

# ВЕСЦІ

## НАЦЫЯНАЛЬнай АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСІ

---

СЕРЫЯ ФІЗІКА-ТЭХНІЧНЫХ НАВУК. 2021. Т. 66, №3

---

# ИЗВЕСТИЯ

## НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

---

СЕРИЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК. 2021. Т. 66, №3

---

Журнал основан в 1956 г. как «Весці Акадэміі навук БССР.  
Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1992 г. – «Весці Акадэміі навук Беларусі.  
Серыя фізіка-тэхнічных навук», с 1998 г. – современное название

Выходит четыре раза в год

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,  
свидетельство о регистрации № 391 от 18 мая 2009 г.

*Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь  
для опубликования результатов диссертационных исследований, включен в базу данных  
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)*

Г л а в н ы й   р е д а к т о р

**Сергей Антонович Чижик –**

Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

Р е д а к ц и о н н а я   к о л л е г и я

**А. П. Ласковнѳв** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь  
(заместитель главного редактора)

**И. А. Старостина** (ведущий редактор журнала)

**П. А. Витязь** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

**Ю. Гавлик** – Краковский политехнический институт имени Тадеуша Костюшко, Краков,  
Республика Польша

**Г. Жинтялис** – Литовская академия наук, Вильнюс, Литовская Республика

**В. Г. Залесский** – Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск,  
Республика Беларусь

- А. Ф. Ильющенко** – Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии – Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа, Минск, Республика Беларусь
- Б. Каталинич** – Центрально-Европейское отделение Международной инженерной академии, Вена, Австрийская Республика
- С. М. Костромицкий** – Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- А. Г. Кравцов** – Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- Л. Г. Красневский** – Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- А. М. Маляревич** – Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь
- В. П. Маркевич** – Институт фотоники Университета г. Манчестер, Манчестер, Великобритания
- Н. К. Мышкин** – Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Гомель, Республика Беларусь
- А. Г. Наумовец** – Национальная академия наук Украины, Киев, Украина
- О. Г. Пенязьков** – Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь
- К. А. Солнцев** – Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова Российской академии наук, Москва, Российская Федерация
- Л. Танович** – Белградский университет, Белград, Республика Сербия
- В. М. Федосюк** – Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению, Минск, Республика Беларусь
- М. Л. Хейфец** – Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь

*Адрес редакции:  
ул. Академическая, 1, к. 118, 220072, г. Минск, Республика Беларусь.  
Тел.: + 375 17 374-02-45; e-mail: ftvesti@mail.ru  
vestift.belnauka.by*

---

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ.

Серия физико-технических наук. 2021. Т. 66, №3

*Выходит на русском, белорусском и английском языках*

---

Редактор *И. А. Старостина*  
Компьютерная верстка *А. В. Новик*

Подписано в печать 22.09.2021. Выход в свет 29.09.2021. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.  
Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 70 экз. Заказ 205.  
Цена номера: индивидуальная подписка – 12,51 руб., ведомственная подписка – 29,60 руб.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий №1/18 от 02.08.2013. ЛП №02330/455 от 30.12.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск, Республика Беларусь

© РУП «Издательский дом «Беларуская навука»,  
Вестці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук, 2021

# PROCEEDINGS

## OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

---

PHYSICAL-TECHNICAL SERIES, 2021, vol. 66, no. 3

---

The Journal was founded in 1956 under the titles  
“Proceedings of the Academy of Sciences of BSSR. Physical-technical series”,  
since 1992 – “Proceedings of the Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series”,  
since 1998 – it comes under its actual title

Issued four times a year

Founder is the National Academy of Sciences of Belarus

The Journal was registered on May 18, 2009 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus  
in the State Registry of Mass Media, reg. no. 391

*The Journal is included in The List of Journals for Publication of the Results  
of Dissertation Research in the Republic of Belarus and in the database  
of Russian Science Citation Index (RSCI)*

### E d i t o r - i n - C h i e f

**Sergei A. Chizhik** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

### E d i t o r i a l B o a r d

**Alexander P. Laskovnev** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic  
of Belarus (*Associate Editor-in-Chief*)

**Irina A. Starostsina** (*lead editor*)

**Pyotr A. Vityaz** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**Józef Gawlik** – Cracow University of Technology, Cracow, Republic of Poland

**Gintautas Žintelis** – Lithuanian Academy of Sciences, Vilnius, Republic of Lithuania

**Vitali G. Zalesski** – Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk,  
Republic of Belarus

**Aliaksandr Ph. Ilyshchanka** – State Scientific and Production Association of Powder Metallurgy – Academician  
O. V. Roman Institute of Powder Metallurgy, Minsk, Republic of Belarus

**Branko Katalinić** – Central-European Branch of the International Engineering Academy, Vienna, Republic  
of Austria

**Sergei M. Kostromitsky** – Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk,  
Republic of Belarus

**Leonid G. Krasnevski** – Joint Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences  
of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**Alexander G. Kravtsov** – Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic  
of Belarus

**Alexander M. Malyarevich** – Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

**Vladimir P. Markevich** – Photon Science Institute and School of Electrical and Electronic Engineering,  
University of Manchester, Manchester, United Kingdom

**Nikolai K. Myshkin** – V. A. Belyi Metal-Polymer Research Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Gomel, Republic of Belarus  
**Anton G. Naumovets** – National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine  
**Oleg G. Penyazkov** – A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus  
**Konstantsin A. Solntsev** – A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Material Science of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation  
**Lyubodrag Tanovich** – University of Belgrade, Belgrade, Republic of Serbia  
**Valeri M. Fedosyuk** – Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus  
**Mikhail L. Kheifetz** – Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

*Address of the Editorial Office:  
1, room 118, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus.  
Tel.: +375 17 374-02-45; e-mail: ftvesti@mail.ru  
vestift.belnauka.by*

---

PROCEEDING OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS.

Physical-technical series, 2021, vol. 66, no. 3

*Printed in Russian, Belarusian and English languages*

---

Editor *I. A. Starostina*  
Computer imposition *A. V. Novik*

It is sent of the press 22.09.2021. Appearance 29.09.2021. Format  $60 \times 84 \frac{1}{8}$ . Offset paper. The press digital.

Printed pages 14,88. Publisher's signatures 16,4. Circulation 70 copies. Order 205.

Number price: individual subscription – 12,51 byn., departmental subscription – 29,60 byn.

Publisher and printing execution:

Republican unitary enterprise "Publishing House "Belaruskaya Navuka"

Certificate on the state registration of the publisher, manufacturer, distributor of printing editions No. 1/18 dated August 2, 2013. License for the press No. 02330/455 dated December 30, 2013. Address: 40, F. Scorina Str., Minsk, 220141, Republic of Belarus.

© RUE "Publishing House "Belaruskaya Navuka",  
Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 2021

ISSN 1561-8358 (Print)  
ISSN 2524-244X (Online)

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ

- Римский Г. С., Янушкевич К. И., Руткаускас А. В.** Кристаллическая структура и магнитные характеристики твердых растворов  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  ..... 263
- Гурский Л. И.** Деформированное и напряженное состояния материалов при прокатке трехслойных пакетов, дислокационная структура внутреннего слоя – никелевая фольга ..... 270
- Зеленин В. А., Волочко А. Т., Патоцкий Д. А., Янкевич С. Н., Хроль И. Н., Подорожня И. В.** Токопроводящие материалы для соединительных шин многоэлементных аккумуляторных тяговых батарей ..... 280

### МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

- Чижик С. А., Волчек О. М., Прушак В. Я.** Усовершенствованная модель прессования порошковой смеси в валковом прессе *(на английском языке)* ..... 288
- Швед О. Л.** Построение поверхности текучести для ортотропного идеально упругопластического материала Мурнагана ..... 298
- Потапов В. А., Санько А. А., Кудин М. В.** Зависимость термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного газотурбинного двигателя от его наработки и запыленности атмосферы ..... 307

### ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

- Ильющенко А. Ф., Кривонос О. К., Чорный А. Д., Петюшик Е. Е.** Методы определения газодинамических характеристик реактивного сопла аэродинамического объекта ..... 320
- Петрова-Буркина О. А., Рубаник В. В. мл., Рубаник В. В.** Термокинетическая ЭДС при обратном фазовом переходе в никелиде титана как способ записи информации *(на английском языке)* ..... 329

### РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

- Артемьев В. М., Костромицкий С. М., Наумов А. О.** Обнаружение сигналов движущихся объектов на основе метода временной селекции *(на английском языке)* ..... 335
- Пантелеев С. В., Малашин А. Н.** Анализ особенностей магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой в полигармоническом режиме работы ..... 343

### ДИАГНОСТИКА И БЕЗОПАСНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ И ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ

- Емельяненко Е. В., Тарутин И. Г., Белобоков П. А.** Влияние реконструкционных параметров сканирования позитронно-эмиссионного томографа на эффект частичного объема патологического очага ..... 356
- Жемжуров М. Л., Жмура Г. М., Рубин И. Е., Серебряный Г. З., Днепровская Н. М., Тетерева Н. А., Руденков И. В., Бабичев Л. Ф.** Оценка объемов подлежащих глубинному захоронению радиоактивных отходов, образующихся в результате активации конструкционных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС ..... 365
- Орловская В. И., Трифионов А. Г.** Оценка радиационного риска для персонала АЭС-2006 при различных аварийных ситуациях ..... 378

**CONTENTS****MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY**

<b>Rimskiy G. S., Yanushkevich K. I., Rutkauskas A. V.</b> Crystal structure and magnetic characteristics of solid solutions $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$ .....	263
<b>Hurski L. I.</b> Deformed and stressed states of materials at the rolling of three layer stacks, dislocation structure of inner layer – nickel foil .....	270
<b>Zelenin V. A., Volochko A. T., Patotsky D. A., Yankovich S. N., Khrol I. N., Podorozhniaya I. V.</b> Conductive materials for connecting tires of multi-element accumulator traction batteries .....	280

**MECHANICAL ENGINEERING AND MECHANICS**

<b>Chizhik S. A., Volchek O. M., Prushak V. Ya.</b> Improved model of powder blend compacting in a roll compactor ...	288
<b>Shved O. L.</b> Surface construction for orthotropic perfectly elastic-plastic Murnaghan material .....	298
<b>Potapov V. A., Sanko A. A., Kudin M. V.</b> Dependence of thermogasodynamic parameters of operation of a helicopter gas turbine engine on its operation and dust in the atmosphere .....	307

**POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER**

<b>Ilyushchanka A. Ph., Kryvanos A. K., Chorny A. D., Piatsiushyk Ya. Ya.</b> Methods of determination of the gas-dynamic characteristics of a jet nozzle of an aerodynamic object .....	320
<b>Petrova-Burkina O. A., Rubanik V. V. Jr., Rubanik V. V.</b> Thermokinetic EMF during a reverse phase transition in titanium nickelide as a way of information recording .....	329

**RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING**

<b>Artemiev V. M., Kostromitsky S. M., Naumov A. O.</b> Detection of signals of moving objects based on the time selection method .....	335
<b>Panteleev S. V., Malashin A. N.</b> Analysis of features of magnetic field of a synchronous electric machine with a multi-phase fractional slot winding in a polyharmonic mode of operation .....	343

**DIAGNOSTICS AND SAFETY OF TECHNICAL AND ENVIRONMENT SYSTEMS**

<b>Emelyanenko E. V., Tarutin I. G., Belobokov P. A.</b> Influence of reconstruction parameters of positron emission tomograph scanning on the effect of partial volume of the pathological lesion .....	356
<b>Zhemzhurov M. L., Zhmura G. M., Rubin I. E., Serebryany G. Z., Dneprovskaya N. M., Teterova N. A., Rudenkov I. V., Babichev L. F.</b> Calculation researches for the formation of high-level and long-life medium-level radioactive waste of activation origin for the WWER-1200 reactor of Belarusian NPP .....	365
<b>Orlovskaya V. I., Trifonov A. G.</b> Radiation risk assessment for nuclear power plant staff in different emergency situations .....	378

**МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ, МЕТАЛЛУРГИЯ**

**MATERIALS ENGINEERING, METALLURGY**

УДК 544.22+537.63  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-263-269>

Поступила в редакцию 08.04.2021  
Received 08.04.2021

**Г. С. Римский<sup>1</sup>, К. И. Янушкевич<sup>1</sup>, А. В. Руткаускас<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению, Минск, Республика Беларусь

<sup>2</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория нейтронной физики имени И. М. Франка, Дубна, Российская Федерация

**КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА И МАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb**

**Аннотация.** Представлены результаты эксперимента по изучению особенностей кристаллической структуры и магнитных исследований твердых растворов замещения системы Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb (0 ≤ x ≤ 0,2). Выявлено, что увеличение концентрации хрома в твердых растворах не приводит к значительным изменениям размеров элементарной кристаллической ячейки. Установлено, что с помощью твердофазной закалки удается расширить границу растворимости хрома в твердых растворах Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb. Изучены температурные и полевые зависимости удельной намагниченности синтезированных составов. Установлено, что замещение никеля хромом в соединении NiMnSb приводит к уменьшению температуры фазового превращения «магнитный порядок – магнитный беспорядок» при увеличении концентрации x от 0 до 20 мол.%. Величины удельной намагниченности и температуры Кюри закаленных твердых растров больше, чем в медленно охлажденных. Полученные результаты вносят вклад в создание физической основы для элементной базы спинтроники.

**Ключевые слова:** интерметаллиды, полугейслеровские сплавы, кристаллическая структура, полуметаллические ферромагнетики, спинтроника, удельная намагниченность

**Для цитирования:** Римский, Г. С. Кристаллическая структура и магнитные характеристики твердых растворов Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb / Г. С. Римский, К. И. Янушкевич, А. В. Руткаускас // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 263–269. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-263-269>

**Grigory S. Rimskiy<sup>1</sup>, Kazimir I. Yanushkevich<sup>1</sup>, Anton V. Rutkauskas<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Scientific-Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

<sup>2</sup>Joint Institute for Nuclear Research, Frank Laboratory of Neutron Physics, Dubna, Russian Federation

**CRYSTAL STRUCTURE AND MAGNETIC CHARACTERISTICS OF SOLID SOLUTIONS Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb**

**Abstract.** The results of an experiment on studying the features of the crystal structure and magnetic studies of substitutional solid solutions of the Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb system (0 ≤ x ≤ 0.2) are presented. It was found that an increase in the concentration of chromium in solid solutions does not lead to significant changes in the size of the unit crystal cell. It was found that solid-phase quenching can be used to expand the limit of chromium solubility in Ni<sub>1-x</sub>Cr<sub>x</sub>MnSb solid solutions. The temperature and field dependences of the specific magnetization of the synthesized compositions have been studied. It was found that the substitution of chromium for nickel in the NiMnSb compound leads to a decrease in the temperature of the “magnetic order – magnetic disorder” phase transformation with an increase in the concentration x from 0 to 20 mol.%. The values of specific magnetization and Curie temperature of hardened hard rasters are higher than those of slowly cooled ones. The results obtained contribute to the creation of a physical basis for the elemental base of spintronics.

**Keywords:** intermetallic compounds, semi-Heusler alloys, crystal structure, semi-metallic ferromagnets, spintronics, specific magnetization

**For citation:** Rimskiy G. S., Yanushkevich K. I., Rutkauskas A. V. Crystal structure and magnetic characteristics of solid solutions  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$ . *Vestsi Natsyyanal' nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 263–269 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-263-269>

**Введение.** Изучение свойств полуметаллических ферромагнетиков представляет несомненный интерес как для фундаментальной науки, так и для прикладных целей, поскольку эти вещества проявляют металлические свойства для одной спиновой зоны и полупроводниковые – для противоположной спиновой зоны. Это делает перспективным применение данных веществ в спинтронных устройствах. Благодаря высоким значениям температуры Кюри, удельной намагниченности и спиновой поляризации к таким материалам можно отнести и  $\text{NiMnSb}$  [1–4]. Обзор литературных источников показал, что влияние магнитного поля, температуры, давления и катионного замещения на свойства  $\text{NiMnSb}$  остается мало изученным [5–8].

**Цель исследования** – изучение кристаллической структуры и магнитных свойств твердых растворов замещения  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$ , полученных при различных условиях охлаждения после синтеза.

**Синтез образцов и методы эксперимента.** Поликристаллические порошки  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  с шагом по концентрации 5 мол.% синтезированы методом сплавления исходных компонентов в вакуумированных кварцевых ампулах в однозонной печи сопротивления. Одну часть образцов закаляли в воде, а вторую – медленно охлаждали вместе с печью. Фазовый состав и параметры элементарной кристаллической ячейки определены дифракцией рентгеновских лучей  $\text{CuK}\alpha$ -излучения при  $T \sim 300$  К. Температурные зависимости удельной намагниченности и магнитной восприимчивости изучены в диапазоне температур  $80 \leq T \leq 900$  К пондеромоторным методом в магнитном поле с индукцией 0,86 Тл. Полевые зависимости удельной намагниченности исследованы вибрационным методом в магнитном поле  $\pm 10$  Тл при температурах 5, 77 и 300 К.

**Результаты эксперимента и их обсуждение.** На рис. 1 представлены рентгенограммы твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  в диапазоне углов  $20^\circ \leq 2\theta \leq 115^\circ$ .

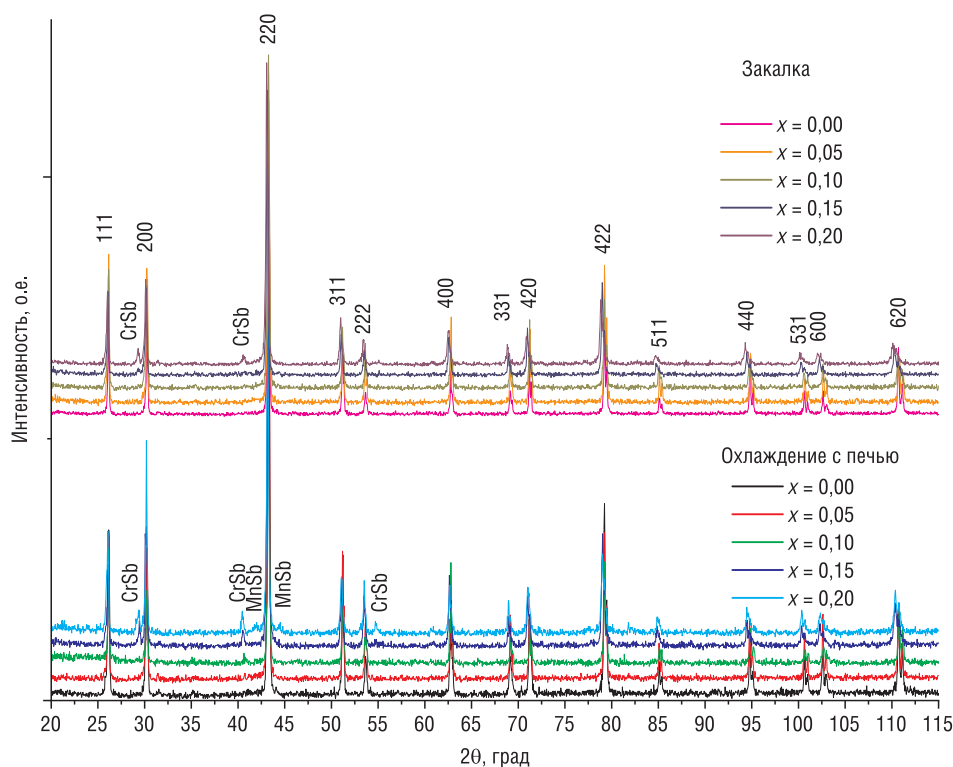


Рис. 1. Рентгенограммы порошков твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$   
Fig. 1. X-ray diffraction patterns of solid solution powders  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$



При комнатной температуре твердые растворы  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  имеют кристаллическую структуру кубической сингонии типа  $\text{MgAgAs}$  ( $C1_b$ ) пространственной группы  $F\bar{4}3m$ . Граница растворимости для медленно охлажденных твердых растворов находится в интервале концентраций  $0,05 \leq x \leq 0,10$ , а для закаленных – в интервале  $0,10 \leq x \leq 0,15$ . При увеличении замещения никеля хромом на рентгенограммах появляются дифракционные рефлексы гексагональной сингонии типа  $\text{NiAs}$  пространственной группы  $P6_3/mmc$ , антимонида хрома ( $\text{CrSb}$ ) и гексагональной сингонии типа  $\text{Co}_{1,75}\text{Ge}$  пространственной группы  $P6_3/mmc$ , антимонида марганца ( $\text{MnSb}$ ). Интенсивность дифракционных рефлексов примесей по мере увеличения содержания хрома возрастает. Концентрационные зависимости параметра элементарной кристаллической ячейки  $a = f(x)$  и теоретической плотности  $\rho = f(x)$  твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  приведены на рис. 2.

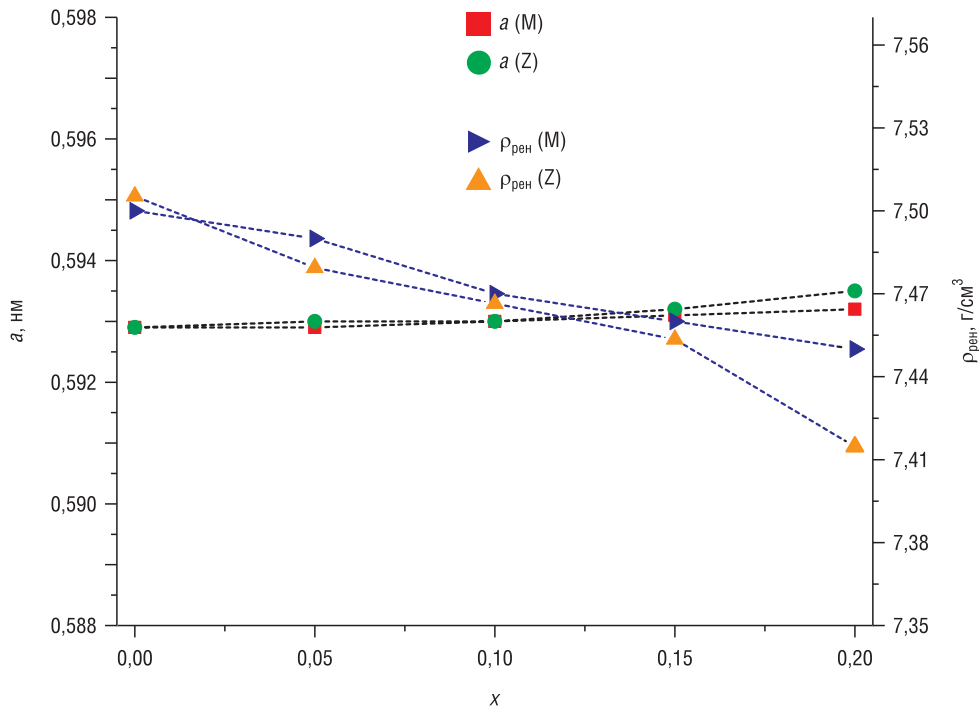


Рис. 2. Концентрационные зависимости параметра  $a$  и рентгеновской плотности  $\rho_{\text{рен}}$  медленно охлажденных (M) и закаленных (Z) твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$   
 Fig. 2. Concentration dependencies of parameter  $a$  and X-ray density  $\rho_{\text{X-ray}}$  of slowly cooled (M) and quenched (Z) solid solutions of  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$

Численные значения величин, характеризующих размеры кубических элементарных кристаллических ячеек  $a$ , объемов элементарных ячеек  $V$  и рентгеновская плотность  $\rho_{\text{рен}}$  твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  при  $T \sim 300$  К приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Величины значения параметра  $a$ , объемов элементарных ячеек  $V$  и рентгеновской плотности  $\rho_{\text{рен}}$  твердых растворов  $\text{Ni}_{x-1}\text{Cr}_x\text{MnSb}$   
 T a b l e 1. Values of parameter  $a$ , unit cell volumes  $V$ , and X-ray density  $\rho_{\text{X-ray}}$  of  $\text{Ni}_{x-1}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  solid solutions

x	Закалка			Охлаждение с печью		
	a, нм	V, 10 <sup>-2</sup> нм <sup>3</sup>	ρ <sub>рен</sub> , г/см <sup>3</sup>	a, нм	V, 10 <sup>-2</sup> нм <sup>3</sup>	ρ <sub>рен</sub> , г/см <sup>3</sup>
0,00	0,592(9)	20,84	7,50	0,592(9)	20,84	7,50
0,05	0,593(0)	20,85	7,47	0,592(9)	20,84	7,49
0,10	0,593(0)	20,85	7,47	0,593(0)	20,85	7,47
0,15	0,593(2)	20,87	7,46	0,593(1)	20,86	7,46
0,20	0,593(5)	20,91	7,43	0,593(2)	20,87	7,45

Зависимости  $a = f(x)$  и  $\rho_{\text{рен}} = f(x)$  демонстрируют, что в пределах ошибки измерений при комнатной температуре изменение величин параметров, характеризующих кристаллическую структуру составов с увеличением концентрации  $x$  содержания хрома, невелико. Обнаружено линейное изменение постоянной  $a$  элементарной кристаллической ячейки твердых растворов с увеличением содержания хрома (выполнение правила Вегарда) в пределах границы растворимости.

Результаты измерений удельной намагненности и магнитной восприимчивости исследуемых твердых растворов представлены на рис. 3.

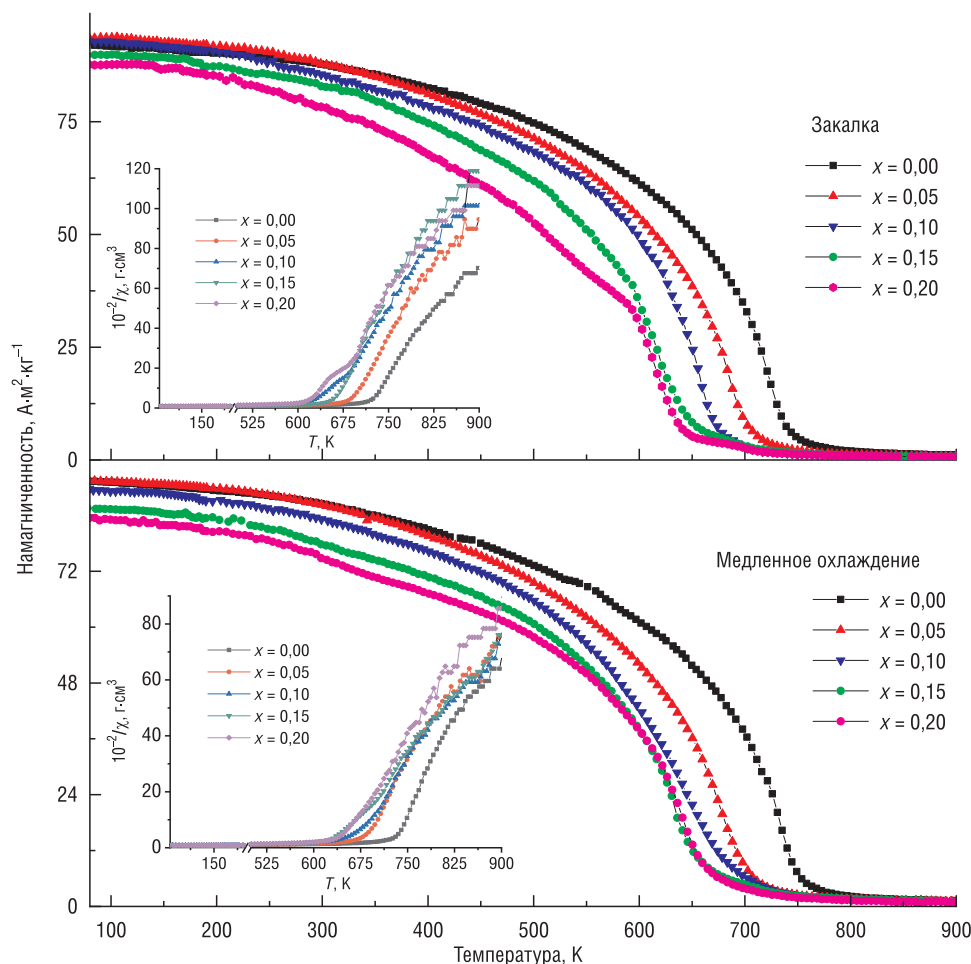


Рис. 3. Температурные зависимости удельной намагненности  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$ . На вставке представлены зависимости магнитной восприимчивости

Fig. 3. The temperature dependencies of the specific magnetization of  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$ . The exhibition presents the dependencies of magnetic susceptibility

Наибольшим значением удельной намагненности обладают твердые растворы  $\text{Ni}_{0,95}\text{Cr}_{0,05}\text{MnSb}$ . При дальнейшем увеличении концентрации хрома в твердых растворах происходит уменьшение удельной намагненности. Величины температур фазового превращения «магнитный порядок – магнитный беспорядок» в твердых растворах системы  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  определены с использованием зависимости квадрата удельной намагненности  $\sigma^2 = f(T)$ .

Проекция к оси  $T$  парамагнитной составляющей зависимостей  $10^{-2}/\chi = f(T)$  находится в положительной области значений температур. Это косвенным путем указывает на ферромагнитную природу обменного взаимодействия в твердых растворах. Величины удельной намагненности и средних магнитных моментов при 80 и 300 К, температуры разрушения упорядоченного магнитного состояния твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  представлены в табл. 2.

Результаты исследования полевых зависимостей удельной намагненности  $\sigma = f(B)$  составов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  при температуре 5, 77 и 300 К показаны на рис. 4–6.

Т а б л и ц а 2. Численные значения величин удельной намагненности, средних магнитных моментов при 80 и 300 К, температуры Кюри твердых растворов  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$

Т а б л и ц а 2. Numerical values of specific magnetization, average magnetic moments at 80 and 300 K, and Curie temperatures of  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  solid solutions

x	M, г/моль	Закалка					Охлаждение с печью				
		$\sigma_{80K}$ , $A \cdot m^2 \cdot kg^{-1}$	$\sigma_{300K}$ , $A \cdot m^2 \cdot kg^{-1}$	$\mu_{80K}$ , $\mu_B$	$\mu_{300K}$ , $\mu_B$	$T_C$ , K	$\sigma_{80K}$ , $A \cdot m^2 \cdot kg^{-1}$	$\sigma_{300K}$ , $A \cdot m^2 \cdot kg^{-1}$	$\mu_{80K}$ , $\mu_B$	$\mu_{300K}$ , $\mu_B$	$T_C$ , K
0,00	235,39	93,53	89,07	3,94	3,75	725	94,33	89,41	3,98	3,77	735
0,05	235,06	96,83	90,98	4,08	3,83	688	95,09	89,79	4,00	3,78	678
0,10	234,72	96,15	88,34	4,04	3,71	659	93,18	86,37	3,92	3,63	645
0,15	234,39	92,84	82,62	3,90	3,47	622	88,70	79,11	3,72	3,32	636
0,20	234,05	91,63	81,49	3,84	3,42	617	87,05	78,08	3,65	3,27	641

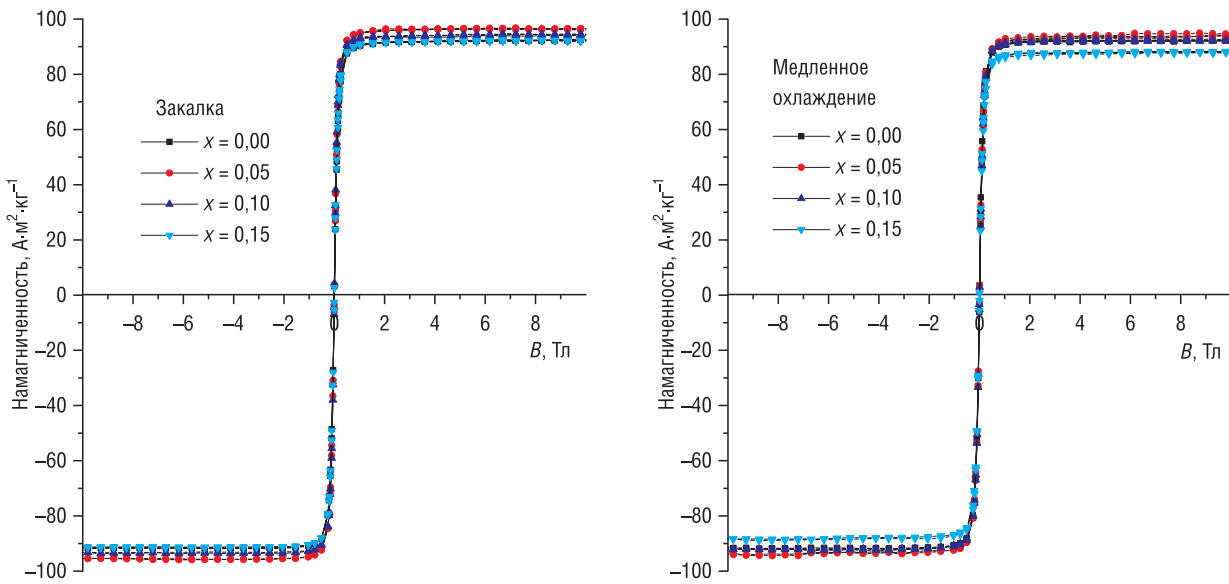


Рис. 4. Полевые зависимости намагненности  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  при 5 К

Fig. 4. Field dependences of the magnetization of  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  at 5 K

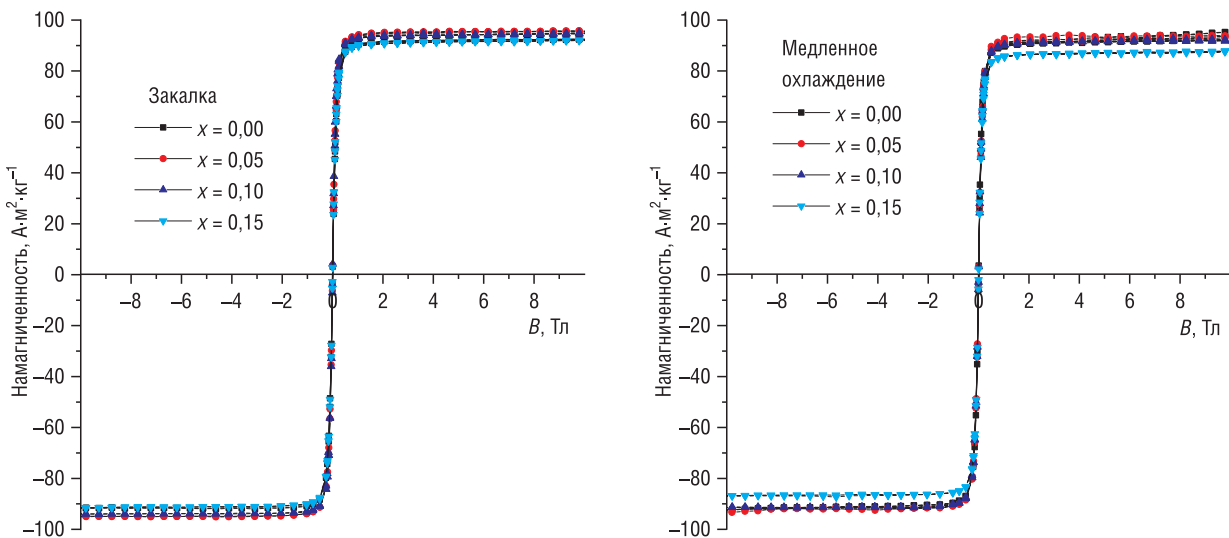
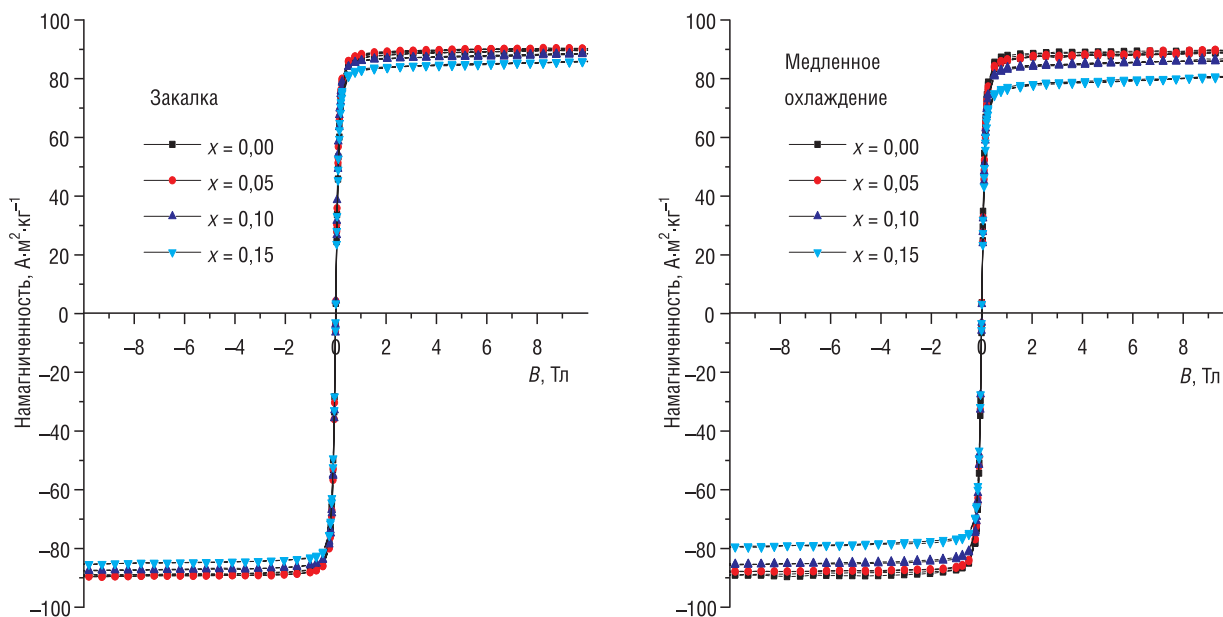


Рис. 5. Полевые зависимости намагненности  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  при 77 К

Fig. 5. Field dependences of the magnetization of  $Ni_{1-x}Cr_xMnSb$  at 77 K

Рис. 6. Полевые зависимости намагниченности  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  при 300 КFig. 6. Field dependencies of the magnetization of  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  at 300 KТаблица 3. Удельная намагниченность насыщения ( $\sigma_s$ ) и значения магнитных моментов ( $\mu$ ) твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  при температурах 5, 77 и 300 КTable 3. Specific saturation magnetization ( $\sigma_s$ ) and values of magnetic moments ( $\mu$ ) of  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  solid solutions at temperatures of 5, 77 and 300 K

x	T = 5 К		T = 77 К		T = 300 К	
	$\sigma_s$ , A·m <sup>2</sup> ·кг <sup>-1</sup>	$\mu$ , $\mu_B$	$\sigma_s$ , A·m <sup>2</sup> ·кг <sup>-1</sup>	$\mu$ , $\mu_B$	$\sigma_s$ , A·m <sup>2</sup> ·кг <sup>-1</sup>	$\mu$ , $\mu_B$
Закалка						
0,00	95,13	4,01	94,82	4,00	89,77	3,78
0,05	100,28	4,22	98,46	4,14	92,54	3,89
0,10	97,47	4,10	97,38	4,09	90,64	3,81
0,15	94,81	3,98	94,43	3,96	84,62	3,55
Медленное охлаждение						
0,00	95,62	4,03	91,56	3,86	86,94	3,66
0,05	97,40	4,10	97,06	4,08	91,83	3,86
0,10	96,22	4,04	94,93	3,99	87,89	3,69
0,15	90,70	3,81	89,70	3,76	81,65	3,43

**Заключение.** Методом твердофазных реакций впервые синтезированы растворы замещения  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  в интервале концентраций  $0,00 \leq x \leq 0,20$ . Рентгеноструктурные исследования показали, что граница растворимости для медленно охлажденных твердых растворов находится в интервале концентраций  $0,05 \leq x \leq 0,10$ , а для закаленных – в интервале  $0,10 \leq x \leq 0,15$ . Использование закалки приводит к увеличению удельной намагниченности. В твердых растворах  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  ( $0,05 \leq x \leq 0,10$ ) наблюдается возрастание удельной намагниченности по сравнению с исходным соединением  $\text{NiMnSb}$ . Выявлено, что температура фазового превращения «магнитный порядок – магнитный беспорядок» исследованных закаленных твердых растворов больше, чем медленно охлажденных твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  и уменьшается по мере увеличения замещения никеля хромом от 725 К для  $\text{NiMnSb}$  до 617 К в закаленных твердых растворах и от 735 до 636 К – в медленно охлажденных твердых растворах.

