне частот работают в режиме возбуждения $HE_{n,10}$ и $HE_{n,20}$ мод ШГ. Индекс n определяет число вариаций поля мод ШГ вдоль азимутальной координаты. Для выбранного диапазона частот его значения находятся в пределах $31 \leq n \leq 37$. Возбуждаемым модам ШГ в обоих резонаторах соответствуют чередующиеся резонансные отклики с близким к постоянному интервалом по шкале частот – периодом сетки резонансных частот. Соседние резонансные отклики соответствуют модам, отличающимся на единицу значением азимутального индекса. Причем значения усредненного периода сетки резонансных частот $\langle \Delta f_n \rangle$ открытого и экранированного планарных ДР различны. Спектр открытого планарного ДР характеризуется значением величины $\langle \Delta f_n^o \rangle = 0,93$ ГГц, а экранированного резонатора – $\langle \Delta f_n^e \rangle = 0,97$ ГГц. Это свидетельствует о различном характере распределения резонансных полей мод ШГ в них. Причиной этого очевидно есть различие электрических длин путей волн ШГ в открытом и экранированном планарных ДР. Иными словами, различительным признаком исследуемых резонаторов является их эффективная диэлектрическая проницаемость по отношению к полям мод ШГ. Для экранированного планарного ДР присутствие воздушной среды в виде воздушного зазора выражено в большей мере.

Отличие абсолютных значений резонансных частот мод ШГ открытого и экранированного планарных ДР в среднем составляет 150 МГц, причем с уменьшением их азимутального индекса (резонансной частоты) такое различие увеличивается. Так, для $HE_{37,10}$ мод оно составляет 90 МГц, а для $HE_{31,10}$ – 230 МГц.

В пользу правильности приведенных предположений свидетельствует зависимость параметра связи p от азимутального индекса n мод ШГ при различных положениях щели связи вдоль радиальной координаты. На рис. 3 представлены такие зависимости для двух наиболее характерных положений щели связи: внутри диэлектрика ($r_i/R_1 = 0,94$) и когда середина щели связи находится на краю диэлектрического диска ($r_i/R_1 = 1$). Пунктиром соединены значения параметра связи с экранированным планарным ДР, сплошной линией – с открытым резонатором.

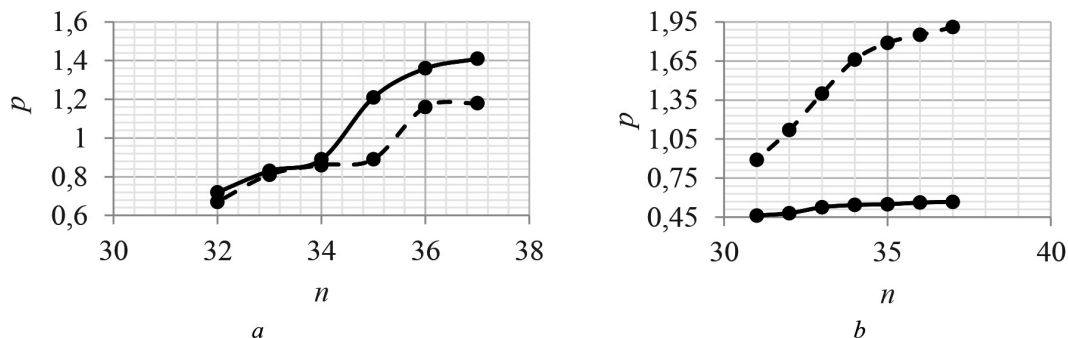


Рис. 3. Зависимость параметра связи от азимутального индекса мод ШГ: $a - r_i/R_1 = 0,94$, $b - r_i/R_1 = 1$
 Fig. 3. The dependences of the coupling parameter on the azimuthal indexes of the whispering gallery modes: $a - r_i/R_1 = 0,94$, $b - r_i/R_1 = 1$

Видно, при расположении щели связи в диэлектрическом диске бóльшая связь достигается с открытым резонатором. При этом на высокочастотном краю исследуемого диапазона частот наблюдается закритическая связь ($p > 1$) с двумя резонаторами. При смещении щели связи к краю диэлектрического диска связь с экранированным планарным ДР характеризуется существенно более высокими значениями параметра связи по сравнению с открытым резонатором. Почти во всем исследуемом диапазоне частот наблюдается закритическая связь, в то время как связь с открытым резонатором слабая ($p > 1$). Это говорит о том, что на краю диэлектрического диска интенсивность резонансного поля мод ШГ существенно возрастает при его экранировании. При этом область воздушного зазора также характеризуется высокой «концентрацией» резонансного поля мод ШГ. Из этого можно предположить, что потери в материале диэлектрика открытого планарного ДР вносят больший вклад в общие собственные потери по сравнению с экранированным резонатором.

Проведенный анализ поведения параметра с открытым и экранированным планарными ДР при разных положениях щели связи во многом объясняет результаты проведенного исследования их собственной добротности для мод ШГ, отличающихся азимутальным индексом. Данная зависимость графически представлена на рис. 4. Сплошная кривая отображает поведение добротности открытого планарного ДР, пунктирная – экранированного резонатора.

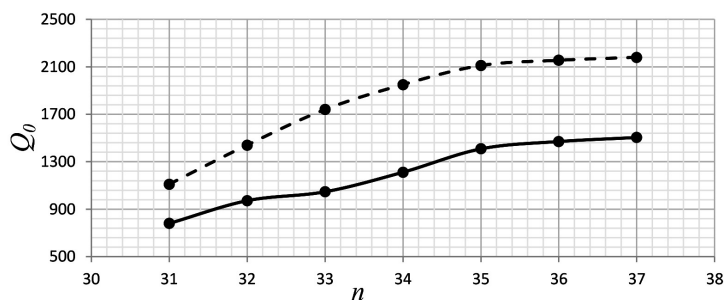


Рис. 4. Зависимость собственной добротности экранированного и открытого планарных ДР от азимутального индекса мод ШГ

Fig. 4. The dependence of the unloaded Q -factor of the shielded and open planar DRs on the azimuthal index of the whispering gallery modes

Видно, что добротность открытого планарного ДР сравнительно невелика. С увеличением азимутального индекса рабочих мод ШГ добротность такого резонатора растет, и на высокочастотном краю исследуемого диапазона частот она достигает значения 1580. Такое поведение добротности планарного ДР хорошо согласуется с поведением энергетических характеристик классических ДР, для которых низшей аксиальной модой является мода с аксиальным индексом, равным 1. С уменьшением азимутального индекса (частоты) наибольший вклад в собственные потери энергии таких резонаторов вносит рост радиационных потерь [2]. Минимизировать их влияние на величину добротности позволяет переход к экранированным диэлектрическим резонансным структурам с воздушным зазором в области между ними и металлическим экраном [9]. Данные, представленные на рис. 4, подтверждают это. Видно, что во всем исследуемом диапазоне частот добротность экранированного планарного ДР существенно превышает добротность подобного резонатора, открытого со стороны криволинейной поверхности. Причем с ростом азимутального индекса мод ШГ (частоты) такое различие более очевидно. На высокочастотном краю исследуемого диапазона частот оно достигает 40 %, на низкочастотном краю составляет 30 %. Можно предположить, что с понижением рабочей частоты омические потери на стенках металлического экрана растут, что и определяет снижение добротности экранированного планарного ДР и превосходства его энергетических характеристик над характеристиками открытого резонатора.

Объяснить рост добротности планарного ДР при его экранировании позволяет анализ зависимости параметра связи от радиальной координаты щели связи. Данная зависимость отображает распределение интенсивности резонансного поля мод ШГ в исследуемых резонаторах вдоль радиальной координаты. Очевидно, что наибольшие значения параметра связи соответствуют положениям щели связи на участках резонансных полей с наибольшей интенсивностью. При снижении интенсивности резонансного поля связь с резонатором будет снижаться. Зависимость нормированного на максимальное значение параметра связи p/p_{\max} от относительной радиальной координаты середины щели связи r_i/R_1 для экранированного (сплошная кривая) и открытого (пунктир) планарных ДР, возбуждаемых на HE_{3710} моде ШГ, представлена на рис. 5. Границе воздух–металл в экранированном планарном ДР соответствует относительная радиальная координата щели связи $r_i/R_1 = 1,08$.

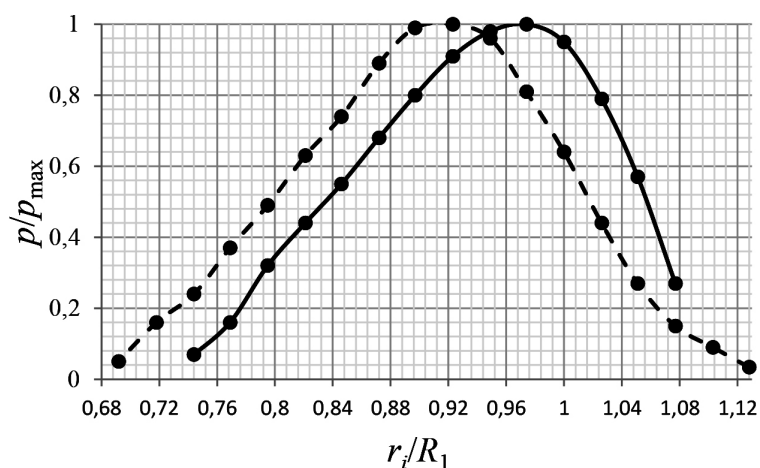


Рис. 5. Зависимость относительного параметра связи от относительной радиальной координаты щели связи

Fig. 5. The dependence of the relative coupling parameter on the relative radial coordinate of the coupling slot

Видно, что причиной роста добротности планарного ДР при его экранировании является снижение потерь в материале диэлектрика и незначительные потери в цилиндрических стенках металлического экрана. В отличие от открытого резонатора резонансное поле мод ШГ экранированного планарного ДР в основном сосредоточено в воздушном зазоре, несмотря на то, что максимум его интенсивности располагается в диэлектрике. При этом область воздушного зазора

характеризуется высокими значениями параметра связи (закритическая связь) с экранированным планарным ДР. При приближении к стенкам металлического экрана интенсивность поля понижается, достигая на границе с металлом наименьших значений, о чем свидетельствуют малые значения параметра связи ($p = 0,39$).

Закключение. Экспериментально установлено, что путем перехода от открытых планарных диэлектрических структур к экранированным, содержащим тонкий воздушный зазор между диэлектрическим элементом резонатора и его экраном цилиндрической формы, удается существенно повысить собственную добротность. Причиной этого выступает снижение потерь в материале диэлектрика за счет частичного смещения резонансного поля мод ШГ из области диэлектрика в воздушный зазор. Показано, что при определенных соотношениях радиусов диэлектрического диска и экрана цилиндрической формы удается снизить омические потери в стенках экрана. Путем возбуждения мод ШГ в планарных ДР щелью связи в металлическом зеркале резонатора, ориентированной параллельно радиусу основания диэлектрического диска, достигаются режимы закритической связи. Это делает перспективным использование планарных ДР в качестве колебательных систем твердотельных источников миллиметровых волн.

Список использованных источников

1. Диэлектрические резонаторы / М. Е. Ильченко [и др.] ; под ред. М. Е. Ильченко. – М.: Радио и связь, 1989. – 328 с.
2. Квазиоптические твердотельные резонаторы / А. Я. Кириченко [и др.]. – Киев: Наук. думка, 2008. – 296 с.
3. Влияние величины зазора между дисками на добротность диэлектрического пластинчатого резонатора / Г. В. Голубничая [и др.] // Письма в Журн. техн. физики. – 2015. – Т. 41, вып. 6. – С. 50–57.
4. Experimental conditions for the excitation of thin disk whispering-gallery-mode resonators / V. Yurchenko [et al.] // Progress in Electromagnetics Research C. – 2013. – Vol. 43. – P. 29–40. <https://doi.org/10.2528/pierc13062803>
5. Annino, G. Study on planar whispering gallery dielectric resonators. I. General properties / G. Annino, M. Cassettari, M. Martinelli // Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. – 2002. – Vol. 23, № 4. – P. 597–615. <https://doi.org/10.1023/a:1015709927809>
6. Возбуждение колебаний шепчущей галереи в дисковом планарном диэлектрическом резонаторе щелью связи / А. Е. Когут [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2017. – № 3. – С. 121–128.
7. Santhosh Kumar, G. D. V. Whispering Gallery Modes of Planar Dielectric Resonators in LTCC Technology / G. D. V. Santhosh Kumar, K. C. James Raju // Research Areas and 2013 International Conference on Microelectronics, Communications and Renewable Energy (AICERA/ICMiCR), 2013 Annual International Conference on. – P. 474–479. <https://doi.org/10.1109/aicera-icmicr.2013.6576026>
8. K-band planar type dielectric resonator filter with high- ϵ_{spl} ceramic substrates / T. Hiratsuka [et al.] // IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest. – 1998. – Vol. 3. – P. 1311–1314. <https://doi.org/10.1109/MWSYM.1998.700615>
9. Whispering-Gallery Modes in Shielded Hemispherical Dielectric Resonators / Z. E. Eremenko [et al.] // IEEE Trans. on MTT. – 2002. – Vol. 50, № 11. – P. 2647–2649. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.804627>
10. Иванов, Е. Н. Повышение эффективности возбуждения дисковых диэлектрических резонаторов / Е. Н. Иванов, А. А. Карачев, Д. П. Царапкин // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1987. – Т. 30, № 10. – С. 68–69.
11. Гинзтон, Э. Л. Измерения на сантиметровых волнах / Э. Л. Гинзтон – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 519 с.

References

1. Il'chenko M. E., Vzyatyshv V. F., Gassanov L. G. et.al. *Dielectric Resonators*. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1989. 328 p. (in Russian).
2. Kirichenko A. Ia., Prokopenko Iu. V., Filippov Iu. F., Cherpak N. T. *Quasi-Optical Solid-State Resonators*. Kiev, Naukova dumka Publ., 2008. 296 p. (in Russian).
3. Golubnichaya G. V., Kirichenko A. Ya., Krivenko E. V., Lutsenko V. I. The effect of gap width between disks on the Q value of a laminar dielectric disk resonator. *Technical Physics Letters*, 2015, vol. 41, no. 3, pp. 281–283. <https://doi.org/10.1134/s1063785015030207>
4. Yurchenko V., Altintas A., Ciydem M., Koc S. Experimental conditions for the excitation of thin disk whispering-gallery-mode resonators. *Progress in Electromagnetics Research C*, 2013, vol. 43, pp. 29–40. <https://doi.org/10.2528/pierc13062803>
5. Annino G., Cassettari M., Martinelli M. Study on planar whispering gallery dielectric resonators. I. General properties. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2002, vol. 23, no. 4, pp. 597–615. <https://doi.org/10.1023/a:1015709927809>
6. Kogut A. E., Dolya R. S., Nosatiuk S. O., Shulha Ye. A., He Zhaochan. Excitation of whispering gallery vibrations in a disk planar dielectric resonator by the coupling gap. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-*

technichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 2017, no. 3, pp. 121–128 (in Russian).

7. Santhosh Kumar G. D. V., James Raju K. C. Whispering Gallery Modes of Planar Dielectric Resonators in LTCC Technology. *Emerging Research Areas and 2013 International Conference on Microelectronics, Communications and Renewable Energy (AICERA/ICMiCR), 2013 Annual International Conference on*, pp. 474–479. <https://doi.org/10.1109/aicera-icmicr.2013.6576026>

8. Hiratsuka T., Sonoda T., Sakamoto K., Ishikawa Y. K-band planar type dielectric resonator filter with high- ϵ_{spl} ceramic substrates. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1998, vol. 3, pp. 1311–1314. <https://doi.org/10.1109/MWSYM.1998.700615>

9. Eremenko Z. E., Filipov Y. F., Kharkovsky S. N., Kutuzov V. V., Kogut A. E. Whispering-Gallery Modes in Shielded Hemispherical Dielectric Resonators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2002, vol. 50, no. 11, pp. 2647–2649. <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.804627>

10. Ivanov E. N., Karachev A. A., Tsarapkin D. P. Increasing the excitation efficiency of disk dielectric resonators. *Izvestia vuzov. Radioelektronika = Radioelectronics and Communications Systems*, 1987, vol. 30, no. 10, pp. 68–69 (in Russian).

11. Ginzton E. L. *Microwave Measurements*. New York, McGraw-Hill, 1957. 519 p.

Информация об авторах

Когут Александр Евгеньевич – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт радиоп физики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (ул. Академика Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина). E-mail: kogut@ire.kharkov.ua

Кузьмичев Игорь Константинович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт радиоп физики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (ул. Академика Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина). E-mail: kuzmichev.igr@i.ua

Носатюк Сергей Олегович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт радиоп физики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (ул. Академика Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина). E-mail: nosatyk_sergey@mail.ru

Доля Роман Сергеевич – аспирант, младший научный сотрудник, Институт радиоп физики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (ул. Академика Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина). E-mail: roma_vb@mail.ru

Шульга Евгений Александрович – аспирант, младший научный сотрудник, Институт радиоп физики и электроники имени А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (ул. Академика Проскуры, 12, 61085, Харьков, Украина). E-mail: Shulgaevgeniy.ne@mail.ru

Хе Джаочан – заместитель директора, Восточно-Китайский НИИ «Фотозлектроника» (Уху, Провинция Аньхой, Китай, 241002).