Из представленных зависимостей следует, что в магнитном поле  $B \geq 1,0$  Тл намагниченность твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  выходит на насыщение. Сопоставление полученных результатов хорошо согласуется с результатами магнитных измерений методом Фарадея. Исследуемые твердые растворы обладают достаточно большими значениями величин намагниченности. Установлено, что с понижением температуры от 77 К до  $\sim 5$  К величина удельной намагниченности изменяется незначительно. Величина гистерезиса заключена в интервале сравнительно небольших магнитных полей  $\sim \pm 1,5$  мТл, что позволяет отнести твердые растворы  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  к магнитомягким материалам.

По результатам изучения петель магнитного гистерезиса на образцах  $\text{Ni}_{1-x}\text{Cr}_x\text{MnSb}$  определены величины удельной намагниченности насыщения ( $\sigma_s$ ) и значения магнитных моментов твердых растворов (табл. 3).

**Благодарности**

Работа выполнена в рамках совместного гранта для молодых ученых БРФФИ–РФФИ М-2021 (гранты № Т21РМ-029 и № 20-52-04003 Бел\_мол\_а).

**Acknowledgements**

The work was carried out within the framework of a joint grant for young scientists BRFFI-RFBR M-2021 (grants no. T21RM-029 and no. 20-52-04003 Bel\_mol\_a).

**Список использованных источников**

1. Magnetic hyperfine field on Cd in the  $\text{Ni}_{1+x}\text{MnSb}$  alloy / J. Schaf [et al.] // *Hyperfine Interactions*. – 1978. – Vol. 4, № 1–2. – P. 397–401. <https://doi.org/10.1007/BF01021859>
2. Giant magnetoresistance effects in intermetallic compounds (invited) / V. Sechovský [et al.] // *J. Appl. Phys.* – 1994. – Vol. 76, № 10. – P. 6913–6918. <https://doi.org/10.1063/1.358114>
3. Exchange interactions and correlation in  $\text{Ni}_{1+x}\text{MnSb}$  Heusler alloys / J. Ruzs, J. Kudrnovsky, I. Turek // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2007. – Vol. 310, № 2. – P. 1654–1656. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2006.10.495>
4. Tuning the magnetocaloric response in half-Heusler/Heusler  $\text{MnNi}_{1+x}\text{Sb}$  solid solutions / E. E. Levin [et al.] // *Phys. Rev. Mater.* – 2017. – Vol. 7, № 1. – Article ID: 075003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.1.075003>
5. Electronic and magnetic properties of  $\text{NiMn}_{1-x}\text{Ho}_x\text{Sb}$  compounds / R. Grasin [et al.] // *Phys. Status Solidi B*. – 2012. – Vol. 249, № 9. – P. 1779–1783. <https://doi.org/10.1002/pssb.201147553>
6. Enhancement of ferromagnetism in Ni excess  $\text{Cu}_{1-x}\text{Ni}_x\text{MnSb}$  half Heusler alloys / B. L. Ahuja [et al.] // *J. Appl. Phys.* – 2012. – Vol. 111, № 3. – Article ID: 033914. <https://doi.org/10.1063/1.3682544>
7. Effects of substitution of Zn for Ni in  $\text{NiMnSb}$  alloys / S. K. Ren [et al.] // *J. Alloys Compd.* – 2004. – Vol. 384, № 1–2. – P. 22–24. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2004.03.118>
8. Римский, Г. С. Особенности кристаллической структуры и магнитных характеристик твердых растворов  $\text{Ni}_{1-x}\text{Ti}_x\text{MnSb}$  ( $0,00 \leq x \leq 0,50$ ) / Г. С. Римский, К. И. Янушкевич // *Вестн. Фонда фундамент. исслед.* – 2021. – № 1 (95). – С. 34–41.

**References**

1. Schaf J., Zelis L. M., Fraga E. R., Livi R. P., Zawislak F. C., Webster P. J., Mankikar R. M. Magnetic hyperfine field on Cd in the  $\text{Ni}_{1+x}\text{MnSb}$  alloy. *Hyperfine Interactions*, 1978, vol. 4, no. 1–2, pp. 397–401. <https://doi.org/10.1007/BF01021859>
2. Sechovský V., Havela L., Proke K., Nakotte H., Boer F. R. de, Brück E. Giant magnetoresistance effects in intermetallic compounds (invited). *Journal of Applied Physics*, 1994, vol. 76, no. 10, pp. 6913–6918. <https://doi.org/10.1063/1.358114>
3. Ruzs J., Kudrnovsky J., Turek I. Exchange interactions and correlation in  $\text{Ni}_{1+x}\text{MnSb}$  Heusler alloys. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2007, vol. 310, no. 2, pp. 1654–1656. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2006.10.495>
4. Levin E. E., Bocarsly J. D., Wyckoff K. E., Pollock T. M., Seshadri R. Tuning the magnetocaloric response in half-Heusler/Heusler  $\text{MnNi}_{1+x}\text{Sb}$  solid solutions. *Physical Review Materials*, 2017, vol. 7, no. 1, article ID: 075003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.1.075003>
5. Grasin R., Rusu C., Laslo A., Dudric R., Mican S., Neumann M., Tetean R. Electronic and magnetic properties of  $\text{NiMn}_{1-x}\text{Ho}_x\text{Sb}$  compounds. *Physica Status Solidi B*, 2012, vol. 249, no. 9, pp. 1779–1783. <https://doi.org/10.1002/pssb.201147553>
6. Ahuja B. L., Dashora A., Tiwari S., Mund H. S., Halder M., Yusuf S. M., Itou M., Sakurai Y. Enhancement of ferromagnetism in Ni excess  $\text{Cu}_{1-x}\text{Ni}_x\text{MnSb}$  half Heusler alloys. *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 111, no. 3, article ID: 033914. <https://doi.org/10.1063/1.3682544>
7. Ren S. K., Gao J., Jiang X. L., Ji G. B., Zou W. Q., Zhang F. M., Du Y. W. Effects of substitution of Zn for Ni in  $\text{NiMnSb}$  alloys. *Journal of Alloys and Compound*, 2004, vol. 384, no. 1–2, pp. 22–24. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2004.03.118>
8. Rimskii G. S., Yanushkevich K. I. Features of the crystal structure and magnetic properties of solid solutions  $\text{Ni}_{1-x}\text{Ti}_x\text{MnSb}$  ( $0,00 \leq x \leq 0,50$ ). *Vestnik Fonda fundamental'nykh issledovaniy = Bulletin of the Foundation for Fundamental Research*, 2021, no. 1 (95), pp. 34–41 (in Russian).

**Информация об авторах**

Римский Григорий Семенович – научный сотрудник лаборатории физики магнитных материалов, Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению (ул. П. Бровки, 19, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: rimskiy@physics.by

Янушкевич Казимир Иосифович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией физики магнитных материалов, Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению (ул. П. Бровки, 19, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: k.yanushkevitch@yandex.by

Руткаускас Антон Владимирович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Лаборатории нейтронной физики имени И.М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований (ул. Жолио-Кюри, 6, 141980, Дубна, Московская обл., Российская Федерация). E-mail: ranton@nf.jinr.ru

**Information about the authors**

Grigory S. Rimskiy – Researcher at the Laboratory of Physics of Magnetic Materials, Scientific-Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus (19, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rimskiy@physics.by

Kazimir I. Yanushkevich – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory of Physics of Magnetic Materials, Scientific-Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus (19, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: k.yanushkevitch@yandex.by

Anton V. Rutkauskas – Ph. D. (Physics and Mathematics), Researcher at the Frank Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Nuclear Research (6, Joliot-Curie Str., 141980, Dubna, Moscow Region, Russian Federation). E-mail: ranton@nf.jinr.ru

**Л. И. Гурский**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск,  
Республика Беларусь*

## **ДЕФОРМИРОВАННОЕ И НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ПРОКАТКЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПАКЕТОВ, ДИСЛОКАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ВНУТРЕННЕГО СЛОЯ – НИКЕЛЕВАЯ ФОЛЬГА**

**Аннотация.** Рассматриваются деформированное и напряженное состояния при прокатке трехслойного пакета из различных металлов, внутренний слой – никелевая фольга. Описывается методика определения плотности дислокаций. Приводятся результаты влияния условий деформирования на распределение и плотность дислокаций при прокатке никелевой фольги в различных пакетах, в том числе фиксирование или установление дислокационной структуры никелевой фольги до деформации и при различных степенях деформации. Показано, что решающее влияние на развитие дислокационной структуры и свойств оказывает механическая схема деформации внутреннего слоя пакета, а именно деформация никелевой фольги неравномерным сжатием со сдвигом. Установлено, что плотность дислокаций определяется не только степенью деформации, но и схемой деформированного и напряженного состояния вещества, причем для случая сдвиговой деформации с увеличением степени деформации плотность дислокаций увеличивается более интенсивно, чем при деформации растяжением или сжатием без сдвига. При этом в результате деформации сдвигом происходит значительное измельчение структуры материалов: с увеличением степени пластической деформации в веществе формируется трехмерный ячеистый каркас, границы ячеек которого состоят из сплетений дислокаций. По мере возрастания степени деформации плотность дислокаций в границах ячеек увеличивается, а размеры областей внутри ячеек уменьшаются; между тем области внутри ячеек дислокационного каркаса всегда оказываются свободными от дислокаций. Полученные результаты позволяют рекомендовать схемы с деформацией сдвигом для новых перспективных процессов получения материалов с уникальными свойствами.

**Ключевые слова:** прокатка, трехслойный пакет, степень деформации, сдвиг, напряженное состояние, деформированное состояние, плотность дислокаций

**Для цитирования:** Гурский, Л. И. Деформированное и напряженное состояния материалов при прокатке трехслойных пакетов, дислокационная структура внутреннего слоя – никелевая фольга // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 270–279. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-270-279>

**Leonid I. Hurski**

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus*

## **DEFORMED AND STRESSED STATES OF MATERIALS AT THE ROLLING OF THREE LAYER STACKS, DISLOCATION STRUCTURE OF INNER LAYER – NICKEL FOIL**

**Abstract.** The deformed and stressed states during rolling of a three-layer stack from various materials with a nickel foil inner layer are considered. The technique of determining the density of dislocations is described. The data about the influence of deformation conditions on the distribution and density of dislocations during rolling of nickel foil in various stacks are presented, including the registration or determination of the dislocation structure of nickel foil before deformation and at various degrees of deformation. It is shown that the mechanical scheme of deformation of the inner layer of the stack, namely, the deformation of the nickel foil by non-uniform compression with shear, has a decisive influence on the development of the dislocation structure and properties. It is established that the dislocation density is determined not only by the degree of deformation, but also by a scheme of the deformed and stressed state of matter, and for the case of shear deformation with increasing degree of deformation the dislocation density increases more rapidly than in the case of tensile strain or compression without shear; the result of shear deformation is a significant refinement of the structure of materials: with increasing degree of plastic deformation of the material a three-dimensional cellular network of dislocation is formed, wherein the borders of cells are formed by tangles of dislocations. With increasing degree of deformation, the density of dislocations at the cell boundaries increases, and the size of the cells decreases; in this case, the areas inside the cells of the dislocation network are always free of dislocations. The obtained results allow recommending the schemes with shear deformation for new promising processes of production of materials with unique properties.

**Keywords:** rolling, three-layer stack, degree of deformation, shear, stressed state, strained state, dislocation density

**For citation:** Hurski L.I. Deformed and stressed states of materials at the rolling of three layer stacks, dislocation structure of inner layer – nickel foil. *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 270–279 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-270-279>

**Введение.** Наиболее характерные физико-химические свойства вещества определяются пространственной группой симметрии, типом пространственной решетки Браве, сингонией, зонной структурой, статистическими распределениями, фазовой диаграммой состояния, термодинамическими характеристиками. При получении веществ и при воздействиях на них (излучение, радиация, пластическая деформация, термообработка и др.) возникают различные дефекты (вакансии, междоузельные атомы, краевые, винтовые и смешанные дислокации, границы между зёрнами и блоками и др.). При оптимальных технологических режимах получения веществ количество дислокаций (плотность) составляет  $\sim (10-10^5) \text{ см}^{-2}$ , а при различных воздействиях может достигать значений  $\sim (10^6-10^{12}) \text{ см}^{-2}$ . Плотность дислокаций в веществах можно уменьшить с помощью термообработки.

**Цели и задачи исследования.** Основная цель исследования – анализ деформированного и напряженного состояний слоев при прокатке трехслойных пакетов, наружные слои которых выполнены из различных материалов, и изучение дислокационной структуры внутреннего слоя – никелевой фольги.

Для достижения указанной цели решались следующие задачи:

1) рассмотреть схемы пластической деформации пакетов, наружные слои которых выполнены из алюминия, стали, никеля, а внутренним слоем является никелевая фольга, и выполнить анализ деформированного и напряженного состояний указанных пакетов;

2) определить методы установления плотности дислокаций и разработать методику определения плотности дислокаций в веществах с использованием электронного микроскопа;

3) изучить дислокационную структуру никелевой фольги до и после деформации и привести электронные фотографии структуры никелевой фольги при различных степенях деформации пакета сталь–никель–сталь.

#### **Деформированное и напряженное состояния металлов трехслойных пакетов при прокатке.**

**Схемы деформаций.** Соотношения между геометрическими параметрами очага деформации прокатного стана следующие: 1)  $D \gg L_q$ , 2)  $L_q \gg H_0$ , 3)  $H_0 \gg h$ . Первое неравенство указывает соотношение размеров валков и очага деформации, второе неравенство – прокатку с малыми единичными обжатиями (степенями деформации) за проход:  $(H_0 + h_0) - (H_1 + h_1) / (H_0 + h_0)$ , третье неравенство – прокатку фольги.

Таким образом, толщина наружных пластин пакета является величиной второго, а толщина фольги – третьего порядка малости относительно диаметра валков  $D$  и очага деформации  $L_q$  (рис. 1).

Так как у материалов трехслойного пакета различные значения пределов текучести  $k$ : Ni ( $k_1$ ,  $\sigma_{0,2} \sim (1,6-2,5)$  МПа, Al ( $k_2$ ,  $\sigma_{0,2} \sim (50-80)$  МПа, Fe ( $k_3$ , Ст45  $\sigma_{0,2} \sim (245-275)$  МПа), – то возможны три схемы деформации с различными вариантами наружных слоев.

**Схема 1.** Наружные слои – алюминий. Наружные слои пакета деформируются сильнее внутреннего слоя (никелевая фольга). В этом случае  $k_2 > k_1$ . Напряженное состояние и распределение сил трения на контактной поверхности алюминий – никелевая фольга показаны на рис. 1, *a*.

**Схема 2.** Наружные слои – сталь. Материал никелевая фольга деформируется сильнее по сравнению с наружными пластинами из стали. В этом случае  $k_3 > k_2$ . Напряженное состояние и распределение сил трения на контактной поверхности сталь – никелевая фольга показано на рис. 1, *b*.

**Схема 3.** Наружные слои – никель. Внутренний слой никелевая фольга и наружные никелевые слои пакета деформируются примерно одинаково. Это имеет место, если пределы текучести наружных слоев – никель и внутреннего слоя – никелевая фольга приблизительно одинаковы. Разрыв скорости на контактной поверхности равен нулю, а напряженное состояние и распределение сил трения на контактной поверхности показаны на рис. 1, *c*.

При заданных параметрах  $D$ ,  $L_q$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $\tau_k''$ ,  $\tau_k'''$  действительная картина в очаге деформации должна определяться из условий минимума работы пластической деформации. (Здесь и далее  $\tau_k''$  – трение между верхней и нижней пластинами пакета и никелевой фольгой,  $\tau_k'''$  – трение между валками и верхней и нижней пластинами пакета.)

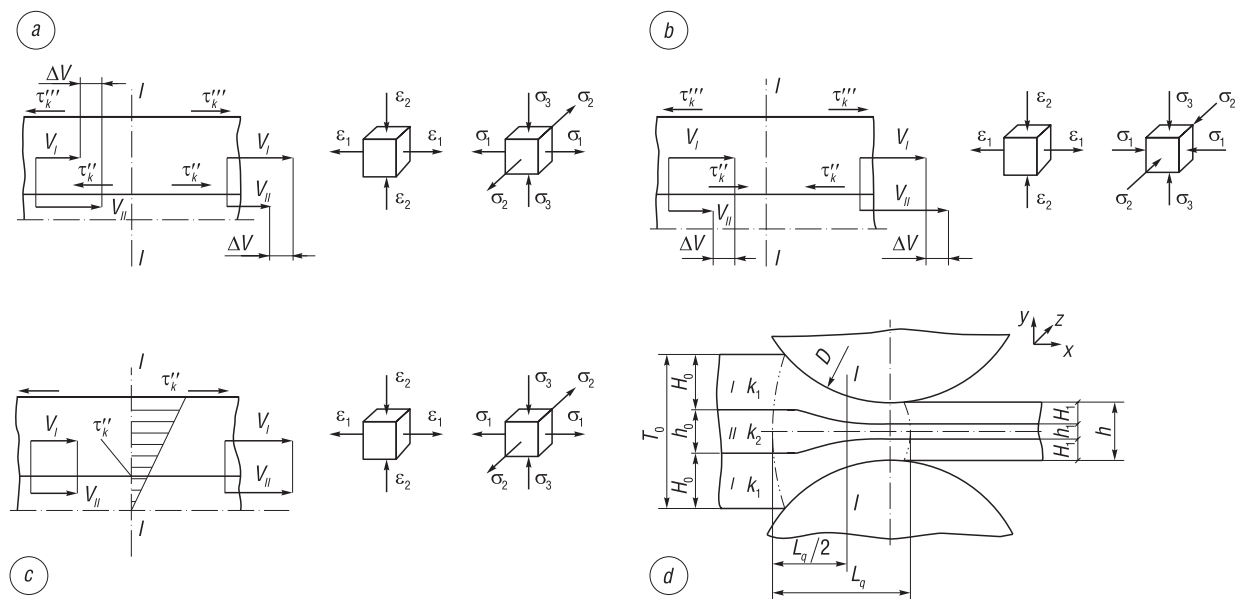


Рис. 1. Схемы распределения скоростей, деформаций и напряжений при прокатке трехслойных пакетов с внутренним слоем никелевая фольга: *a* – пакет алюминий–никель–алюминий; *b* – пакет сталь–никель–сталь; *c* – пакет никель–никель–никель; *d* – схема, иллюстрирующая деформацию прокаткой трехслойного пакета

Fig. 1. Diagrams of distribution of velocities, strains and stresses during rolling of three-layer packages with an inner layer of nickel foil: *a* – aluminum-nickel-aluminum package; *b* – steel-nickel-steel package; *c* – nickel – nickel – nickel package; *d* – a diagram illustrating the rolling deformation of a three-layer stack

Для анализа общих особенностей процесса деформации прокаткой можно ограничиться рассмотрением указанных схем. Заметим, что во всех случаях пластическое состояние достигается как для никелевой фольги, так и для верхней и нижней пластин пакета. Так как ширина пакета  $B$  значительно превышает его толщину  $T_0$  ( $2H_0 + h_0$ ),  $B \gg T_0$ , то деформация может рассматриваться как плоская.

*Схема 1* (см. рис. 1, *a*). Касательные напряжения на контакте уравниваются внутренними напряжениями  $\sigma_x$ , то есть для фольги  $\sigma_x h = \tau_k'' x$ , где  $x$  – расстояние от конца очага деформации до сечения I–I. На расстоянии  $x = L_q = \sigma_s h / \tau_k''$  достигается предел текучести на растяжение никелевой фольги. Если напряжение  $\tau_k''$  и напряжение  $\sigma_s$  одного порядка, то длина очага деформации  $L_q$  тоже будет одного порядка с высотой  $h$ . Области контакта вала с пакетом, вдоль которых действуют напряжения  $\tau_k''$ , будут по сравнению с длиной очага деформации  $L_q$  величинами третьего порядка малости. В результате линейного растяжения никелевой фольги контакты между валами верхней и нижней пластин из алюминия будут нарушаться.

*Схема 2* (см. рис. 1, *b*). Для внутреннего слоя пакета никелевой фольги с осью симметрии I–I и контактным трением  $\tau_k''$  схема действия сил будет определяться деформацией сжатия со сдвигом. Схема действия сил для наружных слоев (сталь) близка к сжатию. Сопряжение двух решений на границах I и II возможно только в случае, если толщина никелевой фольги  $h(x)$  изменяется по определенному закону. Влияние этого изменения на толщину пакета  $T(x)$  несущественно, и напряженное состояние должно определяться условиями деформации слоев пакета состава сталь–никель–сталь.

*Схема 3* (см. рис. 1, *c*). Так как относительное проскальзывание слоев I и II отсутствует, то силы трения на границе I–II примерно равны  $\tau_k'' = (h/T) \tau_k'' \ll 1$ , поэтому их влиянием на напряженное состояние никелевой фольги можно пренебречь. Граница раздела I–II эквивалентна оси симметрии для слоя I.

Таким образом, состояние никелевой фольги определяется условиями сжатия с нулевым трением, а состояние наружных пластин (никель) – условиями сжатия с трением. Также на рис. 1 можно видеть, что деформированное состояние во всех трех случаях соответствует значениям  $\varepsilon_y = \varepsilon_z < 0$ ,  $\varepsilon_x = \varepsilon_1 > 0$ ,  $\varepsilon_z = 0$ . Для схем на рис. 1 *a, b* напряженного состояния на оси получа-



ем  $\sigma_y = \sigma_3 < 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_1 < 0$ ,  $\varepsilon_z = (\sigma_3 + \sigma_1)/2 < 0$ , а для схемы на рис. 1,  $c - \sigma_y = \sigma_3 = 0$ ,  $\sigma_x = \sigma_1 = \sigma_s > 0$ ,  $\varepsilon_z = \sigma_s/2 = \sigma_2 > 0$ .

**Деформированное состояние металлов в трехслойном пакете при прокатке.** Для схем на рис. 1,  $a, c$  состояние соответствует однородному линейному растяжению-сжатию при плоской деформации. Для схемы на рис. 1,  $b$  состояние соответствует однородному линейному сжатию со сдвигом. Таким образом, для схемы деформации на рис. 1,  $a$  и  $c$  получаем:

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 \ln(h_0/h).$$

После выхода из очага деформации деформация  $\varepsilon_1$  определяется как

$$\varepsilon_1 = \ln(h_0/h_1).$$

Для схемы на рис. 1,  $b$  слой фольги находится в условиях сжатия со сдвигом и, используя решение Прандтля для скоростей [1], получаем уравнение

$$v_x = C + V(x/h) - (2V/m)\sqrt{1 - (m^2 y^2 / h^2)}, \quad v_y = -V(y/h),$$

где  $C$  – постоянная,  $v$  – скорость деформирования,  $m$  – относительная величина контактного трения,  $m = \tau_k'' / k_2$ , скорость деформации на оси симметрии  $\xi_x = -\xi_y = dv_x / dx = V / h$ . За время  $dt$  приращение деформации на оси  $x$ :  $d\varepsilon_x = \xi_x dt = (V/h)dt$ . Очевидно, что  $dt = -dh/V$ , и тогда  $d\varepsilon_x = -dh/h$ . Отсюда имеем конечную деформацию металла на оси за один этап:  $\varepsilon_x = \ln(h_0/h_1)$ , то есть такую же величину деформации, что и при однородной линейной деформации сдвигом.

При сжатии никелевой фольги удобно измерять не изменение толщины фольги, а ее удлинение, например, по изменению расстояния между двумя метками, нанесенными на поверхность фольги. В случаях однородного линейного состояния это изменение сразу дает логарифмические деформации. Проверим это для схемы на рис. 1,  $b$ . Если расстояние между метками в исходном состоянии  $\Delta x_0$ , то разность скоростей между метками будет  $\Delta v_x = V(\Delta x_0/h)$ . За время  $dt$  величина  $\Delta x_0$  получит следующее увеличение

$$d(\Delta x_0) = \Delta v_x dt = V(\Delta x_0/h) dt = \Delta x_0 dh / h.$$

После интегрирования получаем показатель деформации

$$\ln(\Delta x / \Delta x_0) = \ln(h_0 / h),$$

то есть тот же показатель деформации, что и для изменения толщины. Таким образом, если логарифмический показатель деформации во всех случаях сохраняется постоянным, то интенсивности деформаций точек на оси также совпадают для всех трех схем.

**Напряженное состояние металлов в трехслойном пакете при прокатке.** Для схемы на рис. 1  $a$  в слое фольги есть линейное растяжение и величина гидростатического давления составляет  $p = \sigma_s / 2 = k_2 > 0$ .

Для схемы на рис. 1,  $c$  справедливо линейное сжатие и напряжения по сечению распределены равномерно. Давление на контакте находится из решения для сжатия тонкого слоя I:

$$\sigma_y / k_1 = -C - (mx/H), \quad \tau_{xy} = (my/H),$$

где  $m = \tau_k''' / k_1$ . Из условия отсутствия натяжений на границах очага деформации для слоя I будем примерно иметь  $-C \approx 2$ . Тогда нормальное напряжение на границе I–II находится при  $C = 0$ :

$$\sigma_y = -2k_1 - (\tau_k''' x / H).$$

Используя условие пластичности, для слоя I получаем действующие напряжения:

$$\sigma_x = \sigma_y + 2k_2 = -2k_1 - (\tau_k''' x / H) + 2k_2.$$

Гидростатическое давление в слое фольги определится выражением

$$p = 2k_1 - (\tau_k''' x / H) + k_2.$$

Для схемы на рис. 1, *b* для внутреннего слоя пакета (никелевая фольга) используется решение для сжатия со сдвигом согласно [2]:

$$\tau_{xy} / k_1 = (1+x) / 2 + (1-x)y / H, \quad \sigma_y / k_1 = -C - (1-x)(x / H), \quad \sigma_x / k_1 = \sigma_y / k_1 + 2\sqrt{1 - (\tau_{xy} / k_1)^2},$$

$$\sigma_x / k_1 = \sigma_y / k_1 + 2\sqrt{1 - (\tau_{xy} / k_1)^2},$$

где  $x = \tau_k'' / \tau_k'''$ . Из этих уравнений для границы I–II имеем

$$\sigma_y = -C - (\tau_k''' - \tau_k'')(x / H).$$

Из условия отсутствия натяжений на границе очага деформации для слоя I, где  $C \cong 2k_1$ , получаем

$$\sigma_y = -2k_1 - (\tau_k''' - \tau_k'')(x / H),$$

а из условия пластичности для слоя II –

$$\sigma_x = -2k_1 - (\tau_k''' - \tau_k'')(x / H) + 2k_2.$$

При этом гидростатическое давление в слое II определится формулой

$$p = -2k_1 - (\tau_k''' - \tau_k'')(x / H) + k_2.$$

Таким образом, можно заключить, что для схем на рис. 1 *b, c* распределение гидростатического давления является линейным. Однако для схемы на рис. 1, *b* распределение гидростатического давления зависит от соотношения трения на контакте внешних слоев пакета с валками и на границе

раздела наружных слоев и внутреннего слоя (никелевая фольга) пакета. При  $\tau_k''' = \tau_k''$  значение  $p$  будет определяться, как  $p = -2k_1 + k_2$ . При  $\tau_k''' = 0$  значение  $p$  будет равно  $p = -2k_1 - (\tau_k'' x / H) + k_2$ .

Отсюда следует, что гидростатическое давление возрастает от схемы на рис. 1 *a*, где оно растягивающее, до схемы рис. 1, *b*, где оно сжимающее со сдвигом. Схема рис. 1, *c* является промежуточной относительно гидростатического давления.

Распределение гидростатического давления по длине очага деформации показано на рис. 2 (зависимости 1–3 соответственно для схем рис. 1, *a–c*).

Таким образом, три рассмотренных случая прокатки в пакетах характеризуются различным гидростатическим давлением и схемами деформации. При этом для внутреннего слоя (никелевая фольга) по направлению прокатки пакета характерны три схемы деформации: линейное растяжение (см. рис. 1, *a*), неоднородное сжатие со сдвигом (см. рис. 1, *b*) и однородное сжатие без сдвига (см. рис. 1, *c*). Перемещаясь по очагу деформации, элементарный объем на оси внутреннего слоя (никелевая фольга) в зависимости от условий деформирования, характерных для каждой схемы в отдельности, не будет иметь одни и те же условия. Характер действия сил в очаге деформации окажет определенное влияние на закономерности формирования структуры деформируемого тела. Эти особенности и будут далее рассмотрены для неоднородного сжатия со сдвигом (см. рис. 1, *b*) и линейного растяжения (см. рис. 1, *a*).

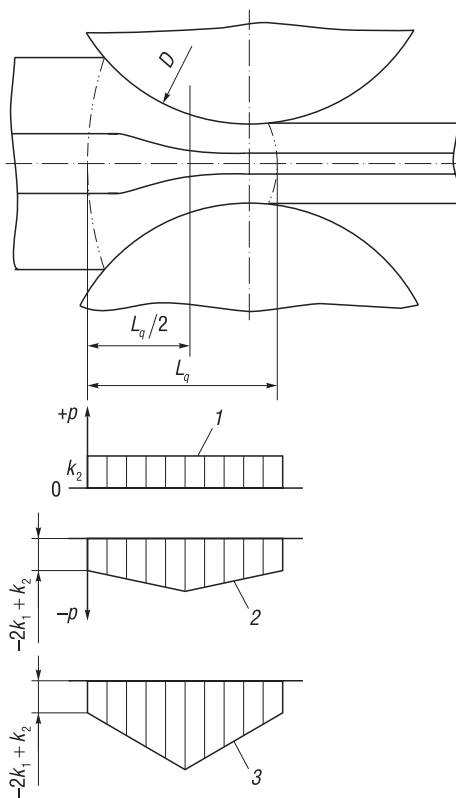


Рис. 2. Распределение гидростатического давления по длине очага деформации: 1 – для схемы на рис. 1, *a*; 2 – для схемы на рис. 1, *b*; 3 – для схемы на рис. 1, *c*

Fig. 2. Distribution of hydrostatic pressure along the length of the deformation zone: 1 – for the diagram in Figure 1, *a*; 2 – for the circuit in Figure 1, *b*; 3 – for the circuit in Figure 1, *c*

**Методика определения плотности дислокаций.** Известна методика определения плотности дислокации при помощи просвечивающей электронной микроскопии Д. Бэйли и П. Хирша [3–15], однако она громоздка, так как необходимо по электронно-микроскопической фотографии определить суммарную проекцию всех дислокационных линий. Согласно [13–15], плотность дислокаций  $\rho_d$  определяется по электронно-микроскопическим фотографиям с использованием выражения  $\rho_d = 2N/Lt$ , где  $N$  – число пересечений дислокаций с линиями ортогональной сетки, нанесенной на фотографию;  $L$  – длина линий сетки;  $t$  – толщина образца. Число пересечений линий с дислокациями должно быть не менее 50. Относительная погрешность этого метода составляет  $\sim 20\%$ .

В [16] подробно рассмотрены методики определения плотности дислокаций. В результате предложено определять плотность дислокаций по 20–25 электронно-микроскопическим фотографиям с одного и того же образца. Такой метод применим для плотности дислокаций от  $10^7$  до  $10^{12}$   $\text{см}^{-2}$ . При плотности дислокаций  $10^7$   $\text{см}^{-2}$  и меньше следует использовать метод рентгеновской топографии либо определять плотность дислокаций по ямкам травления, так как получить изображение отдельных дислокаций при плотности  $10^7$   $\text{см}^{-2}$  и меньше с использованием просвечивающего электронного микроскопа практически невозможно.

В данной работе при экспериментальном определении плотности дислокаций с использованием электронного микроскопа (универсальный электронный микроскоп УЭМВ-100В) применялась формула  $\rho_d = \sum_0^n l_i / V$ , согласно которой плотность дислокаций определяется как отношение суммарной длины всех дислокационных линий в структуре материала к его объему, где  $l_i$  – длина линии отдельной дислокации,  $V$  – объем материала.

**Влияние условий деформирования на распределение и плотность дислокаций при прокатке.** Данные определения плотности дислокации при помощи просвечивающей электронной микроскопии позволили экспериментально изучить закономерности формирования дислокационной структуры внутреннего слоя (никелевая фольга) в зависимости от гидростатического давления и механических схем деформации элементарных объемов фольги на оси пакета. При небольших степенях деформации (до  $\sim 10\%$ ) была установлена только одна система скольжения  $\{111\}\langle 10\bar{1}\rangle$ . При дальнейшем увеличении степени деформации определить систему скольжения оказалось невозможным.

Построенный по экспериментальным данным график изменения плотности дислокаций  $\rho_d$  в зависимости от степени деформации при прокатке пакетов алюминий – никелевая фольга – алюминий и сталь – никелевая фольга – сталь представлен на рис. 3 [6, 17–19].

Согласно экспериментальным данным, приведенным на рис. 3, плотность дислокаций увеличивается более интенсивно с увеличением степени деформации при прокатке в жестких пакетах сталь–никель–сталь, напряженное состояние – неравномерное сжатие со сдвигом.

В этом случае плотность дислокаций сильно деформированной никелевой фольги ( $\epsilon > 50\%$ ) более чем на порядок превышает значения плотности дислокаций никелевой фольги, деформированной прокаткой в мягких пакетах алюминий–никель–алюминий, напряженное состояние – линейное растяжение. При этом в различных пакетах по мере увеличения степени деформации качественное изменение дислокационной структуры внутренних слоев пакетов (никелевая фольга) проходит близкие стадии, но при различных степенях деформации.

Дислокационные структуры никелевой фольги поясняются электронными фотографиями до деформации (рис. 4) и при различных степенях деформации никелевой фольги по схеме рис. 1, b (рис. 5).

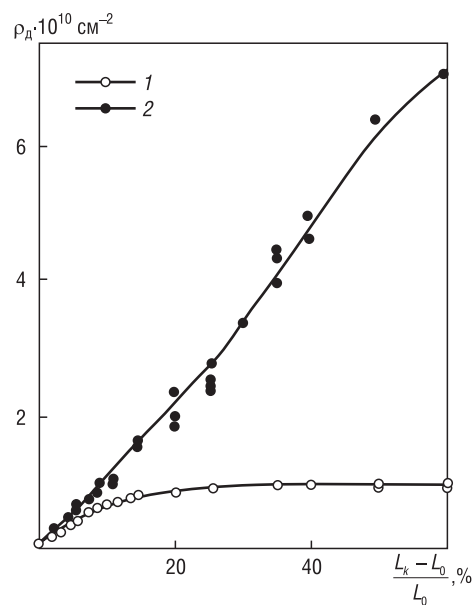


Рис. 3. Зависимости изменения плотности дислокаций от степени деформации при прокатке в пакетах алюминий–никель–алюминий (1) и сталь–никель–сталь (2)

Fig. 3. Dependencies of the change in the density of dislocations on the degree of deformation during rolling in packages aluminum–nickel–aluminum (1) and steel–nickel–steel (2)

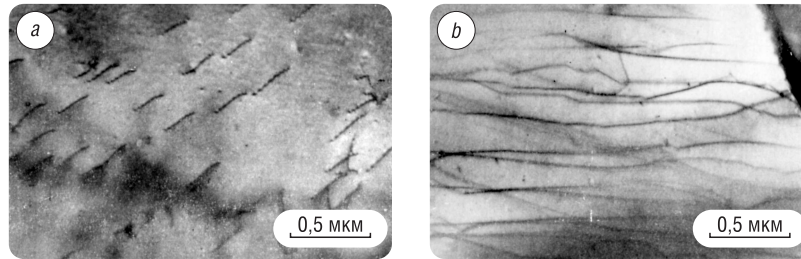


Рис. 4. Дислокационная структура никелевой фольги до деформации: *a* – участок фольги с дислокациями, расположенными под большим углом к поверхности фольги; *b* – участок фольги с дислокациями, расположенными параллельно поверхности фольги

Fig. 4. Dislocation structure of nickel foil before deformation: *a* – foil section with dislocations located at a large angle to the foil surface; *b* – foil area with dislocations parallel to the foil surface

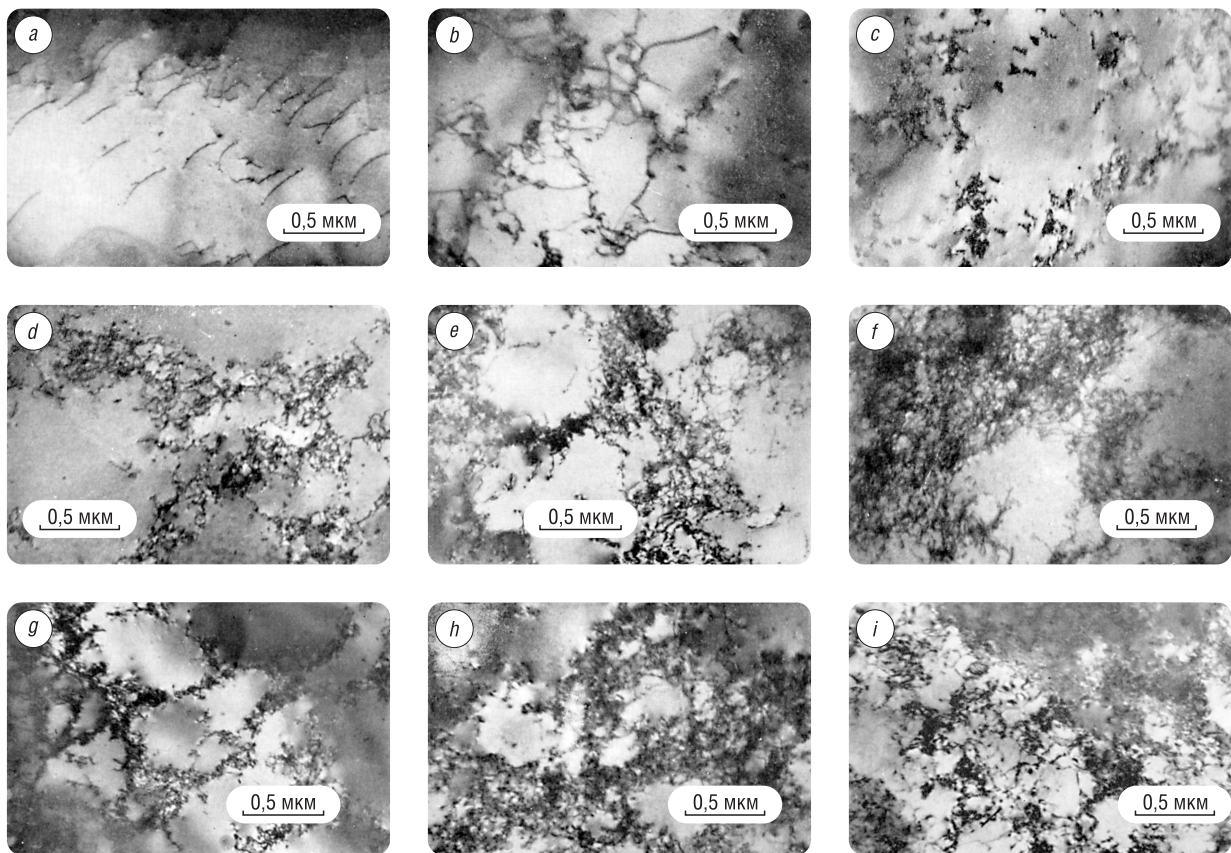


Рис. 5. Дислокационная структура никелевой фольги, деформированной на: *a* – 1 % ( $\rho_d = 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *b* – 3 % ( $\rho_d = 3,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *c* – 5 % ( $\rho_d = 5,6 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *d* – 7 % ( $\rho_d = 7,4 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *e* – 15 % ( $\rho_d = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *f* – 20 % ( $\rho_d = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *g* – 25 % ( $\rho_d = 2,7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *h* – 40 % ( $\rho_d = 5,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *i* – 60 % ( $\rho_d = 6,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ )

Fig. 5. Dislocation structure of nickel foil deformed by: *a* – 1 % ( $\rho_d = 1.3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *b* – 3 % ( $\rho_d = 3.3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *c* – 5 % ( $\rho_d = 5.6 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *d* – 7 % ( $\rho_d = 7.4 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ); *e* – 15 % ( $\rho_d = 1.6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *f* – 20 % ( $\rho_d = 2.1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *g* – 25 % ( $\rho_d = 2.7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *h* – 40 % ( $\rho_d = 5.1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ); *i* – 60 % ( $\rho_d = 6.1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ )

Величины гидростатического давления и схемы деформации при прокатке в жестких пакетах – деформация сдвигом, и прокатке в мягких пакетах – деформация линейное сжатие, также отличаются друг от друга. Особенности деформации в различных пакетах оказывают разное влияние на зарождение и перемещение дислокаций и в итоге – на формирование ячеистой дислокационной структуры.