Information about the authors

Oleksandr Ye. Kogut – D. Sc. (Physical and Mathematical), Leading Researcher, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine (12, Academician Proskura Str., 61085, Kharkov, Ukraine). E-mail: kogut@ire.kharkov.ua

Igor K. Kuzmichev – D. Sc. (Physical and Mathematical), Leading Researcher, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine (12, Academician Proskura Str., 61085, Kharkov, Ukraine). E-mail: kuzmichev.igr@i.ua

Serhii O. Nosatiuk – Ph. D. (Physical and Mathematical), Researcher, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine (12, Academician Proskura Str., 61085, Kharkov, Ukraine). E-mail: nosatyk_sergey@mail.ru

Roman S. Dolia – Graduate student, Junior Researcher, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine (12, Academician Proskura Str., 61085, Kharkov, Ukraine). E-mail: roma_vb@mail.ru

Yevgeniy A. Shulha – Graduate Student, Junior Researcher, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the National Academy of Sciences of Ukraine (12, Academician Proskura Str., 61085, Kharkov, Ukraine). E-mail: Shulgaevgeniy.ne@mail.ru

He Jaochan – Deputy Director, East China Research Institute “Photoelectronics” (Huajinnan Road, Huaxia Technology Park, Wuhu Hi-Tech Development Zone, Wuhu, Anhui Province, P. R. China, 241002).

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)
УДК 629.7.013.1
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-486-500>

Поступила в редакцию 25.04.2018
Received 25.04.2018

В. В. Сухов, Я. С. Козей

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев, Украина

ОСОБЕННОСТИ ВЫБОРА ТРАЕКТОРИИ И ЭТАПОВ ПОЛЕТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ В УСЛОВИЯХ НЕСПОКОЙНОЙ АТМОСФЕРЫ

Аннотация. При формировании проектных параметров беспилотного летательного аппарата (БПЛА) на солнечной энергии важно учитывать особенности энергообеспечения не только при выполнении горизонтального полета, но и на остальных этапах (взлет, посадка, маневр и т. д.), которые в итоге формируют общую траекторию полета, реализация которой обеспечивает выполнение поставленной перед БПЛА конкретной задачи. Вместе с тем следует рассматривать полет с учетом реальных условий эксплуатации, включающих атмосферные факторы.

Определение особенностей планирования траекторий и этапов полета БПЛА на солнечной энергии при реализации продолжительного полета с учетом энергетики, конструктивных ограничений и реальных условий эксплуатации является целью данной работы.

Определены возможные траектории полета БПЛА на солнечных элементах в соответствии с типовыми задачами его практического применения. Предложена дискретная модель планирования траектории маршрута для БПЛА на солнечных элементах. Описаны принципы реализации этапов взлета и посадки БПЛА на солнечной энергии, определены зависимости между энергозатратами и основными параметрами каждого из этапов. Получены зависимости для определения основных составляющих энергетического баланса БПЛА на солнечной энергии от параметров криволинейного полета. Проведена верификация полученных зависимостей путем сравнения расчетных и экспериментальных (летных) данных для конкретного БПЛА на солнечной энергии, по массе относящемуся к классу мини. Сходимость результатов расчета и эксперимента находится в пределах 15–20 %. Установлены факторы, действующие на летательный аппарат в неспокойной атмосфере, их влияние на эксплуатационные и конструктивные ограничения.

Получена обобщенная аналитическая модель для определения условий реализации продолжительного полета (4–6 ч) БПЛА на солнечной энергии, учитывающие: массовые, аэродинамические, энергетические характеристики; траекторные, атмосферные и эксплуатационные условия.

Результаты исследования могут быть использованы при формировании облика БПЛА на солнечной энергии на этапе его эскизного проектирования.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, солнечная энергия, типовые траектории, атмосферные факторы, алгоритм выбора параметров, продолжительный полет

Для цитирования. Сухов, В. В. Особенности выбора траектории и этапов полета беспилотного летательного аппарата на солнечной энергии в условиях неспокойной атмосферы / В. В. Сухов, Я. С. Козей // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 486–500. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-486-500>

V. V. Sukhov, Ya. S. Kozei

National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine

FEATURES OF THE CHOICE OF THE TRAJECTORY AND STAGES OF THE FLIGHT OF AN UNMANNED AIRCRAFT ON SOLAR ENERGY IN A RESTLESS ATMOSPHERE

Abstract. When forming the design parameters of an unmanned aerial vehicle (UAV) on solar energy, it is important to consider the peculiarities of energy supply not only when performing horizontal flight, but also at other stages (take-off, landing, maneuver, etc.), which ultimately form a common flight trajectory the implementation of which ensures the implementation of the specific task assigned to the UAV. However, the flight should be considered taking into account the actual operating conditions, including atmospheric factors.

Determining the features of planning the trajectories and stages of flight of a UAV on solar energy during the implementation of a long flight, considering energy, design constraints and actual operating conditions, is the goal of this work.

The possible trajectories of flight of UAVs on solar cells are determined in accordance with the typical tasks of its practical application. A discrete model is proposed for planning a trajectory of a route for a UAV on solar cells. The principles of the implementation of the stages of takeoff and landing of UAVs on solar energy are described, the dependencies between the energy consumption and the main parameters of each stage are determined. The dependences are obtained for determining the main components of the energy balance of UAVs on solar energy on the parameters of curvilinear flight. Verification of the obtained dependences was carried out by comparing the calculated and experimental (flight) data for a particular UAV on solar energy, which is of the mini class by mass. The convergence of the results of calculation and experiment is in the range of 15–20 %. The factors acting on an aircraft in a restless atmosphere, their effect on operational and design constraints are established.

A generalized analytical model was obtained to determine the conditions for the implementation of a long flight (4–6 hours) of a solar-powered UAV, considering: mass, aerodynamic, energy characteristics; trajectory, atmospheric and operational conditions.

The results of the study can be used at forming the shape of a UAV on solar energy at the stage of its preliminary design.

Keywords: unmanned aerial vehicle, solar energy, typical trajectories, atmospheric factors, algorithm for selecting parameters, long flight

For citation. Sukhov V. V., Kozei Ya. S. Features of the choice of the trajectory and stages of the flight of an unmanned aircraft on solar energy in a restless atmosphere. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 486–500 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-486-500>

Введение. Планирование траектории полета беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в реальных условиях эксплуатации остается актуальной темой для научных исследований [1–6]. Принципы построения траектории движения БПЛА в пространстве описаны в [3–5] и основаны на компоновке сложной пространственной траектории из определенного набора простых траекторий, которые соответствуют типовым маневрам (набору высоты, развороту, прямолинейному движению и т. д.). При выборе траектории полета и этапов ее реализации большое внимание уделяется законам движения летательного аппарата и поиску оптимальной траектории, удовлетворяющей конкретные граничные условия. Поскольку самолет на солнечной энергии (СЭ) имеет определенные эксплуатационные и энергетические ограничения, которые подробно описаны в [7, 8], то этот факт следует учесть при планировании возможных траекторий полета летательного аппарата такого класса.

Обычно с помощью БПЛА при облете определенных территорий может проводиться телевизионная, оптико-электронная, радиоэлектронная разведка, ретрансляция связи и т. д. [9]. С учетом указанных выше ограничений из числа возможных пространственных траекторий для решения перечисленных практических задач были выбраны следующие варианты полета с определенным функциональным назначением: поиск объектов в заданной зоне, облет заданной зоны, облет заданного рубежа, барражирования в зоне (над точкой), поиск объектов на маршруте

Любую траекторию полета БПЛА можно разделить на следующие этапы: набор высоты (взлет), горизонтальный полет, планирование (снижение, посадка), полет по кругу (с креном или без). Следует заметить, что между описанными этапами полета существуют некие переходные процессы, продолжительность которых составляет менее 1 % от времени всего полета, что дает нам право не учитывать их при расчете энергообеспечения. Конечно, возможны более сложные траектории полета и этапы, но реализация их при выполнении типовых практических задач с помощью БПЛА на СЭ маловероятна из-за специфических особенностей их эксплуатации (большие габариты, низкая нагрузка на крыло, низкая скорость и т. д.) [7].

Очевидно, что планирование пространственной траектории БПЛА на СЭ в значительной степени зависит от пространственной ориентации солнечной энергоустановки относительно Солнца. Это связано с особенностями генерации солнечной энергии на этапах, отличающихся от горизонтального полета – базового этапа при расчетах энергетического баланса [10].

При выборе проектных параметров БПЛА на СЭ важно учесть особенности энергообеспечения не только на этапе горизонтального полета, но и на остальных этапах, которые в итоге формируют общую траекторию полета. Вместе с тем следует рассматривать полет БПЛА в реальных условиях эксплуатации, включающих и атмосферные факторы.

Целью работы является определение особенностей планирования траекторий и этапов полета БПЛА на СЭ при реализации продолжительного полета с учетом энергетики, конструктивных ограничений и реальных условий эксплуатации.

Этапы полета беспилотного летательного аппарата на солнечной энергии и их планирование. Набор высоты (взлет). Этот этап всегда сопровождается значительными энергозатратами, поскольку изначально неподвижному телу необходимо передать достаточное количество энергии для достижения необходимой скорости взлета. Условно БпЛА можно разделить на те, что для реализации взлета используют исключительно собственную силовую установку; те, что выполняют взлет с использованием стартового устройства (катапульты, леера, буксира и т. д.), и мини-БпЛА [11, 12], стартующие с рук. Характеристики каждого из рассматриваемых вариантов взлета представлены на рис. 1.

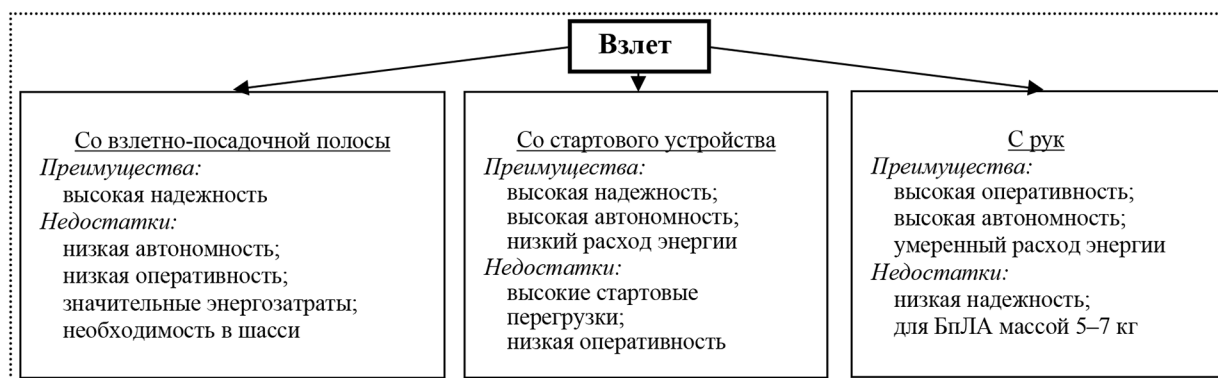


Рис. 1. Основные варианты взлета БпЛА

Fig. 1. The main options for take-off UAV

Взлет с взлетно-посадочной полосы. При взлете с разбегом важно знать его длину. Она напрямую зависит от удельной нагрузки на крыло q (отношение взлетной массы m_0 к площади крыла S), мощности силовой установки, механизации крыла и качества поверхности для разбега. В результате разбега летательный аппарат должен достичь скорости отрыва $V_{отр.}$, которая, согласно [13], может быть определена по следующей формуле:

$$V_{отр.} = 14,4 \sqrt{\frac{m_0/S}{C_{y_{отр.}}}}, \quad (1)$$

где $C_{y_{отр.}}$ – коэффициент подъемной силы при отрыве. Обычно $C_{y_{отр.}} \leq 0,83C_{y_{max}}$.

Длина разбега при этом равна $L_p \leq V_{отр.}^2/2a$ ($a = g(0,95P_0/G - 0,5(f_{тр} + 1/K_{отр.}))$) – среднее ускорение при разбеге, G – масса самолета, $f_{тр}$ – коэффициент трения колес шасси, $K_{отр.}$ – аэродинамическое качество самолета при отрыве).

Взлет со стартового устройства – более практичный вид старта, поскольку не требует специальной площадки. По принципу действия катапульты бывают механические, пневматические, гидравлические и другие. Для безопасного выполнения миссии летательный аппарат после схода с катапультного устройства должен достичь скорости схода $V_{сх} = 1,2 \dots 1,3V_{свал.}$, где $V_{свал.}$ – скорость сваливания, и высоты, которая исключает столкновения с наземными объектами.

Взлет с рук. Данный вид старта характеризуется в основном углом набора высоты, импульсом броска, необходимой мощностью силовой установки, а также аэродинамическими характеристиками БпЛА (условие старта $V_{сх} > V_{свал.}$).

Поскольку для БпЛА на СЭ важно минимизировать энергозатраты, массу и перегрузки [7, 8, 10], то рациональным вариантом для взлета является взлет с рук (для БпЛА класса мини) и взлет со взлетно-посадочной полосы (для других классов).

Если принять, что взлет БпЛА на СЭ – это период от момента покоя до момента достижения определенной высоты (например, высоты горизонтального полета), то можно определить зависимости между энергозатратами и основными параметрами этапа взлета.

Этап характеризуется в основном углом набора высоты θ , скоростью набора $V_{\text{наб.}}$, потребной мощностью силовой установки $N_{\text{наб.}}$ и аэродинамическими характеристиками самолета. Скорость $V_{\text{наб.}}$ и потребная мощность набора $N_{\text{наб.}}$ могут быть определены по следующим зависимостям:

$$V_{\text{наб.}} = \sqrt{\frac{2G \cos \theta}{\rho S C_y}}, \quad (2)$$

$$N_{\text{наб.}} = Q V_{\text{наб.}} + G V_{\text{наб.}} \sin \theta, \quad (3)$$

где ρ – плотность воздуха, C_y – коэффициент подъемной силы, Q – сила сопротивления, действующая на летательный аппарат.

При заданной высоте набора H энергозатраты $E_{\text{взл.}}$ и время набора $t_{\text{наб.}}$ соответственно равны:

$$E_{\text{взл.}} = N_{\text{наб.}} t_{\text{наб.}} = \left(H \frac{Q}{\sin \theta} + G \right), \quad (4)$$

$$t_{\text{наб.}} = \frac{H}{V_{\text{наб.}} \sin \theta}. \quad (5)$$

Качественный характер взаимовлияния параметров описанных зависимостей в обобщенном виде представлен на рис. 2.

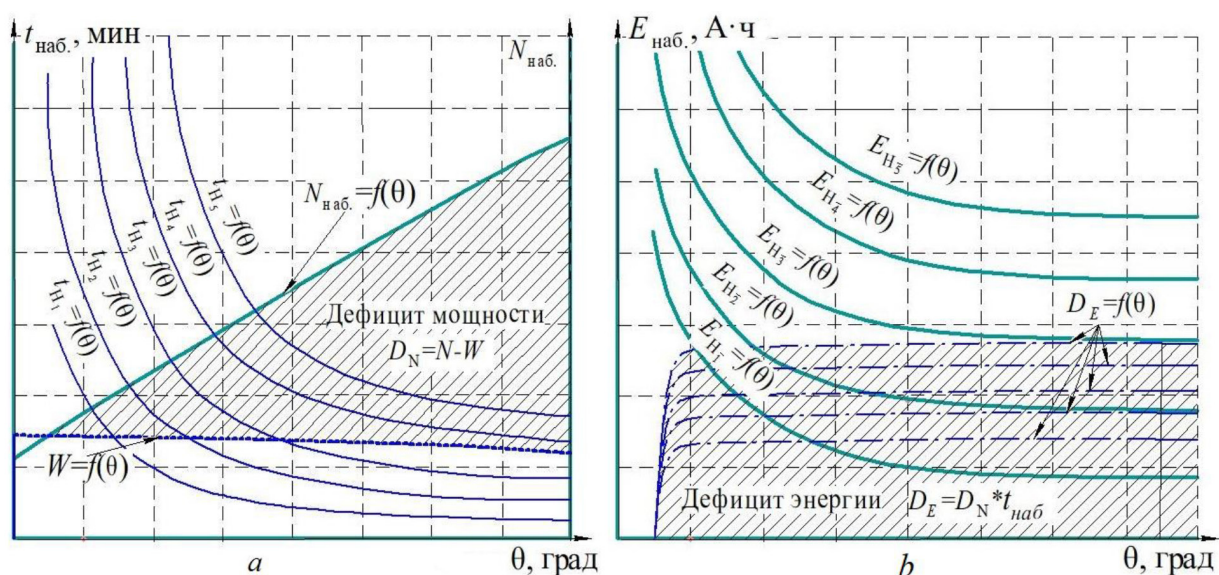


Рис. 2. Характер взаимовлияния основных параметров взлета БПЛА: *a* – зависимость времени необходимого для набора высот H_1-H_5 и потребной мощности $N_{\text{наб.}}$ от угла набора высоты θ (W – текущая мощность солнечных панелей); *b* – зависимость потраченной энергии $E_{H_1-H_5}$ и ее дефицита D_E от высоты H_1-H_5 и угла набора θ

Fig. 2. The main dependencies during take-off: *a* – the dependence of the time required for a set of heights of H_1-H_5 and the required power at the same time on the angle of the climb θ (W – current power of solar panels); *b* – the dependence of the energy $E_{H_1-H_5}$ expended and its deficit D_E in the height of H_1-H_5 on the height of the climb θ

Исходя из данных, приведенных на рис. 2, следует, что с увеличением угла набора высоты фактическая мощность $W(\theta)$, генерируемая солнечной энергоустановкой, уменьшается. Причиной этого является уменьшение площади плановой проекции солнечных элементов на горизонтальную плоскость. К тому же величина необходимой мощности $N_{\text{наб.}}$ стремительно растет с увеличением угла атаки. В результате формируется значительный дефицит мощности $D_N = N - W$

(разница между необходимой мощностью и мощностью, сгенерированной солнечной энергоустановкой). Процесс определения параметров взлета усложняется тем, что при окончательном выборе угла θ необходимо ввести коррекцию в сторону увеличения на возможное наличие в зоне взлета деревьев, линий электропередач и т. д. Таким образом, выбор энергетических параметров на этапе взлета сводится к определению угла набора θ , величины необходимой мощности $N_{\text{наб.}}$ и дефицита энергии D_E .