**Обсуждение результатов исследования.** Три рассмотренных случая прокатки в пакетах характеризуются различным гидростатическим давлением и схемами деформаций. При этом для внутреннего слоя (никелевая фольга) по направлению прокатки пакета могут иметь место три схемы деформации: линейное растяжение (схема рис. 1, *a*), неоднородное сжатие со сдвигом (схема рис. 1, *b*) и однородное сжатие без сдвига (схема рис. 1, *c*).

Установлено, что стадии формирования дислокационной структуры у деформированной в пакетах никелевой фольги наблюдаются при различных степенях деформации:

у никелевой фольги, деформированной прокаткой в пакетах сталь–никель–сталь, трехмерная ячеистая дислокационная сетка образуется при степенях деформации ( $\varepsilon \sim (7-10) \%$ );

у никелевой фольги, деформированной прокаткой в пакетах алюминий–никель–алюминий, трехмерная ячеистая дислокационная сетка образуется при степенях деформации ( $\varepsilon \sim (15-20) \%$ ).

В процессе пластической деформации непрерывно рождаются новые дислокации и исчезают старые, выходя на поверхность или в результате аннигиляции. Пусть  $d\rho_{д,р}/dt$  – количество дислокаций, рожденных всеми источниками в единицу времени, а  $d\rho_{д,и}/dt$  – количество исчезнувших дислокаций. Если  $d\rho_{д,р}/dt = d\rho_{д,и}/dt$ , то количество оставшихся в кристалле дислокаций  $\rho_{д0}$  не зависит от степени деформации. Количество исчезнувших дислокаций пропорционально деформации при прокатке пакетов  $d\rho_{д,и} \sim \varepsilon$ . Если скорость деформации постоянна  $d\varepsilon/dt = \text{const}$ , то, следовательно,  $d\rho_{д,и}/dt = \text{const}$ .

Всегда при исследовании прокатанных образцов никелевой фольги по схемам рис. 1, *a–c* количество дислокаций, выходящих на поверхность фольги или аннигилирующих в единицу времени, будет постоянным, так как скорость деформации постоянна. Вместе с тем количество рождающихся дислокаций с увеличением степени деформации все время растет, и, следовательно, растет плотность оставшихся в фольге дислокаций  $\rho_{д0}$ . Эти процессы имеют место вследствие того, что дислокации, перемещаясь, задерживаются у препятствий, образуя скопления, способные задержать последующие дислокации. Если деформировать пакеты, к которым приложено различное гидростатическое давление, то, согласно теории пластичности, оно не должно влиять на ход деформационного процесса. Однако в настоящей работе при экспериментальных исследованиях прокатки трехслойных пакетов наблюдались изменения дислокационной структуры деформированной в различных пакетах никелевой фольги, а, следовательно, и в деформационном упрочнении.

Результаты выполненных исследований убедительно показывают, что решающее влияние на развитие дислокационной структуры и свойств оказывает механическая схема деформации внутреннего слоя пакета, а именно деформация никелевой фольги неравномерным сжатием со сдвигом.

При сложном напряженном состоянии у поликристаллических образцов действует несколько систем скольжения. От активности вторичных систем скольжения зависят количество скоплений и эволюция формирования дислокационной структуры. Чем больше дислокаций генерируется во вторичных системах скольжения и чем больше их подвижность, тем на более ранних стадиях деформации происходит формирование ячеистой дислокационной сетки.

Представлены кривые изменения плотности дислокаций, определенной по электронным фотографиям в зависимости от степени деформации при холодной прокатке никелевой фольги в различных условиях. Эти кривые не являются линейными, в то время как дислокационные теории упрочнения дают для гранецентрированных кубических металлов линейную зависимость  $\rho_{д} \sim \varepsilon$ . Экспериментальные результаты свидетельствуют, что плотность дислокаций увеличивается не пропорционально степени деформации  $\varepsilon$ , а быстрее при прокатке пакета, где наружные слои – сталь, или медленнее при прокатке пакета, в котором наружные слои – алюминий (см. рис. 4). Экспериментально было установлено, что для рассмотренных случаев прокатки имеет место степенная зависимость изменения плотности дислокаций  $\rho_{д} = C\varepsilon^m$ , где показатель степени  $m$  находится в пределах от 1 до 1/2.

**Заключение.** Проведенные исследования позволяют сделать ряд выводов:

1) плотность дислокаций определяется не только степенью деформации, но и схемой деформированного и напряженного состояний вещества; при деформации сдвигом с увеличением степени деформации плотность дислокаций увеличивается более интенсивно, чем при деформации растяжением или сжатием без сдвига; при этом в результате деформации сдвигом происходит значительное измельчение структуры веществ;

2) по мере увеличения степени пластической деформации в веществе формируется трехмерный ячеистый каркас; границы ячеек этого каркаса состоят из сплетений дислокаций;

3) по мере увеличения степени деформации плотность дислокаций в границах ячеек увеличивается, а размеры областей внутри ячеек уменьшаются; при этом области внутри ячеек дислокационного каркаса всегда оказываются свободными от дислокаций.

Полученные результаты позволяют рекомендовать схемы с деформацией сдвигом для новых перспективных процессов получения материалов с уникальными свойствами.

### Благодарности

Автор выражает благодарность А.Л. Гурскому за полезные дискуссии и подготовку материала к печати.

### Acknowledgments

The author expresses his gratitude to A.L. Gursky for useful discussions and preparation of the material for publication.

### Список использованных источников

1. Хилл, Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: Гостехиздат, 1956. – 408 с.
2. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
3. Ван-Бюрен, Х. Г. Дефекты в кристаллах / Х. Г. Ван-Бюрен. – М.: Иностран. лит., 1962. – 610 с.
4. Урусов, В. С. Геохимия твердого тела / В. С. Урусов, В. Л. Таусон, В. В. Акимов. – М.: ГЕОС, 1997. – 304 с.
5. Козлова, О. Г. Рост и морфология кристаллов / О. Г. Козлова. – М.: Моск. ун-т, 1972. – 304 с.
6. Северденко, В. П. Структура в объеме и на поверхности прокатанных материалов / В. П. Северденко, Л. И. Гурский. – Минск: Наука и техника, 1972. – 308 с.
7. Новиков, И. И. Кристаллография и дефекты кристаллической решетки / И. И. Новиков, К. М. Розин. – М.: Металлургия, 1990. – 336 с.
8. Хирт, Дж. Теория дислокаций / Дж. Хирт, И. Лоте. – М.: Атомиздат, 1972. – 600 с.
9. Фридель, Ж. Дислокации / Ж. Фридель. – М.: Мир, 1967. – 643 с.
10. Финкель, В. М. Физика разрушения / В. М. Финкель. – М.: Металлургия, 1970. – 376 с.
11. Владимиров, В. И. Физическая природа разрушения металлов / В. И. Владимиров. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
12. Материаловедение. Технология конструкционных материалов: учеб. пособие для студентов вузов / А. В. Шишкин [и др.]. – М.: Омега Л, 2006. – 752 с.
13. Северденко, В. П. Структура тонких металлических пленок / В. П. Северденко, Э. И. Точицкий. – Минск: Наука и техника, 1968. – 180 с.
14. Северденко, В. П. Прокатка с малыми обжатиями / В. П. Северденко, Л. И. Гурский. – Минск: Наука и техника, 1968. – 188 с.
15. Распределение плотности дислокаций при пластической деформации металлов / В. П. Северденко [и др.] // Материаловедение и термическая обработка: сб. – Минск: Наука и техника, 1965. – С. 49–57.
16. Штремель, М. А. Возможности электронномикроскопического измерения плотности дислокаций / М. А. Штремель, Б. Г. Беляков // Физика металлов и материаловедение. – 1968. – Т. 25, № 1. – С. 140–151.
17. Изменение дислокационной структуры никеля в процессе пластической деформации / В. П. Северденко [и др.] // Пластичность и обработка металлов давлением: сб. – Минск: Наука и техника, 1968. – С. 5–12.
18. Гурский, Л. И. Энергетическое состояние дислокаций / Л. И. Гурский // Пластическая деформация и обработка металлов давлением: сб. – Минск: Наука и техника, 1969. – С. 284–288.
19. Гурский, Л. И. Процессы, связанные с изменением энергии тела, имеющего дислокации / Л. И. Гурский // Пластическая деформация и обработка металлов давлением: сб. – Минск: Наука и техника, 1969. – С. 289–296.

### References

1. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford, Oxford University Press, 1998. 366 p.
2. Kachanov L. M. *Basics of Theory of Plasticity*. Moscow, Gostechisdat Publ., 1956. 407 p. (in Russian).
3. Van-Bueren H. G. *Imperfection in Crystals*. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1960. 610 p.
4. Urusov V. S., Tauson V. L., Akimov V. V. *Geochemistry of Solid State*. Moscow, GEOS Publ., 1997. 304 p. (in Russian).
5. Kozlova O. G. *Crystal Growth and Morphology*. Moscow, Moscow University Publ., 1972. 304 p. (in Russian).
6. Severdenko V. P., Hurski L. I. *Structure in the Bulk and on the Surface of Rolled Materials*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1972. 308 p. (in Russian).

7. Novikov I. I., Rosin K. M. *Crystallography and Defects in the Crystal Lattice*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1990. 336 p. (in Russian).
8. Hirth J. P., Lothe J. *Theory of Dislocations*. 2<sup>nd</sup> ed. Malabar, Krieger Publ. Co., 1982. 862 p.
9. Friedel J. *Dislocations*. Oxford, Pergamon Press, 1964. 512 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-02250-5>
10. Finkel' V. M. *Physics of Destruction*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1970. 376 p. (in Russian).
11. Vladimirov V. I. *Physical Nature of Destruction of Materials*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1984. 280 p. (in Russian).
12. Shishkin A. V., Cherednichenko V. S., Cherepanov A. N., Marusin V. V. *Material Science. Technology of Engineering Materials*. Moscow, Omega L Publ., 2006. 752 p. (in Russian).
13. Severdenko V. P., Tochitskii E. I. *Structure of Thin Metal Films*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968. 180 p. (in Russian).
14. Severdenko V. P., Hurski L. I. *Rolling with Small Compressions*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968. 188 p. (in Russian).
15. Severdenko V. P., Hurski L. I., Tochitskii E. I., Chaplanov A. M. Distribution of dislocation density at plastic deformation of metals. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka: sb.* [Metallurgy and Heat Treatment: collection of articles]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1965, pp. 49–57 (in Russian).
16. Shtremel M. A., Belyakov B. G. Possibilities of electron-microscopical measurement of dislocation density. *Fizika metallov i metallovedenie = Physics of Metals and Metallography*, 1968, vol. 25, no. 1, pp. 140–151 (in Russian).
17. Severdenko V. P., Hurski L. I., Tochitskii E. I., Chaplanov A. M. Modification of the dislocation structure of nickel in the process of plastic deformation. *Plastichnost' i obrabotka metallov davleniem: sb.* [Plasticity and Processing of Metals by Pressure: collection of articles]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968, pp. 5–12 (in Russian).
18. Hurski L. I. Energy state of dislocations. *Plasticheskaya deformatsiya i obrabotka metallov davleniem: sb.* [Plastic Deformation and Processing of Metals by Pressure: collection of articles]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1969, pp. 284–288 (in Russian).
19. Hurski L. I. Processes associated with changing the energy of a body having dislocations. *Plasticheskaya deformatsiya i obrabotka metallov davleniem: sb.* [Plastic Deformation and Processing of Metals by Pressure: collection of articles]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1969, pp. 289–296 (in Russian).

### Информация об авторе

Гурский Леонид Ильич – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, Минск, Республика Беларусь). E-mail: lhur@bsuir.by

### Information about the author

Leonid I. Hurski – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Principal Researcher, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6, P. Brovka Str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lhur@bsuir.by

**В. А. Зеленин<sup>1</sup>, А. Т. Волочко<sup>1</sup>, Д. А. Патоцкий<sup>2</sup>, С. Н. Янкевич<sup>2</sup>, И. Н. Хроль<sup>2</sup>,  
И. В. Подорожная<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон», Минск, Республика Беларусь*

## **ТОКОПРОВОДЯЩИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ ШИН МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ АККУМУЛЯТОРНЫХ ТЯГОВЫХ БАТАРЕЙ**

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы выбора материалов для соединительных шин тяговых батарей (ТБ). Экспериментально установлены оптимальные параметры их точечной сварки с элементами питания: первый импульс с силой тока 7 кА длительностью 1 мс, перерыв между импульсами 1 мс, второй импульс с силой тока 7 кА длительностью 2 мс. При работе ТБ на электротранспорте сопротивление соединительных шин не должно приводить к нагреву элементов питания во избежание перегрева выше 60 °С. В большинстве современных ТБ, состоящих из литий-ионных элементов, для соединения используется никелевая лента. Для обеспечения свариваемости материалов (медь–никель или никель–никель) важно, чтобы при краткосрочном импульсе тока в зоне сварки была достигнута рабочая температура. Один из вариантов решения данной задачи – это нанесение металлического покрытия. Проведены эксперименты по свариваемости различных материалов, в том числе с нанесенными покрытиями. Наилучшие результаты по свариваемости показала шина из луженой меди, которую приваривали к никелевым пластинам, эмитирующим корпус элемента питания. Проведены испытания на разрыв сваренных образцов. Предел прочности на разрыв исходных шин меди составил 340–450 МПа. При сваривании пластин медь–никель и медь (луженая) – никель показатели предела прочности достигли 70 % от прочности исходной медной пластины. На основании полученных экспериментальных данных изготовлена опытная партия аккумуляторных ТБ, которая успешно прошла испытания на соответствие техническим требованиям по прочности и величине переходных сопротивлений сварных соединений соединительных шин с элементами питания.

**Ключевые слова:** электрическое транспортное средство, аккумуляторная батарея, элементы питания, точечная сварка, соединительные шины

**Для цитирования:** Токопроводящие материалы для соединительных шин многоэлементных аккумуляторных тяговых батарей / В. А. Зеленин [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 280–287. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-280-287>

**Victor A. Zelenin<sup>1</sup>, Alexander T. Volochko<sup>1</sup>, Denis A. Patotsky<sup>2</sup>, Stsiapan N. Yankovich<sup>2</sup>, Igor N. Khrol<sup>2</sup>,  
Irina V. Podorozhniaya<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*JSC “Instrument-Making Plant “Optron”, Republic of Belarus*

## **CONDUCTIVE MATERIALS FOR CONNECTING TIRES OF MULTI-ELEMENT ACCUMULATOR TRACTION BATTERIES**

**Abstract.** The article deals with the choice of materials for connecting tires of traction batteries (TB). The optimal parameters of their spot welding with batteries are experimentally established (the first pulse with a current of 7 kA duration of 1 ms, the break between the pulses of 1 ms, the second pulse with a current of 7 kA duration of 2 ms). When operating the traction battery on electric vehicles, the resistance of the connecting tires should not lead to heating of the batteries in order to avoid overheating above 60 °C. In most modern TB, consisting of Li-ion elements, a nickel tape is used for the connection. To ensure the weldability of materials (copper–nickel or nickel–nickel), it is important that the operating temperature is reached at a short-term current pulse in the welding zone. One of the solutions to this problem is the application of a metal coating. Experiments were conducted on the weldability of various materials, including those with applied coatings. The best results in weldability were shown by tires made of tinned copper, which was welded to nickel plates (emitting the battery body). Tear tests of the welded samples were carried out. The tensile strength of the original copper tires was 340–450 MPa. When welding copper–nickel and copper(tinned) – nickel plates, the strength limit values reach 70 % of the strength of the original copper plate. On the basis of the obtained experimental data, a pilot batch of battery TB was manufactured, which successfully passed tests for compliance with the technical requirements for the strength and the value of the transition resistances of the welded joints of connecting buses with batteries.

**Keywords:** electric vehicle, battery, batteries, spot welding, connecting tires



**For citation:** Zelenin V. A., Volochko A. T., Patotsky D. A., Yankovich S. N., Khrol I. N., Podorozhniaya I. V. Conductive materials for connecting tires of multi-element accumulator traction batteries. *Vesti Natsyonal'noi akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 280–287 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-280-287>

**Введение.** Развитие электротранспорта в настоящее время приобрело массовый характер. Ведущие мировые научные центры занимаются вопросами развития и усовершенствования электротранспорта и его комплектующих [1, 2].

Учитывая мировые тенденции, сотрудниками ОАО «Приборостроительный завод «Опэрон» проведена научно-практическая работа по усовершенствованию компонентной базы электротранспорта в Республике Беларусь. В научно-исследовательском отделе организации разработаны конструкторская документация на лабораторную установку точечной контактной сварки, методика сравнения и классификации материалов, технология точечной сварки соединительных шин с элементами питания тяговых батарей (ТБ), методика контроля качества сварных соединений, лабораторная установка для точечной сварки, изготовлены макетный образец установки и опытная партия ТБ.

Основной проблемой при сборке аккумуляторных ТБ является надежная коммутация элементов питания. Для ее решения требуется обеспечение надежного соединения элементов питания с токопроводящими соединительными шинами. Актуальность решаемой проблемы обусловлена необходимостью повышения надежности и срока службы ТБ.

*Целью работы* являлся выбор материалов соединительных шин и проведение их точечной сварки с элементами питания ТБ. Помимо осуществления процесса точечной сварки необходимо было проведение металлографических исследований и проверка прочностных характеристик сварных швов (испытания на разрыв).

**Процессы точечной контактной, ультразвуковой и лазерной сварки элементов питания с токопроводящими шинами.** Одной из задач, требующих решения при изготовлении ТБ, является коммутация элементов питания при сборке, прежде всего обеспечение надежного соединения элементов питания с токопроводящими соединительными шинами с минимально возможными переходными сопротивлениями. В качестве элементов питания ТБ чаще всего используют элементы формата 18650 – литий-ионные (Li-ion) аккумуляторы с диаметром 18 мм и длиной 650 мм. Основными методами соединения элементов питания являются ультразвуковая сварка, пайка, лазерная и точечная сварка. Способ изготовления ТБ зависит от производителя электромобилей. Построение системы с меньшим количеством больших элементов питания (BMW, Германия) упрощает технологию их соединения, но ограничивает гибкость конструкции ТБ. Более сложные аккумуляторные системы (Tesla, США) повышают надежность ТБ.

Установлено, что для снижения тепловых потерь и исключения вероятности перегрева элементов питания до температуры выше 60 °С сопротивление контакта элемента питания с корпусом из никеля с токопроводящей шиной должно быть не выше 0,005 Ом [1–3]. При токах разряда ТБ до 18 А (кратковременных до 35 А) наиболее приемлемым является использование в качестве токопроводящих шин никелевой ленты сечением 0,2 × 10 мм, а наиболее эффективным и быстрым методом сварки – точечная сварка, поскольку сварное соединение Ni–Ni формируется в этом случае в течение нескольких миллисекунд и элемент питания в точке контакта не успевает нагреться до критических температур.

Использование ультразвуковой сварки позволяет получить соединения с требуемыми параметрами, однако из-за большей продолжительности процесса требуются дальнейшие исследования для установления частоты и минимально допустимой амплитуды колебаний, исключающих перегрев элементов питания при сборке ТБ.

Лазерная сварка позволит автоматизировать процесс сборки ТБ в крупносерийном производстве и обеспечит требуемое повышение их характеристик и надежности. Целесообразно применять этот метод сварки при формировании соединения перемычек к отрицательному электроду (корпусу) наиболее широко используемых литий-ионных элементов питания 18650, поскольку эти контакты наиболее чувствительны к перегреву.

Ультразвуковую сварку рационально использовать при получении контактов перемычек к положительному электроду элементов питания, который изолирован от корпуса воздушным зазором, а лазерную сварку – для контактов перемычек с отрицательным полюсом элементов питания.

**Классификации материалов соединительных токопроводящих шин и покрытий по применимости при изготовлении различных типов тяговых батарей.** При выборе материала и покрытий соединительных шин ТБ основным параметром является электропроводность, которая характеризует способность тела проводить электрический ток, или обратная ей величина – сопротивление. Сопротивление соединительных шин не должно приводить к нагреву элементов питания во избежание перегрева выше 60 °С. В большинстве современных ТБ, состоящих из Li-ion-элементов, для соединения используется никелевая лента. С помощью точечной (контактной) сварки отрезки ленты приваривают к полюсам элементов питания, соединяя их в ТБ. Используя определенную схему соединения, можно суммировать нужные параметры отдельных источников и получить групповой накопитель с более высоким напряжением или емкостью либо с комбинацией этих параметров [2, 3].

Использование никелевой ленты обусловлено следующими свойствами:

достаточно низкое удельное сопротивление ( $8,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м);

низкая теплоемкость (460 Дж/кг), препятствующая перегреву проводника;

высокая прочность на разрыв (450 МПа) и пластичность;

высокая стойкость к коррозии и окислению.

Технологичность никелевой ленты обеспечивается ее профилем (прямоугольное сечение толщиной от 0,127 до 0,20 мм, шириной от 5 до 10 мм), что позволяет устойчиво расположить ее на плоских поверхностях плюсов элементов питания. Малая толщина ленты обеспечивает небольшие габариты готовой батареи [4].

Наблюдаются следующие трудности при сварке никелевых шин:

1) при сварке никеля и никелевых сплавов расплавленный металл хорошо растворяет водород, кислород и углекислый газ (при остывании растворимость газов существенно снижается), что может стать причиной образования пор и других дефектов в сварном соединении;

2) кислород при сварке вступает в реакцию с никелем и образует оксид NiO, который затрудняет сварку.

Положенный в основу разработки новых систем коммутации и технологии изготовления ТБ подход основан на использовании токопроводящих шин и перемычек из материалов на основе меди с удельной электропроводностью в 4–5 раз более высокой, чем у шин из никелевой ленты. Идея использования токопроводящих ленточных шин из меди не нова, однако ее реализация требует решения ряда сопутствующих задач. Первоочередной из них является задача повышения прочности и снижения величины переходного сопротивления сварных соединений Cu-Ni.

Медь – малоактивный металл, она не взаимодействует с водой, растворами щелочей, соляной и разбавленной серной кислотой, при этом обладает достаточно высокой стойкостью к коррозии [5]. Однако во влажной атмосфере, содержащей углекислый газ, медь покрывается зеленоватым налетом основного карбоната меди. Кроме того, примеси резко снижают электрическую проводимость. Присутствие в меди 0,02 % алюминия снижает ее электрическую проводимость почти на 10 %. Еще более резко возрастает сопротивление меди в присутствии неметаллических примесей [6].

К основным свойствам медных сплавов, оказывающим влияние на процесс сварки, относятся температура плавления, коэффициент температурного расширения, а также электро- и теплопроводность. Некоторые легирующие элементы значительно уменьшают электро- и теплопроводность меди [5, 7].

Присутствие в медном сплаве таких элементов, как цинк, кадмий и фосфор (которые имеют низкую температуру кипения), в процессе сварки может привести к пористости. Минимизация данного явления может быть достигнута за счет более высокой скорости сварки или использования меньшего количества присадочных материалов [8].

В меди и ее сплавах часто присутствует небольшое количество летучих, токсичных легирующих элементов. В результате требования эффективной системы вентиляции для защиты сварщика или оператора сварочной установки являются очень важными [5].

В научно-исследовательском отделе ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон» разработана методика сравнения и классификации материалов соединительных токопроводящих шин и покрытий по применимости при изготовлении различных типов АКБ.

**Методика проведения исследований.** Размеры токопроводящих шин ( $b \times h$ ) составляли: из Ni или из Fe с покрытием Ni –  $6,9 \times 0,1$  мм; из меди марки М1 –  $10,6 \times 0,2$  мм.

Корпуса элементов питания, как правило, изготавливают из никеля, но они могут быть выполнены из стали с гальваническим покрытием никелем.

После сварки элементы питания разрезали в зоне сварки (в плоскости, перпендикулярной соединению) и приготавливали шлифы с помощью установок «НЕРИС» моделей 3881Б и 3881 для последующего травления. В качестве полировальной смеси использовали смесь оксида хрома с водой.

В качестве травителя применяли раствор следующего состава: 5 г хлорного железа, 15 мл соляной кислоты и 60 мл воды.

Исследования микроструктуры проводили на металлографическом комплексе на основе микроскопа МИКРО-200 («Планар», Россия), соединенного в единую систему с фотокамерой и платой видеозахвата с выведением изображения на монитор компьютера (диапазон увеличений 100–2000 крат).

Количественную металлографию осуществляли на том же металлографическом комплексе МИКРО-200 с использованием программы ImageSP.

**Механические испытания.** Испытания на растяжение проводили по ГОСТ 1497-84 на разрывной машине MC WDW-100E.

Обработка экспериментальных данных выполнялась с использованием методов математической статистики, основываясь на законе нормального распределения значений. В качестве оценки математического ожидания использовалось среднее арифметическое. При анализе допустимых случайных отклонений от среднего значения ориентировочная доверительная вероятность составила 0,95. Отсев сомнительных результатов осуществлялся по критерию Романовского. Достоверность результатов обеспечивалась дублированием экспериментов. Для построения одной точки на графике проводилось не менее трех (как правило, пять) параллельных замеров. Относительная погрешность измерения не превышала 5 %.

**Исследование свариваемости пластин с разными покрытиями.** Точечную сварку осуществляли со следующими технологическими параметрами, обеспечивающими получение прочных сварных соединений между шинами из никеля: первый импульс с силой тока 7 кА длительностью 1 мс; перерыв между импульсами 1 мс; второй импульс с силой тока 7 кА длительностью 2 мс.

Принимая во внимание, что при точечной контактной сварке соединительных шин и элементов питания есть ограничения в виде недопущения перегрева АКБ в зоне сваривания, импульс должен быть краткосрочным. Для обеспечения свариваемости материалов (медь–никель или никель–никель) важно, чтобы при краткосрочном импульсе тока в зоне сварки была достигнута рабочая температура. Достичь рабочей температуры возможно за счет увеличения электросопротивления в зоне сварки. Однако это противоречит тому, что соединительные шины должны иметь минимальное сопротивление. Решение данной задачи возможно с помощью нанесения покрытия, которое создаст нужное электрическое сопротивление и сгорит в процессе сварки.

В первом опыте проводили точечную сварку медной шины, покрытой слоем олова, с никелевой шиной. Покрытие из олова располагали между никелевой и медной шинами, а сварочные электроды устанавливали на медную шину. При сварке происходил сильный разогрев медной шины с образованием оксидов меди (рис. 1, на образце 1 видны следы термического воздействия), однако ее схватывания с шиной из никеля не происходило.

Во втором случае сварочные электроды устанавливали на слой олова. При сварке медная шина также нагрелась (рис. 1, на образце 2 видны следы термического воздействия), однако хорошей свариваемости медной и никелевой шин также не наблюдалось.

В случае замены покрытия из олова никелевым были получены аналогичные результаты (рис. 1, на образце 3 слой никеля окислился).

В последующих экспериментах, принимая во внимание, что при эксплуатации ТБ возможно окисление шин из меди и снижение их проводимости, было проведено лужение медных шин оловом. Для лужения в качестве припоя использовали олово и флюс HR-500-LK (производство компании RUSFLUX), медную пластину перед припоем покрывали канифолью.



Рис. 1. Внешний вид медной шины после точечной контактной сварки: 1 – шина со слоем олова снизу; 2 – шина со слоем олова сверху; 3 – шина со слоем никеля сверху; 4 – сваренные луженая медная и никелевая шины

Fig. 1. Appearance of a copper tire after spot contact welding: 1 – a tire with a layer of tin on the bottom; 2 – a tire with a layer of tin on top; 3 – a tire with a layer of nickel on top; 4 – welded tinned copper and nickel tires

Установлено, что при сварке луженных оловом шин по указанным режимам формируются прочные сварные соединения как с никелевыми шинами, так и с полюсами элементов питания. Луженая медь имеет высокую пластичность, отлично поддается механической обработке, прочностные качества соответствуют техническим требованиям.

По результатам проведенных испытаний можно сделать следующие выводы: при токах разряда АКБ до 18 А (кратковременных до 35 А) наиболее приемлемым является использование в качестве токопроводящих шин никелевой ленты сечением  $0,8 \times 10$  мм, а наиболее эффективным и быстрым методом сварки – точечная сварка, поскольку сварное соединение никель–никель формируется в этом случае в течение нескольких миллисекунд и элемент питания в точке контакта не успевает нагреться до критических температур [9, 10]. При токах разряда выше 20 А целесообразно использование в качестве токопроводящих шин материалов на основе меди, имеющих в 4–5 раз более высокую удельную электропроводность [11].

**Металлографические исследования сварных соединений.** Структура зоны сварки медной и никелевой шин представлена на рис. 2. Медь и никель при сплавлении образуют непрерывный ряд твердых растворов. Однако четкая граница раздела между медью и никелем свидетельствует о том, что образования твердого раствора в течение 3 мс сварки не происходит. В зоне расположения сварочного электрода граница раздела смещается на 20–30 мкм в сторону никелевой шины.

Микроструктура зоны сварки луженой медной и никелевой шин представлена на рис. 3. На нетравленном образце видно (рис. 3, а), что между медной шиной и слоем олова, а также между слоем олова и никелевой шиной имеются четкие границы раздела. После травления шлифа в областях границ раздела выявляются переходные зоны (рис. 3, b–d).

Поскольку олово при температуре выше  $250^\circ\text{C}$  хорошо растворяется как в меди, так и в никеле, наиболее вероятно, что переходные слои в зоне сварных соединений представляют собой твердые растворы олова соответственно в меди и никеле.

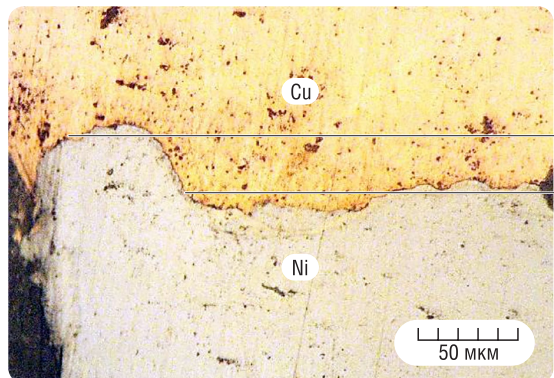


Рис. 2. Структура зоны сварки медной и никелевой шин (без травления)

Fig. 2. Structure of the welding zone of copper and nickel tires (without etching)

**Испытание на разрыв сварных соединений.** В Физико-техническом институте НАН Беларуси проведены испытания на разрывной машине MC WDW-100E на разрыв сваренных образцов. Результаты испытаний представлены в таблице и на рис. 4.

Из таблицы видно, что лучшие результаты имеют сварные соединения медь–никель и медь (луженая) – никель.

Разрыв образцов происходил в местах сварки. Предел прочности на разрыв медной шины составлял 340–450 МПа. При сваривании шин медь–никель и медь (луженая) – никель показатели предела прочности достигли 70 % от прочности исходной медной шины.

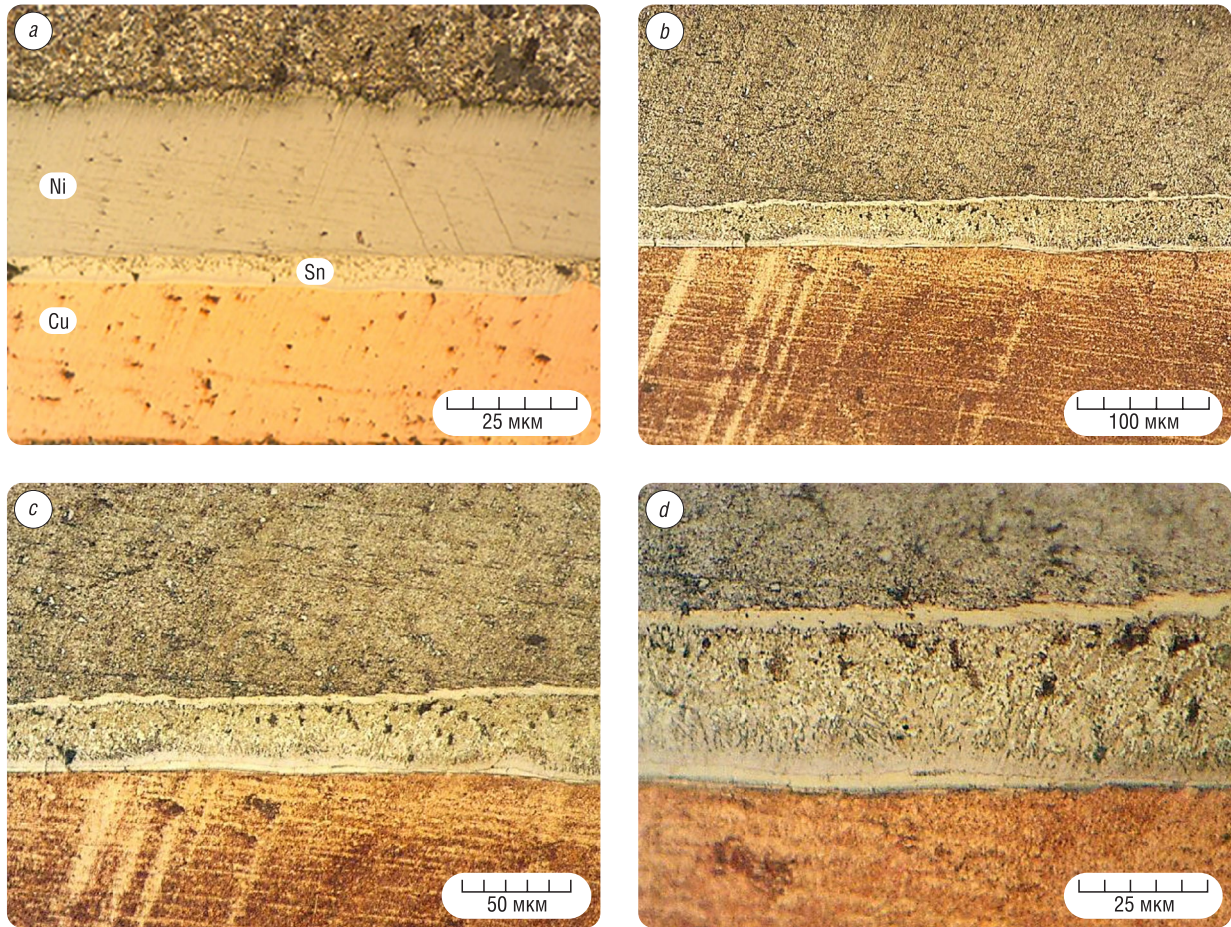


Рис. 3. Микроструктура зоны сварки луженой медной и никелевой шин: *a* – без травления шлифа; *b–d* – при различных увеличениях с травлением шлифа

Fig. 3. Microstructure of the welding zone of tinned copper and nickel tires: *a* – without etching of the cut; *b–d* – at various magnifications with etching of the cut

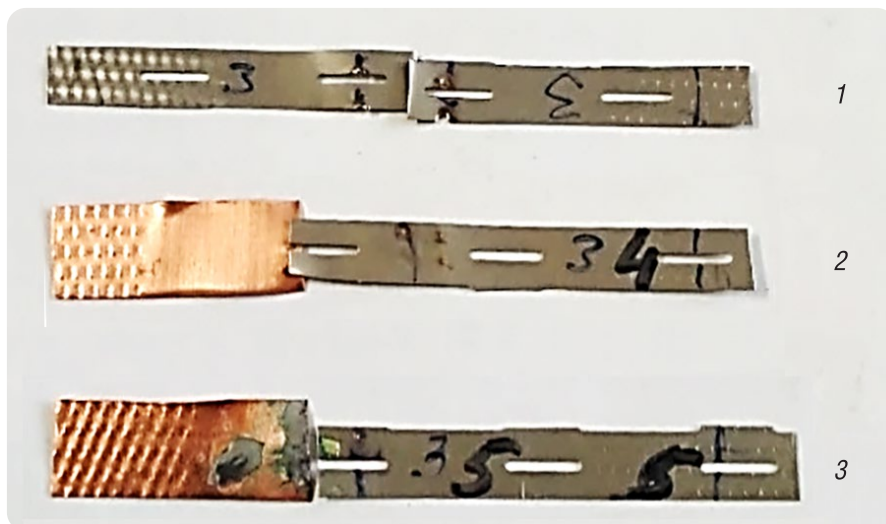


Рис. 4. Образцы после испытания на разрывной машине: *1* – шины никель–никель сечением  $0,1 \times 6,9$  мм; *2* – шины медь–никель сечением  $0,2 \times 10,6$  и  $0,1 \times 6,9$  мм; *3* – шины медь (луженая) – никель

Fig. 4. Samples after testing on a bursting machine: *1* – nickel–nickel tires with a cross section of  $0.1 \times 6.9$  mm; *2* – copper–nickel tires with a cross section of  $0.2 \times 10.6$  and  $0.1 \times 6.9$  mm; *3* – copper (tinned) – nickel tires

**Результаты испытаний прочности сварных соединений на разрыв**  
**Test results for the tensile strength of welded joints**

Материал образца	Нагрузка, Н	Предел прочности, МПа
Медная шина сечением 0,2×10,6 мм (справочно)	–	340–450
Никелевая шина сечением 0,1×6,9 мм (справочно)	–	400–700
Соединение шин никель–никель	180	262
Соединение шин медь–никель	220	320
Соединение шин медь (луженая) – никель	227	329

С использованием результатов полученных исследований была изготовлена опытная партия ТБ в количестве 5 штук. Данные образцы успешно прошли испытания сварных соединений соединительных шин с элементами питания по уровню переходных сопротивлений и соответствуют техническим требованиям.

**Заключение.** Рассмотрены вопросы выбора материалов для соединительных шин тяговых батарей, экспериментально установлены оптимальные параметры их точечной сварки с элементами питания.

Проведены эксперименты по свариваемости различных материалов, в том числе с нанесенными покрытиями. Лучшие результаты по свариваемости показала шина из луженой меди, которую приваривали к никелевым корпусам элементов питания. Проведены металлографические исследования зоны сварки, а также испытания прочности сварных соединений на разрыв. Установлено, что лучшие результаты имеют сварные соединения шин медь–никель и медь (луженая) – никель.

Разрыв образцов происходил в местах сварки. Предел прочности на разрыв исходных шин меди составил 340–450 МПа. При сваривании шин медь–никель и медь (луженая) – никель показатели предела прочности достигают 70 % от прочности исходной медной шины.

На основании полученных экспериментальных данных изготовлена опытная партия аккумуляторных ТБ, которая успешно прошла испытания на соответствие техническим требованиям по прочности и величине переходных сопротивлений сварных соединений соединительных шин с элементами питания.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, проект T21ЭТ-019.

### Acknowledgments

This work was supported by the BRFFR, project T21ET-019.