Пример реализации такого алгоритма выполнен для экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ (рис. 3), исходные данные которого приведены в табл. 1, а результаты расчета представлены соответственно на рис. 4 и в табл. 2.



Рис. 3. Экспериментальный образец БПЛА на СЭ

Fig. 3. Experimental model of UAV on solar energy

Таблица 1. Исходные параметры экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ

Table 1. The initial parameters of the experimental (flight) sample of UAV on solar energy

Параметр	Значение
Потребная мощность для выполнения горизонтального полета $N_{\text{г.п.}}$, Вт	90
Мощность солнечной установки при горизонтальном полете $W_{\text{г.п.}}$, Вт	110
Площадь крыла S , м ²	0,91
Взлетная масса летательного аппарата m_0 , кг	4,4
Коэффициент подъемной силы при горизонтальном полете C_y	0,25

Анализируя опыт проведения полетов экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ, нами установлено, что рациональным углом взлета, гарантирующим безопасность, является угол в пределах 15° (см. рис. 4). Поскольку на начальном этапе расчета большинство параметров неизвестны, именно угол атаки становится переменной, от которой мы можем отталкиваться при определении значений недостающих параметров. Имея зависимости $N_{\text{наб.}} = f(\theta)$, $W = f(\theta)$ и значение угла набора высоты θ (рис. 4, *a*), легко определить значения необходимой мощности $N_{\text{наб.}}$, мощности энергоустановки W и фактический дефицит мощности D_N . Используя кривые $E_{\text{наб.}} = f(\theta)$ и $D_E = f(\theta)$ с рис. 4, *b*, можно сформировать величину дефицита энергии D_E , который накопится за время достижения определенной высоты. По результатам анализа данных (см. рис. 4) нами были определены рациональные параметры для этапа взлета экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ, которые будут использованы при настройке автопилота.

Из вышеприведенных данных следует, что самолет на солнечной энергии для выполнения этапа взлета и набора рабочей высоты должен иметь дополнительный источник питания (аккумулятор), чтобы компенсировать дефицит энергии. Использовать для этой цели избыток солнечных элементов нерационально, поскольку на этапе горизонтального полета (основной этап) некое количество СЭ будет не задействовано. К примеру, экспериментальному (летному) образцу БПЛА на СЭ для взлета нужно приблизительно в 3 раза больше необходимой мощности, чем для

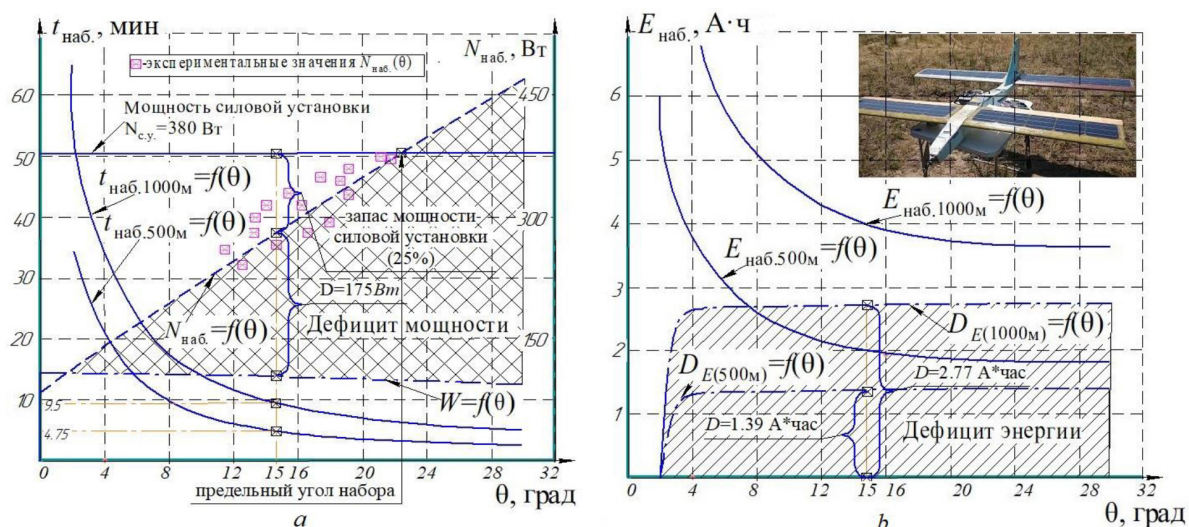


Рис. 4. Зависимость энергетических параметров экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ от угла набора высоты: *a* – зависимость времени, необходимого для набора высот 500, 1000 м, и потребной мощности при этом от угла набора высоты (*W* – текущая мощность солнечных панелей); *b* – зависимость потраченной энергии $E_{\text{наб}}$ и ее дефицита D_E при наборе высоты 500, 1000 м от угла набора высоты

Fig. 4. The main dependencies during take-off for an existing aircraft on solar energy: *a* – the dependence of the time required for a set of heights of 500, 1000 m and the required power at the same time on the angle of the climb (*W* – current power of solar panels); *b* – the dependence of the energy E_{set} expended and its deficit D_E in the height of 500, 1000 m on the height of the climb

горизонтального полета. Чтобы обеспечить такую мощность, необходимо разместить 1,5 м² солнечных элементов, это в разы увеличит размах, вес, удлинение крыла, что не является рациональным. В опытном образце был использован для компенсации энергии аккумулятор емкостью 2,2–4,0 А·ч.

Также следует заложить запас мощности силовой установки. В нашем случае он составил около 25 %, что позволило увеличить предельный угол набора высоты, тем самым повысить эксплуатационные возможности летательного аппарата.

Для большинства БПЛА время взлета и набор высоты составляет < 5 % от общего времени полета. Если время достижения рабочей высоты не нормировано, то допускается снижение дефицита энергии путем уменьшения угла набора высоты и увеличения мощности СЭ. В таком случае период взлета и набора рабочей высоты может составлять до 20 % от общего времени полета, что ухудшит эксплуатационную эффективность самолета.

Таблица 2. Рекомендуемые параметры этапа взлета экспериментального (летного) БПЛА на СЭ
Table 2. Recommended parameters for the takeoff phase of an experimental (flight) UAV on solar energy

Параметры летного эксперимента	Значение
Стартовая скорость, скорость схода из стартового устройства $V_{\text{отр}}$, м/с	8–10
Мощность при наборе высоты $N_{\text{наб}}$, Вт	261
Дефицит мощность при наборе высоты, Вт	177
Угол набора θ , град	15
Время для достижения высоты 500/1000 м, мин	4,75/9,50
Энергия сгенерирована СЭ за период достижения высоты 500/1000 м, А·ч	0,69/1,38
Дефицит энергии при достижении высоты 500/1000 м, А·ч	1,39/2,77

Горизонтальный полет является наиболее прогнозируемым этапом полета. Подробно особенности энергообеспечения БПЛА на СЭ были описаны нами в предыдущих публикациях [7, 10].

Было установлено, что для осуществления длительного полета самолета на солнечной энергии в режиме горизонтального полета должно выполняться следующее условие:

$$\frac{W\eta_c - W_c}{S} \geq \frac{C_x}{SC_y^{3/2}} \sqrt{\frac{2\lambda g^3}{\rho} \frac{m_0^{3/2}}{l}}, \quad (6)$$

где W – мощность солнечной энергоустановки, η_c – коэффициент полезного действия электрической системы, W_c – необходимая мощность для питания БПЛА, C_x – коэффициент лобового сопротивления, λ – удлинение крыла, l – размах крыла.

Стоит заметить, что профицит генерируемой энергии при выполнении горизонтального полета можно не только накапливать в аккумуляторе, но и превращать ее в потенциальную энергию тела путем постепенного набора высоты. При дефиците энергии летательный аппарат будет снижаться до определенной высоты, обычно при отсутствии условия жесткого соблюдения высоты полета. Например, при выполнении горизонтального полета некий аппарат на СЭ имеет профицит энергии. Это позволяет повысить мощность и получить вертикальную составляющую скорости при постоянной горизонтальной скорости и тем самым увеличить длительность полета.

Планирование (снижение и посадка). В настоящее время существует несколько вариантов посадки (рис. 5), которые продиктованы эксплуатационными характеристиками и особенностями эксплуатации БПЛА. Условно можно выделить следующие схемы посадки: на взлетно-посадочную полосу (по-самолетному), на площадку (по-вертолетному), на парашюте, в улавливающее устройство и на корпус. Как правило, затраты энергии на выполнение данного этапа не превышают энергозатрат на выполнение горизонтального полета, а в большинстве случаев являются незначительными и составляют не более 5 % от общего потребления. Энергия расходуется исключительно на питание систем, а полет реализуется за счет снижения и, соответственно, расхода накопившейся потенциальной энергии летательного аппарата.

Недостатком посадки на взлетно-посадочную полосу является низкая автономность осуществления посадки, обусловленная зависимостью от наземной инфраструктуры, что существенно ограничивает оперативность использования БПЛА.



Рис. 5. Основные варианты посадки БПЛА

Fig. 5. The main options for landing UAV

Недостатком парашютного способа является низкая точность посадки (от десятков до сотен метров), что требует дополнительных затрат времени на поиск БПЛА. Кроме того, для реализации этого способа может потребоваться площадка больших размеров, свободная от объектов. Затраты времени на поиск БПЛА на значительной территории обуславливают низкую оперативность повторного применения, снижается степень автономности. Общая масса парашютной и амортизационной системы может достигать 20–25 % от взлетной массы. Это значительно ограничивает массу целевой нагрузки.

При посадке в улавливающее устройство требуется высокая точность определения координат и предусматривается наличие системы заведения БПЛА в захватывающее устройство. Главное преимущество схемы посадки в захватывающее устройство заключается в минимизации посадочного места на небольшом открытом участке местности.

Вариант посадки на корпус потребует от летательного аппарата достаточной прочности, низкой вертикальной скорости (до 5–7 м/с), отсутствия выступающих конструктивных элементов, которые могут повредиться при контакте с землей. При реализации БПЛА на СЭ для обеспечения необходимой энергии требуется значительная площадь под размещение солнечных элементов. Нагрузка на крыло такого аппарата ниже по сравнению с БПЛА без СЭ.

Для выбора посадки необходимо учесть преимущества и недостатки (см. рис. 5), а также их влияние на эффективность использования конкретного летательного аппарата. Для посадки следует выбирать: для класса мини (5–7 кг) – посадку на парашюте; для аппаратов с низкими посадочными скоростями и низкой нагрузкой на крыло – посадку на корпус; для средних и тяжелых БПЛА – посадку на взлетно-посадочную полосу.

Полет по кругу (с креном или без). Полет самолета по криволинейной траектории в горизонтальной плоскости называется виражом. Виращ является одним из самых простых и распространенных видов криволинейного полета и используется для разворота самолета. Если при выполнении виража скольжение отсутствует и при этом скорость виража V_B , высота полета и угол крена γ не меняются, то виращ называют правильным (индекс – п.в). При выполнении правильного виража на самолет действуют сила тяжести G , подъемная сила Y , сила тяги двигателя P и сила лобового сопротивления Q . Учитывая, что сила тяги совпадает с направлением скорости полета, уравнение, описывающее данный случай полета, имеет вид [13]

$$P = Q, G = Y \cos \gamma, \frac{m_0 V_B^2}{r} = Y \sin \gamma. \quad (7)$$

Для выполнения правильного виража необходимо затратить определенную мощность $N_{п.в}$, а при расчете энергозатрат W_B необходимо знать радиус r_B , время t_B и скорость V_B . Все перечисленные величины могут быть определены из следующей совокупности уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{п.в} = P_{п.в} V_B = c_x S \rho \frac{V_B^3}{2}; \\ W_B = N_{п.в} \cdot t_B = 2 \varphi \rho g S m_0^2 \frac{1}{K C_y \sin \gamma}; \\ r_B = \frac{m_0 V_B^2}{Y \sin \gamma}; \\ t_B = \frac{\varphi r_B}{V_B}; \\ V_B = \sqrt{\frac{2G}{\rho S C_y \cos \gamma}}. \end{array} \right. \quad (8)$$

Анализируя полученные зависимости (8), можно выделить группы параметров, влияющих на энергозатраты при выполнении маневра: параметры, связанные с характеристиками летательного аппарата (площадь крыла S , взлетная масса m_0 , аэродинамическое качество K , коэффициент

подъемной силы C_y); параметры, связанные с выполнением маневра (угол поворота φ , угол крена γ) и условно постоянные параметры (плотность воздуха ρ , ускорение свободного падения g).

Графическая интерпретация взаимовлияния параметров уравнений (8) в обобщенном виде представлена на рис. 6. Для упрощения математической модели результаты исследования представлены для случая, когда Солнце находится в зените. По сравнению с горизонтальным полетом при крене меняется не только величина энергозатрат, но и величина сгенерированной энергии. Естественно, что при оценке изменения величины сгенерированной энергии важно понимать положение солнечных элементов, размещенных на крыле, относительно Солнца.

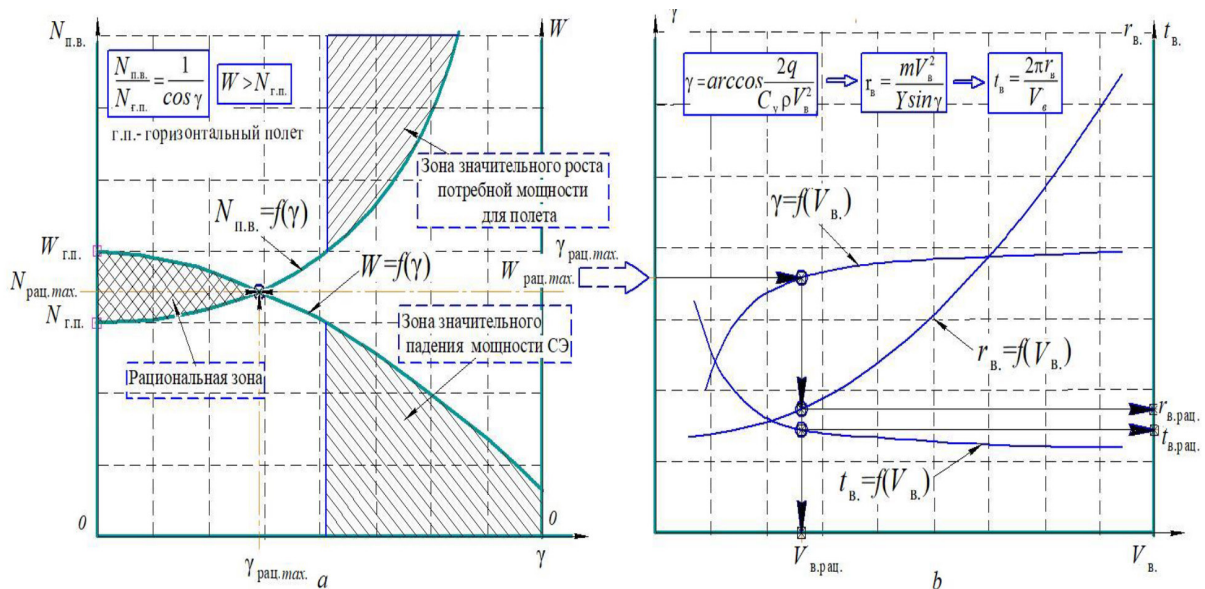


Рис. 6. Характер взаимовлияния основных энергетических и кинематических характеристик БПЛА на СЭ от параметров виража: a – зависимость мощности солнечных элементов W и потребляемой мощности для выполнения виража $N_{п.в.}$ от угла крена γ ; b – зависимость угла крена γ , радиуса r_b и времени t_b от скорости виража V_b

Fig. 6. The main dependencies when performing the correct puncture: a – dependence of panel power W and power to perform a bend $N_{п.в.}$ on the angle of the roll γ ; b – dependence of the angle of the roll γ , radius r_b and time t_b on the speed of the turn V_b

Поскольку энергетические зависимости являются ключевыми для реализации полета, характер изменения мощности солнечной энергоустановки W и потребляемой мощности для выполнения правильного виража $N_{п.в.}$ является определяющим при выборе параметров виража. Имея зависимость мощности СЭ и потребляемой мощности для выполнения виража от угла крена, можно выделить зону рациональных параметров (индекс – рац.) для вышеуказанных величин (см. рис. 6, a). Точка пересечения кривых (точка А) определяет максимально возможные рациональные значения для мощности панелей, потребляемой мощности для выполнения виража и угла крена. Получив рациональный угол крена при вираже и построив зависимости угла крена, радиуса, времени от скорости виража, можно графическим способом определить остальные рациональные характеристики ($r_{в.рац.}$, $t_{в.рац.}$ и $V_{в.рац.}$) (см. рис. 6, b).

Для примера проведем определения рациональных характеристик виража для экспериментального (летного) БПЛА на СЭ (см. рис. 3). Входные величины для расчета приведены в табл. 1. По результатам расчета были получены зависимости (рис. 7) и конкретные характеристики правильного виража для данного случая (табл. 3). Характеристики энергопотребления экспериментального БПЛА на СЭ, полученные в результате серии полетов, приведены на рис. 8.

Из приведенных данных следует, что для выполнения правильного виража необходимо затратить мощность, превышающую мощность СЭ (см. рис. 7). Таким образом, при выполнении разворота или поворота во избежание потери высоты нужно также использовать аккумулятор.

Полет в неспокойной приемной атмосфере. Полет в турбулентной атмосфере (болтанка) определяет колебательный характер траектории и угловые колебания БПЛА относительно центра масс. При попадании БПЛА с нисходящего потока в восходящий возможно резкое подбрасывания

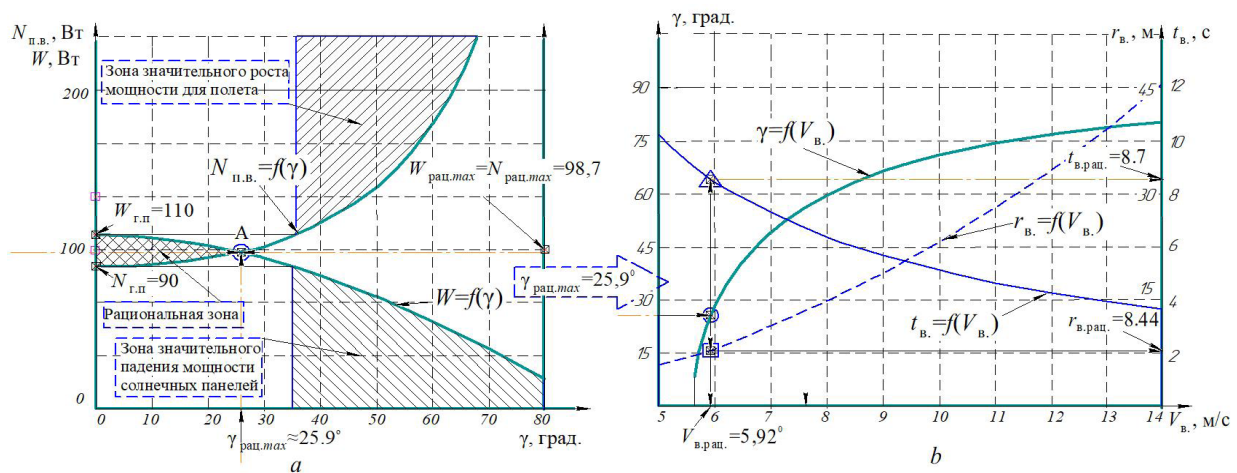


Рис. 7. Изменение энергетических и кинематических параметров экспериментального (летного) БПЛА на СЭ при выполнении правильного виража: *a* – зависимость мощности панелей W и потребной мощности для выполнения виража $N_{п.в.}$ от угла крена γ ; *b* – зависимость угла крена γ , радиуса r_b и времени t_b от скорости виража V_b

Fig. 7. The main dependencies when performing the correct puncture for existing (flight) UAV on solar energy: *a* – dependence of panel power W and power to perform a bend on the angle $N_{п.в.}$ of the roll γ ; *b* – dependence of the angle of the roll γ , radius r_i and time t_i on the speed of the turn V_i

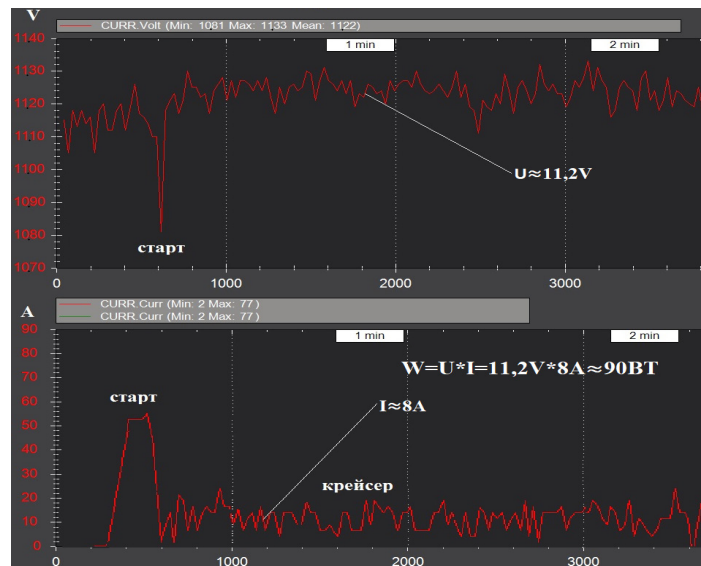


Рис. 8. Энергопотребление существующего БПЛА на СЭ во время полета
 Fig. 8. The power consumption of the existing UAV on solar energy during flight

Таблица 3. Рекомендуемые параметры этапа выполнения правильного виража для экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ
 Table 3. Recommended parameters for performing the correct turn for an experimental (flight) sample of a UAV on solar energy

Характеристика	Значение
Мощность для выполнения виража $N_{п.в.}$, Вт	98,7
Угол крена при выполнении виража $\gamma,^\circ$	$\leq 25,9$
Скорость выполнения виража V_b , м/с	5,92
Радиус виража r_b , м	8,44
Время виража t_b , с	8,7
Энергозатраты при выполнении правильного виража на 360° , Вт·с	858,7

самолета вверх. Это приводит к резкому увеличению нагрузок, действующих на конструкцию, и в определенных случаях привести к разрушению БПЛА. При полете самолета в режиме болтанки отдельные элементы конструкции воспринимают знакопеременные нагрузки и при этом деформируются. В результате в материале конструкции появляются изменения – в элементах конструкции возникают микротрещины, которые растут от полета к полету и в итоге могут привести к так называемому усталостному разрушению конструкции. К тому же существует реальная угроза разрушения СЭ и частичного либо полного выхода из строя солнечной энергоустановки. В этом случае требования по условиям эксплуатации СЭ становятся определяющими, так как по своей кристаллической природе они плохо реагируют на деформации.

В беспокойном воздухе на БПЛА действуют порывы ветра различного направления [14]. Порыв ветра может изменить углы атаки, скольжения и скорость набегающего потока, в результате чего изменятся величины аэродинамических сил и их моментов, которые в свою очередь вызывают нарушение равновесия самолета и изменение величины перегрузки. Вертикальные воздушные потоки – восходящие и нисходящие – имеют наибольшее значение с точки зрения безопасности полета.

При попадании БПЛА в восходящий поток (V_{1y}) существуют две опасности: получение перегрузки, большей максимально допустимой, и разрушения БПЛА в воздухе; выход БПЛА на срывные углы атаки и сваливание. В случае попадания в восходящий поток угол атаки α увеличивается на $\Delta\alpha_{V_1}$ (рис. 9, б), что провоцирует резкое повышение подъемной силы. Вследствие значительных размеров и малой массы БПЛА подвергается значительному влиянию порывов на вертикальную перегрузку $n_{y.бол}$, которое определяется по формуле

$$n_{y.бол} = 1 \pm \frac{C_y^\alpha V_{1y} \rho V}{q} \leq [n_y] \tag{9}$$

где C_y^α – значение коэффициента подъемной при заданном угле атаки, V_{1y} – скорость порыва.

Зависимость эксплуатационных перегрузок от величины порыва для экспериментального (летного) образца БПЛА приведена на рис. 9, а. Зависимости высоты полета, скорости полета, перегрузок реального образца БПЛА на СЭ от времени на финишном этапе полета (снижение, посадка)

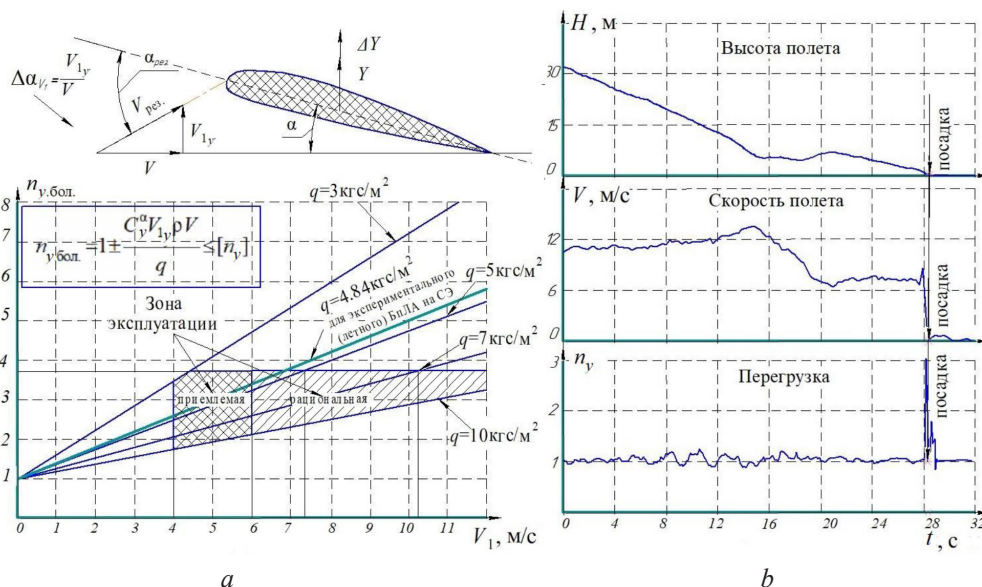


Рис. 9. Показатели движения БПЛА в беспокойной атмосфере: а – зависимость перегрузки от скорости порыва для различных значений нагрузки на крыло и изменение угла атаки при вертикальном порыве; б – зависимости высоты полета, скорости полета, перегрузок реального образца БПЛА на СЭ от времени на финишном этапе полета (снижение, посадка)

Fig. 9. Movement of UAV in turbulent atmosphere: а – dependence of the overload on the speed of the impulse for various values of the load on the wing and the change in the angle of attack in the vertical rush; б – dependence of flight altitude, flight speed, overloads of the real sample of the UAV on solar energy from time to time at the final flight stage (reduction, landing)

перегрузок от времени на финишном этапе полета (снижение, посадка) (рис. 9, b) получены путем расшифровки log-файлов автопилота APM 2.6.

При большом удлинении (20–30 единиц) и малой нагрузке на крыло (5–7 кг/м²) даже при небольших вертикальных порывах $V_1 = 5–7$ м/с (см. рис. 9, a) возникает значительная вертикальная перегрузка (3–4 единицы), что ставит ограничения на возможность эксплуатации самолетов на солнечной энергии [7].

Планирование продолжительности полета БпЛА на СЭ. Для реализации продолжительных полетов (4–6 ч) следует обеспечить ряд условий. К ним в первую очередь следует отнести аэродинамическое совершенство летательного аппарата и его энергоэффективность. Очевидно, что основным критерием выполнения полета выступает время T . Поскольку любой полет можно разделить на этапы, то задача реализации длительного полета формируется условием обеспечения суммарного энергетического баланса на протяжении выполнения соответствующих этапов.

Этап набора высоты (взлет) является особо энергозатратным. Большинство (60–80 %) энергии на его выполнение должен давать бортовой аккумулятор.

Этап горизонтального полета является основным режимом работы самолета, во время которого сгенерированная энергия солнечных панелей должна обеспечить питание самолет в целом. Возможно наличие дефицита или профицита, но его величина должна быть незначительной (до 10 %). При этом следует учесть наличие в системе аккумулятора соответствующей емкости

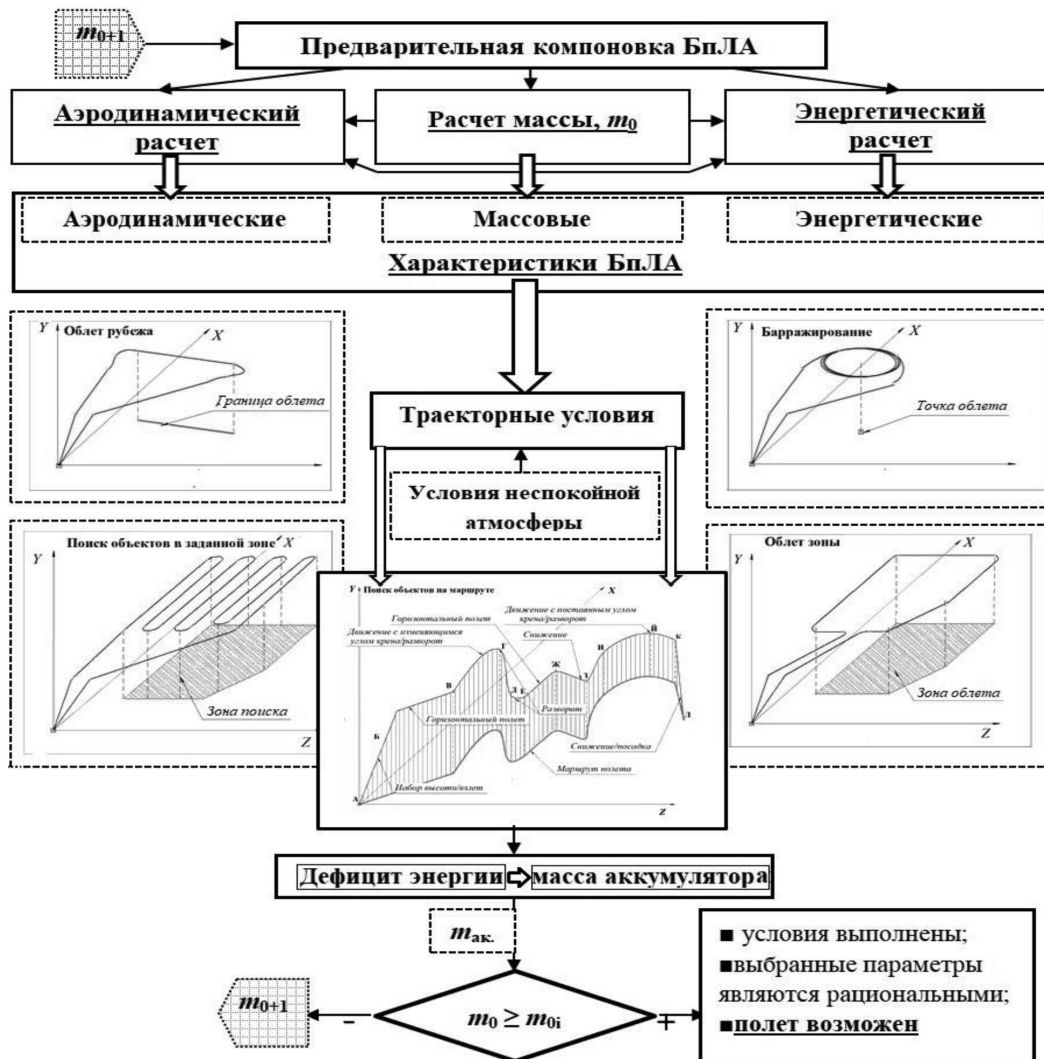


Рис. 10. Алгоритм определения условий реализации полета БпЛА на СЭ

Fig. 10. Algorithm for determining the conditions for the implementation of the UAV on solar energy