### Список использованных источников

1. Николаев, А.В. Исторический обзор и перспективы развития аккумуляторных батарей / А.В. Новиков, А.В. Бурмистров // Апробация. – 2016. – №4 (43). – С. 12–22.
2. Future generations of cathode materials: an automotive industry perspective / D. Andre [et al.] // J. Mater. Chem. A. – 2015. – Vol. 3, iss. 13. – P. 6709–6732. <https://doi.org/10.1039/C5TA00361J>
3. Shi, Y. Effective regeneration of LiCoO<sub>2</sub> from spent lithium-ion batteries: A direct approach towards high-performance active particles / Y. Shi, G. Chen, Z. Chen // Green Chem. – 2018. – Vol. 20, iss. 4. – P. 851–862. <https://doi.org/10.1039/C7GC02831H>
4. Никелевая лента для сварки аккумуляторов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.metotech.ru/art\\_nikel\\_4.htm](https://www.metotech.ru/art_nikel_4.htm) – Дата доступа: 28.05.2021.
5. Колачев, Б.А. Металловедение и термическая обработка цветных металлов и сплавов: учеб. для вузов / Б.А. Колачев, В.И. Елагин, В.А. Ливанов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: МИСИС, 2005. – 432 с.
6. Direct Recycling Technology for Plug-In Electric Vehicle Lithium-Ion Battery Packs. Report CEC-500-2016-016 [Electronic resource] / California Energy Commission. – Sacramento, California, March, 2015. – Mode of access: <https://www.coursehero.com/file/17965992/Direct-recycling-5/> – Date of access: 22.08.2018.
7. Логинов, Ю.Н. Медь и деформируемые медные сплавы: учеб. пособие / Ю.Н. Логинов. – 2-е изд., стер. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. – 136 с.
8. Efficient Simulation and Reformulation of Lithium-Ion Battery Models for Enabling Electric Transportation / P. W. C. Northrop [et al.] // J. Electrochem. Society. – 2014. – Vol. 161, №8. – P. E3149–E3157. <https://doi.org/10.1149/2.018408jes>
9. Joint Formation in Multilayered Ultrasonic Welding of Ni-Coated Cu and the Effect of Preheating / Y. Luo [et al.] // J. Manuf. Sci. Eng. – 2018. – Vol. 140, iss. 11. – P. 111003–111012. <https://doi.org/10.1115/1.4040878>

10. Welding techniques for battery cells and resulting electrical contact resistances / M.J. Brand [et al.] // *J. Energy Storage*. – 2015. – Vol. 1. – P. 7–14. <https://doi.org/10.1016/j.est.2015.04.001>
11. Three-Dimensional Thermal Modeling of a Lithium-Ion Battery Pack / H. Sun [et al.] // *J. Power Sources*. – 2012. – Vol. 206. – P. 349–356. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2012.01.081>

## References

1. Nikolaev A. V., Burmistrov A. V. Historical overview and development prospects of storage batteries. *Aprobatsiya = Approbation*, 2016, no. 4 (43), pp. 12–22 (in Russian).
2. Andre D., Kim S.-J., Lamp P., Lux S. F., Maglia F., Paschos O., Stiaszny B. Future generations of cathode materials: an automotive industry perspective. *Journal of Materials Chemistry A*, 2015, vol. 3, iss. 13, pp. 6709–6732. <https://doi.org/10.1039/C5TA00361J>
3. Shi Y., Chen G., Chen Z. Effective regeneration of LiCoO<sub>2</sub> from spent lithium-ion batteries: A direct approach towards high-performance active particles. *Green Chemistry*, 2018, vol. 20, iss. 4, pp. 851–862. <https://doi.org/10.1039/C7GC02831H>
4. *Nickel Battery Welding Tape*. Available at: [https://www.metotech.ru/art\\_nikel\\_4.htm](https://www.metotech.ru/art_nikel_4.htm) (accessed 28 May 2021) (in Russian).
5. Kolachev B. A., Elagin V. I., Livanov V. A. *Metallurgy and Heat Treatment of Non-Ferrous Metals and Alloys*. Moscow, MISIS Publ., 2005. 432 p. (in Russian).
6. *Direct Recycling Technology for Plug-In Electric Vehicle Lithium-Ion Battery Packs. Report CEC-500-2016-016*. Available at: <https://www.coursehero.com/file/17965992/Direct-recycling-5/> (accessed 22 August 2018).
7. Loginov Yu. N. *Copper and Wrought Copper Alloys*. Yekaterinburg, GOU VPO UGTU-UI Publ., 2006. 136 p. (in Russian).
8. Northrop P. W. C., Suthar B., Ramadesigan V., Santhanagopalan S., Braatz R. D., Subramanian V. R. Efficient Simulation and Reformulation of Lithium-Ion Battery Models for Enabling Electric Transportation. *Journal of The Electrochemical Society*, 2014, vol. 161, no. 8, pp. E3149–E3157. <https://doi.org/10.1149/2.018408jes>
9. Luo Y., Hu S. J., Kannatey-Asibu E., Chung H., Cai W., Rinker T., Abell J. Joint Formation in Multilayered Ultrasonic Welding of Ni-Coated Cu and the Effect of Preheating. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2018, vol. 140, iss. 11, pp. 111003–111012. <https://doi.org/10.1115/1.4040878>
10. Brand M. J., Schmidt P. A., Zaeh M. F., Jossen A. Welding Techniques for Battery Cells and Resulting Electrical Contact Resistances. *Journal of Energy Storage*, 2015, vol. 1, pp. 7–14. <https://doi.org/10.1016/j.est.2015.04.001>
11. Sun H., Wang X., Tossan B., Dixon R. Three-Dimensional Thermal Modeling of a Lithium-Ion Battery Pack. *Journal of Power Sources*, 2012, vol. 206, pp. 349–356. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2012.01.081>

## Информация об авторах

*Зеленин Виктор Алексеевич* – доктор технических наук, главный научный сотрудник, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Академика Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [vazelenin@mail.ru](mailto:vazelenin@mail.ru)

*Волочко Александр Тихонович* – доктор технических наук, профессор, начальник отдела, Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси (ул. Академика Купревича, 10, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [volochkoat@mail.ru](mailto:volochkoat@mail.ru)

*Патоцкий Денис Анатольевич* – генеральный директор ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон» (ул. Ф. Скорины, 52, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [com@optron.by](mailto:com@optron.by)

*Янкевич Степан Николаевич* – начальник научно-исследовательского отдела, ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон» (ул. Ф. Скорины, 52, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [nio@optron.by](mailto:nio@optron.by)

*Хроль Игорь Николаевич* – младший научный сотрудник, ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон» (ул. Ф. Скорины, 52, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [igor\\_aspirant\\_fmm@mail.ru](mailto:igor_aspirant_fmm@mail.ru)

*Подорожная Ирина Викторовна* – младший научный сотрудник, ОАО «Приборостроительный завод «Оптрон» (ул. Ф. Скорины, 52, 220141, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [iaya@tut.by](mailto:iaya@tut.by)

## Information about the authors

*Victor A. Zelenin* – D. Sc. (Engineering), Chief Researcher, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Academician Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [vazelenin@mail.ru](mailto:vazelenin@mail.ru)

*Alexander T. Volochko* – D. Sc. (Engineering), Professor, Head of the Department, Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (10, Academician Kuprevich Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [volochkoat@mail.ru](mailto:volochkoat@mail.ru)

*Denis A. Patotsky* – Director, JSC “Instrument-Making Plant “Optron” (52, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [com@optron.by](mailto:com@optron.by)

*Stsiapan N. Yankevich* – Head of the Scientific Department, JSC “Instrument-Making Plant “Optron” (52, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [nio@optron.by](mailto:nio@optron.by)

*Igor N. Khrol* – Junior Researcher, JSC “Instrument-Making Plant “Optron” (52, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [igor\\_aspirant\\_fmm@mail.ru](mailto:igor_aspirant_fmm@mail.ru)

*Irina V. Podorozhniaya* – Junior Researcher, JSC “Instrument-Making Plant “Optron” (52, F. Skorina Str., 220141, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [iaya@tut.by](mailto:iaya@tut.by)

**МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА**  
**MECHANICAL ENGINEERING, MECHANICS**

UDC 621.762.4.04:621.771.07(045)  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-288-297>

Received 13.07.2021  
Поступила в редакцию 13.07.2021

**Sergei A. Chizhik<sup>1</sup>, Olga M. Volchek<sup>2</sup>, Viktor Ya. Prushak<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Presidium of the National Academy of Sciences of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*Baranovich State University, Baranovich, Brest Region, Republic of Belarus*

<sup>3</sup>*Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production, Soligorsk, Minsk Region, Republic of Belarus*

**IMPROVED MODEL OF POWDER BLEND COMPACTING IN A ROLL COMPACTOR**

**Abstract.** A new mathematical model of mineral fertilizer compacting using a roll compactor is developed. This model is based on the transition to the values of stress tensor components averaged over the cross-sectional area of the powder mixture flow. To define these stresses, equations of equilibrium of the elementary layer determined in the mixture by two planes perpendicular to the flow direction are composed. To obtain relatively simple analytical relations in the calculations, the hypothesis of a power-law dependence of hydrostatic pressure on mixture density, accepted in the framework of the Johansen model, was used. In order to take into account changes in the mechanical characteristics of the mixture (angle of internal friction, coefficient of external friction, transverse strain coefficient) while compacting, we approximated the known experimental dependencies of the corresponding characteristics on the density. The inter-particle cohesion parameter was taken to be proportional to the hydrostatic pressure. The model allows calculating the gap between the rolls surfaces for a given initial bulk density and the required flake density. With the known gap value, the distribution of the axial average stresses in the powder mixture, the normal and shear stresses on the rolls' surfaces are determined. The results of the calculations of the rolls surface gap and the normal roll pressure diagram are compared with the experimental data given in the literature for the urea compacting process.

**Keywords:** compacting, powder mixture, roll compactor, equilibrium equations, stress tensor components, internal friction angle, inter-particle cohesion

**For citation:** Chizhik S. A., Volchek O. M., Prushak V. Ya. Improved model of powder blend compacting in a roll compactor. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 288–297. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-288-297>

**С. А. Чижик<sup>1</sup>, О. М. Волчек<sup>2</sup>, В. Я. Прушак<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Президиум Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Барановичский государственный университет, Барановичи, Брестская область, Республика Беларусь*

<sup>3</sup>*Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством, Солигорск, Минская область, Республика Беларусь*

**УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ МОДЕЛЬ ПРЕССОВАНИЯ ПОРОШКОВОЙ СМЕСИ В ВАЛКОВОМ ПРЕССЕ**

**Аннотация.** Разработана математическая модель прессования минерального удобрения на валковом прессе. Данная модель основана на переходе к усредненным по площади поперечного сечения потока порошковой смеси значениям компонент тензора напряжений. Для определения этих напряжений составляются уравнения равновесия элементарного слоя, выделяемого в смеси двумя плоскостями, перпендикулярными к направлению потока. Для обеспечения возможности получения относительно простых аналитических соотношений при расчетах использована принятая в рамках модели Йохансена гипотеза о степенной зависимости гидростатического давления от



плотности смеси. Для учета изменения механических характеристик смеси (угла внутреннего трения, коэффициента внешнего трения, коэффициента поперечной деформации) в процессе прессования производилась аппроксимация известных экспериментальных зависимостей соответствующих характеристик от плотности. Параметр межчастичного сцепления принимался пропорциональным гидростатическому давлению. Модель позволяет вычислить значение зазора между поверхностями валов при заданных значениях исходной насыпной плотности смеси и требуемой плотности плитки. При известном значении зазора устанавливаются распределения осевых усредненных напряжений в порошковой смеси, нормального и сдвигового напряжений на поверхности валов. Результаты расчетов зазора между поверхностями валов и эпюры нормального давления на вал сопоставлены с приведенными в литературных источниках экспериментальными данными для процесса прессования мочевины.

**Ключевые слова:** прессование, порошковая смесь, валковый пресс, уравнения равновесия, компоненты тензора напряжений, угол внутреннего трения, межчастичное сцепление

**Для цитирования:** Чижик, С. А. Усовершенствованная модель прессования порошковой смеси в валковом прессе / С. А. Чижик, О. М. Волчек, В. Я. Прушак // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 288–297. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-288-297>

**Introduction.** The modern stage of technological equipment development is characterized, in particular, by increased requirements for the quality of manufactured products. In addition, in a competitive environment, the role of premier choice of design and process values, providing the required level of quality while meeting the reliability criterion and reducing the costs, is high. This indicates the relevance of further improvement of calculation methods that allow predicting the power and energy equipment load during the technological processes.

At present, the technology of dry granulation of powder bulk materials by compacting without use of binding agents is widely used in production of mineral fertilizers. The most important and expensive equipment in the process lines, however, is a roll compactor (Figure 1), that works as follows: the initial bulk material is fed through the feed system in the area between two rotating against each other rolls, where the material is compacted and formed into sheet (flakes), which are further crushed, classified and additionally treated. Further optimization of process parameters for compacting the bulk materials and improvement of roll compactors' design is an important scientific and technical task, which cannot be successfully solved without relevant mathematical modeling of compacting processes of powder bulk materials.

When describing the process of mineral fertilizers compacting on roll compactors [1], the simplified Johansen model [2, 3] is currently mainly used. The main disadvantages of this model are the following.

1. A plane stress state of a powder mixture is considered. The axial component of the stress tensor corresponding to the direction of the compacting rolls is neglected.

2. The cohesion between the particles in the powder mixture is not taken into account. In the classical Johansen model, the limit state of a material is defined by one characteristic, the angle of internal friction. In later modifications of this model [4] the angle between the coordinate axis and the slip line is also introduced. In this case, along with the minimum (residual) angle of internal friction, the effective angle of internal friction is included in the limit state equation. However, even in the paper [4] the calculations are made without taking into account the cohesion of the powder mixture particles.

3. The contact area between the powder mixture and the rollers surfaces is divided into a feed and sealing area. This does not consider the final

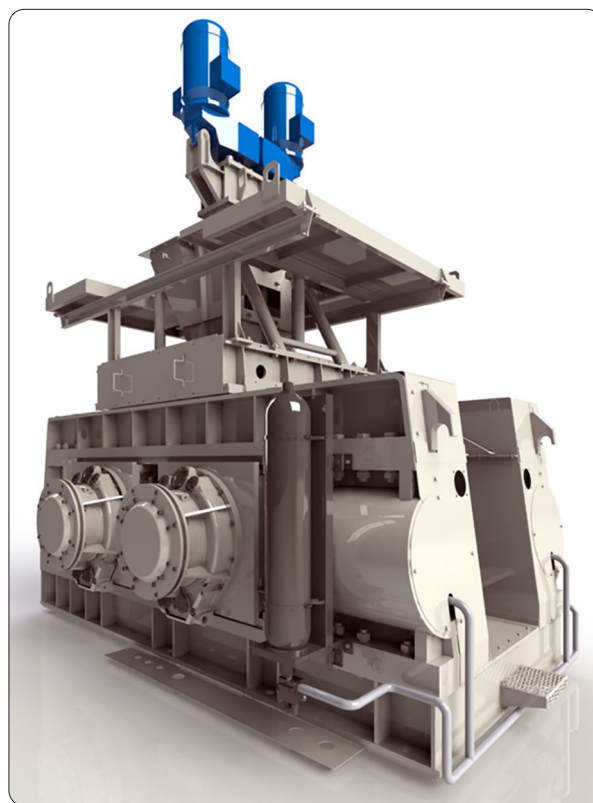


Figure 1. Roll compactor PVP 1000×650MG

extrusion area in which the already formed flakes are displaced. By neglecting this area, the calculated value of the longitudinal (in the direction of the mixture movement) stress, when the flake comes out of rolls contact, reaches its maximum value. However, in the absence of extrusion, the cross-sectional average of this stress should be zero.

4. The change in mixture characteristics with a change in density is not taken into account. It was experimentally found out [5] that during compacting such characteristics as internal friction angle and external friction coefficient (with the roll surface) change by a factor of two or more.

The noted weaknesses of the Johansen model are eliminated in the frame of the Katashinsky–Stern model, described in detail, in particular, in the paper [6]. However, this refined model also has a number of weaknesses.

1. The real region of space occupied by the powder mixture during compacting is replaced by a prismatic area whose width is equal to the gap between the roll surfaces. This assumption allows the model to be used only in the range of small angles of powder capture.

2. In the sealing area, using Katashinsky–Stern model, Coulomb’s law for shear stress on rolls surface is assumed to be fulfilled. At the same time, the sealing area is characterized by the cohesion of powder particles to the roll surface and the shear stress within this area changes its direction.

In relation to the above, *the aim of this study* is to develop a combined mathematical model of a roll compactor, which would take advantage and eliminate the disadvantages of the existing calculation methods.

**Description of the calculation methods.** The operation of a roll compactor is schematically shown in Figure 2. The following designations are adopted in the figure:  $R$  – roll radius;  $p_0$  – feed pressure;  $h_s$  – gap between roll surfaces;  $\omega$  – angular velocity of rolls;  $\theta$  – current angle, varying from 0 to  $\alpha$ ;  $\alpha$  – angle defining the beginning of feed area;  $\gamma$  – angle defining the boundary between feed and sealing areas;  $\beta$  – angle defining the boundary between sealing and extrusion areas. Roller-compaction is described in Cartesian coordinates. The  $x$ -axis is vertical, equispaced from the surfaces of neighbouring rolls and directed opposite to the movement of the powder mixture. The  $y$ -axis is horizontal and runs through the centres of the neighbouring rolls. The  $z$ -axis is perpendicular to the pattern plane. The thickness of the rolls (dimension along the  $z$ -axis) is  $H$ .

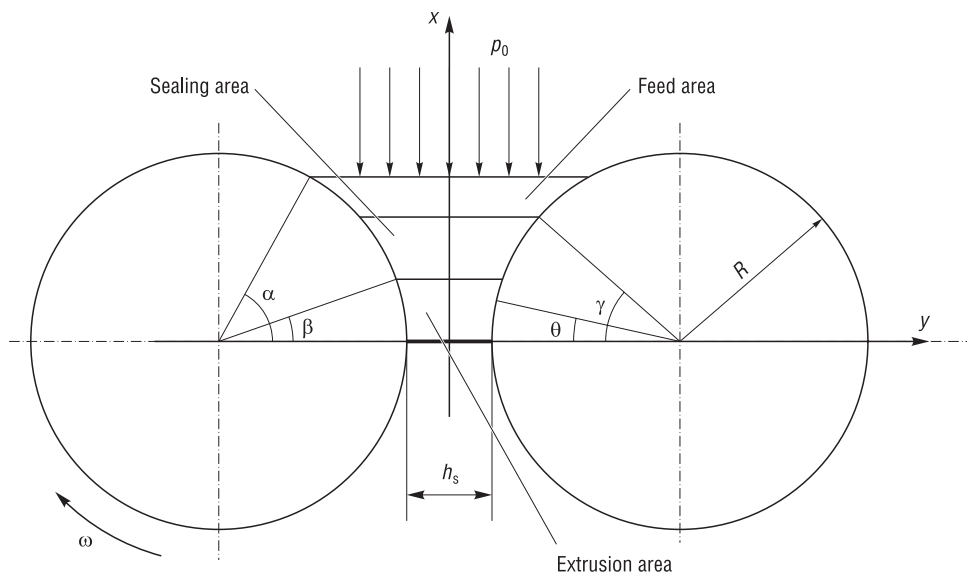


Figure 2. Operation mode of a roll compactor

The limit state of the mixture for all areas will be described by the equation [5]

$$\frac{1}{4}(\sigma_y - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \delta (\sigma_y + \sigma_x + 2kctg\delta)^2. \quad (1)$$

Here  $\sigma_x, \sigma_y$  are the axial components of the stress tensor;  $\tau_{xy}$  is the shear component of the stress tensor;  $\delta$  is effective angle of internal friction;  $k$  is the inter-particle cohesion parameter.

The condition of plain strain is also fulfilled for all areas. Namely, the axial strain corresponding to the  $z$ -axis ( $\epsilon_z = 0$ ) and the shear strains in the  $xz$  and  $yz$  planes are equal to zero.

The axial component of the stress tensor  $z$  is related to the values of  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y). \quad (2)$$

Here is the transverse strain coefficient (Poisson's ratio) of the material. In the Katashinski–Stern model, the average axial stress is expressed as follows

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(1 + \mu)(\sigma_x + \sigma_y). \quad (3)$$

This value corresponds to the actual hydrostatic pressure.

To keep the elegance of analytical relationships derived from the Johansen model, we use the approach proposed in paper [7]. Namely, we determine a thin layer of powder mixture by two planes parallel to the  $yz$  plane and placed at a small distance  $dx = R \cdot d\theta$  from each other. We replace the real values of the axial stresses  $\sigma_x, \sigma_y$  with their  $y$ -coordinate averaged values  $\sigma_{xav}, \sigma_{yav}$ , which will not depend on  $y$ . Let us use the averaged stress components in generating the equilibrium equations of the elementary layer. Without repeating the transformations described in detail in the paper [7], we give only two relations obtained in this paper. The equilibrium equation in projections on the  $x$ -axis appears as the equality

$$\frac{d\sigma_{xav}}{d\theta}(1 + s - \cos \theta) + \sigma_{xav} \sin \theta = p \sin \theta - \tau_f \cos \theta. \quad (4)$$

Where  $p, \tau_f$  are normal and shear stress acting on the layer from the surface side of the roll;  $s = h_s/(2R)$  – design value introduced for brevity of further entries.

The equilibrium equation for the part of elementary layer in projections onto the  $y$ -axis can be transformed to the form

$$\sigma_{yav} = p + \tau_f \operatorname{tg} \theta. \quad (5)$$

In the paper [7] the transition to the averaged components of the stress tensor is not explicitly specified. However, the equations (4), (5) are composed exactly for the averaged components, which do not depend on the  $y$ -coordinate.

The structure being considered and its loading mode are symmetrical against the  $xz$  plane. Consequently, the shear stress value  $\tau_{xy}$  averaged over the  $y$ -coordinate is zero  $\tau_{xyav} = 0$ . Using jointly relations (1) and (3) for the averaged axial components of the stress tensor we obtain

$$\sigma_{xav} = \frac{3(1 - \sin \delta)}{2(1 + \mu)} \sigma_{av} - k \cos \delta, \quad \sigma_{yav} = \frac{3(1 + \sin \delta)}{2(1 + \mu)} \sigma_{av} + k \cos \delta. \quad (6)$$

Equations (4)–(6) will be used for all three areas in the field where the powder is in contact with the rolls. Let us consider each area separately.

*Feed area.* In the feed area the density of the powder mixture varies slightly and can be assumed equal to the initial bulk density  $\rho_b$ . Consequently, the mixture characteristics  $\delta, \mu$  and  $k$ , which in general depend on density, can be assumed constant. In the feed area, Coulomb's law is true for the shear stress  $\tau_f$  on the roll surface

$$\tau_f = f p. \quad (7)$$

Here  $f$  is the coefficient of friction between the powder mixture particles and the roll surface. The value of  $f$  generally depends on the density of the mixture. For the feed area, the friction coefficient takes the value  $f_b$  corresponding to the density  $\rho_b$ .

For characteristics  $\delta, \mu$  and  $f$  of most known mineral fertilizers the experimental dependence on density is known and given, in particular, in the paper [5]. The dependence on average axial stress is more often used [5] for the inter-particle cohesion parameter

$$k = c\sigma + c_0. \quad (8)$$

Here  $c, c_0$  are constants determined by approximation of the experimental dependencies. If baking and caking effects can be neglected for a given material, then  $c_0 = 0$ . Later on we will only use the constant  $c$ .

In the feed area, the  $k$  value is taken as constant and corresponding to the maximum value of the average axial stress  $\sigma_\gamma$  for this area, which is achieved at  $\theta = \gamma$

$$k_b = c\sigma_\gamma. \quad (9)$$

Using relations (5)–(7) and making mathematical transformations, we obtain the differential equation for the averaged hydrostatic pressure

$$\frac{d\sigma_{av}}{d\theta} = \sigma_{av}Q_{1b}(\theta) + w_b\sigma_\gamma Q_{2b}(\theta). \quad (10)$$

In equation (10), for brevity, the functions of angle  $\theta$

$$Q_{1b}(\theta) = \left( \frac{(1 + \sin \delta_b)(\sin \theta - f_b \cos \theta)}{(1 - \sin \delta_b)(1 + f_b \operatorname{tg} \theta)} - \sin \theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos \theta}, \quad (11)$$

$$Q_{2b}(\theta) = \left( \frac{\sin \theta - f_b \cos \theta}{1 + f_b \operatorname{tg} \theta} + \sin \theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos \theta},$$

and combination of constants are given

$$w_b = \frac{2(1 + \mu_b)c \cos \delta_b}{3(1 - \sin \delta_b)}.$$

Here  $\delta_b, \mu_b$  are the values of the powder mixture characteristics corresponding to the bulk density  $\rho_b$ .

According to the first equality (6), the value of the average axial stress  $\sigma_\alpha$  at angle  $\theta = \alpha$  is given by the relation

$$\sigma_\alpha = \frac{2(1 + \mu_b)(p_0 + c\sigma_\gamma \cos \delta_b)}{3(1 - \sin \delta_b)}. \quad (12)$$

The value of the angle  $\alpha$  limiting the contact area between the powder mixture and the roll surface is determined from the continuity of the pressure gradient, which is zero outside the contact area

$$p_0 Q_{1b}(\alpha) + c\sigma_\gamma \cos \delta_b (Q_{1b}(\alpha) + Q_{2b}(\alpha)) = 0. \quad (13)$$

To determine the angle  $\alpha$  from this equation with a non-zero value of the coefficient  $c$  and an unknown value  $\sigma_\gamma$  is impossible. The value  $\alpha$  will be determined during considering the sealing area.

The solution of differential equation (10) is

$$\sigma_{av}(\theta) = \left[ \sigma_\alpha - w_b\sigma_\gamma \int_\theta^\alpha Q_{2b}(\zeta) \exp\left(\int_\zeta^\alpha Q_{1b}(\eta) d\eta\right) d\zeta \right] \exp\left(-\int_\theta^\alpha Q_{1b}(\eta) d\eta\right). \quad (14)$$

Knowing the function  $\sigma_{av}(\theta)$ , we determine the angle  $\theta$  dependence of the averaged axial stresses on the formulas (6) and (2). The material characteristics  $\delta, \mu, k$  take the values  $\delta_b, \mu_b$  and  $k_b$ . Using relations (5) and (7) together for the values  $p$  and  $\tau_f$  we obtain

$$p(\theta) = \frac{\sigma_{yav}(\theta)}{1 + f_b \operatorname{tg} \theta}, \quad \tau_f(\theta) = f_b p(\theta). \quad (15)$$

*Sealing area.* In the sealing area, the mixture density increases from  $\rho_b$  to the final flake density  $\rho_d$ . In order to keep the possibility of obtaining relatively simple analytical relations for this area, we use one of the basic assumptions of the Johansen model relating to the power law dependence of the average axial stress on the density

$$\sigma \sim \rho^K. \quad (16)$$

Here  $K$  is the compaction ratio in the Johansen model, which is a characteristic of the powder mixture. Using assumption (16), a differential equation [4, 7] can be derived for the average axial stress in the sealing area

$$\frac{d\sigma_{av}}{d\theta} = \sigma_{av}Q(\theta). \quad (17)$$

An angle function  $\theta$  is introduced here

$$Q(\theta) = K \operatorname{tg} \theta \frac{1+s-2\cos\theta}{1+s-\cos\theta}. \quad (18)$$

The boundary condition for the average axial stress in the sealing area follows from the requirements of stress continuity  $\sigma$  and gradient  $d\sigma/d\theta$  in the transition from the feed area to the sealing area ( $\theta = \gamma$ ). Initially the gradient continuity condition is drawn up

$$Q_{1b}(\gamma) + w_b Q_{2b}(\gamma) = Q(\gamma). \quad (19)$$

Solving this non-linear equation, we determine the angle  $\gamma$ . According to the function (14) taking into account relations (12) and (13) at a known value  $\gamma$  we set up expression for voltage  $\sigma_\gamma$

$$w_b \left( 1 - \int_{\gamma}^{\alpha} Q_{2b}(\zeta) \exp \left( \int_{\zeta}^{\alpha} Q_{1b}(\eta) d\eta \right) d\zeta \right) - \exp \left( \int_{\gamma}^{\alpha} Q_{1b}(\eta) d\eta \right) = w_b \left( 1 + \frac{Q_{2b}(\alpha)}{Q_{1b}(\alpha)} \right). \quad (20)$$

From this non-linear equation we find out the angle  $\alpha$ . Then from the equation (13) we find out  $\sigma_\gamma$

$$\sigma_\gamma = - \frac{p_0 Q_{1b}(\alpha)}{c \cos \delta_b (Q_{1b}(\alpha) + Q_{2b}(\alpha))}. \quad (21)$$

Knowing  $\gamma$  and  $\sigma_\gamma$ , the solution of the differential equation (17) is as follows

$$\sigma_{av}(\theta) = \sigma_\gamma \exp \left( - \int_{\theta}^{\gamma} Q(\eta) d\eta \right). \quad (22)$$

With a known function  $\sigma_{av}(\theta)$ , the ratio (16) allows determining the dependence of the mixture density on the angle  $\theta$

$$\rho(\theta) = \rho_b \left( \frac{\sigma_{av}(\theta)}{\sigma_\gamma} \right)^{1/K}. \quad (23)$$

When using relations (2) and (6) to determine the averaged axial stresses in the sealing area, the density functions  $\delta_\rho$ ,  $\mu_\rho$ ,  $f_\rho$  must be substituted for the specific values of characteristics  $\delta$ ,  $\mu$ ,  $f$ . In accordance with the equality (23) these dependencies can be presented by functions of angle  $\theta$ :  $\delta_\rho = \delta(\rho) = \delta(\rho(\theta)) = \delta(\theta) = \delta_\theta$ .

The function corresponding to the inter-particle cohesion parameter  $k_\theta$  is defined according to (8) at  $c_0 = 0$ :  $k_\theta = k(\theta) = c \sigma_{av}(\theta)$ . Thus, in the sealing area the axial stresses are given by the relations

$$\sigma_{xav}(\theta) = \sigma_{av}(\theta) \left( \frac{3(1-\sin\delta_\theta)}{2(1+\mu_\theta)} - c \cos \delta \right), \quad \sigma_{yav}(\theta) = \sigma_{av}(\theta) \left( \frac{3(1+\sin\delta_\theta)}{2(1+\mu_\theta)} + c \cos \delta \right). \quad (24)$$

As noted above, Coulomb's law for the shear surface stress  $\tau_f$  is not met in the sealing area. Therefore, we use relations (4) and (5) to determine the surface distributed forces  $p$  and  $\tau_f$  with known functions  $\sigma_{xav}(\theta)$  and  $\sigma_{yav}(\theta)$ . After performing mathematical transformations we obtain

$$\begin{aligned} \tau_f(\theta) &= (\sigma_{yav}(\theta) - \sigma_{xav}(\theta)) \sin \theta \cos \theta - \frac{d\sigma_{xav}(\theta)}{d\theta} (1+s-\cos\theta) \cos \theta, \\ p(\theta) &= \sigma_{yav}(\theta) - \tau_f(\theta) \operatorname{tg} \theta. \end{aligned} \quad (25)$$

The roll compactor is designed in such a way that ensures the required flake density value  $\rho_d$ . Therefore, the value of the compaction factor  $z = \rho_d/\rho_b$   $z$  is a given one.

Knowing  $z$  and using the relation (16), the value of the average axial stress at the transition to the extrusion area ( $\theta = \beta$ ) can be determined

$$\sigma_\beta = \sigma_\gamma z^K. \quad (26)$$

To ensure the continuity of the mixture flow, an inverse relationship must be maintained between the density  $\rho_\theta$  in a given cross-section and the elementary volume  $V_\theta$ , corresponding to that cross-section

$$\rho_\theta \sim 1/V_\theta. \quad (27)$$

Here the elementary volume is defined by the ratio

$$V_\theta = (h_s + 2R(1 - \cos\theta))Hdx = (1 + s - \cos\theta)2R^2H \cos\theta d\theta. \quad (28)$$

We use the ratio (27) taking into account (28) for the cross-sections  $\theta = \gamma$  ( $\rho_b$ ) and  $\theta = \beta$  ( $\rho_d$ )

$$\frac{\rho_b}{\rho_d} = \frac{(1 + s - \cos\beta) \cos\beta}{(1 + s - \cos\gamma) \cos\gamma}. \quad (29)$$

Let us solve the equation (29) with respect to the angle  $\beta$

$$\beta = \arccos \left[ \frac{1 + s}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cos\gamma}{z(1 + s)} \left( 1 - \frac{\cos\gamma}{1 + s} \right)} \right) \right]. \quad (30)$$

Formulas (26) and (30) can be considered as boundary conditions for the extrusion area.

*Extrusion area.* Within this area, the density of the object to be compacted remains unchanged and is  $\rho_d$ . Therefore, the characteristics  $\delta$ ,  $\mu$ ,  $f$  and  $k$  take the values  $\delta_d$ ,  $\mu_d$ ,  $f_d$  and  $k_d$  corresponding to  $\rho_d$ . In this case  $k_d = c\sigma_\beta$ . Coulomb's law is fulfilled for the contact stresses  $p$  and  $\tau_f$  in the extrusion area

$$\tau_f = -fp. \quad (31)$$

The minus sign in the last equation reflects the change in direction of the shear contact stress compared to the feed area.

Performing the same transformations as for the feed area, we obtain a differential equation similar to (10)

$$\frac{d\sigma_{av}}{d\theta} = \sigma_{av}Q_{1d}(\theta) + w_d\sigma_\beta Q_{2d}(\theta). \quad (32)$$

The functions  $Q_{1d}(\theta)$  and  $Q_{2d}(\theta)$  are defined by the relations

$$Q_{1d}(\theta) = \left( \frac{(1 + \sin\delta_d)(\sin\theta + f_d \cos\theta)}{(1 - \sin\delta_d)(1 - f_d \operatorname{tg}\theta)} - \sin\theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos\theta}, \quad (33)$$

$$Q_{2d}(\theta) = \left( \frac{\sin\theta + f_d \cos\theta}{1 + f_d \operatorname{tg}\theta} + \sin\theta \right) \frac{1}{1 + s - \cos\theta}.$$

Similarly to the feed area, a combination of characteristic values is also entered

$$w_d = \frac{2(1 + \mu_d)c \cos\delta_d}{3(1 - \sin\delta_d)}.$$

The solution of equation (32) taking into account the boundary condition  $\sigma_{av}(\beta) = \sigma_\beta$  is

$$\sigma_{av}(\theta) = \sigma_\beta \left[ 1 - w_d \int_0^\beta Q_{2d}(\zeta) \exp \left( \int_\zeta^\beta Q_{1d}(\eta) d\eta \right) d\zeta \right] \exp \left( - \int_0^\beta Q_{1d}(\eta) d\eta \right). \quad (34)$$

As noted above, in the absence of extrusion, the averaged axial stress  $\sigma_{xav}$ , when the flake leaves the contact with the roll ( $\theta = 0$ ), is zero. Consequently

$$\sigma_0 = \sigma_{av}(0) = w_d\sigma_\beta.$$

By writing down the function (34) for  $\theta = 0$ , we obtain the following equation (34)

$$\int_0^\beta Q_{2d}(\zeta) \exp \left( \int_\zeta^\beta Q_{1d}(\eta) d\eta \right) d\zeta + \exp \left( \int_0^\beta Q_{1d}(\eta) d\eta \right) = \frac{1}{w_d}. \quad (35)$$

If the density of the flake is given, then the equation (35) is used to determine the design parameter  $s$  that provides the required compaction factor  $z$ .

**An example of the calculation method application.** As an example of the application of the developed mathematical model we consider the process of compacting the urea with rolls of radius  $R = 0.04$  m and thickness  $H = 0.03$  m. In the absence of additional feed pressure the value of  $p_0$  is taken as equal to 0.1 MPa. For this process, the experimental data are given in paper [5].

The experimental dependencies [5] of the internal friction angle tangent  $\text{tg}\delta$ , transverse strain factor  $\mu$  and external (with roll surface) friction coefficient  $f$  on powder mixture density in the range from  $\rho_b = 1.0 \text{ kg/m}^3$  to  $\rho_{\max} = 2.1 \text{ kg/m}^3$  will be approximated by the function

$$\mu_\rho = \mu_b + A \left( \frac{\rho - \rho_b}{\rho_{\max} - \rho_b} \right)^{0.5} + B \left( \frac{\rho - \rho_b}{\rho_{\max} - \rho_b} \right). \quad (36)$$

Here  $A, B$  are least-squares approximation coefficients. Ratios similar to (36) are also written down for  $\text{tg}\delta$  and  $f$ .

The results of the approximation are shown in the Table 1. The table 1 also shows the values of correlation coefficients  $\chi$  of the experimental values and the results of using the functions (36) to assess the accuracy.

The coefficient determining the growth rate of the inter-particle cohesion parameter is  $c = 0.29$ . The compaction index  $K$  for the Johansen model is determined by approximation of the experimental dependence of density on average axial stress  $\rho(\sigma)$ , given in [5], in the range of densities from  $\rho_b$  to  $\rho_{\max}$ . The value was  $K = 8.32$  with correlation coefficient  $\chi = 0.82$ .

Let us use the developed model to calculate the design parameter  $s$  for given flake density  $\rho_d$  in the range of 1.5 to 2.1  $\text{kg/m}^3$ . At the same time five functions  $Q_{1b}, Q_{2b}, Q, Q_{1d}, Q_{2d}$  of the angle  $\theta$  and the required parameter  $s$  are initially made using the formulas (11), (18) and (33). Then non-linear equation (19) is solved and the angle  $\gamma$  is found out as a function of the parameter  $s$ . Then the function  $\beta(s)$  is defined by formula (30). Once done, non-linear equation (35) is solved and parameter  $s$  is found out.

Figure 3 shows the results of the calculations and their comparison with the experimental relationship borrowed from paper [5]. An acceptable accuracy of the calculated estimates can be noted.

By determining the parameter  $s$  at a given value of sealing coefficient, the values of angles  $\gamma$  and  $\beta$  can be calculated in accordance with the developed model. After that by solving the non-linear equation (20) we determine the angle  $\alpha$ . Under the formula (21) we calculate the tension  $\sigma_\gamma$ , and using the formula (26) we calculate  $\sigma_\beta$ . Table 2 shows the calculation results of the above-mentioned parameters of compaction process for the analyzed process at  $z = 2.07$ . Parameter  $s = 0.00434$ .

The values given in the table and the parameter  $s$  are sufficient to establish an explicit form of dependence of the average axial stress on the angle for the feed, sealing and extrusion areas, respectively, using the basic data from the formulas (14), (22) and (34). Then, in each area, the dependencies on the averaged axial stresses  $\theta$  are determined. In addition, the functions  $\rho(\theta)$  and  $\tau(\theta)$

**Table 1. Approximation results of the experimental dependencies of the powder mixture (urea) characteristics on density**

Characteristic	$\rho = \rho_b$	$A$	$B$	$\chi$
$\text{tg}\delta$	0.52	-0.20	-0.50	0.92
$\mu$	0.21	0.12	0.20	0.89
$f$	0.16	-0.08	-0.03	0.96

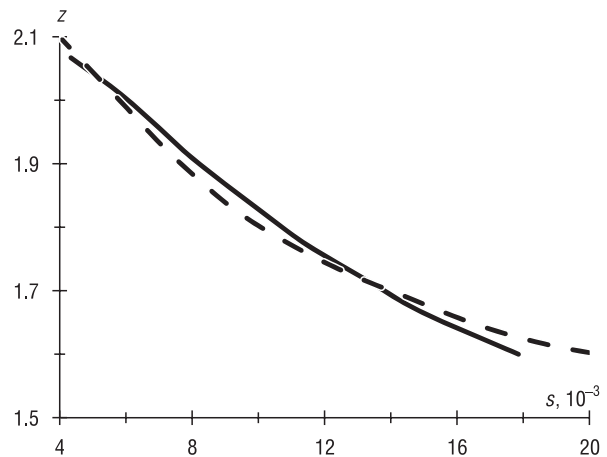


Figure 3. Dependence of the sealing factor  $z$  on the relative (referred to the roll's diameter) thickness of the gap between the roll surfaces. The block curve – experimental dependence from [5]; the dashed curve – calculated dependence obtained using the developed model

**Table 2. Results of calculating urea rolling parameters at  $z = 2.07$**

Boundary	$\alpha$	$\gamma$	$\beta$
Angle, degree	18.52	10.96	4.09
$\sigma$ , MPa	0.12	0.25	112.91

are determined also. For this example (urea at  $z = 2.07$ ) the normal contact pressure stress diagram is given in paper [5]. Figure 4 compares this stress diagram with the results of the developed model. As for the graphs in Figure 3, we can speak about acceptable accuracy of the contact pressure prediction. The slightly lower estimates for the sealing area are due to the use of assumption (16) borrowed from Johansen's model.