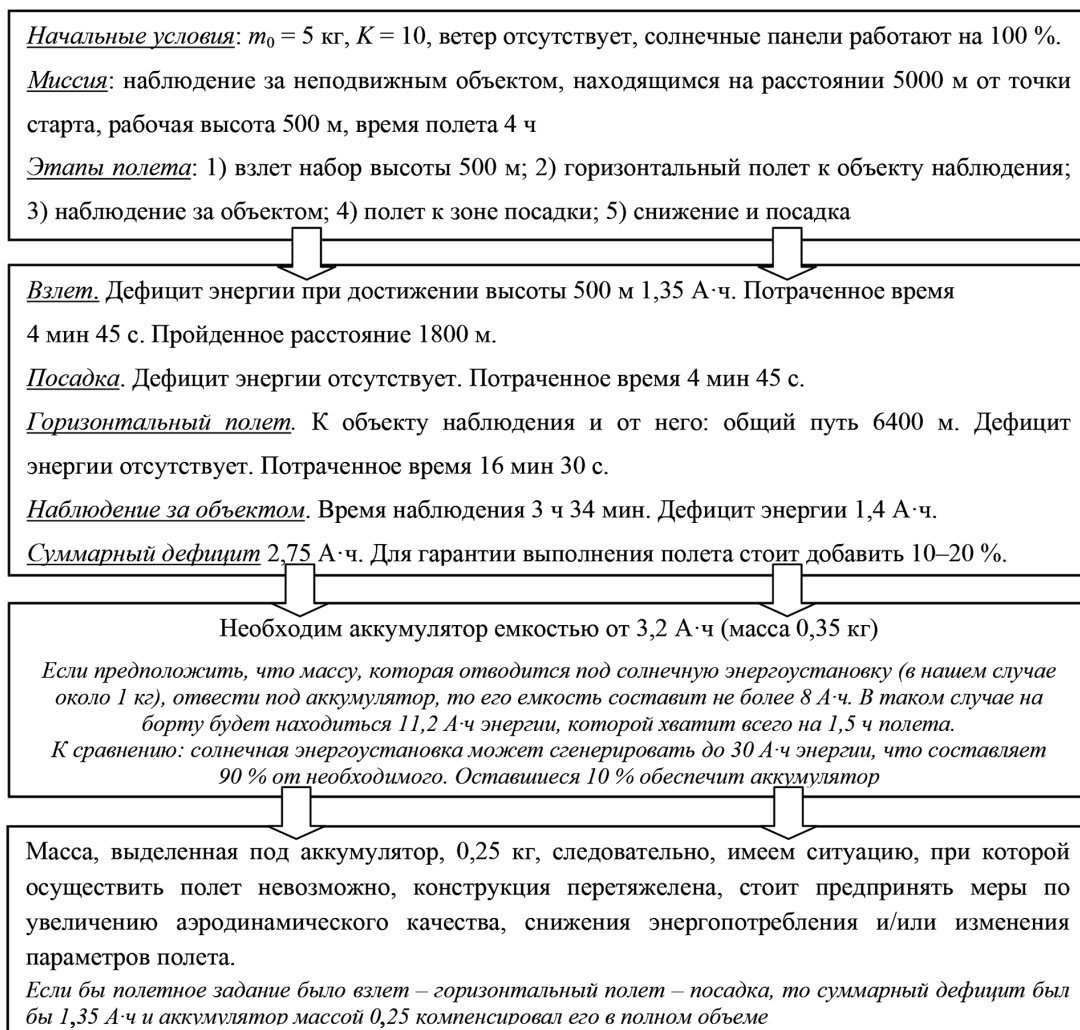


Рис. 11. Пример формирования плана полета БпЛА на СЭ

Fig. 11. Example of flight planning UAV on solar energy

для компенсации дефицита или накопления энергии. На виражах также существует дефицит энергии, который должен быть учтен.

При планировании траектории полета БпЛА (рис. 10) необходимо оценить возможный дефицит энергии на выполнение продолжительного полета. Как следствие, масса аккумулятора $m_{ак}$, который будет компенсировать дефицит, становится определяющей при оценке возможности реализации конкретного полета. Пример определения условий реализации продолжительного полета показан на рис. 11.

Если масса аккумулятора превышает отведенную массу, получаем превышение взлетной массы (из расчета массы в первом приближении). В таком случае следует выполнить меры по уменьшению массы аккумулятора (дефицита энергии) путем повышения аэродинамического качества, уменьшения энергопотребления, упрощения траектории и др.

Заключение. С учетом конструктивных и эксплуатационных ограничений определены возможные траектории полета БпЛА на СЭ для решения конкретных практических задач. Предложена дискретная модель планирования траектории маршрута.

Описаны принципы реализации этапа взлета и посадки БпЛА на СЭ. Определены зависимости между энергозатратами и основными параметрами взлета (угол набора высоты, время набора высоты 500, 1000 м). Для рационального выполнения этапа взлета и набора рабочей высоты самолет должен иметь дополнительный источник питания (аккумулятор) с целью компенсации

дефицита энергии. Если время достижения рабочей высоты не нормировано, то возможно уменьшить дефицит энергии путем уменьшения угла набора высоты и увеличением мощности СЭ. В таком случае период взлета и набора рабочей высоты может составлять до 20 % от общего времени полета, что снижает эксплуатационную эффективность самолета. Для посадки следует выбрать: посадку на парашюте для БПЛА класса мини (5–7 кг); посадку на корпус для аппаратов с низкими посадочными скоростями (< 7 м/с) и низкой нагрузкой на крыло (< 10 кг/м²); посадку на взлетно-посадочную полосу для средних и тяжелых БПЛА.

Получены зависимости для определения основных параметров ($W, N_{п.в}$) энергетического баланса БПЛА на СЭ от параметров выража (γ, r_B, t_B, V_B). Проведена верификация полученных зависимостей на основе сравнения расчетных и экспериментальных данных для экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ. Сходимость результатов расчета и эксперимента находится в пределах 15–20 %.

Установлены факторы, действующие на летательный аппарат в неспокойной, приземной атмосфере и их влияние на эксплуатационные, а также конструктивные ограничения.

Определены рекомендуемые параметры для этапов полета экспериментального (летного) образца БПЛА на СЭ, которые используются при настройке автопилота.

Разработан обобщенный алгоритм определения условий реализации продолжительного полета БПЛА на СЭ, в котором учитываются массовые, аэродинамические, энергетические характеристики; траекторные, атмосферные эксплуатационные условия. Подтверждено, что реализовать продолжительный полет (4–6 ч) БПЛА на СЭ возможно.

Список использованных источников

1. Планирование траектории беспилотного летательного аппарата в сложных условиях при наличии угроз / М. А. Андреев [и др.] // Изв. Рос. акад. наук. Теория и системы управления. – 2012. – № 2. – С. 166–176.
2. Канатников, А. Н. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости [Электронный ресурс] / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко, С. Б. Ткачев // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2012. – № 3. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/dopustimye-prostranstvennye-traektorii-bespilotnogo-letatel'nogo-apparata-v-vertikalnoy-ploskosti>. – Дата доступа: 21.09.2017.
3. Карцев, Н. В. Планирование траектории полета БПЛА / Н. В. Карцев, О. С. Салыкова // Образование и наука в современных условиях: материалы VI Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 26 февр. 2016 г.) [Электронный ресурс] / редкол.: О. Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – № 1 (6). – С. 266–268. – Режим доступа: <https://interactive-plus.ru/e-publications/e-publication-207.pdf> – Дата доступа: 15.09.2017.
4. Тань Лиго. Решение задачи планирования полета малогабаритного беспилотного летательного аппарата в условиях городской среды / Тань Лиго, А. В. Фомичев, Ян Лю // Автоматизация. Современные технологии. – 2015. – № 7. – С. 19–24.
5. Differential Geometric Path Planning of Multiple UAVs / M. Shanmugavel [et al.] // J. Dyn. Sys., Meas., Control. – 2007. – Vol. 129, Iss. 5. – P. 620–632. <https://doi.org/10.1115/1.2767657>
6. Велищанский, М. А. Движение летательного аппарата в вертикальной плоскости при наличии ограничений на состояния / М. А. Велищанский // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Естеств. науки. – 2016. – № 3. – С. 70–81. <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2016-3-70-81>
7. Сухов, В. В. Сучасний стан та перспективи розвитку літаків на сонячній енергії в Україні / В. В. Сухов, А. В. Іващук, Я. С. Козей // Вісн. НТУУ КПІ. Сер. Машинобудування. – 2016. – Т. 2, №. 77. – С. 5–14. <https://doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.71470>
8. North, A. Design of solar powered airplanes for continuous flight [Electronic resource] / A. North. – Zürich, 2008. – 196 p. – Mode of access: http://www.sky-sailor.ethz.ch/docs/Conceptual_Design_of_Solar_Powered_Airplanes_for_continuous_flight.pdf – Date of access: 03.11.2016.
9. Сальник, Ю. П. Сучасний стан оснащення Збройних сил України безпілотними авіаційними комплексами / Ю. П. Сальник, І. В. Матала, В. А. Онищенко // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – 2011. – Вип. 2 (28). – С. 46–51.
10. Sukhov, V. Analysis of mass and energy balance of the unmanned aerial vehicles on solar energy / V. Sukhov, Y. Kozei // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol. 3, № 9 (87). – P. 10–18. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.101974>
11. Гребеников, А. Г. Общие виды и характеристики беспилотных летательных аппаратов: справ. пособие / А. Г. Гребеников, А. К. Мялица, В. В. Парфенюк. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьковский авиационный институт», 2008. – 377 с.
12. Харченко, О. В. Класифікація та тенденції створення безпілотних літальних апаратів військового призначення / О. В. Харченко, В. В. Кулешин, Ю. В. Коцуренко // Наука і оборона. – 2005. – № 1 – С. 47–54.
13. Сілков, В. І. Бойове маневрування літальних апаратів / В. І. Сілков. – Київ: НАОУ, 2004. – 318 с.
14. Доброленский, Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. – М.: Машиностроение, 1969. – 256 с.

References

1. Andreyev M. A., Miller A. B., Miller B. M., Stepanyan K. V. Path planning for unmanned aerial vehicle under complicated conditions and hazards. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, iss. 2, pp. 328–338. <https://doi.org/10.1134/S1064230712010030>
2. Kanatnikov A. N., Krishchenko A. P., Tkachev S. B. The permissible spatial trajectories of an unmanned aerial vehicle in the vertical plane. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: a Scientific Publication. N. E. Bauman MSTU], 2012, no. 3. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/dopustimye-prostranstvennyetraektorii-bespilotnogo-letatel'nogo-apparata-v-vertikalnoy-ploskosti> (Accessed 21 September 2017) (in Russian).
3. Kartsev, N. V. Planning the flight path of a UAV. *Obrazovaniye i nauka v sovremennykh usloviyakh: materialy VI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Education and Science in Modern Conditions: Materials VI Intern. Scientific-Practical. Conf.] Cheboksary: Center for Scientific Cooperation “Interaktiv plus”, 2016, pp. 266–268. Available at: <https://interactive-plus.ru/e-publications/e-publication-207.pdf> (Accessed 15 September 2017) (in Russian).
4. Tan’ Ligo, Fomichev A. V., Yan Lyu. Solution of the problem of planning the flight of a small unmanned aerial vehicle in an urban environment. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii = Automation. Modern Technologies*, 2015, no. 7, pp. 19–24 (in Russian).
5. Shanmugavel M., Tsourdos A., White B. A., Żbikowski R. Differential Geometric Path Planning of Multiple UAVs. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2007, vol. 129, iss. 5, pp. 620–632. <https://doi.org/10.1115/1.2767657>
6. Velishchansky M. A. Aircraft movement in a vertical plane with state constraints. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2016, no. 3 (66), pp. 70–81 (in Russian). <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2016-3-70-81>
7. Sukhov V. V., Ivashchuk A. V., Kozei Ya. S. Current state and prospects for the development of solar powered aircraft in Ukraine. *Visnik NTUU KPI. Seriya Mashinobuduvannya = Journal of Mechanical Engineering NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”*, 2016, vol. 2, no. 77, pp. 5–14 (in Ukrainian). <https://doi.org/10.20535/2305-9001.2016.77.71470>
8. North A. *Design of Solar Powered Airplanes for Continuous Flight: diss. eth. no. 18010*. Zürich, 2008. Available at: <http://www.sky-sailor.ethz.ch> (Accessed 3 November 2016).
9. Salnik Yu. P., Matala I. V., Onyschenko V. A. Current state of unmanned aerial complexes of the Ukrainian Armed Forces. *Zbirnik naukovikh prats’ Kharkivs’kogo universitetu Povitryanikh Sil = Scientific Works of Kharkiv National Air Force University*, 2011, iss. 2 (28), pp. 46–51 (in Ukrainian).
10. Sukhov V., Kozei Y. Analysis of mass and energy balance of the unmanned aerial vehicles on solar energy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, vol. 3, no. 9 (87), pp. 10–18. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.101974>
11. Grebenikov A. G., Myalitsa A. K., Parfenyuk V. V. *General Views and Characteristics of Unmanned Aerial Vehicles*. Khar’kov, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, 2008. 377 p. (in Russian).
12. Kharchenko O. V., Kuleshin V. V., Kotsurenko Yu. V. Classification and trends in development of pilotless flying vehicles of military purpose. *Nauka i oborona = Science and Defense*, 2005, no. 1, pp. 47–54 (in Ukrainian).
13. Silkov V. I. *Combat Maneuvering of Aircraft*. Kіiv, Natsional’na akademiya oboroni Ukraїni Publ., 2004. 318 p. (in Ukrainian).
14. Dobrolensky Yu. P. *The Dynamics of Flight in a Troubled Atmosphere*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 256 p. (in Russian).

Информация об авторах

Сухов Виталий Викторович – доктор технических наук, профессор, кафедра авиа- и ракетостроения, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» (пр. Победы, 37, 03056, Киев, Украина). E-mail: sukhovkpi@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-4151-605X>

Козей Ярослав Сергеевич – аспирант, кафедра авиа- и ракетостроения, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского» (пр. Победы, 37, 03056, Киев, Украина). E-mail: kozeiyaroslav@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-6174-3364>

Information about the authors

Vitaliy V. Suchow – D. Sc. (Engineering), Professor, Department of the Aviation and Space Systems, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (37, Peremogy Ave., 03056, Kyiv, Ukraine). E-mail: sukhovkpi@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-4151-605X>

Yaroslav S. Kozei – Postgraduate Student, Department of the Aviation and Space Systems, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” (37, Peremogy Ave., 03056, Kyiv, Ukraine). E-mail: kozeiyaroslav@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-6174-3364>

ISSN 1561-8358 (Print)
ISSN 2524-244X (Online)

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ
INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

УДК 536.75
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-501-512>

Поступила в редакцию 17.05.2018
Received 17.05.2018

А. М. Крот, В. А. Сычѳв

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Беларусь*

**АНАЛИЗ ХАОТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СХЕМЫ ЧЖУА
С ГЛАДКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МАТРИЧНОЙ
ДЕКОМПОЗИЦИИ**

Аннотация. Проведен анализ схемы Чжуа с гладкой нелинейностью с применением метода матричной декомпозиции А. М. Крота. Получено разложение в матричный ряд системы уравнений Чжуа, в результате чего найдены линейное, квадратичное и кубическое матричные ядра. На основе данного разложения разработана имитационная модель электронной схемы, реализующей схему Чжуа с гладкой нелинейностью, и построены аттракторы для хаотического режима работы данной схемы. Предложенная схемотехническая реализация позволяет учитывать раздельное влияние нелинейностей высших порядков на процесс формирования хаотического режима функционирования схемы Чжуа. Это дает возможность провести серию экспериментов по исследованию модели, не реализуемых на обычной схеме Чжуа. В ходе экспериментов была обнаружена значительная корреляция между выходными сигналами кубического и квадратичного членов матричного ряда при хаотическом режиме работы схемы. Применение матричной декомпозиции в сочетании с вычислительным экспериментом позволило выявить, что модель Л. Д. Ландау начальной турбулентности (после срыва стационарного режима) достаточно хорошо описывает процесс возникновения хаотических режимов в схеме Чжуа. В частности показано, что режим жесткого самовозбуждения электрических колебаний в схеме Чжуа приводит к появлению хаотического аттрактора типа «двойной завиток» в пространстве состояний. Полученные результаты могут найти применение в задачах генерирования хаотических сигналов, в частности для решения проблем криптографии или управления мобильными роботами, а также для предотвращения возникновения хаотических режимов в работе электронных и механических устройств.

Ключевые слова: нелинейная динамическая система, схема Чжуа, хаотический аттрактор, матричный ряд в пространстве состояний, матричная декомпозиция схемы Чжуа, режим жесткого самовозбуждения электрических колебаний

Для цитирования. Крот, А. М. Анализ хаотических режимов функционирования схемы Чжуа с гладкой нелинейностью на основе метода матричной декомпозиции / А. М. Крот, В. А. Сычѳв // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 4. – С. 501–512. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-501-512>

A. M. Krot, U. A. Sychou

United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus

**THE ANALYSIS OF CHAOTIC REGIMES IN CHUA'S CIRCUIT WITH SMOOTH NONLINEARITY
BASED ON THE MATRIX DECOMPOSITION METHOD**

Abstract. The scope of this work are electric circuits or electronic devices with chaotic regimes, in particular the Chua's circuit. A nonlinear analysis of chaotic attractors based on the Krot's method of matrix decomposition of vector functions in state-space of complex systems has been used to investigate the Chua's circuit with smooth nonlinearity. It includes an analysis of linear term of the matrix series as well as an estimation of influence of high order terms of this series on stability of complex system under investigation. Here the method of matrix decomposition has been applied to analysis of the Chua's attractor. The terms of matrix series have been used to create a simulation model and to reconstruct an attractor of chaotic modes. The proposed simulation model makes it possible to separate an influence of nonlinearities on forming a chaotic regime of the Chua's circuit. Usage of both the matrix decomposition method and computational experiment has allowed us to find out that the initial turbulence model proposed by L. D. Landau is suitable for set-up description of the chaotic regime of the Chua's circuit. It is shown that a mode of hard self-excitation in the Chua's circuit leads to its chaotic regime operating with a double-scroll attractor in the state-space. The results might be used to generate of chaotic oscillations or data encryption.

Keywords: nonlinear dynamical system, Chua's circuit, chaotic attractor, matrix series in state-space, matrix decomposition of Chua's circuit

For citation. Krot A. M., Sychou U. A. The analysis of chaotic regimes in Chua's circuit with smooth nonlinearity based on the matrix decomposition method. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 4, pp. 501–512 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-4-501-512>

Введение. В работах [1–10] разработан метод анализа аттракторов сложных нелинейных динамических систем (НДС) на основе матричного ряда в пространстве состояний и рассмотрены многочисленные примеры применения данного метода для анализа нелинейных динамических систем. В их числе дискретные и непрерывные НДС, в том числе искусственные нейронные сети. Однако до настоящего времени теория матричной декомпозиции не применялась для исследования электрических цепей и электронных схем. В данной работе будет проведен анализ методом матричной декомпозиции системы уравнений, описывающих схему Чжуа. В [11] описывается данная схема, в том числе и система уравнений, лежащая в ее основе, а также дается вывод данной системы уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha(y - x - h(x)); \\ \frac{dy}{dt} &= x - y + z; \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta y,\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$h(x) = m_1 x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|).\tag{2}$$

Известно, что *хаотическая динамика* наблюдается при следующих значениях параметров:

$$\alpha = 15,6; \beta = 28; m_0 = -1,143; m_1 = -0,714.\tag{3}$$

График функции $h(x)$ при значениях управляющих параметров (3) на рис. 1 иллюстрирует зависимость напряжения V_{C1} на конденсаторе $C1$ в схеме Чжуа (рис. 1, *b*) от тока I_g , протекающего через резистор G .

Основным элементом схемы Чжуа является диод Чжуа, который представляет собой схемотехническую реализацию кусочно-линейной функции (2). Существует множество вариантов реализации схемы Чжуа и отдельных ее элементов. В частности, помимо кусочно-линейной характеристики нелинейного элемента для схемы Чжуа, в [12–17] описан элемент с гладкой нелинейностью. Данный элемент реализует функцию вида $p(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$.

Гладкая нелинейность в схеме Чжуа имеет ряд преимуществ над кусочно-линейной. Во-первых, она позволяет реализовать режимы работы схемы, недостижимые при кусочно-линейной характеристике. Во-вторых, она точнее описывает реальную электронную схему диода Чжуа, так как точное повторение кусочно-линейной характеристики затруднительно на аналоговой элементной базе. Таким образом, гладкая нелинейность открывает дополнительные возможности для исследования схемы Чжуа. Для применения метода матричной декомпозиции к (1), (2) целесообразно использовать именно гладкую нелинейность.

Анализ схемы Чжуа с гладкой нелинейностью методом матричной декомпозиции. Перепишем систему уравнений Чжуа (1) в новых обозначениях:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \alpha u_2 - \alpha u_1^3 - C \alpha u_1; \\ \dot{u}_2 = u_1 - u_2 + u_3; \\ \dot{u}_3 = -\beta u_2. \end{cases}\tag{4}$$

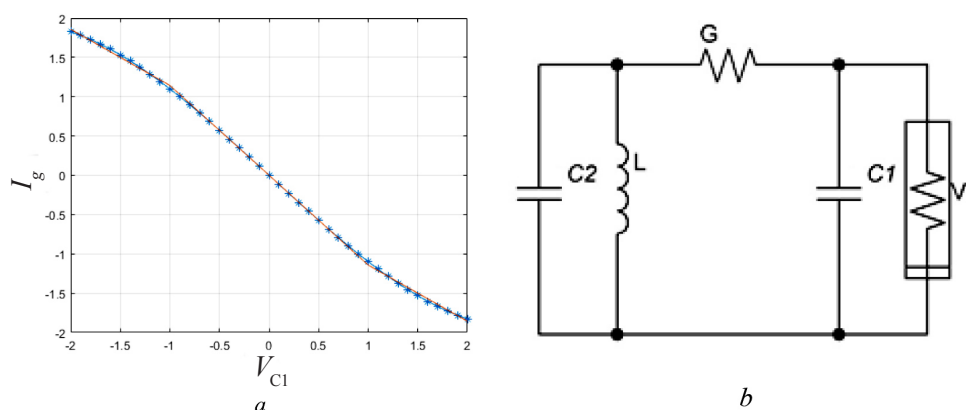


Рис. 1. Исходные данные: *a* – график функции $h(x)$ (красный цвет) в сравнении с характеристикой модели диода Чжуа (синий цвет, маркер «*»); *b* – схема Чжуа

Fig. 1. The initial conditions: *a* – the graph of the function $h(x)$ (red color) in comparison to the characteristic of the Chua’s diode (in blue, marker “*”); *b* – Chua’s circuit

Проведем анализ системы уравнений (4) методом матричной декомпозиции [1–10]. С учетом матричных обозначений система уравнений (4) может быть представлена посредством следующих векторных функций:

$$\dot{\vec{u}} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix}; \quad \vec{f}(\vec{u}, \vec{u}^*) = \begin{bmatrix} \alpha u_2 - A\alpha u_1^3 - C\alpha u_1 \\ u_1 - u_2 + u_3 \\ -\beta u_2 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Согласно [6] исследуем, как данная векторная функция \vec{f} зависит от рассматриваемых переменных

$$u_i = u_i^* + v_i, i = 1, 2, 3 \tag{6}$$

при воздействии малых возмущений v_i таких, что $|v_i| \ll |u_i|$, причем в (6) $u_i^* = u_i^*(t)$ рассматривается как невозмущенное решение системы уравнений (4), то есть как стандартное состояние НДС.

Учитывая (6), найдем приращение векторной функции (5) в виде

$$\Delta \dot{\vec{u}} = \Delta \vec{f},$$

где

$$\begin{aligned} \Delta \vec{f}(\vec{v}, \vec{u}^*) &= \vec{f}(\vec{u}^* + \vec{v}) - \vec{f}(\vec{u}^*) = \begin{bmatrix} \alpha u_2^* + \alpha v_2 - A\alpha(u_1^* + v_1)^3 - C\alpha u_1^* - C\alpha v_1 \\ u_1^* + v_1 - u_2^* - v_2 + u_3^* + v_3 \\ -\beta u_2^* - \beta v_2 \end{bmatrix} - \\ &= \begin{bmatrix} \alpha u_2^* - A\alpha u_1^{*3} - C\alpha u_1^* \\ u_1^* - u_2^* + u_3^* \\ -\beta u_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha v_2 - A\alpha(u_1^* + v_1)^3 - C\alpha v_1 + A\alpha u_1^{*3} \\ v_1 - v_2 + v_3 \\ -\beta v_2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \alpha v_2 - (3A\alpha u_1^{*2} + C\alpha)v_1 - 3A\alpha u_1^* v_1^2 - A\alpha v_1^3 \\ v_1 - v_2 + v_3 \\ -\beta v_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{7}$$

Применяя матричное разложение [6] к (7), оценим следующие члены матричного ряда:

$$L_{3 \times 3}^{(1)} \vec{v} = \begin{bmatrix} -(3A\alpha u_1^{*2} + C\alpha) & \alpha & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(3A\alpha u_1^{*2} + C\alpha)v_1 + \alpha v_2 \\ v_1 - v_2 + v_3 \\ -\beta v_2 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$L_{3 \times 9}^{(2)} (\vec{v} \otimes \vec{v}) = \begin{bmatrix} -6A\alpha u_1^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^2 \\ v_1 v_2 \\ v_1 v_3 \\ v_2 v_1 \\ v_2^2 \\ v_2 v_3 \\ v_3 v_1 \\ v_3 v_2 \\ v_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6A\alpha u_1^* v_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$L_{3 \times 27}^{(3)} (\vec{v} \otimes \vec{v} \otimes \vec{v}) = \begin{bmatrix} -6A\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^3 \\ v_1 v_1 v_2 \\ v_1 v_1 v_3 \\ v_1 v_2 v_1 \\ v_1 v_2^2 \\ v_1 v_2 v_3 \\ v_1 v_3 v_1 \\ v_1 v_3 v_2 \\ v_1 v_3^2 \\ v_2 v_1^2 \\ v_2 v_1 v_2 \\ v_2 v_1 v_3 \\ v_2 v_2 v_1 \\ v_2^3 \\ v_2 v_2 v_3 \\ v_2 v_3 v_1 \\ v_2 v_3 v_2 \\ v_2 v_3^2 \\ v_2 v_1^2 \\ v_3 v_1 v_2 \\ v_3 v_1 v_3 \\ v_3 v_2 v_1 \\ v_3 v_2^2 \\ v_3 v_3^2 \\ v_3 v_2 v_3 \\ v_3 v_3 v_1 \\ v_3 v_3 v_2 \\ v_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6A\alpha v_1^3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

где $(\vec{v} \otimes \vec{v} \otimes \dots \otimes \vec{v})$ – k -я кронекеровская степень вектора \vec{v} , $k = 1, 2, 3$; \otimes – символ кронекеровского произведения матриц и векторов [6].

Таким образом, приращение векторной функции (7) может быть точно восстановлено на основе только линейного, квадратичного и кубического членов матричного ряда:

$$\Delta \vec{f}(\vec{v}, \vec{u}^*) = L_{3 \times 3}^{(1)} \vec{v} + \frac{1}{2!} L_{3 \times 9}^{(2)} (\vec{v} \otimes \vec{v}) + \frac{1}{3!} L_{3 \times 27}^{(3)} (\vec{u}^*) (\vec{v} \otimes \vec{v} \otimes \vec{v}) =$$

$$= \begin{bmatrix} -(3A\alpha u_1^{*2} + C\alpha)v_1 + \alpha v_2 \\ v_1 - v_2 + v_3 \\ -\beta v_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -6A\alpha u_1^* v_1^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -6A\alpha v_1^3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Кроме того, в аппроксимации системы участвует только величина u_1^* , как видно из (11). Данный факт имеет важное теоретическое и практическое значение. С одной стороны, можно сказать, что динамика рассматриваемой системы главным образом определяется поведением переменной u_1 . В то же время величина u_1^* может рассматриваться как некий «управляющий параметр» системы наряду с параметрами α, β, A, C . Исключение величин u_2^* и u_3^* снижает число возможных комбинаций значимых параметров и тем самым упрощает анализ системы.

Синтез и исследование компьютерной модели электрической схемы. Исследуем Simulink-модель¹, реализующую систему уравнений (11), которая была получена методом матричной декомпозиции (рис. 2).

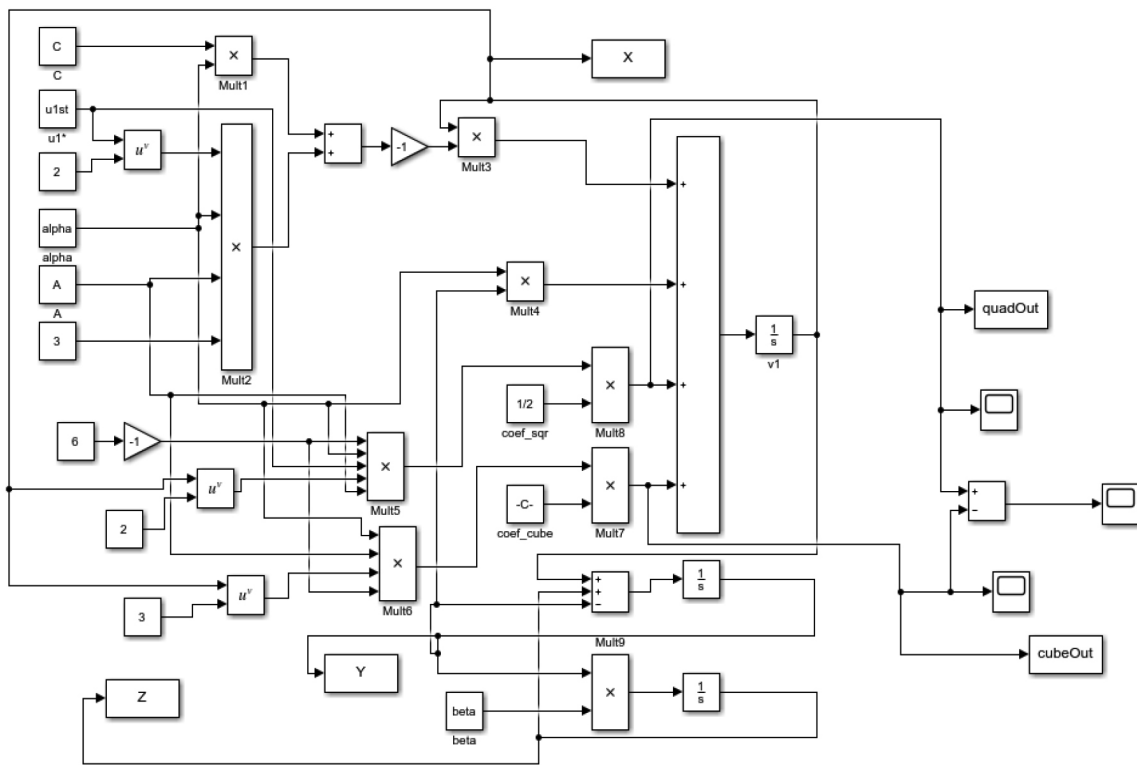


Рис. 2. Simulink-модель системы уравнений (11)
 Fig. 2. Simulink-model for system of equations (11)

Вычислительные эксперименты проводились при двух наборах параметров (см. подписи к рис. 3 и 4). В обоих случаях наблюдался хаотический аттрактор типа «двойной завиток», показанный на рис. 3. Однако динамика системы различалась, как видно из графиков на рис. 4. Экспериментальное исследование показывает существенное влияние величины u_1^* на динамику системы.

¹ Здесь в блок-схеме модели и далее на графиках, иллюстрирующих результаты моделирования, с целью упрощения обозначений использовались переменные X, Y, Z вместо переменных v_1, v_2, v_3 соответственно.