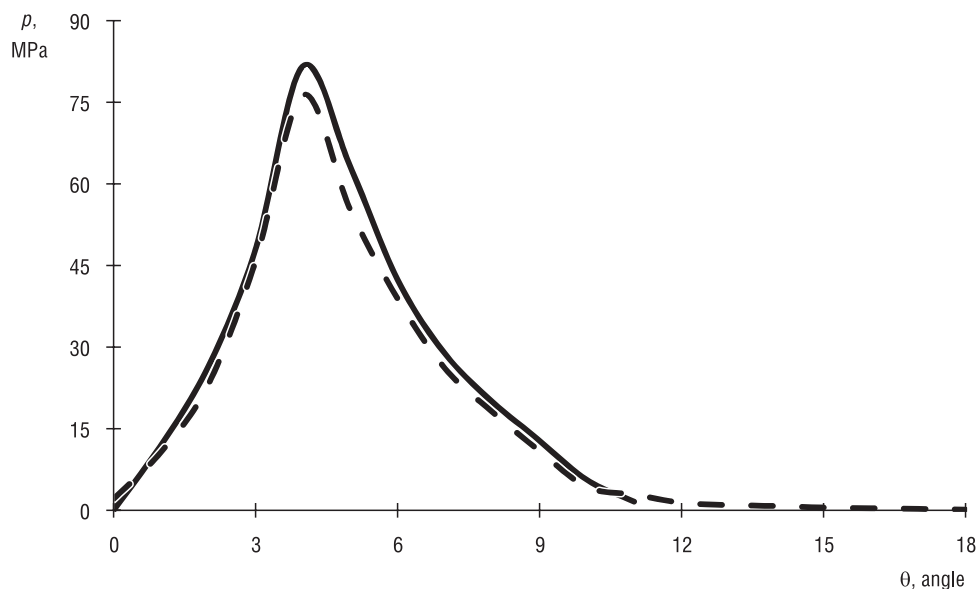


Figure 4. Dependence of normal pressure  $p$  on the roll on the angle  $\theta$  while urea compacting at sealing factor  $z = 2.07$ : block curve – experimental dependence from [5]; dashed curve – calculated dependence obtained using the developed model

**Conclusion.** A mathematical model of mineral fertilizer compacting using a roll compactor is developed. Unlike the previously used Johansen model, it allows to take into account comprehensively the presence of three non-zero axial stresses in a powder mixture, the influence of inter-particle cohesion and its dependence on hydrostatic pressure, changes of mixture characteristics when density changes, the presence of three characteristic areas (feeding, sealing and extrusion), where the mixture contacts the roll. The model developed enables to derive relatively simple analytical relationships for the parameters that determine the power load of the material to be compacted and of the rolls. The calculation is the solution of three non-linear equations, followed by the use of the derived functional relationships. Within the framework of the developed model, it is possible to establish the dependence of the sealing factor on the relative gap between the roll surfaces. Previously while designing, the corresponding experimental dependencies were used. Comparison of the usage results of the model with the empirical  $z(s)$  relationship for urea showed acceptable accuracy of the evaluated estimates calculated. Slightly overestimated gap values for small (up to 1.7) sealing coefficients are due to the neglect of backing and caking effects (the inter-particle cohesion parameter is assumed to be zero in the absence of hydrostatic compression), and using the hypothesis of a power-dependence of hydrostatic pressure on density in the sealing area (Johansen model assumption). The same assumptions lead to slightly underestimated pressure on the roll from the material being compacted. In this case, the calculated diagram of this pressure describes the known experimental data for the urea compaction with an acceptable accuracy.

## References

1. Osokin A. V., Sevostyanov M. V. Analysis of existing methods and technological means for compacting the technogenic materials. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk* [Current Issues in the Humanities and Sciences], 2013, no. 5, pp. 89–93 (in Russian).
2. Johanson J. R. A rolling theory for granular solids. *Journal of Applied Mechanics*, 1965, vol. 32, no. 4, pp. 842–848. <https://doi.org/10.1115/1.3627325>
3. Johanson J. R. Reducing air entrainment problems in your roll press. *Powder and Bulk Engineering*, 1989, pp. 43.



4. Peciar P., Macho O., Eckert M., Fekete R., Kotora P., Juriga M., Kabát J., Gabrišová L., Peciar M. Design of particulate material compactor rolls diameter. *Acta Polytechnica*, 2017, vol. 57, iss. 4, pp. 263–271. <https://doi.org/10.14311/ap.2017.57.0263>

5. Generalov M. B., Klassen P. V., Stepanova A. R., Shomin I. P. *Calculation of Equipment for Granulating the Mineral Fertilizers*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 192 p. (in Russian).

6. Katashinsky V. P. Stress-strain state of powder during rolling in the sealing area. I. Mathematical model of rolling in the sealing area. *Poroshkovaya metallurgiya= Powder Metallurgy*, 1983, no. 11 (251), pp. 17–21 (in Russian).

7. Kondratchik N. Yu. Equipment load assessment for compacting the granular fertilizers. *Sovremennye tekhnologii. Sistemyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modelling], 2017, no. 1 (53), pp. 20–25 (in Russian).

### Information about the authors

*Sergei A. Chizhik* – Academician of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, First Deputy Chairman of the Presidium of the National Academy of Sciences of Belarus (66, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [chizhik\\_sa@tut.by](mailto:chizhik_sa@tut.by)

*Olga M. Volchek* – Senior Lecturer, Baranovichi State University (21, Voikov Str., 225404, Baranovichi, Brest Region, Republic of Belarus). E-mail: [leolya07@mail.ru](mailto:leolya07@mail.ru)

*Viktor Ya. Prushak* – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Technical Director, Soligorsk Institute of Resource Saving Problems with Pilot Production (69, Kozlov Str., 223710, Soligorsk, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: [ipr@sipr.by](mailto:ipr@sipr.by)

### Информация об авторах

*Чижик Сергей Антонович* – академик Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, первый заместитель Председателя Президиума Национальной академии наук Беларуси (пр. Независимости, 66, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [chizhik\\_sa@tut.by](mailto:chizhik_sa@tut.by)

*Волчек Ольга Михайловна* – старший преподаватель, Барановичский государственный университет (ул. Войкова, 21, 225404, Барановичи, Брестская область, Республика Беларусь). E-mail: [leolya07@mail.ru](mailto:leolya07@mail.ru)

*Прушак Виктор Яковлевич* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, технический директор, Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством (ул. Козлова, 69, 223710, Солигорск, Минская область, Республика Беларусь). E-mail: [ipr@sipr.by](mailto:ipr@sipr.by)

О.Л. Швед

*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

## ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ ДЛЯ ОРТОТРОПНОГО ИДЕАЛЬНО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА МУРНАГАНА

**Аннотация.** Описывается проблема построения поверхности текучести. Поясняется графически величина потенциала скорости напряжений. Вводятся параметры упругопластического процесса: модифицированный параметр Р. Шмидта и аналог параметра Лоде, знак которого меняется только при переходе сингулярной точки кривой пластичности. Вычисляется формальная рабочая область закона Мурнагана, реальная область будет значительно меньше. Предполагается справедливый эффект, подобный эффекту Баушингера для девиатора тензора напряжений. В базовых экспериментах одноосных и двухосных растяжении, сжатии и чистом сдвиге определяется кусочно-линейная образующая с вершинами в соответствующих сингулярных точках кривых пластичности. Величина эффекта аппроксимируется кусочно-линейной зависимостью по параметру места и по параметру упрочнения. По величине эффекта в точке активного процесса находится сингулярная точка кривой, в которую перемещается базовая образующая. Поверхность текучести строится проведенными через образующую кривыми пластичности. Рассматривается определение величины эффекта при повторном нагружении после разгрузки.

**Ключевые слова:** упругопластичность, эффекты Баушингера и ему подобный, закон Мурнагана, параметры упрочнения и места, базовые эксперименты, поверхность текучести, образующая поверхности, кривые пластичности

**Для цитирования:** Швед, О.Л. Построение поверхности текучести для ортотропного идеально упругопластического материала Мурнагана / О.Л. Швед // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 298–306. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-298-306>

Oleg L. Shved

*United Institute of Informatics Problems of National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

## SURFACE CONSTRUCTION FOR ORTHROTROPIC PERFECTLY ELASTIC-PLASTIC MURNAGHAN MATERIAL

**Abstract.** The problem of constructing a yield surface is described. The magnitude of the stress velocity potential is explained graphically. The parameters of an elastic-plastic process are introduced: a modified R. Schmidt parameter and an analogue of the Lode parameter, the sign of which changes only when the singular point of the plasticity curve passes. The formal work area of the Murnaghan law is calculated, the real area will be much smaller. An effect similar to the Bauschinger effect for the deviator of the stress tensor is assumed to be fair. In the basic experiments of uniaxial and biaxial tension, compression and shear, a piecewise-linear generator with vertices at the corresponding singular points of the plasticity curves is determined. The magnitude of the effect is approximated by a quadratic dependence in the place parameter and piecewise-linear one in the hardening parameter. According to the magnitude of the effect, at the point of the active process there is a singular point of the curve, into which the basic generator moves. The yield surface is constructed by ductility curves drawn through the generator. Determination of the magnitude of the effect under repeated loading after unloading is considered.

**Keywords:** elastic-plasticity, Bausinger effects and the like, Murnaghan law, hardening parameters and places, basic experiments, yield surface, surface forming, plasticity curves

**For citation:** Shved O. L. Surface construction for orthotropic perfectly elastic-plastic Murnaghan material. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 298–306 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-298-306>

**Введение.** Проблема создания геометрически нелинейной теории упругопластичности, использующей понятие поверхности текучести, является актуальной. В одном из последних обзоров работ в этом направлении [1] рассматриваются разные точки зрения, идеи и подходы.

Новый подход состоит в обобщении подходящей модели упругого материала. Модель Мурнагана [2, 3] представляется наиболее совершенной конструкцией в механике сплошных сред и соответствует идее обобщения: максимального учета информации об упругом поведении материала для ее использования в пластичности. Для изотропного материала пять его упругих постоянных Ламе второго и третьего порядка  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$  определяются в физических экспериментах, а также согласно полиномиальному представлению удельной потенциальной энергии упругой деформации возможно описание появления и развития упругой деформационной анизотропии в активном процессе.

При мягком нагружении справедливы определяющие уравнения упругопластического материала Мурнагана, поскольку во всех экспериментах с мягким нагружением отчетливо проявляется эффект Савара–Массона (Портвена–Ле Шателье) [4], описываемый этими уравнениями. Нагружение тела считается мягким, если на его поверхности неизвестны скорости перемещений, а заданы лишь нагрузки. В этом случае упругопластический процесс происходит со скоростью, определяемой самим материалом, а не условиями эксперимента [5].

*Цель исследования* – построение поверхности текучести для важного частного случая обобщенной на упругопластичность модели упругого материала американского математика Ф. Мурнагана [6]. Настоящая работа является расширенным вариантом доклада на XX международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (15–18 июня 2020 г., г. Ростов-на-Дону, Россия).

**Потенциал скорости напряжений.** Непрерывная поверхность текучести (поверхность нагружения, предельная поверхность) в пространстве напряжений определяется для элемента деформируемого твердого тела, и ее непрерывное изменение зависит от истории нагружения элемента. Применяем векторное представление симметричного тензора второго ранга.

Следует отметить, что в [7], где рассматривался вопрос о поверхности текучести, допущен ряд неточностей, связанных со сложностью объекта исследования и недостаточной проработкой проблемы. Они исправлены в последующих работах. Устранена неопределенность в выборе вектора нормали в сингулярной точке поверхности текучести [6]. Используется только один модифицированный параметр Р. Шмидта. Потенциалы напряжений и скорости напряжений получены в самом общем виде для триклинного материала [8]. Из потенциала напряжений удалено слагаемое первой степени тензора упругих деформаций. Ф. Д. Мурнаган его использовал [3], однако сейчас это не считается правильным. Существенно уточнены определяющие уравнения в скоростях [6].

Учитывались следующие соображения: эксперимент должен включаться в теорию, чем позже, тем лучше [2]; поверхность текучести, как выяснилось недавно, невозможно найти экспериментальным методом [5]; конкретное описание поверхности в литературе отсутствует [1, 9]. Информация о поверхности получена теоретическим методом, сохраняющим, по возможности, полезное свойство потенциальности в скоростях напряжений.

В пассивном процессе потенциал скорости напряжений существует [2]. Рассмотрим активный процесс:  $\mathbf{Q}(\mathbf{D}) \cdot \mathbf{N} > 0$ ,  $\mathbf{Q}(\mathbf{D})$  – критериальный девиатор;  $\mathbf{D}$  – тензор скорости деформаций;  $\mathbf{N}$  – нормированный вектор нормали. Потенциал скорости напряжений в регулярной точке поверхности (первый случай в дифференциальных определяющих уравнениях [6]) имеет вид:

$$\varphi(\mathbf{D}) = K \left( \varphi_0(\mathbf{D}) + \varphi_{23}(\mathbf{D}) - 2^{-1} \omega (\mathbf{N} \cdot \mathbf{D})^2 \right), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{D}} = \overset{\Omega}{\mathbf{T}} = K(\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{N} \mathbf{N}) \quad (\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} > 0, \mathbf{N} \cdot \mathbf{D} > 0), \quad (1)$$

где  $\mathbf{T}$  – тензор напряжений Коши;  $\overset{\Omega}{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} - \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Omega}$  – его объективная О-производная, тензор упругого спина  $\boldsymbol{\Omega} = 0$  для ортотропного материала;  $\varphi_0$  – потенциал изотропного слагаемого в выражении  $\mathbf{Q}$ ;  $\varphi_{23}$  – потенциал анизотропного слагаемого;  $\omega$  – собственное значение оператора  $\mathbf{Q}$ , соответствующее собственному вектору  $\mathbf{N}$ ;  $K$  – малое положительное число. Для иллюстрации изложения используем данные по рекристаллизованному вольфраму [2].

Кривая скаляра  $\varphi_0 + \varphi_{23}$  имеет эллиптическую форму в отличие от кривой скаляра  $\varphi$  на рис. 1. Точки кривой откладывались радиус-вектором из точки процесса по направлению нормированного вектора  $\mathbf{D}$ . Правый конец кривой на рис. 1 при двухосном растяжении соответствует факту

дальнейшего отсутствия потенциала скорости напряжений, полезное свойство не сохраняется, материал становится недиссипативным при  $\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} \leq 0$ . Тогда реализуется второй особый случай в дифференциальных определяющих уравнениях [6].

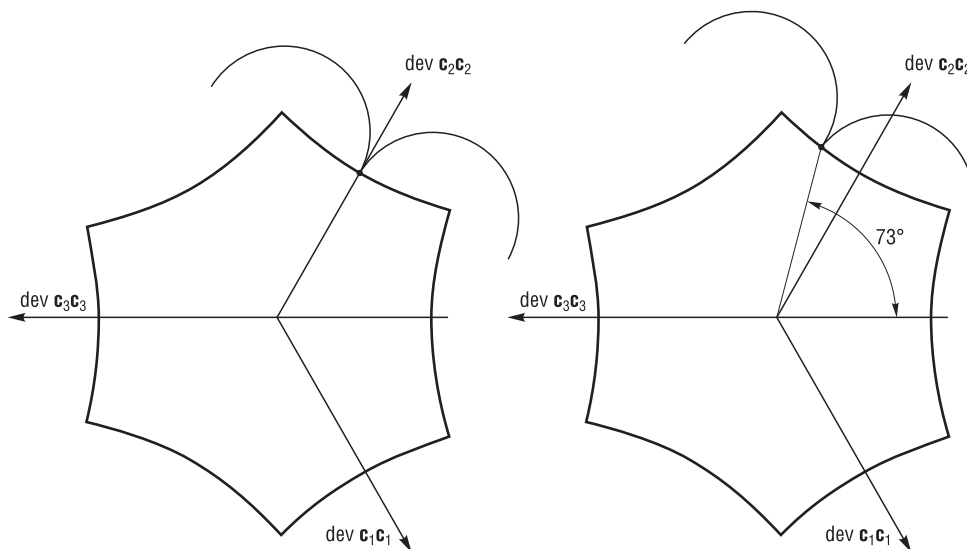


Рис. 1. Величина потенциала скорости напряжений при одноосном растяжении (слева) и двухосном растяжении (справа)

Fig. 1. The magnitude of the stress velocity potential for uniaxial tension (left) and biaxial tension (right)

Другой конец построенной кривой находится на касательной прямой к кривой пластичности в точке процесса, что означает последующую разгрузку:  $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{N} \leq 0$  (то же самое наблюдается при одноосном растяжении). Далее потенциал скорости напряжений существует, как указано выше. При сжатии ситуация аналогичная. Величина радиус-вектора, очерчивающего кривую, изображена без учета скаляра  $K$  в (1), то есть увеличена на несколько порядков. Для сингулярной точки, когда О-производная тензора  $\mathbf{T}$  равна нулю (третий случай в дифференциальных определяющих уравнениях [6]),  $\varphi = 0$ .

Потенциал напряжений ввел в механику Дж. Грин [10], физический смысл понятия – накопленная энергия упругой деформации  $\varepsilon$  [2]. Потенциал скорости напряжений использовал В. Д. Ключников [11]. Информация о физическом смысле потенциала скорости напряжений при течении в литературе отсутствует. Вероятно, это величина изменения запасенной энергии, вычисленная по направлению девиатора  $\mathbf{D}$ , в векторной интерпретации тензора. В упругости потенциал скоростей напряжений называется удельной потенциальной энергией в варьируемой конфигурации. При совпадении направлений векторов  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{N}$  значение потенциала  $\varphi$  наименьшее (см. рис. 1), но не нулевое. Направления  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{Q}$  близки, при одноосном нагружении и разгрузке совпадают. Большая часть работы деформации рассеивается, малая часть идет на перестройку структуры, вызванную ростом анизотропии, и приращение  $\varepsilon$ . Линия уровня скаляра  $\varphi$  похожа на осевое сечение конуса с малым углом при вершине, где ось задается вектором  $\mathbf{N}$ .

Из (1) следует потенциальность девиатора  $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{N}$ . Отсюда вытекает, что поверхность текучести в пространстве напряжений образуется своими пятимерными девиаторными сечениями. Поверхность сечения получается соединением частей поверхностей представителей двух взаимно ортогональных семейств вогнутых регулярных поверхностей в сингулярных точках. Поверхности первого и второго представителя семейства, соответственно пересекающие (при одноосном растяжении) и не пересекающие (при одноосном сжатии) проекцию на девиаторное сечение орта исходного неподвижного триэдра, определяются по известной на них точке (например, точке процесса). Если точка сингулярная, то находится вся поверхность девиаторного сечения. В общем случае требуется вторая такая точка.

Для ортотропного материала поверхность текучести с точкой процесса рассматривается в трехмерном векторном пространстве напряжений  $\{\mathbf{W}_0, \mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2\}$ , натянутом на векторы  $\mathbf{W}_0, \mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_0 = (\sqrt{3})^{-1}\mathbf{E}, \mathbf{W}_1 = (\sqrt{6})^{-1}(\mathbf{E} - 3\mathbf{c}_3\mathbf{c}_3), \mathbf{W}_2 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_2\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1\mathbf{c}_1)$ , где  $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3$  – неподвижный ортонормированный триэдр осей материала,  $\mathbf{E}$  – единичный тензор [2]. Она создается своими плоскими сечениями – замкнутыми шестизвенными кусочно-гладкими кривыми пластичности. Расчеты кривых проводятся с использованием основных трехмерных девиаторных подпространств  $\{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_3\}, \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_4\}, \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_5\}$ , где  $\mathbf{W}_3 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2 + \mathbf{c}_2\mathbf{c}_1), \mathbf{W}_4 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_1\mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3\mathbf{c}_1), \mathbf{W}_5 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{c}_2\mathbf{c}_3 + \mathbf{c}_3\mathbf{c}_2)$ .

**Предположение и допущения. Дополнительное модельное предположение.** С целью устранения указанной неопределенности при нахождении кривой пластичности полагаем, что для упругопластического материала имеет место вызванный возникновением и развитием анизотропии материала эффект, подобный эффекту Баушингера, для пространства девиаторов напряжений. Основанием является условие равномерного изменения поверхности и результаты численного моделирования чистого сдвига [12]. Ограничимся при расчетах для необходимого упрощения случаем идеально упругопластического материала. Это позволит выполнить численную реализацию теории, однако при этом утрачивается возможность численного описания проблемных течений металла, таких как экструзия свинца [5].

**Параметры упругопластического процесса.** Вводятся необходимые для модели материала безразмерные параметры: аналог предназначенного для изотропного материала параметра Лоде  $L$ , параметр места  $M$  точки процесса на регулярном участке кривой пластичности и модифицированный параметр упрочнения Шмидта. Вектор нормали к поверхности девиаторного сечения поверхности текучести выбирается из пяти собственных векторов критериального оператора, образующих локальный девиаторный базис [6]. Удельная мощность в соотношении параметра упрочнения Шмидта  $\dot{\chi} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{D}$  может быть отрицательной, поэтому заменяется произведением компонент сомножителей при векторе нормали в разложении девиаторов по векторам локального базиса:

$$\dot{\chi} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{N} \mathbf{N} \cdot \mathbf{D} \quad (\chi(0) = 0). \tag{2}$$

Неотрицательный параметр упрочнения  $\chi$  в (2) монотонно увеличивается только при течении.

Параметр места определяется отношением величин: угла между радиус-векторами девиаторной точки процесса и ближайшей к ней точки-конца участка кривой пластичности, к половине угла, между точками-концами участка. Если участок принадлежит представителю первого семейства, то параметр берется со знаком минус:

$$M(\text{dev } \mathbf{T}) = k \frac{\arccos \max(\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_0, \mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{w}_0)}{2^{-1} \arccos \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2} \quad (|M| \leq 1), \tag{3}$$

где  $\mathbf{w}_0 = \text{dev } \mathbf{T} \|\text{dev } \mathbf{T}\|^{-1}, \mathbf{w}_1 = \text{dev } \mathbf{T}_1 \|\text{dev } \mathbf{T}_1\|^{-1},$

$\mathbf{w}_2 = \text{dev } \mathbf{T}_2 \|\text{dev } \mathbf{T}_2\|^{-1} \left( \|\mathbf{T}\| = (\mathbf{T} \cdot \mathbf{T})^{\frac{1}{2}} \right), \text{dev } \mathbf{T}_1,$

$\text{dev } \mathbf{T}_2$  – крайние точки звена,  $k = 1$  при сжатии,  $k = -1$  при растяжении.

Параметр места (3) в отличие от параметра Лоде позволяет эффективно найти вектор нормали, по которому происходит построение кривой пластичности, так как знак его меняется только при переходе сингулярной точки кривой (рис. 2). Точка процесса находится в начале координат, сингулярные точки отмечены чертой [12].

**Область существования модели Мурнагана.** Установим формальные границы применимости изотропного закона Мурнагана и укажем дополнительное ограничение, вызванное

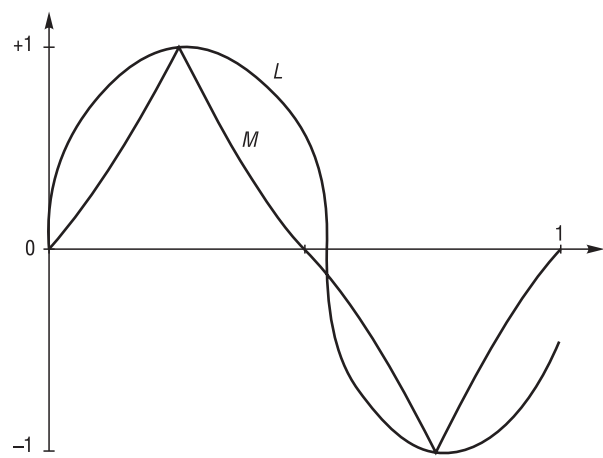


Рис. 2. Параметры места  $M$  и Лоде  $L$  при чистом сдвиге на двух соседних звеньях кривой пластичности

Fig. 2. The parameters of the place  $M$  and Lode  $L$  at a pure shift at two adjacent links of the plasticity curve

упругой деформационной анизотропией. Для упругопластического материала требуется возможность численного обращения закона. Необходимым является отличие от нуля якобиана отображения  $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{F})$ . Выполняются условия  $\mathbf{T} = t_1 \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1 + t_2 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2 + t_3 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_3$ ,  $\mathbf{F} = f_1 \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_1 + f_2 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_2 + f_3 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_3$ .

С точностью до ненулевого постоянного множителя вычисляем якобиан  $J = \left| \frac{\partial t_k}{\partial f_l} \right|_{k,l=1,2,3}$  [1]:

$$\begin{aligned}
 J = & a_1 \sum_{i \neq k} f_i^6 + a_2 \sum_{i \neq k} f_i f_k^5 + a_3 \sum_{i \neq k} f_i^2 f_k^4 + a_4 f_1 f_2 f_3 \sum_{i \neq k} f_i f_k^2 + a_5 (f_1 f_2 f_3)^2 + a_6 f_1 f_2 f_3 \sum f_i^3 + \\
 & + a_7 \sum_{i \neq k} (f_i f_k)^3 + a_8 \sum f_i^5 + a_9 \sum_{i \neq k} f_i f_k^4 + a_{10} \sum_{i \neq k} f_i^2 f_k^3 + a_{11} \sum_{l \neq i, l \neq k, i \neq k} f_l f_i^2 f_k^2 + \\
 & + a_{12} f_1 f_2 f_3 \sum f_i^2 + a_{13} \sum f_i^4 + a_{14} \sum_{i \neq k} f_i f_k^3 + a_{15} f_1 f_2 f_3 \sum f_i + a_{16} \sum (f_i f_k)^2 + \\
 & + a_{17} \sum f_i^3 + a_{18} f_1 f_2 f_3 + a_{19} \sum_{i \neq k} f_i f_k^2 + a_{20} \sum f_i^2 + a_{21} \sum_{i \neq k} f_i f_k + a_{22} \sum f_i + a_{23},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $a_i = a_i(\lambda, \mu, \nu_1, \nu_2, \nu_3)$  ( $l, i, k \in \{1, 2, 3\}$ ). Конкретизируем материал для получения наглядного представления области существования модели. Для вольфрама коэффициенты  $a_i$  имеют вид:

$$\begin{aligned}
 a_1 = & 2^{-10} \cdot 5,955583725, \quad a_2 = 2^{-9} \cdot 34,580198835, \quad a_3 = 2^{-10} \cdot 137,683252035, \\
 a_4 = & -2^{-8} \cdot 36,517858965, \quad a_5 = 2^{-9} \cdot 160,347539817, \quad a_6 = 2^{-9} \cdot 42,557106375, \\
 a_7 = & -2^{-8} \cdot 82,533078171, \quad a_8 = -2^{-9} \cdot 3,801777525, \quad a_9 = -2^{-9} \cdot 99,779252625, \\
 a_{10} = & -2^{-8} \cdot 147,683920437, \quad a_{11} = 2^{-8} \cdot 33,1029306765, \quad a_{12} = -2^{-7} \cdot 53,142401025, \\
 a_{13} = & -2^{-10} \cdot 191,972925765, \quad a_{14} = -2^{-8} \cdot 263,121227373, \quad a_{15} = -2^{-8} \cdot 655,625977059, \\
 a_{16} = & -2^{-10} \cdot 2849,976779631, \quad a_{17} = 2^{-8} \cdot 253,662908645, \quad a_{18} = 2^{-7} \cdot 1974,551887127, \\
 a_{19} = & 2^{-8} \cdot 1510,038432355, \quad a_{20} = -2^{-10} \cdot 1154,1366579437, \quad a_{21} = -2^{-9} \cdot 1670,715533033, \\
 a_{22} = & -2^{-9} \cdot 1289,425458373, \quad a_{23} = 2^{-10} \cdot 2567,413523557.
 \end{aligned}$$

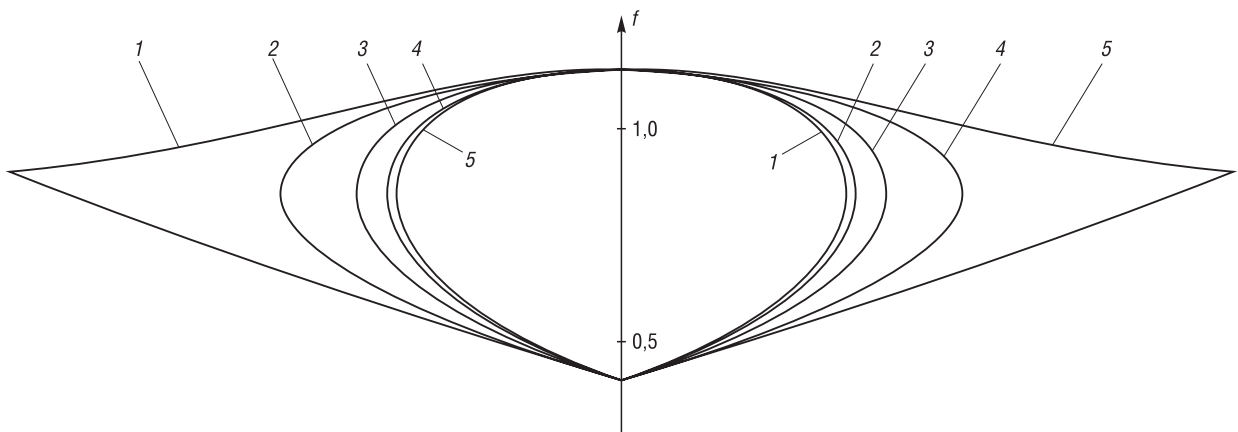


Рис. 3. Формальная область существования изотропного закона Мурнагана, ограниченная нулевыми значениями якобиана его отображения. Совмещенные плоские сечения 1–5 поверхности  $J(f_1, f_2, f_3) = 0$

Fig. 3. The formal region of existence of the isotropic Murnaghan law, limited by zero values of the Jacobian of its mapping. Combined flat sections 1 to 5 of the surface  $J(f_1, f_2, f_3) = 0$

Согласно (4) проводим построение якобиана. Исходная плоскость с кривой 1 натянута на направляющий вектор  $\mathbf{W}_0$  шаровой оси, обозначенный на рис. 3 стрелкой, и ортогональный ему вектор  $\text{dev } \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i (\text{dev } \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i \cdots \text{dev } \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i)^{\frac{1}{2}}$ , направленный влево от оси. Плоскость расположена в векторном пространстве меры  $\mathbf{F}$  и последовательно поворачивается на угол  $(12)^{-1}\pi$ . В повернутых

плоскостях расположены кривые 2–5. При дальнейших поворотах в силу изотропии кривые повторяются в обратном порядке от кривой 5 до кривой 1. Угол общего поворота будет составлять  $3^{-1}2\pi$ . Вектор, направленный влево от шаровой оси, будет теперь вектором проекции на девиаторную плоскость следующей базисной диады  $\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k$ ,  $k = i + 1$ ;  $i, k \in \{1, 2, 3\}$  с учетом круговой перестановки индексов.

Масштабы на рис. 3 по горизонтали и вертикали совпадают. Внутренняя область, ограниченная поверхностью  $J(f_1, f_2, f_3) = 0$ , задает формальную область существования закона Мурнагана. Необходимое условие  $f_i > 0$  имеет место. На шаровой оси выполняется  $f_1 = f_2 = f_3 = f$ ,  $f_- \leq f \leq f_+$ ,  $f_- \approx 0,412$ ,  $f_+ \approx 1,139$ . На шаровой оси в пространстве напряжений выполняется  $t_1 = t_2 = t_3 = t$ ,  $t_- \leq t \leq t_+$ ,  $t_- \approx -1065$  ГПа,  $t_+ \approx 25,6$  ГПа. При  $f = 1$  будет  $t = 0$ .

При наложении высокого гидростатического давления сжатия  $p$  пластичность материала увеличивается. Известно, что для вольфрама существует пороговое напряжение, до которого увеличение пластичности не происходит. При простом сжатии, согласно численным экспериментам, оно находится в интервале  $(-90, -75)$  ГПа. Увеличение пластичности происходит только до значения  $p = -300$  ГПа, которому соответствует величина  $f = f_-^0 \approx 0,688$ , а дальше пластичность уменьшается. Значит, рабочая область на шаровой оси составляет  $f_-^0 < f < f_+^0 \leq f_+$ ,  $f_+^0$  подлежит дальнейшему определению. Рабочая область для упругопластического материала Мурнагана в трехмерном пространстве меры Фингера образуется для рассматриваемого материала окрестностью отрезка шаровой оси  $[f_-^0, f_+^0]$ , которая определится физическими и численными экспериментами.

**Схема построения. Базовые эксперименты.** Выбраны минимально необходимые, проводимые до момента разрушения образца, базовые эксперименты: растяжение одноосное ( $R_1$ ), двухосное ( $R_2$ ); сжатие одноосное ( $G_1$ ), двухосное ( $G_2$ ) и чистый сдвиг ( $S$ ) [12, 13].

Важнейшая функция теории  $\alpha$  – относительная часть величины рассеиваемой удельной мощности деформации, входит в определяющее уравнение [6]

$$(L_3^{-1}\epsilon) = (1 - \alpha)\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} \quad (\mathbf{T} \cdot \mathbf{D} > 0), \tag{5}$$

где  $L_3$  – третий главный инвариант меры упругих искажений. Задание величины  $\alpha$  в (5) определяет момент разрушения.

При чистом сдвиге величины обоих эффектов по определению должны совпадать. Наблюдается лишь качественное соответствие результатов физического и численного экспериментов [12]. Это вызвано неучетом свойства вязкости материала в упругопластической модели Мурнагана. В отличие от опытных значений наблюдается также с увеличением параметра упрочнения линейное уменьшение величины введенного эффекта  $W_e$  ( $W$  – эффект Баушингера) без всякого участка стабилизации. Поэтому в численных базовых экспериментах величины нового эффекта в момент разрушения увеличиваем пропорционально случаю чистого сдвига, сохраняя при этом обнаруженную линейную зависимость.

Данные по экспериментам получаются следующие:

( $R_1$ )	$\alpha = 0,99595$ ;	$W = 0,8$ ;	$W_e = 0,957$ ;	$\chi = 0,0296$ ;
( $R_2$ )	$\alpha = 0,992$ ;	$W = 0,85$ ;	$W_e = 0,96$ ;	$\chi = 0,0063$ ;
( $G_1$ )	$\alpha = 0,99757$ ;	$W = 0,7$ ;	$W_e = 0,97$ ;	$\chi = 0,0456$ ;
( $G_2$ )	$\alpha = 0,99358$ ;	$W = 0,75$ ;	$W_e = 0,95$ ;	$\chi = 0,018823$ ;
( $S$ )	$\alpha = 0,9865$ ;	$W = 0,4$ ;	$W_e = 0,91$ ;	$\chi = 0,0033$ .

Расчеты в [13] обновлены в связи с конкретным построением поверхности текучести. Вычислены величины параметров места и упрочнения. При одноосных растяжении, сжатии значения параметра места составили  $\pm 1$ ; при чистом сдвиге значение 0 (как для параметра Лоде); при двухосных  $\pm 0,5$  и немного увеличивались с увеличением параметра упрочнения. Большее значение параметра упрочнения получается при простом сжатии, меньшее – при чистом сдвиге.

**Базовая образующая поверхности текучести.** Определяются базовые сингулярные точки на фиксированной образующей для полученных величин параметра упрочнения. Кусочно-линейная поверхностная образующая, соединяющая сингулярные базовые точки и еще две

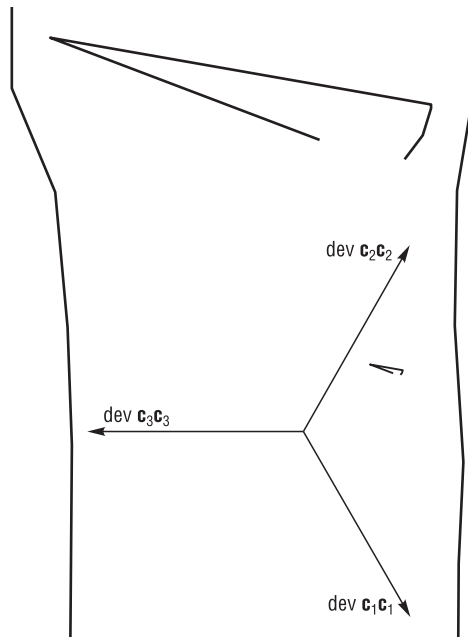


Рис. 4. Три проекции образующей на плоскости  $\{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_0\}, \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2\}, \{\mathbf{W}_2, \mathbf{W}_0\}$

Fig. 4. Three projections of the generator on the plane  $\{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_0\}, \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2\}, \{\mathbf{W}_2, \mathbf{W}_0\}$

удаленные крайние точки, жестко перемещалась вместе с перемещением любой своей точки. Крайние точки ограничивают рабочую область использования упругого закона Мурнагана. Крайние звенья образующей при ее перемещении оставляем параллельными отрезками. Начальную базовую образующую считаем прямолинейной.

Вторая проекция увеличена (изображение сверху на рис. 4) и точки нагружений слева направо по часовой стрелке расположены так:  $(R_1), (R_2), (G_1), (G_2), (S)$ . На крайних проекциях точки образующей располагаются снизу вверх так: удаленная нижняя точка,  $(G_2), (G_1), (S), (R_1), (R_2)$ , удаленная верхняя точка.

Все шесть возможных базовых образующих зависимости: две тройки из них связаны поворотом на  $120^\circ$ , а каждые две соседние – зеркальным отражением от соответствующей девиаторной проекции базисной диады.

**Произвольное нагружение.** Используем кусочно-линейную аппроксимацию данных базовых экспериментов по параметрам места и упрочнения. При фиксированном параметре места  $M$  последняя аппроксимация имеет вид:

$$W_e(\chi) = -2^{-1}(Y - y)(X - x)^{-1}(|\chi - X| - (\chi - X)) + Y \quad (X > x, Y < y), \quad (6)$$

где  $x, X$  – фиксированные значения  $\chi, y, Y$ , значения  $W_e$ , начальные и конечные. Ломаная состоит из двух участков, величина эффекта на втором участке постоянная (6).

Величины эффекта в экспериментах для значений параметра упрочнения, превышающих максимальные, продолжаем постоянными величинами. Для всякого нагружения при течении находится величина эффекта в зависимости от параметра места при известных значениях параметра упрочнения и определяется ближайшая сингулярная точка. В эту точку перемещается базовая образующая поверхности текучести, по точкам которой строятся конкретные кривые пластичности. Изменение анизотропных свойств материала в точке процесса влияет на строение всей последующей поверхности текучести, при этом обеспечивается непрерывность поверхности.

**Возможные дополнения и обобщения.** При разгрузке по известной образующей строится поверхность текучести. Для возможных следующих значений параметра упрочнения величина эффекта задается по параметру места и начальной величине эффекта. Вопрос, как это реализовать, является непростым и нуждается в дальнейшем рассмотрении. В первом приближении возможен следующий вариант.

Обозначим начальные величины при повторном нагружении  $\chi = \chi_1, W_e = W_1$ . Начальные значения в (6) для нового параметра места будут  $x = 0, y = 1$ . Рассмотрим линейную функцию  $y_1(\chi) = (Y - 1)X^{-1}\chi + 1$  и постоянную  $y_2(\chi) = Y$ , которые определяют левый и правый участки кусочно-линейной функции в (6). Для удовлетворения начальным условиям повторного нагружения  $y_1(\chi_1) = y_2(\chi_1) = W_1$  изменяем эти функции  $y_1(\chi) = (Y - 1)X^{-1}(\chi - \chi_1) + W_1, y_2(\chi) = W_1$ . Построим из них, используя усреднение с весом, искомую функцию в виде  $W_e(\chi) = (1 - \chi_1 X^{-1})y_1(\chi) + \chi_1 X^{-1}y_2(\chi)$ . Тогда получаем

$$W_e(\chi) = (1 - \chi_1 X^{-1})(Y - 1)X^{-1}(\chi - \chi_1) + W_1 \quad (\chi_1 \leq \chi \leq X). \quad (7)$$

Если разгрузка происходит при  $\chi_1 = 0$ , материал остается изотропным и выполняется  $W_1 = 1, W_e(X) = L$ . Величина угла наклона прямой  $W_e(\chi)$  к оси абсцисс с увеличением  $\chi_1$  до  $X$  монотонно стремится к нулю. Далее функция в (7) продолжается постоянным значением  $W_e(X)$ . Учитывается история нагружения и данные базовых экспериментов.



Отказ от условия идеальности упругопластического процесса потребует большого количества необходимой информации. В упругом состоянии точка активного процесса перемещается по соотношениям нелинейной упругости. По величине эффекта также находятся точка, противоположная девиаторной точке процесса, и затем сингулярная точка, в которую также перемещается базовая образующая, и проводятся кривые пластичности, то есть перестраивается поверхность текучести.

Из результатов расчета процесса чистого сдвига [12] следует важный вывод: для практического использования рассматриваемой модели материала необходимо ее обобщение на упруго-вязкопластичность. Можно ввести закон анизотропно-кинематического упрочнения, следуя основному предположению: материал проявляет вязкие свойства только в активном процессе [14]. Этот вопрос требует дальнейшего рассмотрения.

**Заключение.** Обсуждаемая модель разрабатываемого нелинейно упругопластического материала Мурнагана имеет самостоятельное значение для численного моделирования мягкого нагружения [4, 5] (см. также введение). Построенная поверхность текучести является необходимым элементом теории. Информация о попытках найти поверхность имеется в [7], любопытный экземпляр поверхности предложен в работе [15]. Возможно простое обобщение ортотропного материала [6] на моноклинный материал и далее более сложное обобщение – на триклинный, включающее описание поверхности текучести в общем случае. Видимо, в дальнейшем потребуются информация о зависимости  $W = W(\mathbf{D})$ .

#### Список использованных источников

1. Xiao, H. Elastoplasticity beyond small deformations / H. Xiao, O. T. Bruhns, A. Meyers // *Acta Mech.* – 2006. – Vol. 182. – P. 31–111. <https://doi.org/10.1007/S00707-005-0282-7>
2. Лурье, А. И. Нелинейная теория упругости / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
3. Murnaghan, F. D. Finite deformation of an elastic solid / F. D. Murnaghan. – N. Y.: Dover, 1951. – 140 p.
4. Белл, Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел / Дж. Ф. Белл. – М.: Наука, 1984. – Ч. 2: Конечные деформации. – 432 с.
5. Жилин, П. А. Основные уравнения неупругих сред / П. А. Жилин // Актуальные проблемы механики: труды XXVIII летней школы. – СПб., 2001. – С. 14–58.
6. Швед, О. Л. Модель упругопластического материала Мурнагана / О. Л. Швед // *Приклад. математика и механика.* – 2019. – Т. 83, № 1. – С. 158–172.
7. Швед, О. Л. К теории упругопластичности при конечных упругих деформациях и поворотах / О. Л. Швед // *Докл. Нац. акад. наук Беларуси.* – 2005. – Т. 49, № 3. – С. 44–48.
8. Швед, О. Л. Вычисление критериального девиатора и вектора нормали к девиаторному сечению поверхности текучести для упругопластического материала Мурнагана / О. Л. Швед // *Информатика.* – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 48–58.
9. Шевченко, Ю. Н. Построение поверхности нагружения в теории пластичности / Ю. Н. Шевченко // *Приклад. механика.* – 1996. – Т. 32, № 11. – С. 31–37.
10. Green, G. On the laws of reflection and refraction of light at the common surface of two non-crystallized media / G. Green // *Mathematical Papers of the Late George Green.* – Cambridge Univ. Press, 2014. – P. 243–270. <https://doi.org/10.1017/S009781107325074.009>
11. Ключников, В. Д. Математическая теория пластичности / В. Д. Ключников. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. – 208 с.
12. Швед, О. Л. Численное моделирование чистого сдвига для идеально упругопластического материала (материала Мурнагана) / О. Л. Швед // *Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук.* – 2019. – Т. 64, № 2. – С. 182–189. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-2-182-189>
13. Швед, О. Л. Численное моделирование базовых экспериментов для упругопластического материала Мурнагана / О. Л. Швед // *Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики.* Уфа 19–25 авг. 2019 г. – Т. 3. – С. 406–408.
14. Пежина, П. Основные вопросы вязкопластичности / П. Пежина. – М.: Мир, 1968. – 176 с.
15. Gurta, N. K. A Study of Yield Surface upon Reversal of Loading under Biaxial Stress / N. K. Gurta, H. A. Laert // *J. Appl. Math. Mech. (ZAMM).* – 1983. – Vol. 63. – P. 497–504. <https://doi.org/10.1002/zamm.19830631005>

#### References

1. Xiao H., Bruhns O. T., Meyers A. Elastoplasticity beyond small deformations. *Acta Mechanica*, 2006, vol. 182, pp. 31–111. <https://doi.org/10.1007/S00707-005-0282-7>
2. Lurie A. I. *Nonlinear Theory Elasticity*. Moscow, Nauka Publ., 1980. 512 p. (in Russian).
3. Murnaghan F. D. *Finite Deformation of an Elastic Solid*. New York, Dover, 1951. 140 p.

4. Bell J.F. *Experimental Foundations of the Mechanics of Deformable Solids. Part II. Final deformations*. Moscow, Nauka Publ., 1984. 432 p. (in Russian).
5. Zhilin P.A. Basic equations of inelastic media. *Aktual'nye problemy mekhaniki: trudy XXVIII letnei shkoly* [Actual Problems of Mechanics: Proceedings of the XXVIII Summer School]. St. Petersburg, 2001, pp. 14–58 (in Russian).
6. Shved O.L. Murnaghan elastic-plastic material model. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, vol. 83, no. 1, pp. 158–172 (in Russian).
7. Shved O.L. To the theory of elastic-plasticity at finite elastic strains and rotations. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2005, vol. 49, no. 3, pp. 44–48 (in Russian).
8. Shved O.L. Calculation of the criterion deviator and the normal vector to the deviatorial cross section of the yield surface for the Murnaghan elastic-plastic material. *Informatika = Informatics*, 2019, vol. 16, no. 3, pp. 48–58 (in Russian).
9. Shevchenko Yu. N. Construction of a loading surface in the theory of plasticity. *International Applied Mechanics*, 1996, vol. 32, no. 11, pp. 845–850 <https://doi.org/10.1007/bf02086658>
10. Green G. On the laws of reflection and refraction of light at the common surface of two non-crystallized media. *Mathematical Papers of the Late George Green*. Cambridge University Press, 2014, pp. 243–270. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107325074.009>
11. Klyushnikov V.D. *Mathematical Theory of Plasticity*. Moscow, Publ. House of Moscow. University, 1979. 208 p. (in Russian).
12. Shved O.L. Numerical modeling of a clean shift for perfectly elastic-plastic material (Murnaghan's material). *Vestsi Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2019, vol. 64, no. 2, pp. 182–189 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-2-182-189>
13. Shved O.L. Numerical modeling of basic experiments for the elastic-plastic material of Murnaghan. *Sbornik trudov XII Vserossiiskogo s'ezda po fundamental'nykh problemam teoreticheskoi i prikladnoi mekhaniki. Ufa 19–25 avgusta 2019 g.* [Proceedings of the XII All-Russian Congress on the fundamental problems of theoretical and applied mechanics. Ufa, August 19–25, 2019], vol. 3, pp. 406–408 (in Russian).
14. Pezhina P. *Key Issues of Viscoplasticity*. Moscow, Mir Publ., 1968. 176 p. (in Russian).
15. Gurta N. K., Laert H. A. A Study of Yield Surface upon Reversal of Loading under Biaxial Stress. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM)*, 1983, vol. 63, pp. 497–504. <https://doi.org/10.1002/zamm.19830631005>

### Информация об авторе

Швед Олег Лаврентьевич – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории идентификации систем, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси (ул. Сурганова, 6, 220012, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [swed@newman.bas-net.by](mailto:swed@newman.bas-net.by)

### Information about the author

Oleg L. Shved – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher of the Laboratory of System Identification, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (6, Sarganov Str., 220012, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [swed@newman.bas-net.by](mailto:swed@newman.bas-net.by)

**В. А. Потапов, А. А. Санько, М. В. Кудин***Белорусская государственная академия авиации, Минск, Республика Беларусь***ЗАВИСИМОСТЬ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ  
КОМПРЕССОРА ВЕРТОЛЕТНОГО ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ  
ОТ ЕГО НАРАБОТКИ И ЗАПЫЛЕННОСТИ АТМОСФЕРЫ**

**Аннотация.** Посредством сканирования лопаток рабочего колеса и направляющих аппаратов натурального компрессора вертолетного газотурбинного двигателя (ГТД) разработана твердотельная расчетная модель компрессора с перестраиваемой геометрией по высоте лопаток. Представлены эмпирические зависимости величин нелинейного износа лопатки 1-й ступени компрессора от времени наработки и концентрации пыли в воздухе. Приведена блок-схема процедуры расчета характеристики и параметров компрессора вертолетного ГТД. При расчете течения потока в газоздушном тракте компрессора применяется численное решение уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу, метод конечных элементов в сочетании с установлением закономерностей эрозионного износа лопаток в зависимости от условий эксплуатации двигателя. С использованием моделирования получены математические зависимости термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного ГТД от его наработки и запыленности атмосферы. Полученные результаты могут быть использованы при разработке методики автоматизированного контроля состояния износа лопаток компрессора вертолетного газотурбинного двигателя по его термогазодинамическим параметрам применительно к различным климатическим условиям эксплуатации.

**Ключевые слова:** газотурбинный двигатель, характеристика компрессора, моделирование, хорда лопатки, зависимости эрозионного износа

**Для цитирования:** Потапов, В. А. Зависимость термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного газотурбинного двигателя от его наработки и запыленности атмосферы / В. А. Потапов, А. А. Санько, М. В. Кудин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 307–319. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-307-319>

**Vyacheslav A. Potapov, Andrey A. Sanko, Maxim V. Kudin***Belarusian State Aviation Academy, Minsk, Republic of Belarus***DEPENDENCE OF THERMOGASODYNAMIC PARAMETERS OF OPERATION OF A HELICOPTER GAS  
TURBINE ENGINE ON ITS OPERATION AND DUST IN THE ATMOSPHERE**

**Abstract.** By scanning the blades of the impeller and the guide devices of the full-scale compressor of the helicopter gas turbine engine, a solid-state design model of the compressor with a tunable geometry in the height of the blades was developed. The empirical dependencies of the values of nonlinear wear of the blade of the 1<sup>st</sup> stage of the compressor on the operating time and the concentration of dust in the air are presented. A block diagram of the procedure for calculating the characteristics and parameters of a helicopter gas turbine compressor is presented. When calculating the flow in the gas–air path of the compressor, the numerical solution of the Navier–Stokes equations averaged by Reynolds, the finite element method in combination with the establishment of patterns of erosive wear of the blades depending on the operating conditions of the engine is used. Mathematical dependencies of the thermogasodynamic parameters of the helicopter gas turbine compressor operation on its operating time and the dustiness of the atmosphere are obtained using modeling. The obtained results can be used in the development of a methodology for automated monitoring of the wear condition of the compressor blades of a helicopter gas turbine engine according to its thermogasodynamic parameters, applied to various climatic operating conditions

**Keywords:** gas turbine engine, compressor characteristics, modeling, blade chord, erosive wear dependencies

**For citation:** Potapov V. A., Sanko A. A., Kudin M. V. Dependence of thermogasodynamic parameters of operation of a helicopter gas turbine engine on its operation and dust in the atmosphere. *Vesti Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 307–319 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-307-319>

**Введение.** Проведенные исследования газотурбинного двигателя (ГТД), который эксплуатировался в запыленных условиях атмосферы, показывают, что в этих условиях происходит интенсивное изнашивание его компрессора, приводящее к возникновению помпажа и даже к его разрушению [1, 2]. Наибольший интерес в этой области исследования вызывают вертолетные турбовальные двигатели с компрессорами осевого типа ввиду особых условий эксплуатации вертолета. В осевых компрессорах (далее – компрессоры) наибольшему износу подвержены лопатки рабочего колеса (РК). Их износ приводит в основном к уменьшению хорды и износу корытца в различных сечениях лопатки, причем степень износа увеличивается от втулки к периферии [2]. Исследование закономерности изнашивания рабочих лопаток компрессора ГТД и влияния данного износа на газодинамические характеристики компрессора и его работу в целом позволяет проводить адекватные мероприятия по контролю технического состояния компрессора. Эффективность данных мероприятий зачастую определяется степенью адекватности и продуктивности используемых математических моделей (ММ) компрессора ГТД, позволяющих учитывать влияние эрозионного износа лопаточных венцов при расчете его характеристик.

**Постановка задачи.** Проблема эрозионного износа компрессоров являлась предметом исследования многих ученых. В [3–7] изучается основной механизм изнашивания лопаток, рассматриваются ММ эрозионного износа. Результаты данных исследований позволяют прогнозировать уровень эрозионного износа. Сложность применения данного подхода заключается в точности определения констант, связанных с материалами деталей двигателя.

Анализ существующих ММ компрессора [8] с учетом эрозионного износа лопаток РК показал, что на сегодняшний день существует большое число методик различной степени детализации и сложности, позволяющих провести расчет газодинамических параметров компрессора. Однако все они базируются на одно- и двумерных моделях потока и содержат в своей основе значительное число допущений [9–12 и др.]. Основные из них заключаются в последовательном определении параметров на среднем диаметре для каждого лопаточного венца (то есть одномерный расчет с последующим линейным расчетом по высоте). В соответствии с принятыми допущениями величина износа хорды на среднем диаметре составляет  $\Delta b_{\text{ср}} = \frac{\Delta b}{2}$ , где  $\Delta b$  – износ на периферии лопатки.

Однако результаты исследований эрозионного воздействия на лопатки компрессора, подтверждают нелинейное распределение износа по высоте лопатки [13]. Помимо этого, величины износа на входных и выходных кромках лопатки зачастую имеют различные законы [8]. В работах [13–15] рассмотрены методики оценки влияния эрозионного износа на характеристики компрессора, основанные на подробном исследовании изношенных лопаток РК различных ступеней по высоте с использованием трехмерного моделирования конструкции компрессора и последующим расчетом в CFD-пакетах независимо от уровня запыленности атмосферы.

Таким образом, получение математических зависимостей термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного ГТД от его наработки и запыленности атмосферы является актуальной задачей технической диагностики компрессора, для проведения которой требуется:

получить математические зависимости величин нелинейного износа хорд лопаток РК компрессора и радиального зазора от времени наработки и концентрации пыли в воздухе;

разработать блок-схему процедуры расчета характеристик и параметров компрессора вертолетного ГТД с учетом величин нелинейного износа хорд лопаток РК компрессора и радиального зазора от времени наработки и концентрации пыли в воздухе.

**Решение задачи.** В качестве объекта исследования был выбран турбовальный двигатель ТВЗ-117, который широко эксплуатируется в Республике Беларусь и странах СНГ. Компрессор данного двигателя осевой, двенадцатиступенчатый, высоконапорный, с поворотными лопатками входного направляющего аппарата (ВНА) и направляющих аппаратов (НА) первых четырех ступеней [16]. Твердотельная модель компрессора строилась с помощью сканирования одной из лопаток каждого венца РК и НА компрессора, который не подвергся эрозионному износу.

Работы по сканированию выполнялись с помощью координатно-измерительной машины (КИМ) NIKON ALTERA 7.5.5 премиум-класса серии ALTERA с возможностью применения лазерного 3D-сканера LC 15Dx или контактного щупового модуля Renishaw SP 25M. Погрешность измерений LC 15Dx составляет 1,9 мкм (0,0001 дюйма), что соответствует точности КИМ, ос-

нащенной тактильным датчиком. Кроме того, результаты испытания на погрешность измерений сканера NIKON практически идентичны требованиям к тактильным датчикам по стандарту ISO 10360-2 MPEP.

Для создания цифровой модели лопатки (рис. 1, *a*) выбрана методика лазерного сканирования для малогабаритного объекта, представленная в [17]. Чтобы получить одну модель лопатки, выполнено многократное лазерное сканирование с повышенной точностью измерений. Затем проведена первичная обработка результатов сканирования: объединение данных сканирования в единую условную систему координат, создание исходных облаков точек лазерных отражений (ТЛО), удаление «шумов» из облаков, осуществление их экспорта в виде STL-файлов (рис 1, *b*). Обработка результатов сканирования и построение 3D-модели объекта выполнялись при помощи программного обеспечения (ПО) Geomagic Design X (рис. 1, *c*). Это ПО с автоматическим или пошаговым созданием параметрической модели, точным совмещением сканированных поверхностей, возможностью редактирования полигональных сеток и обработки облака точек [18].

На рис. 1, *d* представлена конечная 3D-модель лопатки ВНА в виде поверхности сетки объекта для экспорта в Ansys CFX в виде \*.X\_B – файла. Также выполнена сравнительная оценка точности построения 3D-модели лопатки с помощью контактного шупового модуля Renishaw SP 25M КИМ – NIKON ALTERA 7.5.5. В соответствии с точечной оценкой результатов натурного обмера и измерений по 3D-модели можно сделать вывод о том, что среднеквадратическое отклонение определения параметров составило от  $\pm 1,0$  мкм до  $\pm 2,5$  мкм.

Для решения поставленной задачи по построению моделей лопаточных венцов РК с возможностью перестраиваемой геометрии по высоте разработан способ, основанный на методе построения профилей лопаток посредством дуг окружностей и отрезков прямых [19]. Расчетная модель (рис. 2) получена путем построения профилей в различных сечениях лопатки (рис. 3) с использованием сканированного профиля натурной лопатки.

Сканированные поверхности профилей в различных сечениях лопатки были получены с помощью ПО Geomagic Design X. Совмещение сканированных профилей с параметризованными, полученными методом дуг окружностей и отрезков прямых, позволило построить 3D-модели лопаток РК с возможностью параметрической модификации по высоте. Подгибка кромок, расширение горла или изменение ширины венца – все операции выполняются путем изменения конкретных значений размеров непосредственно в 3D-модели в ПК ANSYS CFX в процессе исследования износа лопаток. Импортрование 3D-моделей лопаток всех ступеней в ПК ANSYS CFX позволило получить модель в соответствии с геометрией натурального компрессора (рис. 4).

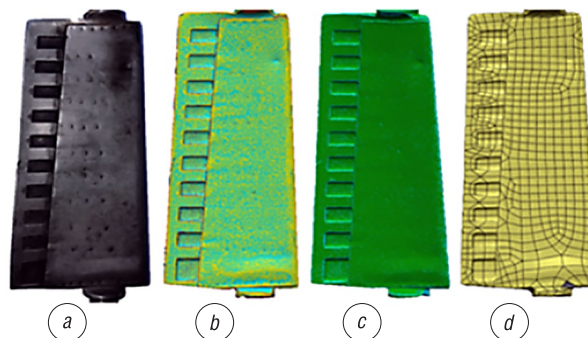


Рис. 1. Внешний вид лопатки входного направляющего аппарата: *a* – натурная лопатка; *b* – облака точек лазерных отражений лопатки; *c* – обработка результатов сканирования; *d* – конечная 3D-модель лопатки

Fig. 1. Appearance of the blade of the input guide device: *a* – full-scale shovel; *b* – point clouds of laser reflections of the blade; *c* – processing of scan results; *d* – the final 3D model of the blade

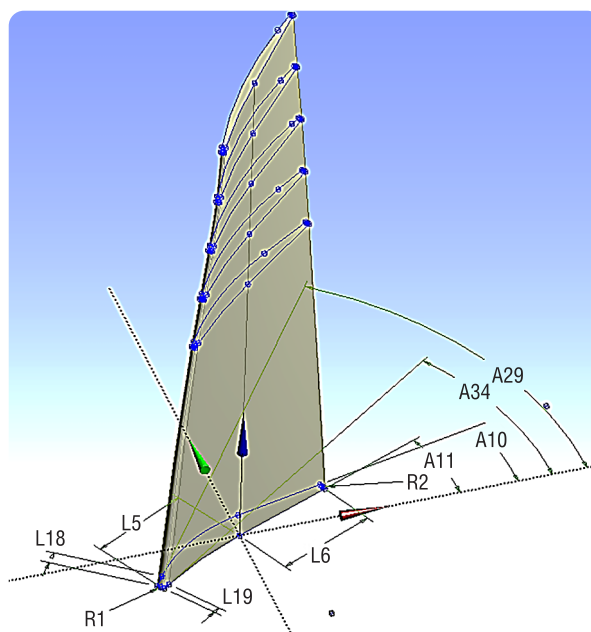


Рис. 2. Построение расчетной модели пера лопатки первой ступени рабочего колеса

Fig. 2. Construction of a computational model of the blade pen of the first stage of the impeller

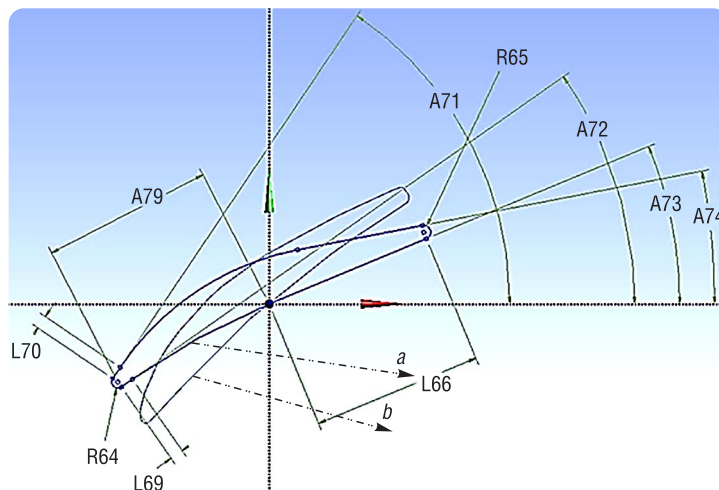


Рис. 3. Построение профиля лопатки: *a* – расчетный профиль, *b* – сканированный профиль

Fig. 3. Construction of the blade profile: *a* – calculated profile, *b* – scanned profile

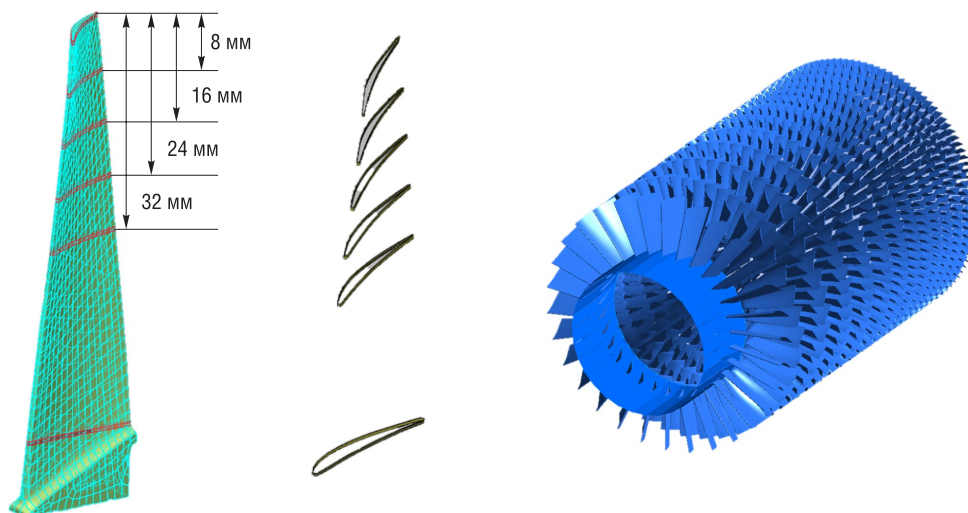


Рис. 4. Сканы профилей в различных сечениях лопатки рабочего колеса (слева) и геометрическая модель лопаточных венцов компрессора

Fig. 4. Profile scans in different blade cross-sections (in left) and geometric model of the compressor blade rings

Сетка конечных элементов (КЭ) модели компрессора строилась с помощью сеточного генератора ANSYS TurboGrid, для которого были созданы расчетные области (рис. 5) газового потока и проведено разбиение их на КЭ.

Для построения качественной сетки была применена автоматизированная технология ATM Optimized (асинхронный метод передачи, Asynchronous Transfer Mode), которая позволяет создавать высококачественную анизотропную гексаэдрическую сетку. Также метод ATM автоматически регулирует сетку для поддержания качества при изменении формы лопатки.

При построении расчетной сетки каждого домена достигнуты следующие показатели качества, влияющие на точность результатов: ортогональный угол ( $\geq 60^\circ$ ); отношение наибольших к наименьшим объемам, окружающим узел сетки (не превышает 8); максимальное значение отношения площадей граней ячейки ( $< 100$ ). Расчетная область проточной части компрессора составила 25 доменов с возможностью перетекания воздуха в радиальном зазоре лопаток РК, что реализовано за счет построения дополнительного интерфейса в периферийной части пера. Среднее количество узлов на домен равно 250 тыс.

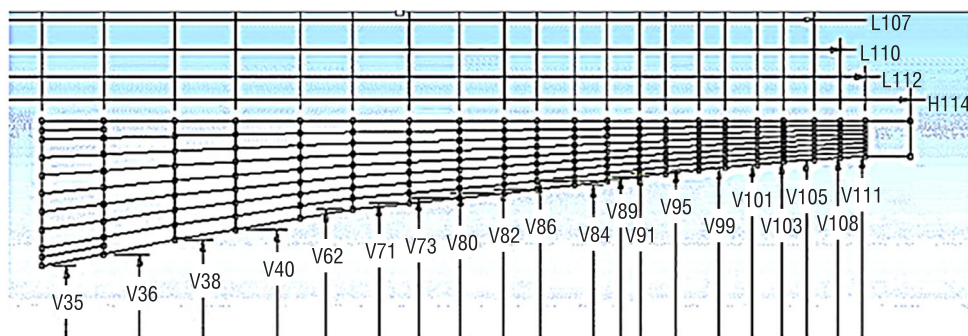


Рис. 5. Разбиение расчетной области меридионального сечения компрессора для TurboGrid  
 Fig. 5. Breakdown of the calculated region of the meridional cross-section of the compressor for TurboGrid

Для стационарного расчета (установившиеся параметры потока в проточной части компрессора) в Ansys CFX-Pre использованы следующие настройки препроцессора: воздух – идеальный газ (Air Ideal Gas); модель теплообмена Total Energy, учитывающая дополнительный нагрев воздуха, обусловленный сжатием; модель турбулентности SST « $k-\omega$ » – модель Ментера, позволяющая моделировать более точные течения с развитыми отрывными зонами, потоки с положительным градиентом давления при обтекании профилей [20].

Граничными условиями модели являлись: на входе – полное давление и полная температура; на выходе – варьируемое статическое давление, с последующим переходом на суммарный расход рабочего тела на выходе. На сопрягающихся границах областей, принадлежавших различным венцам, был определен интерфейс между стационарными и вращающимися областями (Stage (Mizing-Plane)), позволивший провести интерполяцию между сопрягаемыми сетками, учитывая законы сохранения энергии. На боках модели выполнялось условие периодичности. Наружная и внутренняя стенки – с проскальзыванием (в данных расчетах пренебрегается трением о наружную и внутреннюю стенку). Область РК задавалась с частой вращения турбокомпрессора  $n_{TK}$ . Использование схемы граничных условий P-Total Inlet P-Static Outlet на начальных этапах расчета обеспечивает более устойчивое решение и хорошую сходимость невязок (погрешности),  $RMS = 10^{-6}$  (погрешность) массовой и импульсной сходимости была достигнута за 400 итераций.

**Влияние эрозионного износа на характеристику компрессора.** Используя результаты исследований [21] и статистические данные по износу хорды пера лопатки РК 1-й ступени компрессора по сечениям при эксплуатации двигателя ТВЗ-117 с пылезащитным устройством (ПЗУ) в Республике Беларусь [22], были найдены эмпирические зависимости величин нелинейного износа хорды лопатки РК 1-й ступени компрессора и радиального зазора от времени наработки  $t$  и концентрации пыли в воздухе  $PM$  (рис. 6).

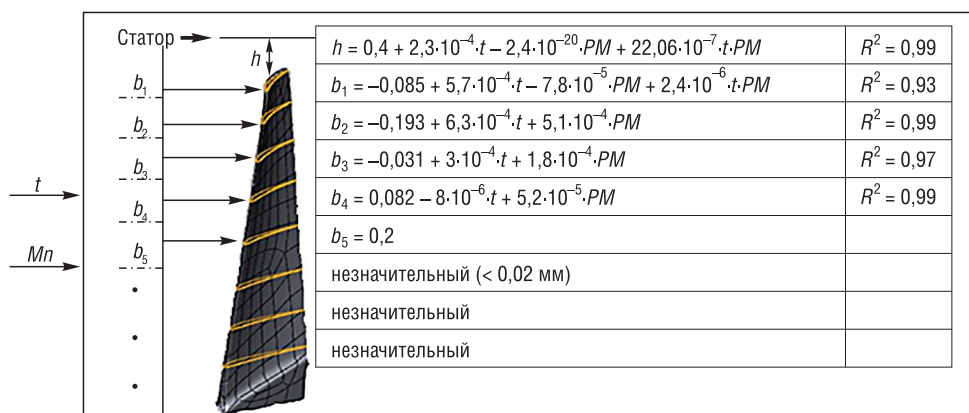


Рис. 6. Зависимости износа хорды пера рабочего колеса 1-й ступени компрессора по сечениям от концентрации пыли и наработки двигателя  
 Fig. 6. Dependence of the wear of the chord of the impeller of the 1<sup>st</sup> stage of the compressor on the cross-sections of the dust concentration and engine operating time

Измерение износа хорды в различных сечениях лопатки проводилось с помощью приспособления У6360-2455 и разработанных проставок (рис. 7, *a*), которые закреплялись на данном приспособлении (рис. 7, *b*). Применение изготовленных проставок позволило приподнять неподвижный захват на требуемую высоту исследуемых профилей лопатки (рис. 7, *c*).

Для сечения №5 износ хорды пера РК 1-й ступени компрессора составил около 0,02 мм независимо от климатических условий и времени наработки. Полученный результат можно объяснить инструментальной погрешностью метода измерения и малой величиной абразивного износа на данном сечении.

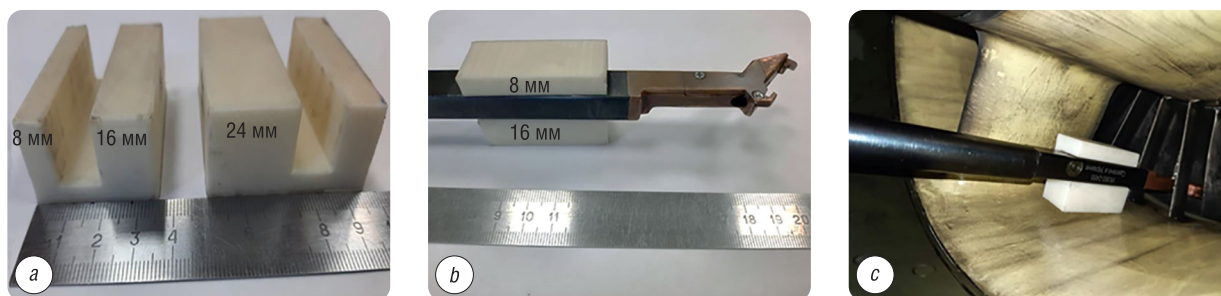


Рис. 7. Измерение величины износа хорды пера лопатки рабочего колеса 1-й ступени компрессора по сечениям двигателя ТВЗ-117: *a* – проставка, *b* – установка проставки на приспособлении У6360-2455, *c* – измерение износа лопатки по сечениям

Fig. 7. Measurement of the wear value of the chord of the pen of the impeller blade of the 1st stage of the compressor according to the sections of the TV3-117 engine: *a* – spacer, *b* – installing the spacer on the device У6360-2455, *c* – measurement of blade wear by cross-sections

На рис. 8 представлены результаты износа хорды пера РК 1-й ступени компрессора по сечениям в различных климатических условиях эксплуатации от наработки ГТД. Видно, что эксплуатация двигателя с ПЗУ с малой запыленностью атмосферы  $40 \text{ мкг/м}^3$  (рис. 8, *a*) приводит к незначительному эрозионному износу лопаток. Вместе с тем в условиях эксплуатации двигателя с высокой запыленностью ( $1400 \text{ мкг/м}^3$ ) предельный износ хорды пера РК 1-й ступени компрессора достигается за 500–600 ч эксплуатации.

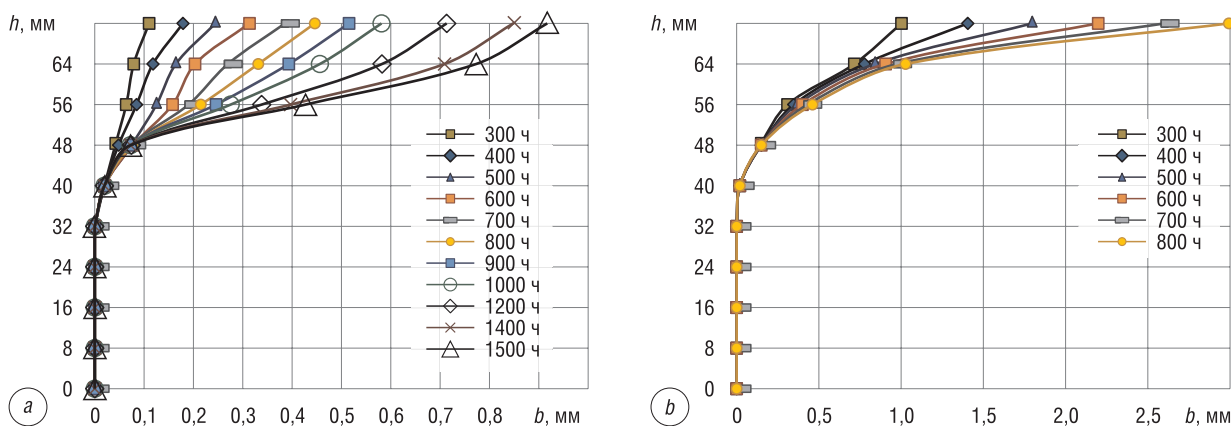


Рис. 8. Зависимости износа хорды пера 1-й ступени компрессора по сечениям в различных климатических условиях эксплуатации: *a* – износ на территории Республики Беларусь ( $40 \text{ мкг/м}^3$ ); *b* – износ на территории Республики Алжир ( $1400 \text{ мкг/м}^3$ )

Fig. 8. The dependence of the wear of the pen chord of the 1st stage of the compressor on the cross-sections in different climatic conditions of operation: *a* – wear on the territory of the Republic of Belarus ( $40 \text{ μg/m}^3$ ); *b* – wear on the territory of the Republic of Algeria ( $1400 \text{ μg/m}^3$ )

Используя нелинейные зависимости износа лопаток РК 1-й ступени компрессора в различных климатических условиях (см. рис. 8) и результаты исследований АО «Мотор Сич» (рис. 9)



при эксплуатации ГТД с ПЗУ, проведены расчеты характеристики и параметров работы компрессора. При выполнении расчетов и моделировании эрозионного износа приняты допущения о линейном распределении износа по высоте лопаток 2–12-й ступеней.

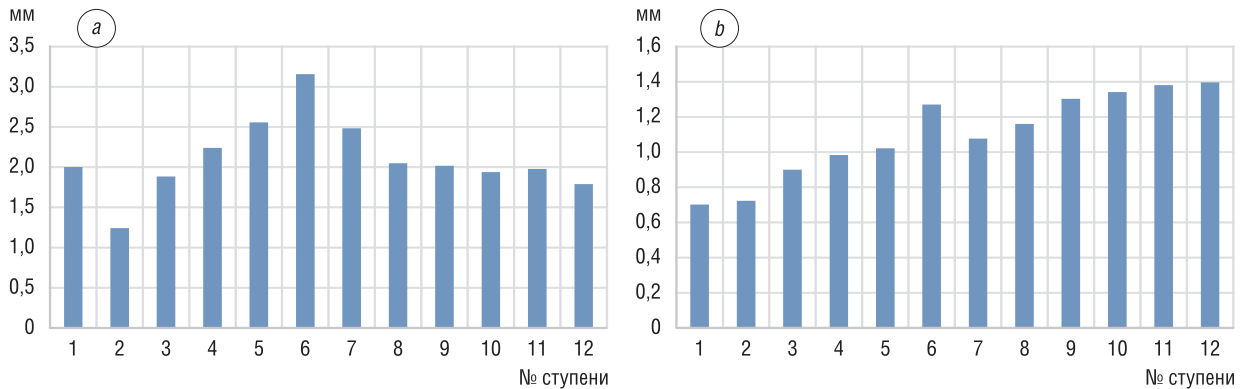


Рис. 9. Гистограмма износа хорды (a) и радиального зазора (b) у периферии рабочих лопаток компрессора по ступеням [14]

Fig. 9. Histogram of chord wear (a) and radial clearance (b) at the periphery of the compressor blades along the stages [14]

На рис. 10, представлена блок-схема процедуры расчета, учитывающая нелинейный эрозионный износ лопаток компрессора от времени эксплуатации и величины запыленности атмосферы.

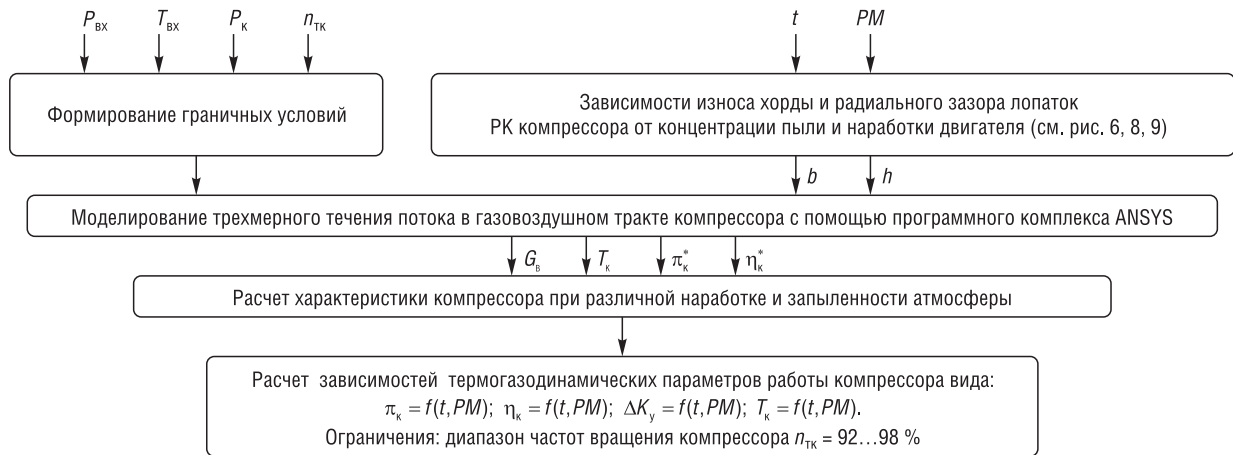


Рис. 10. Блок-схема процедуры расчета характеристик и параметров компрессора, учитывающая нелинейный эрозионный износ его лопаток от времени эксплуатации и величины запыленности атмосферы

Fig. 10. Block diagram of the procedure for calculating the characteristics and parameters of the compressor, taking into account the nonlinear erosive wear of its blades from the time of operation and the amount of dust content in the atmosphere

Авторами проведен расчет параметров потока в различных сечениях компрессора с учетом закономерностей эрозионного износа лопаток в зависимости от условий эксплуатации двигателя (см. рис. 6, 8, 9). Степень повышения полного давления компрессора  $\pi_k^*$  и коэффициент полезного действия  $\eta_k^*$  определены следующим образом:

$$\pi_k^* = P_{\text{вх}}^* / P_k^*, \tag{1}$$

$$\eta_k^* = L_{\text{ск}}^* / L_k, \tag{2}$$

$$L_{\text{ск}}^* = \frac{k}{k-1} RT_{\text{вх}} \left( \left( \frac{P_k^*}{P_{\text{вх}}^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right), \tag{3}$$

$$L_k = N / G, \quad (4)$$

$$N = z \cdot M_{крi} \cdot \pi \cdot n_{тк} / 30, \quad (5)$$

где  $P_{вх}^*$  – полное среднemasсовое давление на входе;  $P_k^*$  – полное среднemasсовое давление на выходе;  $L_{ск}$  – изоэнтропическая (затраченная) работа;  $L_k$  – удельная работа на валу компрессора (полезная работа);  $k = 1,4$  – показатель адиабаты;  $T_{вх}$  – температура газа на входе в компрессор;  $R = 287$  Дж/(кг · К) – универсальная газовая постоянная;  $G$  – расход воздуха, проходящий через входное сечение компрессора;  $N$  – мощность на валу компрессора;  $n_{тк}$  – частота вращения ротора компрессора (является одним из граничных условий);  $z$  – количество лопаток ступени РК;  $M_{крi}$  – крутящий момент на лопатках РК, определенный вокруг оси вращения.

Проведенные расчеты позволяют построить характеристику компрессора вида  $\bar{\eta}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$  и  $\bar{\pi}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$  при  $n_{тк} = 92...98\%$  с целью получения зависимостей основных термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного ГТД от его наработки и запыленности атмосферы.

Количественная оценка запаса газодинамической устойчивости (ЗГДУ)  $\Delta K_y$  компрессора (запаса до срыва) производится при неизменной частоте вращения  $n_{тк} = \text{const}$  по коэффициенту газодинамической устойчивости (6):

$$\Delta K_y = (K_y - 1) \cdot 100 \%, \quad (6)$$

$$K_y = \frac{\pi_{к.гр}^* / G_{гр}}{\pi_{к.р}^* / G_p}, \quad (7)$$

где  $\pi_{к.р}^*$ ,  $\pi_{к.гр}^*$  – степени повышения давления в рабочей точке и на границе устойчивости (срыва) при одинаковой частоте вращения компрессора;  $G_p$  и  $G_{гр}$  – соответствующие им расходы воздуха (рис. 11).