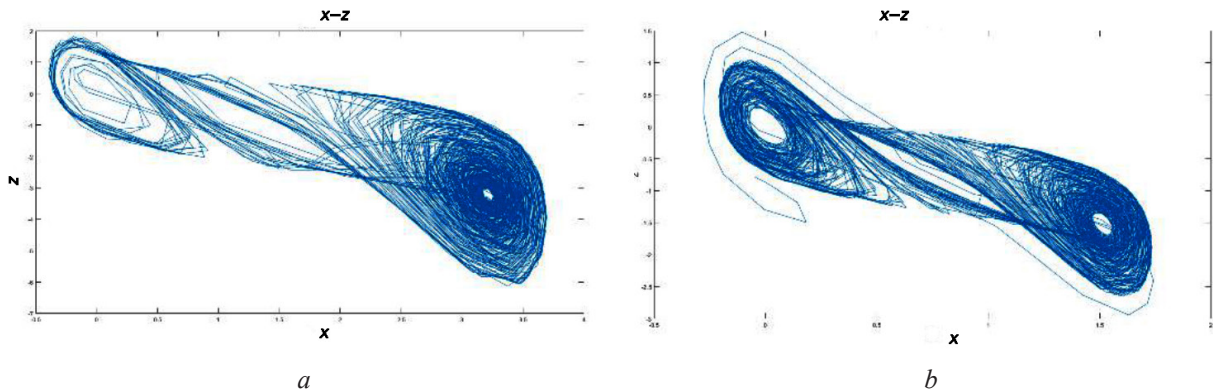


Рис. 3. Примеры хаотического аттрактора (оси $X-Z$), реконструированные по 500 итерациям, для наборов параметров: $a - A = 0,1240, C = -0,3243, u_1^* = -1,5$; $b - A = 0,5131, C = -0,2955, u_1^* = -0,75$

Fig. 3. Examples of the chaotic attractor (axes $X-Z$), obtained during 500 iterations for parameters sets: $a - A = 0.1240, C = -0.3243, u_1^* = -1.5$; $b - A = 0.5131, C = -0.2955, u_1^* = -0.75$

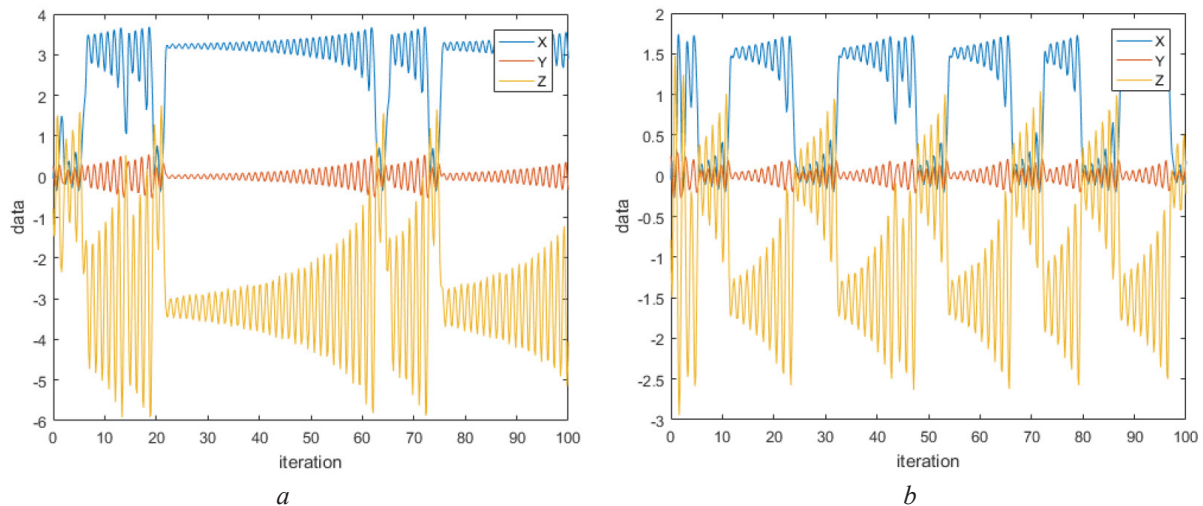


Рис. 4. Графики переменных X, Y, Z , реконструированные по 100 итерациям, для наборов параметров: $a - A = 0,1240, C = -0,3243, u_1^* = -1,5$; $b - A = 0,5131, C = -0,2955, u_1^* = -0,75$

Fig. 4. Graphs of variables X, Y, Z obtained during 100 iterations for different sets of parameters: $a - A = 0.1240, C = -0.3243, u_1^* = -1.5$; $b - A = 0.5131, C = -0.2955, u_1^* = -0.75$

Результаты компьютерного моделирования на рис. 4 показывают, что применение метода матричной декомпозиции к сложным НДС позволяет получить новые данные об их динамике (в частности, определена зависимость от величины u_1^*), а также оценить степень влияния нелинейностей высших порядков на хаотический режим функционирования схемы, что предоставит возможность разработать новые модификации электронных схем с хаотическими режимами работы.

Действительно, основное предназначение метода матричной декомпозиции состоит в реализации нелинейного анализа сложных динамических систем для оценки влияния ядер $L_{N \times N}^{(1)}, L_{N \times N^2}^{(2)}, L_{N \times N^3}^{(3)} \dots$ на динамику функционирования схемы. В частности, одно или несколько ядер могут быть исключены из Simulink-модели. В качестве примера рассмотрим варианты работы схемы Чжуа, при которых отключено только квадратичное ядро (рис. 5, a), а также кубическое вместе с квадратичным ядра (рис. 5, b).

Также интерес представляет исследование сигналов на выходах кубического и квадратичного ядер в различных режимах работы схемы. Для двух указанных выше наборов экспериментальных данных (см. рис. 3 и 4) получены графики, показанные на рис. 6. Обращает на себя внимание факт наличия корреляции между сигналами с выходов двух ядер, близкой к -1 . Коэффициент линейной корреляции был измерен с помощью функции $corr()$ системы Matlab r2018a

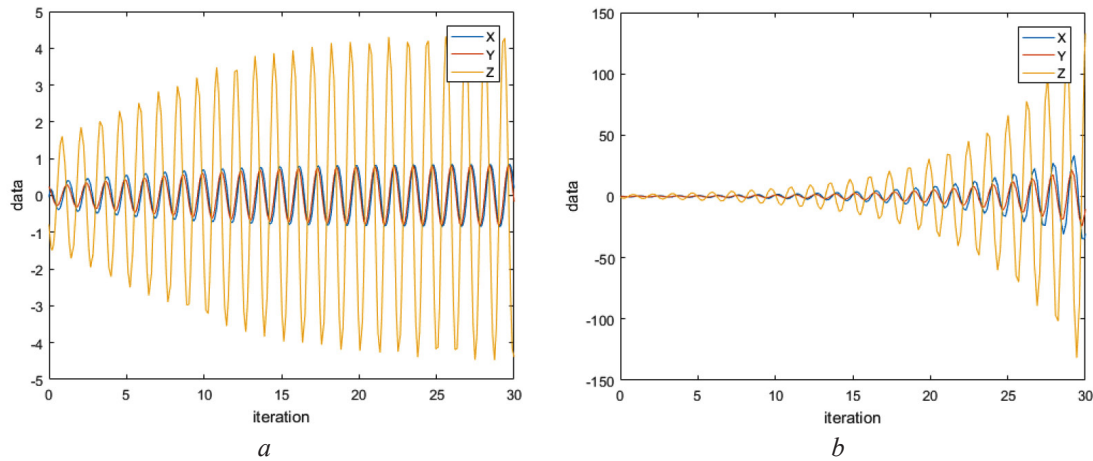


Рис. 5. Графики, иллюстрирующие влияние ядер матричной декомпозиции на динамику системы: *a* – при включении линейного и кубического ядер, *b* – при включении только линейного ядра (режим линеаризации схемы)

Fig. 5. Graphs illustrate influence of matrix terms on system dynamics: *a* – linear and cubic terms are turned on, *b* – only linear term is turned on (regime of linearization)

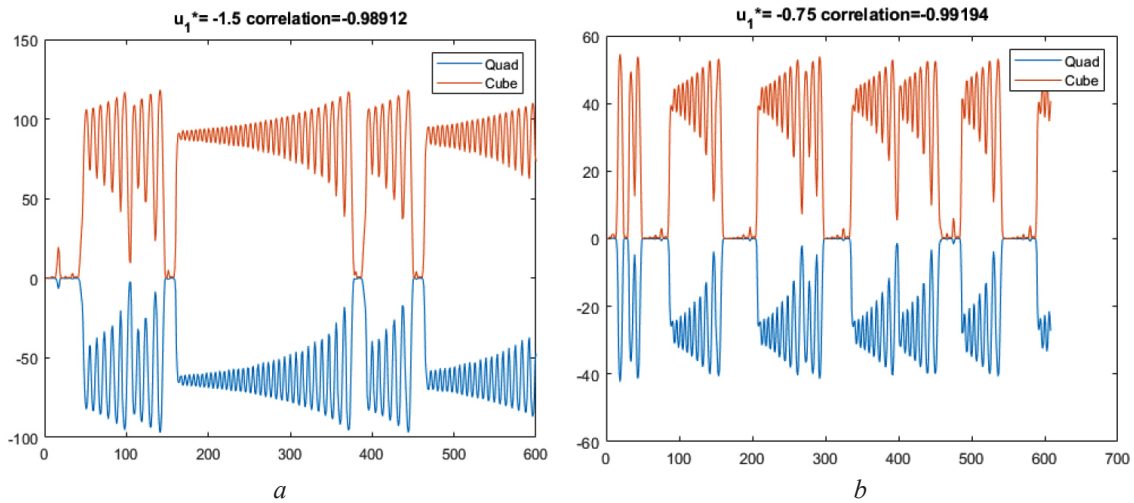


Рис. 6. Графики, иллюстрирующие выходные значения кубического и квадратичного членов матричного ряда для двух наборов параметров моделирования: *a* – $A = 0,1240, C = -0,3243, u_1^* = -1,5$; *b* – $A = 0,5131, C = -0,2955, u_1^* = -0,75$

Fig. 6. Graphs of cubic and quadratic terms output values for two sets of parameters: *a* – $A = 0.1240, C = -0.3243, u_1^* = -1.5$; *b* – $A = 0.5131, C = -0.2955, u_1^* = -0.75$

с параметрами по умолчанию, то есть методом Пирсона. На рис. 7 приведен график, иллюстрирующий изменение данного коэффициента в зависимости от u_1^* для величин $A = 0,5130858, C = -0,2954677125$.

Выходные сигналы кубического и квадратичного ядра для некоторых других величин u_1^* показаны на рис. 8.

Исследование хаотических режимов функционирования схемы Чжуа посредством модели начальной турбулентности Ландау. Полученные результаты вычислительного эксперимента с использованием теории матричной декомпозиции (в особенности см. рис. 6) указывают на тот факт, что конечные незатухающие хаотические колебания наблюдаются лишь при определенных соотношениях между вкладом линейного $L_{N \times N}^{(1)}$, квадратичного $L_{N \times N^2}^{(2)}$ и кубического $L_{N \times N^3}^{(3)}$ ядер в общую динамику системы. Действительно, согласно модели Л. Д. Ландау начальной турбулентности после срыва стационарного режима течения вязкой жидкости с точностью до членов третьего порядка справедливо уравнение [20, 21]

$$\dot{S} = \gamma_L S - \alpha_L S^2 - \beta_L S^3 - \dots, \tag{12}$$

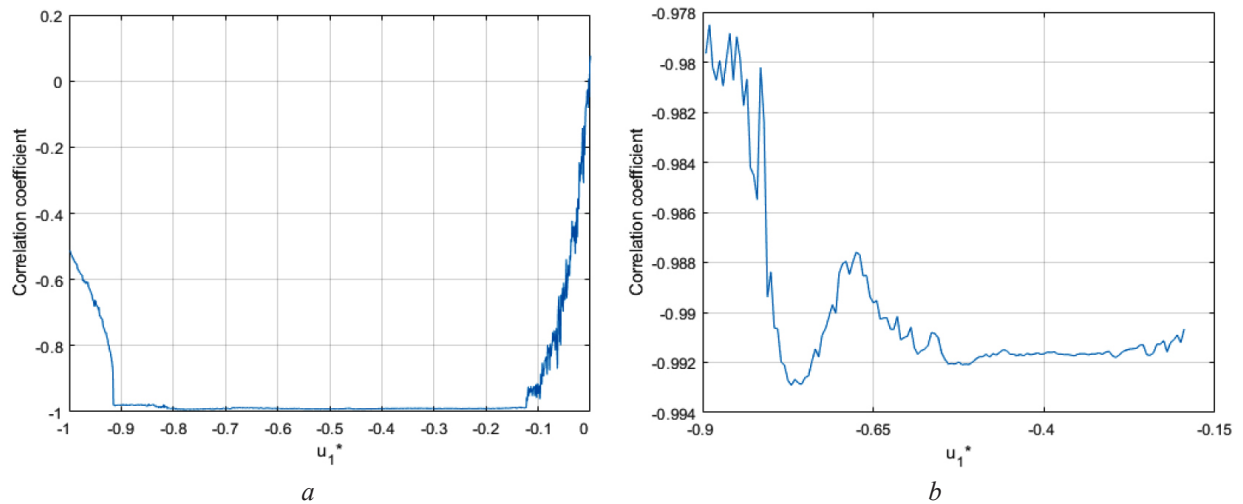


Рис. 7. Зависимость коэффициента корреляции между выходными сигналами кубического и квадратичного членов матричного ряда от u_1^* : a – для $u_1^* \in [-1; 0]$; b – для $u_1^* \in [-0.9; -0.2]$

Fig. 7. Correlation coefficient of cubic and quadratic terms output signals dependence on u_1^* :
 a – for $u_1^* \in [-1; 0]$; b – for $u_1^* \in [-0.9; -0.2]$

где γ_L – коэффициент затухания, α_L – постоянная Ландау [21], β_L – положительная или отрицательная постоянная, $S = |A|^2$ – квадрат амплитуды нестационарного процесса. Как показано в [20], в случае, когда

$$\gamma_L > 0, \alpha_L > 0, \beta_L = 0, \tag{13a}$$

реализуется нестационарный режим конечной амплитуды с дополнительной частотой ω_1 , причем $\omega_1 \gg \gamma_L$.

Этот режим при *критическом* значении управляющего параметра – числа Рейнольдса Re_{cr1} становится неустойчивым даже по отношению к *бесконечно малым* возмущениям, так что схема Чжуа в таком режиме соответствует системе с *мягким* самовозбуждением (рис. 9). По мере изменения управляющего параметра возможен новый хаотический режим, при котором

$$\gamma_L > 0, \alpha_L < 0, \beta_L > 0. \tag{13б}$$

В этом режиме стационарные колебания не могут существовать вовсе, то есть при Re_{cr2} возмущение скачком возрастает до конечной амплитуды с появлением новой дополнительной частоты ω_2 . В интервале $Re_{cr1} < Re < Re_{cr2}$ основное движение метастабильно-устойчиво по отношению к бесконечно малым, но неустойчиво по отношению к возмущениям *конечной амплитуды*. В связи с этим схема Чжуа в режиме (13б) относится к системам с *жестким* самовозбуждением, а появление новой дополнительной частоты ω_2 наряду с ω_1 приводит к хаотическому аттрактору типа «двойной завиток» в пространстве состояний (см. рис. 3).

Действительно, воспользовавшись матричной декомпозицией (11) с учетом (5) запишем уравнение для приращения v_1 первой компоненты u_1 векторной переменной \vec{u} пространства состояний схемы Чжуа в обозначениях уравнения (12):

$$\dot{v}_1 = c(v_2) + \gamma_L v_1 - \alpha_L v_1^2 - \beta_L v_1^3, \tag{14a}$$

где

$$c(v_2) = \alpha v_2; \quad \gamma_L = -C\alpha - 3A\alpha u_1^{*2}; \quad \alpha_L = 3A\alpha u_1^{*}; \quad \beta_L = A\alpha. \tag{14б}$$

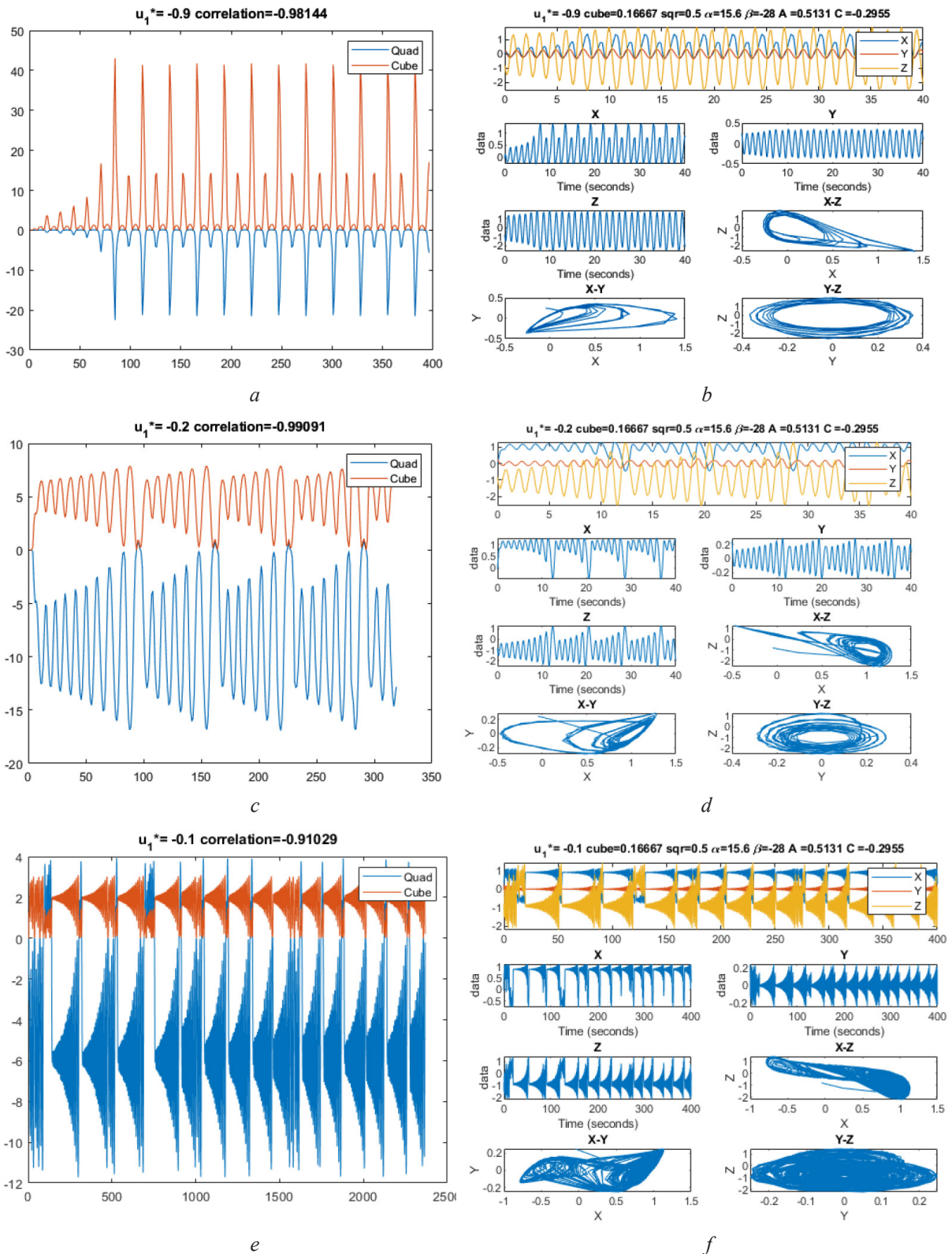
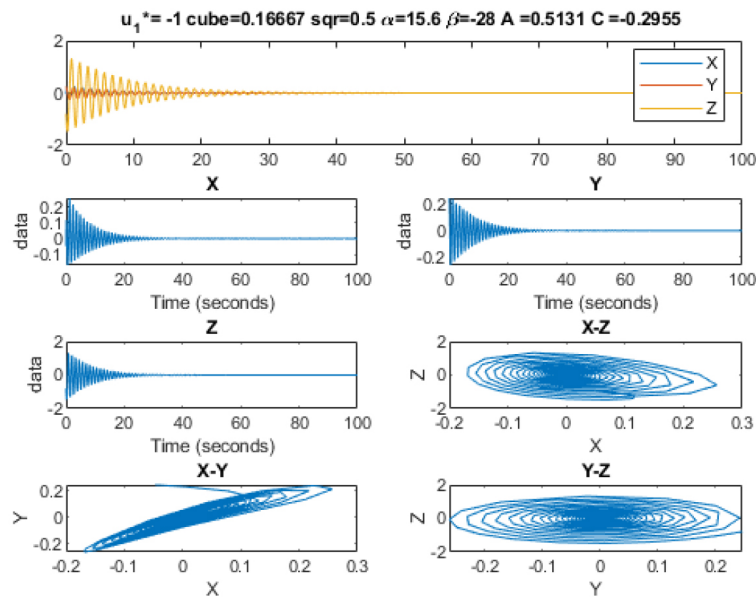