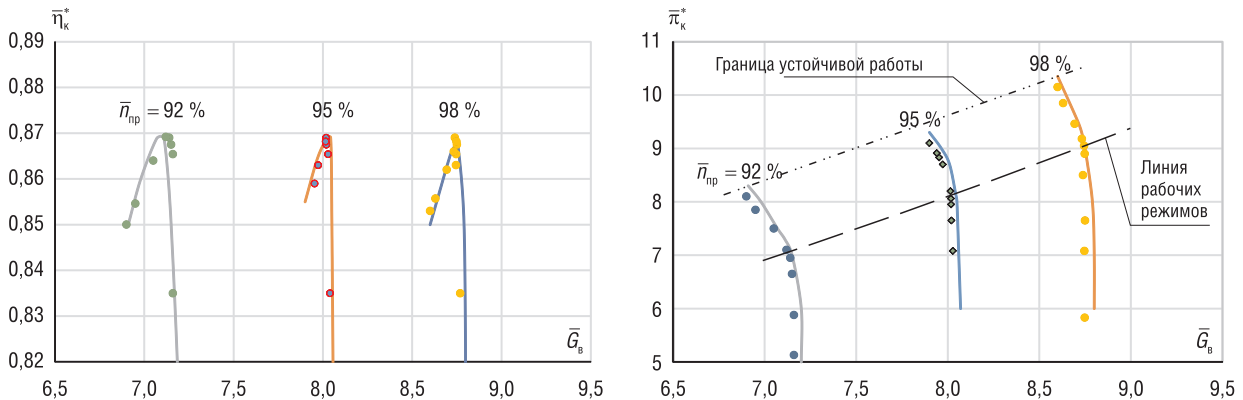


Рис. 11. Графики характеристики компрессора вида  $\bar{\eta}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$  и  $\bar{\pi}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$ : ● – расчет, — – экспериментальные данные АО «Мотор Сич» [17]

Fig. 11. Graphic characteristics of the compressor of the form  $\bar{\eta}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$  and  $\bar{\pi}_k^* = f(\bar{G}_в, \bar{n})$ : ● – the calculation, — – experimental data of JSC “Motor Sich” [17]

Для верификации разработанной модели проведен расчет (без эрозионного износа) на различных частотах вращения турбокомпрессора исследуемого объекта с соответствующими углами установки НА [16]. Анализ полученных результатов моделирования (см. рис. 11) позволяет говорить об удовлетворительном соответствии расчетных и экспериментальных данных, полученных украинским предприятием АО «Мотор Сич» [14, 23] в основном диапазоне частот вращения компрессора ( $\bar{n}_{пр} = 92...98\%$ ), а также сделать вывод о соответствии разработанной модели реальному объекту и возможному ее применению для расчета параметров компрессора с лопатками РК, которые подверглись изменению геометрии в результате износа.

Результаты расчетов основных термогазодинамических параметров и их распределение по проточному тракту компрессора представлены на рис. 12–14.

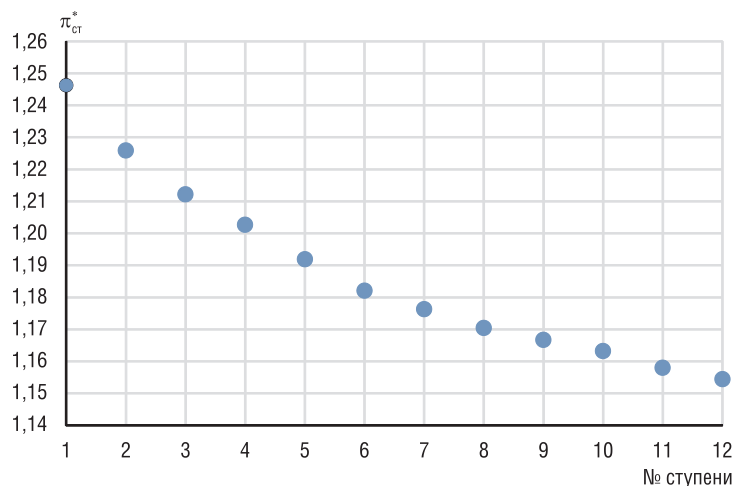


Рис. 12. Степень повышения давления ступени компрессора  
 Fig. 12. The degree of pressure increase of the compressor stage

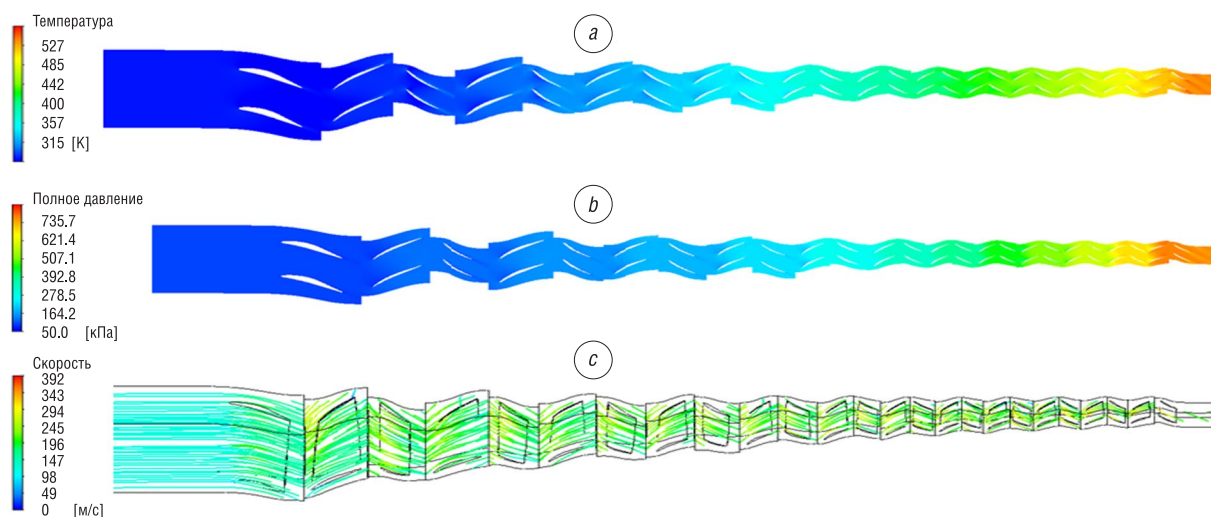


Рис. 13. Поля температуры, давления и скорости рабочего тела в межлопаточном канале компрессора: *a* – поле температуры потока на среднем диаметре проточной части компрессора; *b* – поле полного давления на среднем диаметре проточной части; *c* – поле абсолютной скорости потока в проточной части компрессора

Fig. 13. Fields of temperature, pressure and velocity of the working fluid in the inter-blade channel of the compressor: *a* – field of flow temperature at the average diameter of the flow part of the compressor; *b* – field of total pressure at the average diameter of the flow part; *c* – field of absolute flow velocity in the flow part of the compressor

При моделировании потока на границе устойчивой работы компрессора наблюдаются срывные явления в периферийной области лопаток 6–12-й ступеней, приводящий к возникновению помпажа (рис. 14).

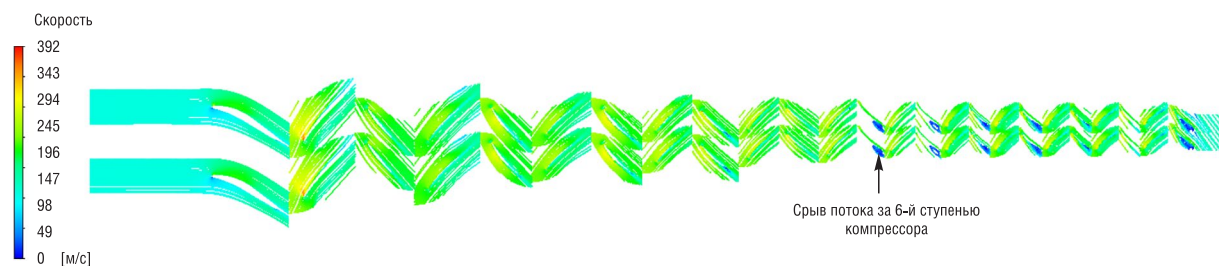


Рис. 14. Абсолютная скорость потока в периферийной части лопаток компрессора  
 Fig. 14. Absolute flow velocity in the peripheral part of the compressor blades

На рис. 15 представлена полученная характеристика компрессора при различной наработке и запыленности атмосферы на номинальном режиме работы ГТД ( $\bar{n}_{пр} = 95\%$ ).

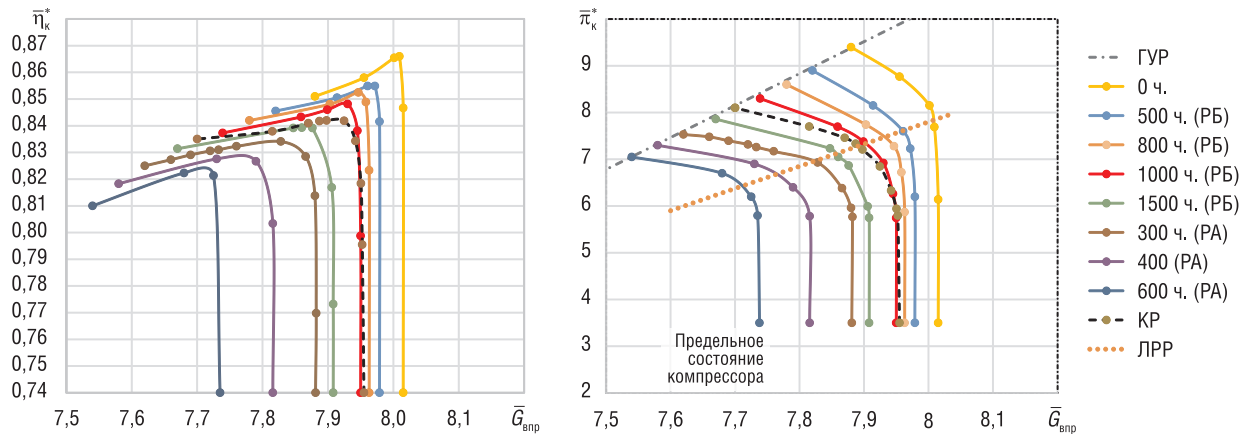


Рис. 15. Характеристика компрессора при различной наработке и запыленности атмосферы на номинальном режиме работы двигателя: РБ – Республика Беларусь ( $PM = 40 \text{ мкг/м}^3$ ); РА – Республика Алжир ( $PM = 1400 \text{ мкг/м}^3$ ); ЛРР – линия рабочих режимов; ГУР – граница устойчивой работы; КР – капитальный ремонт

Fig. 15. Characteristics of the compressor with different operating time and dust content of the atmosphere at the rated operating mode of the engine: РБ – Republic of Belarus ( $PM = 40 \text{ }\mu\text{g/m}^3$ ); РА – Republic of Algeria ( $PM = 1400 \text{ }\mu\text{g/m}^3$ ); ЛРР – line of operating modes; ГУР – the boundary of sustainable work; КР – major repairs

Из рис. 15 видно, что увеличение износа пера лопаток РК по найденным зависимостям приводит к смещению характеристики в сторону меньших расходов. При этом степень сжатия в компрессоре и его КПД существенно уменьшают свои значения как при эксплуатации ГТД с малой запыленностью атмосферы, так и при эксплуатации с высоким показателем  $PM$ . Также граница устойчивой работы снижается, что обуславливает уменьшение запаса газодинамической устойчивости (ЗГДУ)  $\Delta K_y$  (таблица). Снижение  $\Delta K_y$  на 15 % приводит к неустойчивой работе двигателя – помпажу [14].

**Запас газодинамической устойчивости компрессора при различной наработке и запыленности атмосферы на номинальном режиме работы газотурбинного двигателя**

**The reserve of gas-dynamic stability of the compressor at different operating hours and dustiness of the atmosphere at the nominal operating mode of the gas turbine engine**

Запас газодинамической устойчивости	Время работы газотурбинного двигателя							
	0 ч	300 ч	500 ч	600 ч	800 ч	1000 ч	1500 ч	КР
40 мкг/м <sup>3</sup>	24,25	23,2 %	22,1 %	22,8 %	21,2 %	20,2 %	17,3 %	18,9 %
1400 мкг/м <sup>3</sup>		16,7 %	13,9 %	12,4 %	–	–	–	–

Используя математические зависимости (см. рис. 6) и блок-схему (см. рис. 10), авторами впервые получены математические зависимости термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного ГТД от его наработки и запыленности атмосферы:

$$\pi_k = 7,85 - 2,7 \cdot 10^{-4} \cdot PM - 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot t - 2,49 \cdot 10^{-7} \cdot t \cdot PM; \tag{8}$$

$$T_k = 549,5 - 55,3 \cdot 10^{-4} \cdot PM - 89,3 \cdot 10^{-4} \cdot t - 2,11 \cdot 10^{-5} \cdot t \cdot PM; \tag{9}$$

$$\Delta K_y = 24,6 - 27,9 \cdot 10^{-4} \cdot PM - 42,9 \cdot 10^{-4} \cdot t - 2,35 \cdot 10^{-6} \cdot t \cdot PM; \tag{10}$$

$$\eta_k = 0,866 - 1,739 \cdot 10^{-5} \cdot PM - 1,738 \cdot 10^{-5} \cdot t - 2,476 \cdot 10^{-9} \cdot t \cdot PM. \tag{11}$$

**Заключение.** Таким образом, в процессе проведенных исследований были получены и верифицированы по экспериментальным данным математические зависимости величин нелинейного износа хорды пера РК 1-й ступени компрессора и радиального зазора от времени наработки и концентрация пыли в воздухе (см. рис. 6).

Также авторами разработана блок-схема процедуры расчета характеристики и параметров компрессора вертолетного ГТД с учетом величин нелинейного износа хорд лопаток РК компрессора и радиального зазора от времени наработки и концентрации пыли в воздухе, что позволило получить математические зависимости термогазодинамических параметров работы компрессора вертолетного ГТД от его наработки и запыленности атмосферы. С использованием полученных математических зависимостей возможен выбор наиболее информативных регистрируемых в эксплуатации параметров для диагностирования развития такого дефекта ГТД, как эрозионный износ лопаток компрессора.

### Список использованных источников

1. Вертолетные газотурбинные двигатели / В. А. Григорьев [и др.]. – М.: Машиностроение, 2007. – 491 с.
2. Маслеников, М. М. Газотурбинные двигатели для вертолетов / М. М. Маслеников, Ю. Г. Бехли, Ю. И. Шальман. – М.: Машиностроение, 1969. – 202 с.
3. Neilson, J. Erosion by a stream of solid particle wear / J. Neilson, A. Gilchrist // *Wear*. – 1968. – Vol. 11, № 2. – P. 111–122. <https://doi.org/10.1016/0043-1648%2868%2990591-7>
4. Tabakoff, W. Blade deterioration in a gas turbine engine / W. Tabakoff, A. Hamed, V. Shanov // *International Journal of Rotating Machinery*. – 1998. – Vol. 4, № 4. – P. 233–241. <https://doi.org/10.1155/S1023621X98000190>
5. Hussein, M. Dynamic behavior of solid particles suspended by polluted flow in a turbine stage / M. Hussein, W. Tabakoff // *J. Aircraft*. – 1973. – Vol. 10, № 7. – P. 434–440. <https://doi.org/10.2514/3.60244>
6. Grant, G. Erosion Prediction in Turbomachinery Resulting from Environmental Solid Particles / G. Grant, W. Tabakoff // *J. Aircraft*. – 1975. – Vol. 12, № 5. – P. 471–478. <https://doi.org/10.2514/3.59826>
7. Hamed, A. Erosion and deposition in turbomachinery / A. Hamed, W. Tabakoff // *Journal of Propulsion and Power*. – 2006. – Vol. 22, № 2. – P. 350–360. <https://doi.org/10.2514/1.18462>
8. Потапов, В. А. Моделирование характеристик многоступенчатого осевого компрессора турбовального ГТД с учетом нелинейности эрозионного износа его лопаток / В. А. Потапов, А. А. Санько // *Науч. вестн. МГТУ ГА*. – 2020. – Т. 23, № 5. – С. 39–53. <https://doi.org/10.26467/2079-0619-2020-23-5-39-53>
9. Барышева, Е. С. Моделирование характеристик многоступенчатого осевого компрессора авиационного двигателя с учетом эрозионного износа лопаток / Е. С. Барышева, А. Е. Демин, Р. Л. Зеленский // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2017. – № 6 (141). – С. 58–64.
10. Бойко, Л. Г. Метод расчета термогазодинамических параметров турбовального ГТД на основе повенцового описания лопаточных машин. Ч. I. Основные уравнения / Л. Г. Бойко, О. В. Кислов, Н. В. Пижанкова // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2018. – № 1 (145). – С. 48–58.
11. Бойко, Л. Г. Метод расчета термогазодинамических параметров турбовального газотурбинного двигателя на основе повенцового описания лопаточных машин. Ч. II. Определение параметров ступеней и многоступенчатых компрессоров / Л. Г. Бойко, А. Е. Демин, Н. В. Пижанкова // *Авиационно-космическая техника и технология*, 2019. – № 1 (153). – С. 18–28.
12. Бойко, Л. Г. Определение дроссельной характеристики турбовального ГТД на основе метода математического моделирования с использованием одно- и двумерных подходов к расчету параметров компрессора / Л. Г. Бойко, В. А. Даценко, Н. В. Пижанкова // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2019. – № 7 (159). – С. 21–30.
13. Гумеров, А. В. Моделирование эрозионного износа лопатки компрессора / А. В. Гумеров, Р. Г. Акмалетдинов // *Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та*. – 2011. – № 3 (27). – С. 233–239.
14. Двирник, Я. В. Влияние пылевой эрозии на газодинамические характеристики осевого компрессора ГТД / Я. В. Двирник, Д. В. Павленко // *Вестн. двигателестроения*. – 2017. – № 1. – С. 56–66.
15. Двирник, Я. В. Методика моделирования течения потока в осевом компрессоре ГТД численным методом / Я. В. Двирник, Д. В. Павленко // *Вестн. двигателестроения*. – 2014. – № 1. – С. 34–40.
16. Богданов, А. Д. Турбовальный двигатель ТВ3-117ВМ: конструкция и техническое обслуживание: учеб. пособие / А. Д. Богданов, Н. П. Калинин, А. И. Кривко. – М.: Воздуш. транспорт, 2000. – 392 с.
17. Азаров, Б. Ф. Использование технологии наземного лазерного сканирования для создания 3d-модели лопатки осевого вентилятора / Б. Ф. Азаров // *Ползунов. вестн.* – 2017. – № 4. – С. 92–97.
18. Geomagic-Design X [Electronic resource] – Mode of access: <https://www.3dsystems.com/software/geomagic-design-x/> – Date of access: 24.03.2021.
19. Шаблий, Л. С. Параметрическое моделирование лопаточных машин при оптимизации / Л. С. Шаблий, Д. А. Колмакова, А. В. Кривцов // *Изв. Самар. науч. центра Рос. акад. наук*. – 2013. – Т. 15, № 6 (4). – С. 1013–1018.
20. Пузанова, А. В. Сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования течения в ступени осевого компрессора полученных при использовании k-ε и SST модели турбулентности / А. В. Пузанова, С. А. Серков // *Труды третьей научно-технической конференции молодых ученых Уральского энергетического института*. – Екатеринбург: УрФУ, 2018. – С. 126–131.
21. Павленко, Д. В. Закономерности изнашивания рабочих лопаток компрессора вертолетных двигателей, эксплуатирующийся в условиях запыленной атмосферы / Д. В. Павленко // *Вестн. двигателестроения*. – 2016. – № 1. – С. 42–51.

22. Потапов, В.А. Анализ влияния запыленности атмосферы на износ лопаток осевого компрессора вертолетного газотурбинного двигателя в процессе эксплуатации / В.А. Потапов, А.А. Сянько, Р.И. Хованский // Неразрушающий контроль и диагностика. – 2020. – №4. – С. 32–38.
23. Рыбкин, П.Н. Математическая модель двигателя ТВ3-117ВМ / П.Н. Рыбкин // Труды МАИ. – 2012. – Вып. 58. – С. 1–14.

## References

1. Grigor'ev V. A., Zrel'ov V. A., Ignatkin Yu. M., Kuz'michev V. S., Ponomarev B. A., Shakhmatov E. V. *Helicopter Gas Turbine Engines*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2007. 491 p. (in Russian).
2. Maslenikov M. M., Bekhli Yu. G., Shal'man Yu. I. *Gas Turbine Engines for Helicopters*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 202 p. (in Russian).
3. Neilson J., Gilchrist A. Erosion by a stream of solid particle wear. *Wear*, 1968, vol. 11, no. 2, pp. 111–122. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(68\)90591-7](https://doi.org/10.1016/0043-1648(68)90591-7)
4. Tabakoff W., Hamed A., Shanov V. Blade deterioration in a gas turbine engine. *International Journal of Rotating Machinery*, 1998, vol. 4, no. 4, pp. 233–241. <https://doi.org/10.1155/S1023621X98000190>
5. Hussein M., Tabakoff W. Dynamic behavior of solid particles suspended by polluted flow in a turbine stage. *Journal of Aircraft*, 1973, vol. 10, no. 7, pp. 434–440. <https://doi.org/10.2514/3.60244>
6. Grant G., Tabakoff W. Erosion Prediction in Turbomachinery Resulting from Environmental Solid Particles. *Journal of Aircraft*, 1975, vol. 12, no. 5, pp. 471–478. <https://doi.org/10.2514/3.59826>
7. Hamed A., Tabakoff W. Erosion and deposition in turbomachinery. *Journal of Propulsion and Power*, 2006, vol. 22, no. 2, pp. 350–360. <http://doi.org/10.2514/1.18462>
8. Potapov V. A., Sanko A. A. Performance simulation of multi-stage axial-flow compressor of turbo-shaft engine with account for erosive wear nonlinearity of its blades. *Nauchnyi vestnik MGTU GA= Civil Aviation High Technologies*, 2020, vol. 23, no. 5, pp. 39–53 (in Russian). <https://doi.org/10.26467/2079-0619-2020-23-5-39-53>
9. Barysheva E. S., Demin A. E., Zelenskii R. L. Modeling of the characteristics of multistage axial compressor jet engine taking into account erosion wear of the blades. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya = Aerospace Engineering and Technology*, 2017, no. 6 (141), pp. 58–64 (in Russian).
10. Boyko L. G., Kislov O. V., Pizhankova N. V. Method for calculating the thermogasodynamic parameters of a turboshaft gas turbine engine based on the blade-to-blade description of shovel machines. Part I. Basic equations. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya [Aerospace Engineering and Technology]*, 2018, no. 1 (145), pp. 48–58 (in Russian).
11. Boyko L. G., Demin A. E., Pizhankova N. V. Method for calculating the thermogasodynamic parameters of a turboshaft gas turbine engine based on the blade-to-blade description of shovel machines. Part II. Determination of the parameters of stages and multistage compressors. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya [Aerospace Engineering and Technology]*, 2019, no. 1 (153), pp. 18–28 (in Russian).
12. Boyko L. G., Datsenko V. A., Pizhankova N. V. Determination of the throttle characteristics turboshaft GTD-based me-Toda of mathematical modeling using one- and two-dimensional approaches to the calculation of the parameters of the compressor. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya [Aerospace Engineering and Technology]*, 2019, no. 7 (159), pp. 21–30 (in Russian).
13. Gumerov A. V., Akmaledtinov R. G. Modeling of erosion wear of the compressor blade. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta [Bulletin of the Samara State Aerospace University]*, 2011, no. 3 (27), pp. 233–239 (in Russian).
14. Dvirnik Ya. V., Pavlenko D. V. Influence of Dust Erosion on Gas-Dynamic Characteristics of a GTE Axial Compressor. *Vestnik dvigatelestroeniya [Bulletin of Engine Building]*, 2017, no. 1, pp. 56–66 (in Russian).
15. Dvirnik Ya. V., Pavlenko D. V. Methodology for modeling the flow flow in an axial compressor of a gas turbine engine by a numerical method. *Vestnik dvigatelestroeniya [Bulletin of Engine Building]*, 2014, no. 1, pp. 34–40 (in Russian).
16. Bogdanov A. D., Kalinin N. P., Krivko A. I. *Turboshaft Engine TV3-117VM: Design and Maintenance*. Moscow, Vozdushnyi transport Publ., 2000. 392 p. (in Russian).
17. Azarov B. F. The use of ground-based laser scanning technology for creating a 3D model of an axial fan blade. *Polzunovskiy vestnik*, 2017, no. 4, pp. 92–97 (in Russian).
18. *Geomagic-Design X*. Available at: <https://www.3dsystems.com/software/geomagic-design-x> (accessed 24 March 2021).
19. Shabliy L. S., Kolmakova D. A., Krivtsov A. V. Parametric modeling of shovel machines in optimization. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk = Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2013, vol. 15, no. 6 (4), pp. 1013–1018 (in Russian).
20. Puzanova A. V., Serkov S. A. Comparison of experimental data with the results of numerical simulations of flow in a stage of an axial compressor obtained using the k- $\epsilon$  and SST turbulence model. *Trudy tret'ei nauchno-tekhnicheskoi konferentsii molodykh uchenykh Ural'skogo energeticheskogo instituta [Proceedings of the Third Scientific and Technical Conference of Young Scientists of the Ural Power Engineering Institute]*. Yekaterinburg, Ural Federal University, 2018, pp. 126–131 (in Russian).
21. Pavlenko D. V. Regularities of wear of the working blades of the compressor of helicopter engines operated in the conditions of a dusty atmosphere. *Vestnik dvigatelestroeniya [Bulletin of Engine Building]*, 2016, no. 1, pp. 42–51 (in Russian).
22. Potapov V. A., San'ko A. A., Khovanskii R. I. Analysis of the influence of atmospheric dust on the wear of the blades of the axial compressor of a helicopter gas turbine engine during operation. *Nerazrushayushchii kontrol' i diagnostika [Non-Destructive Testing and Diagnostics]*, 2020, no. 4, pp. 32–38 (in Russian).
23. Rybkin P. N. A mathematical model of engine TV3-117VM. *Trudy MAI [Proceedings of the Moscow Aviation Institute]*, 2012, issue 58, pp. 1–14 (in Russian).

### **Информация об авторах**

*Потапов Вячеслав Александрович* – научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории, Белорусская государственная академия авиации (ул. Уборевича, 77, 220096, Минск, Республика Беларусь). E-mail: potapstark@gmail.com

*Санько Андрей Анатольевич* – кандидат технических наук, начальник кафедры воздушных судов и авиационного оборудования, Белорусская государственная академия авиации (ул. Уборевича, 77, 220096, Минск, Республика Беларусь). E-mail: min.777.144@mail.ru

*Кудин Максим Валентинович* – кандидат технических наук, начальник отдела информационных технологий, Белорусская государственная академия авиации (ул. Уборевича, 77, 220096, Минск, Республика Беларусь). E-mail: Oit.bsaa@gmail.com

### **Information about the authors**

*Vyacheslav A. Potapov* – Researcher at the Research Laboratory, Belarusian State Aviation Academy (77, Uborevich Str., 220096, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: potapstark@gmail.com

*Andrey A. Sanko* – Ph. D. (Engineering), Head of the Department of Aircraft and Aviation Equipment, Belarusian State Academy of Aviation (77, Uborevich Str., 220096, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: min.777.144@mail.ru

*Maxim V. Kudin* – Ph. D. (Engineering), Head of the Information Technologies Department, Belarusian State Aviation Academy (77, Uborevich Str., 220096, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Oit.bsaa@gmail.com

**ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН**  
**POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER**

УДК 533.69.048  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-320-328>

Поступила в редакцию 01.06.2021  
Received 01.06.2021

**А. Ф. Ильющенко<sup>1</sup>, О. К. Кривонос<sup>1</sup>, А. Д. Чорный<sup>2</sup>, Е. Е. Петюшик<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии, Минск,  
Республика Беларусь

<sup>2</sup>Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск,  
Республика Беларусь

**МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
РЕАКТИВНОГО СОПЛА АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА**

**Аннотация.** Эффективность работы аэродинамических объектов с реактивными двигателями обусловлена множеством факторов, среди которых огромное значение имеют конструктивные параметры сопла и их взаимосвязь с общей конструкцией двигателя и источником энергии, определяющим состав и свойства рабочего тела двигателя. В связи с этим существует необходимость выполнения расчетов газодинамических характеристик и геометрических параметров сопла на различных стадиях проектирования и испытаний реактивных двигателей. Причем любое изменение в конструкции и (или) типе используемых материалов требует индивидуального подхода к расчету. В работе предпринята попытка оценить соответствие различных методик расчетов для конкретной системы «высокоэнергетический материал – рабочее тело – сопло» экспериментально установленным параметрам системы. Из многообразия существующих подходов к моделированию процессов выделяют относительно несложные расчеты с большим количеством допущений и детальное моделирование, учитывающее максимально возможное количество факторов. Выполненные расчеты с использованием одномерной теории сопла и метода моделирования газовой динамики продемонстрировали наличие различий в полученных результатах в диапазоне 6 % по разным параметрам. При этом отмечено более близкое соответствие результатов метода моделирования газовой динамики экспериментально установленным параметрам. Вместе с тем метод моделирования газовой динамики реактивного сопла двигателя является более трудоемким и затратным для проведения расчетов по сравнению с применением одномерной теории. Поэтому с практической точки зрения для проведения конструктивного расчета двигателя целесообразно использовать одномерную теорию сопла, а проверочный расчет осуществлять средствами моделирования.

**Ключевые слова:** аэродинамический объект, реактивное сопло, газодинамические характеристики, сечение сопла, скорость истечения, температура рабочего тела, давление газа, число Маха

**Для цитирования:** Методы определения газодинамических характеристик реактивного сопла аэродинамического объекта / А. Ф. Ильющенко [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 320–328. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-320-328>

**Aliaksandr Ph. Pyushchanka<sup>1</sup>, Aleh K. Kryvanos<sup>1</sup>, Andrei D. Chorny<sup>2</sup>, Yauheni Ya. Piatsiushyk<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>State Research and Production Powder Metallurgy Association, Minsk, Republic of Belarus

<sup>2</sup>A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of National Academy Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

**METHODS OF DETERMINATION OF THE GAS-DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A JET NOZZLE  
OF AN AERODYNAMIC OBJECT**

**Abstract.** The efficiency of aerodynamic objects with jet engines is the result of many factors, among which nozzle parameters are of great importance in relation to the general engine design and the energy source, that determines the composition and properties of the engine working medium. In this respect, an urgent need was to calculate nozzle gas-dynamic characteristics and geometric parameters at various designing and testing stages of jet engines. Relatively simple calculations involving a large num-



ber of assumptions and detailed modeling with regard to the maximum possible number of factors are the basis of the existing modeling approaches. In the present work, the problem was to assess an agreement between such modeling methods of a specific 'high-energy material – working medium – nozzle' system and the experimental ones. The calculations using one-dimensional nozzle theory and the gas dynamics modeling method revealed a 6 % difference in the results of various parameters. At the same time, a closer agreement was noted between the experimental data and the results predicted by the gas dynamics modeling method. Moreover, in comparison to one-dimensional theory, the gas dynamics modeling method of an engine jet nozzle is more labor-intensive and expensive for calculations. Therefore, from the practical viewpoint, it is advisable to give preference to one-dimensional theory to calculate the engine construction and to verify calculations with the use of the modeling methods.

**Keywords:** aerodynamic object, jet nozzle, gas-dynamic characteristics, nozzle cross-section, exhaust velocity, working medium temperature, gas pressure, Mach number

**For citation:** Пышчанка А. Ф., Крыванос А. К., Чорны А. Д., Пяцішук Я. Я. Methods of determination of the gas-dynamic characteristics of a jet nozzle of an aerodynamic object. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 320–328 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-320-328>

**Введение.** Разработка энергонасыщенного композиционного материала (ЭКМ) предполагает получение источника концентрированной энергии, характеризующегося удельным и общим (суммарным) импульсом тяги, плотностью материала и другими параметрами, на основании которых принимается решение о его применении в составе двигателя аэродинамического объекта. С учетом получаемых в ходе разработки ЭКМ эксплуатационных характеристик рассчитываются основные элементы конструкции аэродинамического объекта [1]. Одним из таких элементов, определяющих режим работы аэродинамического объекта, является реактивное сопло двигателя.

Как известно, сопло предназначено для преобразования кинетической энергии образующихся в процессе горения ЭКМ газов в поступательное движение аэродинамического объекта [2]. От сбалансированности конструктивных характеристик сопла (площадь критического сечения сопла, геометрические размеры дозвуковой и сверхзвуковой частей сопла и др.) с эксплуатационными свойствами ЭКМ зависит КПД и надежность аэродинамического объекта в целом. Для расчета этих характеристик сопла с учетом свойств ЭКМ и требований к аэродинамическому объекту могут применяться различные методы.

Основные методы решения такой баллистической задачи рассмотрены в [1–6]. При этом в каждом конкретном случае в зависимости от типа исследуемого объекта, допускаемых погрешностей, получаемых по итогам расчета характеристик, и других особенностей задачи применяются различные методы. Большинство авторов указанных источников для проведения расчетов характеристик реактивного сопла используют два-три метода, которые позволяют получить характеристики реактивного сопла с определенной погрешностью, исходя из количества учитываемых факторов и сложности проведения расчетов [1, 2, 4, 6].

*Цель настоящего исследования* – рассмотреть основные методы расчета характеристик сопла, обосновать выбор наиболее целесообразного для определения параметров реактивного сопла оперенного аэродинамического объекта, а также провести расчеты с учетом характеристик ЭКМ, описанного в [7, 8], и сравнить полученные данные с результатами тестовых испытаний.

**Методики и материалы исследования.** Конструктивно двигатель аэродинамического объекта, использующего для совершения работы энергию ЭКМ, состоит из двух основных частей – камеры сгорания и соплового блока, центральным элементом которого является реактивное сопло [9]. При работе двигателя в результате сгорания ЭКМ формируется реактивная струя газообразных продуктов, истекающих в атмосферу, что приводит к появлению силы тяги и снижению силы лобового сопротивления за счет убыли донного сопротивления [1, 9].

Образующиеся при горении ЭКМ газообразные продукты поддерживают давление в камере сгорания. При течении по профилированному каналу реактивного сопла газообразные продукты увеличивают свою скорость с уменьшением давления от величины давления в камере сгорания  $p_0$  до давления в выходном сечении сопла  $p_{\text{вых}}$ . Температура при этом уменьшается от температуры в камере сгорания  $T_0$  до некоторой температуры  $T_{\text{вых}}$  [9, 10]. При этом профиль реактивного сопла выполняется таким образом, что в его сужающейся части газообразные продукты сгорания, имеющие дозвуковую скорость на входе в сопло  $V_{\text{вх}}$ , разгоняются до скорости звука в критическом сечении  $V_{\text{кр}}$ , а далее в закритической (расширяющейся) части сопла приобретают сверхзвуковую скорость, и на выходе из сопла достигается некоторая величина  $V_{\text{вых}}$  [9].

Характеристики течения газов, образующихся при горении ЭКМ в камере сгорания, в дозвуковой и сверхзвуковой частях сопла могут быть определены при построении пространственной модели (как минимум, двумерной). В то же время система уравнений, описывающая такую модель, достаточно сложная и не всегда нужна для получения расчетных характеристик реактивного сопла [6]. Поэтому чаще всего на практике используют одномерную теорию расчета реактивного сопла. Для подтверждения возможности использования одномерной теории с целью расчета реактивного сопла в проектировании элементов двигателя для разрабатываемого ЭКМ сравним расчетные характеристики с результатами моделирования и данными, полученными в ходе испытаний ЭКМ.

**Газодинамические характеристики реактивного сопла аэродинамического объекта на основе одномерной теории.** Для расчета параметров реактивного сопла аэродинамического объекта на основе одномерной теории сопла тяга двигателя  $P$  определяется по формуле [9–11]

$$P = \dot{m}V_{\text{вых}} + (p_{\text{вых}} - p_{\text{н}})S_{\text{вых}}, \quad (1)$$

где  $p_{\text{вых}}$  – давление в выходном сечении сопла,  $p_{\text{н}}$  – давление наружного окружающего воздуха,  $S_{\text{вых}}$  – площадь выходного сечения сопла,  $V_{\text{вых}}$  – скорость газов в выходном сечении сопла,  $\dot{m}$  – расход газа.

Известно, что расход газа  $\dot{m}$ , скорость на выходе из сопла  $V_{\text{вых}}$  и тяга  $P$  зависят от давления в камере сгорания  $p_0$ . В процессе работы двигателя  $p_0$  изменяется: после воспламенения ЭКМ этот показатель резко возрастает, достигает максимального значения, далее уменьшается, при этом после сгорания ЭКМ (конец активного участка траектории) падает за счет истечения остаточного объема газообразных продуктов сгорания. При установившемся течении совершенного газа и отсутствии внешних сил, внешних источников массы и энергии в соответствии с одномерной теорией поток считается по длине сопла однородным по сечению, а скорость – прямолинейной (направленной вдоль оси сопла). Параметры движущегося газа являются функциями только продольной координаты.

Для расчета тяги и основных параметров сопла используются газодинамические функции, позволяющие установить связь между давлением, плотностью, температурой и числом Маха, а также с соответствующими параметрами торможения, в данном случае – параметрами в камере сгорания. Смесь газообразных продуктов сгорания в указанной ситуации подчиняется уравнению состояния совершенного газа. Первая газодинамическая функция является следствием равенства массовых расходов газа для различных сечений сопла [11]. Тогда отношение площади критического сечения  $S_{\text{кр}}$  и произвольного сечения  $S$  выражается через скоростной коэффициент  $\lambda$  (приведенная скорость) и константу адиабаты  $\gamma$ :

$$q(\lambda) = \frac{S_{\text{кр}}}{S} = \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \lambda \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}, \quad (2)$$

где  $\lambda = V/V_{\text{кр}}$  ( $V$  и  $V_{\text{кр}}$  – скорость в произвольном сечении сопла и в его критическом сечении соответственно). Приведенная скорость  $\lambda$  по заданным значениям  $q(\lambda)$  и  $\gamma$  вычисляется по формуле (2).

Состояние потока в произвольном сечении сопла (значения давления  $p$ , плотности  $\rho$ , температуры  $T$ , локального числа Маха  $M$ ) при заданном соотношении  $S_{\text{кр}}/S$  можно определить через набор следующих газодинамических функций [9, 11]:

$$\begin{aligned} \text{функция давления } \pi(\lambda) &= \frac{p}{p_0} = \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \\ \text{функция плотности } \varepsilon(\lambda) &= \frac{\rho}{\rho_0} = \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}, \\ \text{функция температуры } \tau(\lambda) &= \frac{T}{T_0} = \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right), \\ \text{функция скорости } Z(\lambda) &= \lambda + 1/\lambda. \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (3) газодинамические величины отнесены к параметрам торможения, обозначенным нижним индексом «0». В произвольном сечении сопла локальное число Маха ( $M$ ) и расход газа ( $\dot{m}$ ) задаются через газодинамические функции:

$$M^2 = \frac{2}{\gamma + 1} \lambda^2 \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right),$$

$$\dot{m} = \left( \sqrt{\gamma} \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \frac{1}{\sqrt{R}} \right) \frac{p_0 S}{\sqrt{T_0}} q(\lambda) = B \frac{p_0 S}{\sqrt{T_0}} q(\lambda). \quad (4)$$

С учетом выражения (1) тягу  $P$  и удельный импульс  $I_{уд}$  можно выразить через газодинамические функции (3) следующим образом [11]:

$$P = p_0 S_{кр} \left( \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/(\gamma - 1)} Z(\lambda_{вых}) - \frac{p_H}{p_0} \frac{1}{q(\lambda_{вых})} \right),$$

$$I_{уд} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{\sqrt{T_0}}{B q(\lambda_{кр})} \left( \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/(\gamma - 1)} Z(\lambda_{вых}) - \frac{p_H}{p_0} \frac{1}{q(\lambda_{вых})} \right). \quad (5)$$

Здесь  $\lambda_{вых}$  – приведенная скорость в выходном сечении сопла. В критическом сечении сопла  $\lambda_{кр} = 1$ . Поскольку давление  $p_0$  соответствует давлению газов в камере сгорания, то из формул (5) следует, что тяга двигателя во времени изменяется аналогично давлению в камере.