Рис. 8. Выходные сигналы кубического и квадратичного ядер (*a*, *c*, *e*) и соответствующие им сигналы X , Y , Z (*b*, *d*, *f*):

$$a - u_1^* = -0,9; c - u_1^* = -0,2; e - u_1^* = -0,1$$

Fig. 8. Output signals of cubic and quadratic terms (*a*, *c*, *e*) and corresponding signals X , Y , Z (*b*, *d*, *f*):

$$a - u_1^* = -0.9; c - u_1^* = -0.2; e - u_1^* = -0.1$$

Рис. 9. Выходные сигналы X , Y , Z схемы Чжуа в режиме мягкого самовозбужденияFig. 9. Output signals X , Y , Z of Chua's circuit for soft self-excitation regime

Согласно (3), параметры рассматриваемой схемы Чжуа равны $\beta = 28$ и $\alpha = 15,6$. Воспользовавшись данными наборов параметров (см. рис. 3, 4, 6), нетрудно видеть, что

$$\gamma_L = -3A\alpha u_1^{*2} - C\alpha > 0; \quad (15a)$$

$$\alpha_L = 3A\alpha u_1^* < 0; \quad (15b)$$

$$\beta_L = A\alpha > 0, \quad (15b)$$

то есть условия (15a–в) полностью соответствуют условиям жесткого самовозбуждения системы (13б). Следовательно, при скачкообразном переходе от стационарного режима к нестационарному возникают две дополнительные частоты ω_1 и ω_2 , определяющие хаотический аттрактор типа «двойной завиток» в пространстве состояний схемы Чжуа, что и было подтверждено вычислительными экспериментами, результаты которых показаны на рис. 3.

Заключение. Как было отмечено в [19], в настоящее время существует множество нерешенных проблем в области анализа нелинейных динамических систем, в особенности для систем с хаотическими режимами. Одна из таких проблем – анализ системы на длительных временных интервалах. При таком анализе возникают как технические сложности, связанные с эффектами конечной разрядности регистров ЭВМ, так и проблемы теоретического характера, требующие разработки новых подходов к анализу. В настоящей работе получен ряд новых результатов теоретического и практического характера.

Применение метода матричной декомпозиции позволило получить новые знания о динамике системы Чжуа. Электронная модель, построенная по результатам разложения в матричный ряд, демонстрирует разнообразные динамические режимы работы схемы. Учет в схеме дополнительного управляющего параметра открывает новые возможности для исследования ее динамики. Данный результат демонстрирует новый подход к анализу и синтезу электронных схем с использованием метода матричной декомпозиции, который может быть перенесен и на другие схемы, описываемые системами нелинейных дифференциальных уравнений.

Модель электронной схемы, построенной на основе уравнений Чжуа и использующей метод матричной декомпозиции, может найти применение для электронной генерации хаотических сигналов в системах передачи и защиты информации.

Благодарности

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований «Информатика, космос и безопасность», подпрограмма «Информатика и космические исследования», задание 1.8.01

Acknowledgements

This research was supported by the State Research Program “Informatics, Space and Security”, Subprogram “Informatics and Space Research”, task 1.8.01.

Список использованных источников

1. Krot, A. M. Chaotic dynamic methods based on decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space / A. M. Krot // *Melecon 2000: Proc. 10th Mediterranean Electrotechnical Conference, Lemesos, Cyprus, May 29–31, 2000.* – Nicosia, Violaris Press Ltd., 2000. – Vol. 2. – P. 643–646. <https://doi.org/10.1109/melcon.2000.880016>
2. Krot, A. M. The decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space of nonlinear dynamic system / A. M. Krot // *EUSIPCO-2000: Proc. X European Signal Processing Conference, Tampere, Finland, September 4–8, 2000.* – Tampere, 2000. – Vol. 3. – P. 2453–2456.
3. Krot, A. M. Matrix decompositions of vector functions and shift operators on the trajectories of a nonlinear dynamical system / A. M. Krot // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems.* – 2001. – Vol. 4, № 2. – P. 106–115.
4. Krot, A. M. Application of expansion into matrix to analysis of attractors of complex nonlinear dynamical systems / A. M. Krot // *DSP-2002: Proc. 14th IEEE International Conference on Digital Signal Processing, Santorini, Greece, July 1–3, 2002.* – Santorini, 2002. – P. 959–962. <https://doi.org/10.1109/icdsp.2002.1028249>
5. Krot, A. M. Minimal attractor embedding estimation based on matrix decomposition for analysis of dynamical systems / A. M. Krot, H. B. Minervina // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems.* – 2002. – Vol. 5, № 2. – P. 161–172.
6. Крот, А. М. Анализ аттракторов сложных нелинейных динамических систем на основе матричных рядов в пространстве состояний / А. М. Крот // *Информатика.* – 2004. – № 1. – С. 7–16.
7. Крот, А. М. Разработка и исследование моделей сложных динамических систем на основе методов вход-выходных представлений и пространства состояний / А. М. Крот // *Информатика.* – 2004. – № 4. – С. 95–108.
8. Krot, A. M. The development of matrix decomposition theory for nonlinear analysis of chaotic attractors of complex systems and signals / A. M. Krot // *DSP-2009: Proc. 16th IEEE International Conference on Digital Signal Processing, Thira, Santorini, Greece, July 5–7, 2009.* – Santorini, 2009. – P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icdsp.2009.5201123>
9. Krot, A. M. Bifurcation analysis of attractors of complex systems based on matrix decomposition theory / A. M. Krot // *IEM 2011: Proc. of IEEE Intern. Conference on Industrial Engineering and Management, Zhengzhou, China, August 12–14, 2011.* – Wuhan, 2011. – P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icmss.2011.5999350>
10. Krot, A. M. Nonlinear analysis of the Hopfield network dynamical states using matrix decomposition theory / A. M. Krot, R. A. Prakupovich // *Chaotic Modeling and Simulation.* – 2013. – Vol. 1. – P. 133–146.
11. Matsumoto, T. Chaos in Electronic Circuits / T. Matsumoto // *Proceedings of the IEEE.* – 1987. – Vol. 75, Iss. 8. – P. 1033–1057. <https://doi.org/10.1109/PROC.1987.13848>
12. Ogorzalek, M. Exploring Chaos in Chua’s Circuit via Unstable Periodic Orbits / M. Ogorzalek, Z. Galias, L. Chua // *Circuits and Systems, ISCAS’93, IEEE International Symposium on., 1993.* – Chicago, IL, USA, 1993. – P. 2608–2611. <https://doi.org/10.1109/iscas.1993.693226>
13. Zhong, G.-Q. Implementation of Chua’s circuit with a cubic nonlinearity / G.-Q. Zhong // *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I. Theories and Applications.* – 1994. – Vol. 41, № 12. – P. 934–941. <https://doi.org/10.1109/81.340866>
14. Galias, Z. Rigorous Analysis of Chua’s Circuit with a Smooth Nonlinearity / Z. Galias // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers.* – 2016. – Vol. 63, № 12. – P. 2304–2312. <https://doi.org/10.1109/tcsi.2016.2613022>
15. O’Donoghue, K. A fast and simple implementation of Chua’s oscillator using a “cubic-like” Chua diode 2005 / K. O’Donoghue, M. P. Kennedy, P. Forbes // *Proceedings of the 2005 European Conference on Circuit Theory and Design, Cork, Ireland, 2 Sept. 2005.* – Vol. 2. <https://doi.org/10.1109/ECCTD.2005.1522998>
16. Srisuchinwong, B. Implementation of Chua’s Chaotic Oscillator Using “Roughly-Cubic-Like” Nonlinearity / B. Srisuchinwong // *4th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology, May 9–12, 2007.* – Chiang Rai, 2007. – P. 36–37.
17. Galias, Z. On the existence of chaos in the Chua’s circuit with a smooth nonlinearity / Z. Galias // *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Montreal, QC, Canada, 22–25 May 2016.* – Montreal, QC, Canada, 2016. – P. 1106–1109. <http://dx.doi.org/10.1109/ISCAS.2016.7527438>
18. Tietze, U. *Electronic Circuits: Handbook for Design and Application* / U. Tietze, C. Schenk, E. Gamm. – 2nd ed. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. – 1543 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-78655-9>
19. Galias, Z. The Dangers of Rounding Errors for Simulations and Analysis of Nonlinear Circuits and Systems – and How to Avoid Them / Z. Galias // *IEEE Circuits and Systems Magazine.* – 2013. – Vol. 13, № 3. – P. 35–52. <https://doi.org/10.1109/MCAS.2013.2271444>
20. Ландау, Л. Д. К проблеме турбулентности / Л. Д. Ландау // *Докл. Акад. наук СССР.* – 1944. – Т. 44, № 8. – С. 339.
21. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учеб. пособие для студентов физ. специальностей ун-тов: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц; под ред. Л. П. Питаевского. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1946. – Т. 6: Гидродинамика. – 736 с.

References

1. Krot A. M. Chaotic dynamic methods based on decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space. *Melecon 2000: Proc. 10th Mediterranean Electrotechnical Conference, Lemesos, Cyprus, May 29–31, 2000. Vol. 2.* Nicosia, Violaris Press Ltd, 2000, pp. 643–646. <https://doi.org/10.1109/melcon.2000.880016>
2. Krot A. M. The decomposition of vector functions in vector-matrix series into state-space of nonlinear dynamic system. *EUSIPCO-2000: Proc. X European Signal Processing Conference, Tampere, Finland, September 4–8, 2000. Vol. 3.* Tampere, 2000, pp. 2453–2456.
3. Krot A. M. Matrix decompositions of vector functions and shift operators on the trajectories of a nonlinear dynamical system. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 2001, vol. 4, no. 2, pp. 106–115.
4. Krot A. M. Application of expansion into matrix to analysis of attractors of complex nonlinear dynamical systems. *DSP-2002: Proc. 14th IEEE International Conference on Digital Signal Processing, Santorini, Greece, July 1–3, 2002.* Santorini, 2002, pp. 959–962. <https://doi.org/10.1109/icdsp.2002.1028249>
5. Krot A. M., Minervina H. B. Minimal attractor embedding estimation based on matrix decomposition for analysis of dynamical systems. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, 2002, vol. 5, no. 2, pp. 161–172.
6. Krot A. M. Analysis of attractors of complex nonlinear dynamical systems on the basis of matrix series in the state space. *Informatica = Informatics*, 2004, no. 1, pp. 7–16 (in Russian).
7. Krot A. M. Development and research of models of complex dynamic systems on the basis of input-output representations and state space. *Informatica = Informatics*, 2004, no. 4, pp. 95–108 (in Russian).
8. Krot A. M. The development of matrix decomposition theory for nonlinear analysis of chaotic attractors of complex systems and signals. *DSP-2009: Proc. 16th IEEE International Conference on Digital Signal Processing, Thira, Santorini, Greece, July 5–7, 2009.* Santorini, 2009, pp. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icdsp.2009.5201123>
9. Krot A. M. Bifurcation analysis of attractors of complex systems based on matrix decomposition theory. *IEM 2011: Proc. of IEEE International Conference on Industrial Engineering and Management, Zhengzhou, China, August 12–14, 2011.* Wuhan, 2011, pp. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icmss.2011.5999350>
10. Krot A. M., Prapakovich R. A. Nonlinear analysis of the Hopfield network dynamical states using matrix decomposition theory. *Chaotic Modeling and Simulation*, 2013, vol. 1, pp. 133–146.
11. Matsumoto T. Chaos in Electronic Circuits. *Proceedings of the IEEE*, 1987, vol. 75, iss. 8, pp. 1033–1057. <https://doi.org/10.1109/PROC.1987.13848>
12. Ogorzalek M., Galias Z., Chua L. Exploring Chaos in Chua's Circuit via Unstable Periodic Orbits. *Circuits and Systems, ISCAS'93, IEEE International Symposium on., 1993.* Chicago, IL, USA, 1993, pp. 2608–2611. <https://doi.org/10.1109/iscas.1993.693226>
13. Zhong G. Implementation of Chua's circuit with a cubic nonlinearity. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Theories and Applications*, 1994, vol. 41, no. 12, pp. 934–941. <https://doi.org/10.1109/81.340866>
14. Galias Z. Rigorous Analysis of Chua's Circuit with a Smooth Nonlinearity. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2016, vol. 63, no. 12, pp. 2304–2312. <https://doi.org/10.1109/tcsi.2016.2613022>
15. O'Donoghue K., Kennedy M. P., Forbes P. A fast and simple implementation of Chua's oscillator using a "cubic-like" Chua diode. *Proceedings of the 2005 European Conference on Circuit Theory and Design, Cork, Ireland, 2 Sept. 2005. Vol. 2.* <https://doi.org/10.1109/ECCTD.2005.1522998>
16. Srisuchinwong B. Implementation of Chua's Chaotic Oscillator Using "Roughly-Cubic-Like" Nonlinearity. *4th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology, May 9–12, 2007.* Chiang Rai, 2007, pp. 36–37.
17. Galias Z. On the existence of chaos in the Chua's circuit with a smooth nonlinearity. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Montreal, QC, Canada, 22–25 May 2016.* Montreal, QC, Canada, 2016, pp. 1106–1109. <http://dx.doi.org/10.1109/ISCAS.2016.7527438>
18. Tietze U., Schenk C., Gamm E. *Electronic Circuits: Handbook for Design and Application.* 2nd ed. Berlin; Heidelberg, Springer-Verlag, 2008. 1543 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-78655-9>
19. Galias Z. The Dangers of Rounding Errors for Simulations and Analysis of Nonlinear Circuits and Systems – and How to Avoid Them. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2013, vol. 13, no. 3, pp. 35–52. <https://doi.org/10.1109/MCAS.2013.2271444>
20. Landau L. D. To the problem of turbulence. *Doklady Akademii nauk SSSR* [Reports of the Academy of Sciences USSR], 1944, vol. 44, no. 8, p. 339 (in Russian).
21. Landau L. D., Lifschitz E. M. *Fluid Mechanics.* Oxford, Pergamon, 1959. XIII, 539 p.

Информация об авторах

Крот Александр Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией моделирования самоорганизующихся систем, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: alxkrot@newman.bas-net.by

Сычѳв Владислав Анатольевич – научный сотрудник, лаборатория робототехнических систем, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: vsychyov@robotics.by. <https://orcid.org/0000-0002-1355-8965>

Information about the authors

Alexander M. Krot – D. Sc. (Engineering), Professor, Chief of the Laboratory of Self-organization System Modeling, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Surganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alxkrot@newman.bas-net.by

Uladzislau A. Sychou – Researcher of the Laboratory of Robotics Systems, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Surganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vsychyov@robotics.by. <https://orcid.org/0000-0002-1355-8965>