Основным недостатком применения одномерной теории сопла являются предположения однородности по сечению и зависимости параметров движущегося газа только от продольной координаты. Устранение такого недостатка обычно производится введением в расчетные формулы ряда поправочных коэффициентов, первоначально неизвестных и полученных расчетно-экспериментальным способом [9, 11]. Методы вычислительной газодинамики позволяют моделировать сопловой блок аэродинамического объекта с минимальными допущениями к конструкции реактивного сопла и достаточно точно описывать движущиеся газовые потоки в нем [12, 13].

**Газодинамические характеристики реактивного сопла аэродинамического объекта на основе моделирования газовой динамики.** Порядок использования метода вычислительной газодинамики описан в [14], где для синхронизации характеристик аэродинамического объекта (в частности, лобового сопротивления на разных скоростях) со свойствами полученного ЭКМ разработана физико-математическая модель обтекания оперенных аэродинамических объектов высокоскоростным потоком сжимаемых газов. В модели использовалось уравнение состояния совершенного газа как для воздуха, обтекающего рассматриваемый аэродинамический объект, так и для газообразной смеси продуктов сгорания. Также решались осредненные по Рейнольдсу трехмерные уравнения Навье–Стокса, уравнение энергии и уравнения SST- $k-\omega$  модели турбулентности с целью нахождения распределений скорости, давления, температуры, турбулентных характеристик и т.д.

Преобразованные методом конечных объемов в систему линейных алгебраических уравнений дискретные аналоги уравнений физико-математической модели решались с помощью итерационных методов.

Описанная в [14] модель (в том числе расчетная область и граничные условия) может использоваться для расчета характеристик реактивного сопла двигателя аэродинамического объекта при некоторых уточнениях: введении в проводимые расчеты геометрической области сопла и условий во входном сечении сопла (статическое давление, температура и расход газообразных продуктов сгорания).

**Сравнение характеристик сопла аэродинамического объекта, полученных на основе одномерной теории и метода моделирования газовой динамики.** Для сопоставления результатов, полученных на основе одномерной теории и метода моделирования газовой динамики

сопла, был рассмотрен сопловой блок модельного двигателя для оперенного аэродинамического объекта, описанного в [14]. Для расчета принимались следующие характеристики:

$$\begin{aligned} \text{площадь входного сечения сопла } S_{\text{вх}} &= 24,36 \text{ см}^2; \\ \text{площадь выходного сечения сопла } S_{\text{вых}} &= 37,9 \text{ см}^2; \\ \text{площадь критического сечения сопла } S_{\text{кр}} &= 3,80 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Задавались следующие условия в камере модельного двигателя: молекулярный вес продуктов сгорания  $\mu = 22,822$  г/моль, константа адиабаты  $\gamma = 1,2412$ , давление  $p_0 = 12$  МПа, температура  $T_0 = 2501$  К.

В табл. 1 приведены значения газодинамических функций, рассчитанных при заданных  $S_{\text{кр}}/S_{\text{вых}}$  и  $S_{\text{кр}}/S_{\text{вх}}$ . По данным табл. 1 и согласно формулам (1)–(4) по одномерной теории сопла рассчитывались давление, температура и скорость в характерных сечениях сопла. Значения этих характеристик приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 1. Значения газодинамических функций для параметров сопла модельного ракетного двигателя по одномерной теории сопла

Table 1. Values of gas-dynamic functions for the parameters of the nozzle of a model rocket engine according to the one-dimensional theory of the nozzle

Характеристики	Приведенная скорость, $\lambda$	Отношение площадей, $q$	Функция давления, $\pi$	Функция температуры, $\tau$	Функция плотности, $\epsilon$	Функция скорости, $Z$	Число Маха, $M$
На выходе из сопла	2,326	0,1003	0,0113	0,4196	0,0269	2,7564	3,394
В критическом сечении	1	1	0,5565	0,8927	0,6234	2	1
На входе в сопло	0,09753	0,1561	0,9947	0,9989	0,9958	10,3505	0,0922

Т а б л и ц а 2. Значения газодинамических параметров в характерных сечениях сопла модельного ракетного двигателя по одномерной теории сопла

Table 2. Values of gas-dynamic parameters in the typical cross-sections of the nozzle of a model rocket engine according to the one-dimensional theory of the nozzle

Характеристики	Статическое давление, $p$ , МПа	Статическая температура, $T$ , К	Скорость газа, $V$ , м/с
На выходе из сопла	0,13548	1049	2334,96
В критическом сечении	6,67848	2233	1003,85
На входе в сопло	11,9369	2498	97,91

Величину расхода газа  $\dot{m}$ , тяги  $P$  и удельного импульса  $I_{\text{уд}}$  также оценивали по величине газодинамических функций согласно формулам (1)–(5):

$$\begin{aligned} \dot{m} &= B \frac{p_0 S_{\text{кр}}}{\sqrt{T_0}} q(\lambda_{\text{кр}}) = 3,1392 \text{ кг/с}, \\ P &= p_0 S_{\text{кр}} \left( \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/(\gamma-1)} Z(\lambda_{\text{вых}}) - \frac{p_{\text{н}}}{p_0} \frac{1}{q(\lambda_{\text{вых}})} \right) = 7456,95 \text{ Н}, \\ I_{\text{уд}} &= \frac{P}{\dot{m}} = \frac{7456,95}{3,1392} = 2375 \text{ (Н} \cdot \text{с)/кг}. \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 3. Параметры для задания граничного условия во входном сечении сопла модельного ракетного двигателя

Table 3. Parameters for setting the boundary condition in the inlet section of the model rocket engine

Число Маха, $M$	Статическое давление, $p$ , МПа	Статическая температура, $T$ , К	Интенсивность турбулентности, $T_i$ , %	Гидравлический диаметр, $D_h$ , мм
0,0922	11,9369	2498	1	55,7

Удельный импульс в пустоте ( $p_{\text{н}} = 0$ ) составил  $I_{\text{уд}}(p_{\text{н}} = 0) = 2498$  (Н·с)/кг.

Для моделирования истечения продуктов сгорания в окружающую среду в соответствии с подходами, описанными в [14], во входном сечении сопла задавались граничные условия, приведенные в табл. 3.

Однако в отличие от условий, рассматриваемых в [14], где исследовался пассивный

участок траектории, моделирование работы реактивного сопла осуществлялось на активном участке траектории полета аэродинамического объекта. Прежде всего, изучался газовый поток (распределение локального числа Маха и температуры в структуре потока газов), истекающий в атмосферу из сверхзвуковой части реактивного сопла. При этом исследование проводилось для разных скоростей рассматриваемого аэродинамического объекта. Результаты моделирования (структура газового потока) для скоростей  $M = 1,05$  и  $M = 1,9$  показаны на рис. 1 и 2.

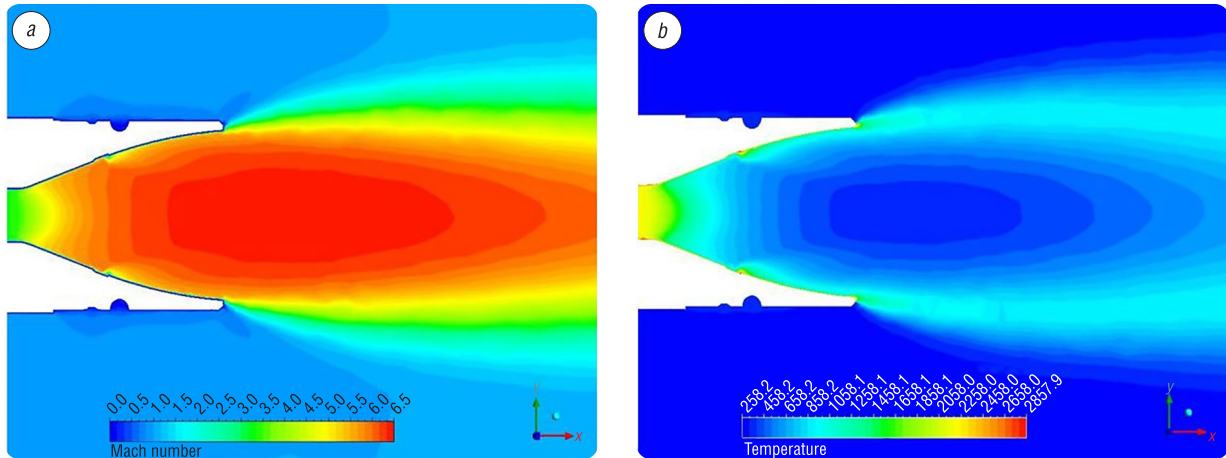


Рис. 1. Распределение в структуре истекающего газового потока при  $M = 1,05$ :  $a$  – локального числа Маха,  $b$  – температуры

Fig. 1. Distribution in the structure of the exhaust gas flow with  $M = 1.05$ :  $a$  – the local Mach number,  $b$  – temperature

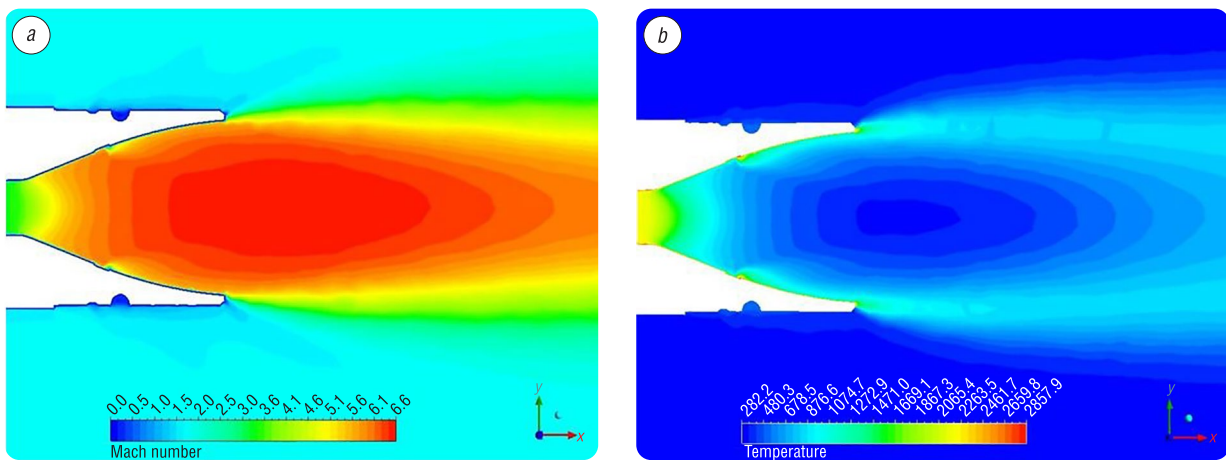


Рис. 2. Распределение в структуре истекающего газового потока при  $M = 1,9$ :  $a$  – локального числа Маха,  $b$  – температуры

Fig. 2. Distribution in the structure of the exhaust gas flow with  $M = 1.9$ :  $a$  – the local Mach number,  $b$  – temperature

Как видно из рис. 1 и 2, независимо от скорости полета аэродинамического объекта ядро струи продуктов сгорания около выхода из сопла остается постоянным и по своей длине составляет порядка двух диаметров выходного сечения сопла. Различие в струйном течении возникает далее в следовой области облака продуктов сгорания – для больших скоростей полета происходит поджатие струи.

Проведение аналогично [14] моделирования для различных скоростей полета (различные значения числа Маха набегающего потока) аэродинамического объекта показало, что компенсация силы сопротивления воздуха за счет действия силы тяги двигателя, равной  $P = 7456,95$  Н, происходит при числе Маха около  $M = 1,7$  (избыточная тяга принимает значение, равное нулю). Это соответствует скорости  $V = 581$  м/с, характерной для рассмотренного типа аэродинамического объекта [14].

Полученные в процессе моделирования характеристики истекающего потока газов из реактивного сопла приведены в табл. 4 в сравнении с аналогичными значениями, рассчитанными по одномерной теории сопла.

Т а б л и ц а 4. Характеристики потока на выходе из сопла аэродинамического объекта, полученные различными методами

T a b l e 4. Flow characteristics at the nozzle output of an aerodynamic object, obtained by various methods

Метод исследования	Число Маха, М	Статическое давление, $p$ , МПа	Статическая температура, $T$ , К	Скорость истечения газа, $V$ , м/с	Расход газа, $m$ , кг/с	Тяга двигателя, $P$ , Н
Одномерная теория сопла	3,394	0,13 548	1049	2334,96	3,1392	7456,7
Моделирование	3,029	0,16 500	1202	2203,57	3,1213	7110,33

Верификацию рассмотренных методов определения газодинамических характеристик реактивного сопла проводили путем сравнения расчетного значения удельного импульса со значением, полученным в ходе натурных испытаний аэродинамического объекта. Значение удельного импульса, рассчитанного по одномерной теории сопла, составило 2375 (Н·с)/кг, тогда как согласно результатам моделирования газовой динамики его значение было 2278 (Н·с)/кг, а полученное экспериментально в ходе натурных испытаний – 2133 (Н·с)/кг.

Как видно из сравнения приведенных результатов, расчеты по одномерной теории сопла переоценивают удельный импульс и тягу по сравнению с моделированием. Это может быть связано с тем, что в одномерной теории рассматривается идеальное сопло, тогда как при моделировании используется реальная геометрия соплового блока двигателя, что позволяет учесть потери давления, неоднородные распределения температуры и скорости газа по сечению сопла и т. д. При этом сами результаты моделирования могут содержать неточности, поскольку для газообразных продуктов сгорания удельная теплоемкость, константа адиабаты и другие теплофизические характеристики принимались постоянными. В силу существенного изменения давления и температуры по каналу сопла эти параметры необходимо принимать в виде функциональных зависимостей от температуры и давления. С этой целью требуется проведение предварительного дополнительного термодинамического расчета свойств газообразных продуктов сгорания топлива, что является отдельной задачей, и дальнейшего уточнения расчетов посредством моделирования.

**Заключение.** По результатам анализа рассмотренных методов (одномерной теории сопла и метода моделирования газовой динамики) подтверждена возможность их использования с определенными допущениями для определения газодинамических характеристик реактивного сопла двигателя аэродинамического объекта. Полученные различия в значениях тягово-силовых характеристик связаны с допущениями, принятыми в одномерной теории сопла и устранимыми в методе моделирования газовой динамики. Однако метод моделирования газовой динамики реактивного сопла двигателя является более трудоемким и затратным для проведения расчетов по сравнению с одномерной теорией. В связи с этим с практической точки зрения для проведения конструкторских расчетов двигателя целесообразно использовать одномерную теорию, а проверочный расчет, при необходимости, осуществлять средствами моделирования.

#### Список использованных источников

1. Yumusak, M. Analysis and design optimization of solid rocket motors in viscous flows / M. Yumusak // *Computers & Fluids*. – 2013. – № 75. – P. 22–34. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.01.011>
2. Биматов, В. И. Внешняя баллистика: учеб. пособие / В. И. Биматов, В. Д. Мерзляков, В. П. Степанов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1993. – Ч. 1. – 168 с.
3. Studies on the influence of testing parameters on dynamic and transient properties of composite solid rocket propellants using a dynamic mechanical analyzer / V. Wani [et al.] // *J. Aerosp. Technol. Manag.* – 2012. – Vol. 4, iss. 4. – P. 443–452. <https://doi.org/10.5028/jatm.2012.04044012>
4. Nozzle flow separation fluid-thermal-structure load transfer coupled analysis and test research / H. Hai-Feng [et al.] // *J. Astronautics*. – 2011. – Vol. 32, № 7. – P. 1534–1542.

5. Experimental and numerical study of jet mixing from a shock-containing nozzle / Q. Xiao [et al.] // *Journal of Propulsion and Power*. – 2009. – Vol. 25, №3. – P. 688–696. <http://doi.org/10.2514/1.37022>
6. Silton, S. Navier-stokes computations for a spinning projectile from subsonic to supersonic speeds / S. Silton // *J. Spacecraft Rockets*. – 2005. – Vol. 42, №2. – P. 223–231. <https://doi.org/10.2514/1.4175>
7. Кривонос, О.К. Методология разработки энергонасыщенного гетерогенного композиционного материала / О.К. Кривонос, А.Ф. Ильющенко, Е.Е. Петюшик // *Порошковая металлургия: респ. межвед. сб. науч. трудов / редкол.: А.Ф. Ильющенко [и др.]*. – Минск: НАН Беларуси, 2020. – Вып. 43. – С. 122–129.
8. Разработка математической модели структурообразования энергонасыщенного композиционного материала / О.К. Кривонос [и др.] // *Полимерные материалы и технологии*. – 2021. – Т. 7, №1. – С. 23–32. <https://doi.org/10.32864/polymmattech-2020-6-4-23-32>
9. Алемасов, В.Е. Теория ракетных двигателей: учеб. для студентов высш. техн. учеб. заведений / В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегалин, А.П. Тишин; под ред. В.П. Глушко. – М.: Машиностроение, 1989. – 464 с.
10. Павлюк, Ю.С. Баллистическое проектирование ракет: учеб. пособие для вузов / Ю.С. Павлюк. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1996. – 92 с.
11. Абугов, Д.И. Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива: учеб. для машиностроительных вузов / Д.И. Абугов, В.М. Бобылев. – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.
12. Роль компьютерного моделирования и физического эксперимента в исследованиях аэрогазодинамики ракетно-космических систем в процессе проектирования / Н.П. Алабова [и др.] // *Космическая техника и технологии*. – 2014. – №3 (6). – С. 14–21.
13. Гарбарук, А.В. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 88 с.
14. Ильющенко, А.Ф. Способ определения баллистического коэффициента оперенного аэродинамического объекта / А.Ф. Ильющенко, О.К. Кривонос, А.Д. Чорный // *Проблемы физики, математики и техники*. – 2021. – №2 (47). – С. 90–97.

## References

1. Yumusak M. Analysis and design optimization of solid rocket motors in viscous flows. *Computers & Fluids*, 2013, vol. 75, no. 75, pp. 22–34. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.01.011>
2. Bimatov V. I., Merzlyakov V. D., Stepanov V. P. *External Ballistics. Part 1*. Tomsk, Publishing House of Tomsk University, 1993. 168 p. (in Russian).
3. Wani V., Mehihal M., Jain S., Singh P. P., Bhattacharya B. Studies on the influence of testing parameters on dynamic and transient properties of composite solid rocket propellants using a dynamic mechanical analyzer. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 2012, vol. 4, iss. 4, pp. 443–452. <https://doi.org/10.5028/jatm.2012.04044012>
4. Hai-Feng H., Bao F.-T., Wang Y.-J., Cai Q., Liu Y. Nozzle flow separation fluid-thermal-structure load transfer coupled analysis and test research. *Journal of Astronautics*, 2011, vol. 32, no. 7, pp. 1534–1542.
5. Xiao Q., Tsai H., Papamoschou D., Johnson A. F. Experimental and numerical study of jet mixing from a shock-containing nozzle. *Journal of Propulsion and Power*, 2009, vol. 25, no. 3, pp. 688–696. <http://doi.org/10.2514/1.37022>
6. Silton S. Navier-stokes computations for a spinning projectile from subsonic to supersonic speeds. *Journal of Spacecraft Rockets*, 2005, vol. 42, no. 2, pp. 223–231. <https://doi.org/10.2514/1.4175>
7. Kryvanos A. K., Ilyushchanka A. Ph., Piatsiushyk Ya. Ya. Methodology for the development of an energy-saturated heterogeneous composite material. *Poroshkovaya metallurgiya: respublikanskiy mezhvedomstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Powder Metallurgy: republican interdepartmental collection of scientific papers]. Minsk, National Academy of Sciences of Belarus, 2020, issue 43, pp. 122–129 (in Russian).
8. Kryvanos A. K., Ilyushchanka A. Ph., Piatsiushyk Ya. Ya., Buloichik V. M. Development of a mathematical model for the structure formation of an energy-saturated composite material. *Polimernye materialy i tekhnologii* [Polymer Materials and Technologies], 2021, vol. 7, no. 1, pp. 23–32 (in Russian). <https://doi.org/10.32864/polymmattech-2020-6-4-23-32>
9. Alamasov V. E., Dregalin A. F., Tsishyn A. P., Glushko V. P. (ed.) *The Theory of Rocket Engines*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 464 p. (in Russian).
10. Pavlyuk Yu. S. *Ballistic Missile Design*. Chelyabinsk: Publishing House of Chelyabinsk State Technical University, 1996. 92 p. (in Russian).
11. Abugov D. I., Bobylev V. M. *Theory and Calculation of Solid-Fuel Rocket Engines*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 272 p. (in Russian).
12. Alabova N. P., Bryukhanov N. A., Dyadkin A. A., Krylov A. N., Simakova T. V. The role of computer modeling and physical experiment in the study of aerogas dynamics of rocket-space systems in the design process. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii = Space Engineering and Technology*, 2014, no. 3 (6), pp. 14–21 (in Russian).
13. Garbaruk A. V., Strelets M. Kh., Shur M. L. *Turbulence Modeling in Computation of Complex Flows*. St. Petersburg, Publishing House of Polytechnic University, 2012. 88 p. (in Russian).
14. Ilyushchanka A. Ph., Kryvanos A. K., Chorny A. D. Approach for determination of ballistic coefficient of a tail aerodynamic object. *Problemy fiziki, matematiki i tekhniki = Problems of Physics, Mathematics and Technics*, 2021, no. 2 (47), pp. 90–97 (in Russian).

### Информация об авторах

*Ильющенко Александр Федорович* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, генеральный директор Государственного научно-производственного объединения порошковой металлургии – директор Института порошковой металлургии имени академика О.В. Романа, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: alexil@mail.belpak.by

*Кривонос Олег Константинович* – кандидат военных наук, заместитель генерального директора, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: Krivonos\_ok@tut.by

*Чорный Андрей Дмитриевич* – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией турбулентности, Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровки, 15, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: anchor@hmti.ac.by

*Петюшик Евгений Евгеньевич* – доктор технических наук, профессор, заместитель генерального директора по научной работе, Государственное научно-производственное объединение порошковой металлургии (ул. Платонова, 41, 220005, Минск, Республика Беларусь). E-mail: pet65@bk.ru

### Information about the authors

*Aliaksandr Ph. Pyushchanka* – Correspondent Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Professor, Director General of the State Research and Production Powder Metallurgy Association – Director of the O.V. Roman Powder Metallurgy Institute, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alexil@mail.belpak.by

*Aleh K. Kryvanos* – Ph. D. (Military Science), Deputy of Director General, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: Krivonos\_ok@tut.by

*Andrei D. Chorny* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of Turbulence Laboratory, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus (15, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: anchor@hmti.ac.by

*Yauheni Ya. Piatsiushyk* – D. Sc. (Engineering), Professor, Deputy of Director General for Research, State Research and Production Powder Metallurgy Association (41, Platonov Str., 220005, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: pet65@bk.ru



ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

UDC 538.91:53.091:53.096

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-329-334>

Received 12.07.2021

Поступила в редакцию 12.07.2021

**Olga A. Petrova-Burkina, Vasili V. Rubanik Jr., Vasili V. Rubanik***Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus, Vitebsk, Republic of Belarus***THERMOKINETIC EMF DURING A REVERSE PHASE TRANSITION IN TITANIUM NICKELIDE AS A WAY OF INFORMATION RECORDING**

**Abstract.** The external factors that influence on the thermokinetic EMF value in the Ti – 50 at.% Ni samples were determined. A method for setting thermokinetic EMF in certain sections of the TiNi wire was developed. The thermokinetic EMF value was measured directly using a digital millivoltmeter MNIPI V7-72. The sections of the Ti – 50 at.% Ni wire samples were subjected to tensile tests on a tensile machine IP 5158-5. On the basis of calorimetric studies, the kinetics of martensitic transformations was investigated. It was found that the direct phase transition affects the thermokinetic EMF value of the Ti – 50 at.% Ni during thermal cycling. Thermal cycling in the temperature range of the complete martensitic transformation causes the thermokinetic EMF value reduction by 0.16 mV by the 15<sup>th</sup> temperature cycle. The degradation of the thermokinetic EMF value by 0.04 mV took place during thermal cycling in the temperature range of the incomplete martensitic transformation by the 70<sup>th</sup> thermal cycle. The thermokinetic EMF value was restored to 0.22 mV with increasing temperature to 240 °C, as in the case of annealing at temperatures of 400–800 °C. The thermokinetic EMF value is associated with a change in physical and mechanical properties of the alloy during thermal cycling. It is characterized by a change in stages of the phase transition and a shift of the characteristic temperatures. On the basis of the obtained experimental data, a method was proposed for a purposeful setting of extended TiNi wire sections with the thermokinetic EMF value from 0 to 0.6 mV, using different methods of influence on its value (thermal cycling, deformation, temperature change in heating zone). The proposed technical solution can be used as a method for information recording.

**Keywords:** shape memory, titanium nickelide, thermokinetic EMF, martensitic transformation, thermal cycling, deformation, information recording

**For citation:** Petrova-Burkina O. A., Rubanik V. V. Jr., Rubanik V. V. Thermokinetic EMF during a reverse phase transition in titanium nickelide as a way of information recording. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 329–334. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-329-334>

**О. А. Петрова-Буркина, В. В. Рубаник мл., В. В. Рубаник***Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси, Витебск, Республика Беларусь***ТЕРМОКИНЕТИЧЕСКАЯ ЭДС ПРИ ОБРАТНОМ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ В НИКЕЛИДЕ ТИТАНА КАК СПОСОБ ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ**

**Аннотация.** Установлены закономерности влияния внешних факторов на термокинетическую ЭДС в образцах Ti – 50 ат.% Ni, а также разработан способ задания термокинетической ЭДС на определенных участках TiNi-проволоки. Термокинетическую ЭДС измеряли прямым способом с помощью цифрового милливольтметра МНИПИ В7-72. Деформирование участков проволочных образцов Ti – 50 ат.% Ni осуществляли на испытательной машине ИП 5158-5. На основании результатов calorиметрических исследований исследовали кинетику мартенситных превращений. Установлено, что на величину термокинетической ЭДС Ti – 50 ат.% Ni при термоциклировании влияет степень прямого фазового перехода. Термоциклирование в интервале температур полного мартенситного превращения к 15-му термоциклу стабилизирует значения термокинетической ЭДС на 0,16 мВ. Тогда как термоциклирование в интервале температур неполного мартенситного превращения приводит к вырождению термокинетической ЭДС: к 70-му термоциклу она составляет 0,04 мВ. Увеличение температуры в зоне нагрева до 240 °C позволяет восстановить значение термокинетической ЭДС до 0,22 мВ, как и для случая отжига при температурах 400–800 °C. Величина термокинетической ЭДС при термоциклировании связана с изменением физико-механических свойств сплава и характеризуется изменением стадийности и смещением характеристических температур фазового перехода. На основе полученных экспериментальных данных предложен способ целенаправленного задания протяженных участков TiNi-проволоки со значением термокинетической ЭДС от 0 до 0,6 мВ, используя различные способы воздействия (термоциклирование, деформирование, изменение температуры в зоне нагрева) на ее величину. Предлагаемое техническое решение может быть использовано в качестве способа записи информации.

**Ключевые слова:** память формы, никелид титана, термокинетическая ЭДС, мартенситное превращение, термоциклирование, деформирование, запись информации

**Для цитирования:** Петрова-Буркина, О. А. Термокинетическая ЭДС при обратном фазовом переходе в никелиде титана как способ записи информации / О. А. Петрова-Буркина, В. В. Рубаник мл., В. В. Рубаник // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 329–334. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-329-334>

**Introduction.** Titanium nickelide-based (TiNi) alloys are widely used as functional materials and have unique set of properties. The field of their application is extremely wide – from medical implants to intelligent structures of space technology [1]. It was found earlier that the displacement of heating zone in the Ti – 50 at.% Ni wire samples causes the appearance of the thermokinetic EMF in them, which is constant in magnitude and sign. This is due to the occurrence of thermoelastic phase transformations in heating zone and the appearance of a contact potential difference between the sections of the TiNi sample in different phase states. The change in the direction of movement of heating zone induces changes in the polarity of the thermokinetic EMF [2–4]. The thermokinetic EMF value depends on the temperature in heating zone: it arises at the temperature of the beginning of the reverse phase transformation and reaches a maximum at the temperature of the end of the reverse phase transformation. The temperature and duration of heat treatment, thermal cycling, oxide layer, preliminary deformation, loading influence on the functional properties of the TiNi alloy and, therefore, should influence on the thermokinetic EMF value [2–6].

*The purpose of this work* is to determine methods of influence on the thermokinetic EMF value in the TiNi wire as a possible information recording method.

**Equipment and research methods.** The studies were carried out on the wire samples made of titanium nickelide of Ti – 50 at.% Ni composition produced by Industrial Center MATEK–SPF (Moscow, Russia) [7] of 40 cm length and 0.6 mm in diameter annealed at 700 °C for 30 min after quenching in air.

The kinetics of martensitic transformations was studied by differential scanning calorimetry (DSC) on a DSC822e METTLER TOLEDO calorimeter (heating and cooling rates of 10 °C/min). The temperatures of the beginning ( $A_s$ ,  $M_s$ ) and the end ( $A_f$ ,  $M_f$ ) of martensitic transitions were determined from DSC curves by the tangent method according to the ASTM F2004-00 standard (Standard Test Method for Transformation Temperature of Nickel-Titanium Alloys by Thermal Analysis: ASTM F2004-00, ASTM, 100 Barr Harbor Drive, West Conshohocken, PA, 19428). The samples were in the martensitic phase after annealing, the characteristic temperatures of the alloy were  $M_s = 45$  °C,  $M_f = 33$  °C,  $A_s = 57$  °C,  $A_f = 78$  °C. The material undergoes direct transformation  $B2 \leftrightarrow B19'$ .

A direct method using a digital millivoltmeter MNIPI V7-72 was applied to measure the thermokinetic EMF value. The tests were carried out on an experimental setup, the design of which allows heating region to be transferred over the sample at a given rate. The contact points of the sample with the measuring copper wires were thermally insulated. The temperature was monitored with a thermal imager with an accuracy of  $\pm 2$  °C. The surface of the wire was blackened. The movement rate of heating region was 0.4 cm/s. The maximum temperature of the wire in heating region was higher than the temperature of the end of the reverse phase transition  $A_f$ .

Uniaxial tensile testing with a rate of 30 mm/min at 20 °C on an IP 5158-5 testing machine was performed on the sections of the Ti – 50 at.% Ni wire samples, when the material was in martensitic state. The deformation of the samples was accompanied by the reorientation of the martensite plates at stresses of  $\sim 250$  MPa. The yield strength was 500 MPa.

**Results and its discussion.** It was found that thermal cycling in the temperature range of the complete martensitic 0–100 °C transformation resulted in a decrease of the thermokinetic EMF value to 0.16 mV for 15 thermal cycles of measurement (Figure 1, red). Thermal cycling in the temperature range of the incomplete martensitic transformation 20–100 °C during 70 thermal cycles appeared to result in a decrease of the thermokinetic EMF value from 0.22 to 0.04 mV (Figure 1, black). After that, cooling the sample below the temperature of the end of the direct phase transition  $M_f$  allows the thermokinetic EMF value to be restored to 0.16 mV in the next 71<sup>st</sup> thermal cycle, which corresponds to the thermokinetic EMF value in the 15<sup>th</sup> measurement cycle (Figure 2). Further induction of the thermokinetic EMF of the sample leads to a sharp drop in its value to 0.1 mV during incomplete phase transition. If the sample is cooled again below  $M_f$ , the thermokinetic EMF value restores its value to 0.16 mV.

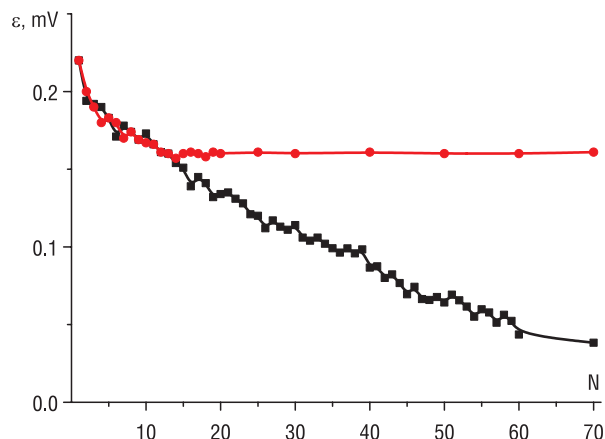


Figure 1. Change in the thermokinetic EMF value during thermal cycling of a Ti – 50 at.% Ni sample in the temperature range of the complete martensitic transformation (red); in the temperature range of the incomplete martensitic transformation (black)

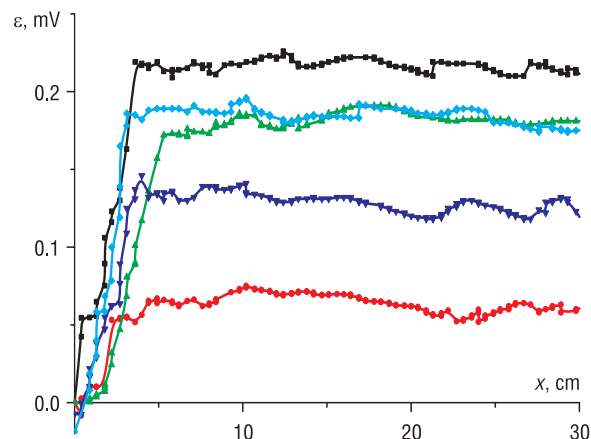


Figure 2. Change in thermokinetic EMF value depending on the location of heating region of the Ti – 50 at.% Ni sample: the 1<sup>st</sup> cycle (black); the 70<sup>th</sup> cycle (red); the 71<sup>st</sup>, the 72<sup>nd</sup> cycles after cooling the sample to 0 °C (green and blue, respectively); the 73<sup>rd</sup> cycle after cooling the sample to 0 °C (light blue)

It is known that thermal cycling of a TiNi alloy causes an increase in the density of defects [8, 9] and leads to a decrease in the characteristic temperatures of the phase transition and a change in the stages of transformations. The characteristic temperatures obtained from DSC curves (Figure 3) showed that starting from the 15<sup>th</sup> thermal cycle in the temperature range of the incomplete martensitic transformation the material does not completely transform into the martensitic state, and the direct transition proceeds with the formation of the intermediate martensitic R-phase.

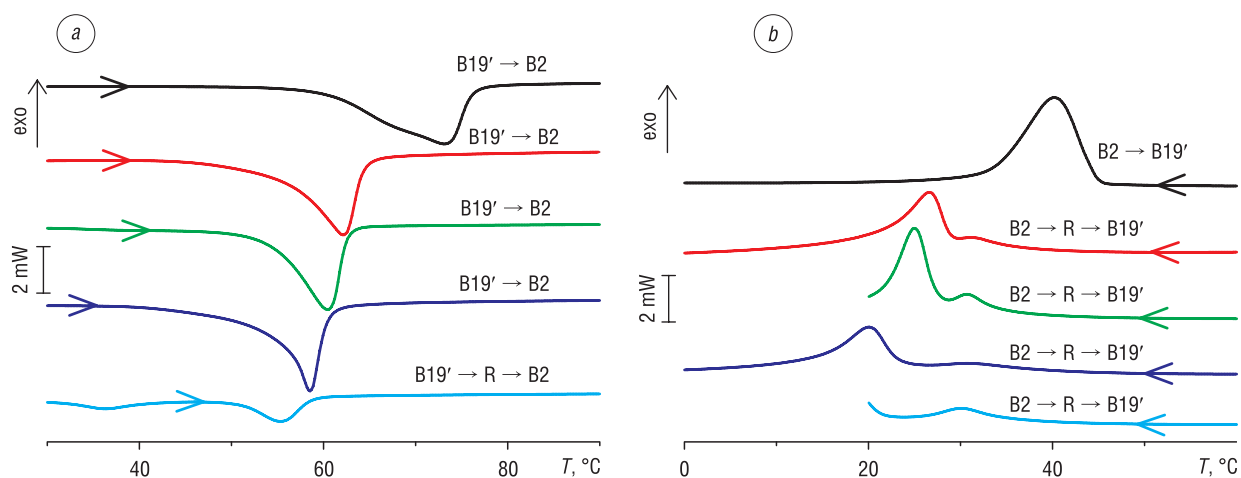


Figure 3. DSC heating (a) and cooling curves (b) of the Ti – 50 at.% Ni samples after thermal cycling: the 1<sup>st</sup> cycle (black); the 15<sup>th</sup> cycle in the temperature range of the complete martensitic transformation (red); the 15<sup>th</sup> cycle in the temperature range of the incomplete martensitic transformation (green); the 70<sup>th</sup> cycle in the temperature range of the complete martensitic transformation (blue); the 70<sup>th</sup> cycle in the temperature range of the incomplete martensitic transformation (light blue)

The kinetics of the reverse phase transformation changes by the 70<sup>th</sup> thermal cycle. The transition takes place according to the  $B2 \leftrightarrow R \leftrightarrow B19'$  scheme, i.e. the formation of the intermediate martensitic and austenitic R-phases. Thermal cycling in the temperature range of complete martensitic transformation during 15 thermal cycles also leads to a decrease in the transition temperatures and a change in the stages of transformations. The temperature of the end of the reverse phase transition  $M_f$  becomes higher than room temperature, and the transition is realized according to the scheme  $B2 \rightarrow R \rightarrow B19'$ . However, further thermal cycling during 70 thermal cycles does not significantly affect the kinetics of martensitic transformations.

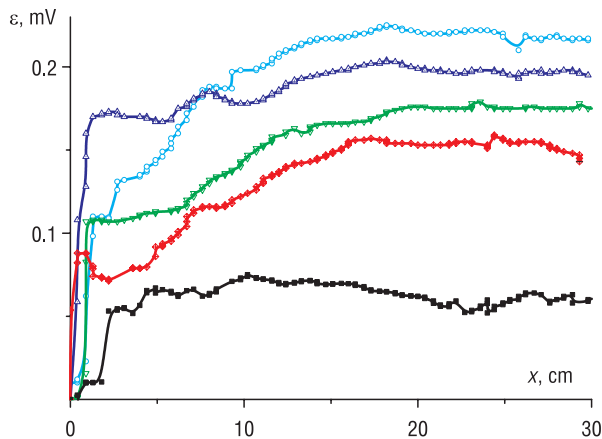


Figure 4. Dependence of the thermokinetic EMF value on the location of heating region of the Ti – 50 at. % Ni sample for the 70<sup>th</sup> thermal cycle (black) and the 72<sup>nd</sup> thermal cycle after heating to 160 °C, 180 °C, 220 °C and 240 °C (red, green, blue and light blue, respectively)

In [9, 10], the temperature increase in Ti – 50 at.% Ni is found to influence on the defect structure and the parameters of martensitic transitions. The defect structure should change irreversibly at high temperatures, as is observed in conventional alloys. This should also affect the thermokinetic EMF value. It was found that the thermokinetic EMF value restores to 0.22 mV due to an increase in temperature in the heating region (Figure 4).

The heating temperature was increased to 240 °C in the next 71<sup>st</sup> thermal cycle after the decrease in the thermokinetic to 0.04 mV during 70 thermal cycles in the temperature range of the incomplete martensitic transformation. Then, the recovery of the value to the initial value of 0.22 mV was observed in the 72<sup>nd</sup> thermal cycle. The temperature was 160, 180, 220 and 240 °C in the 71<sup>st</sup> thermal cycle. It was found that the thermokinetic EMF value is restored to 0.14 mV at a temperature

of 160 °C, at a temperature of 180 °C – up to 0.18 mV, at a temperature of 220 °C – up to 0.2 mV.

Calorimetric studies of such samples showed that an increase in temperature in heating zone leads to a shift in temperatures and a change in the stage of the phase transition (Figure 5). However, the material does not completely transform into the low-temperature martensitic state at heating temperatures of 160, 180 and 220 °C upon cooling. The reverse transition occurs with the formation of an intermediate R-phase according to the scheme  $B2 \rightarrow R \rightarrow B19'$ . At a heating temperature of 240 °C, the temperature of the end of the reverse phase transition  $M_f$  becomes higher than room temperature. Phase transitions are realized according to the  $B2 \leftrightarrow B19'$  scheme, as in the initial sample. This allows the maximum thermokinetic EMF value to be restored.

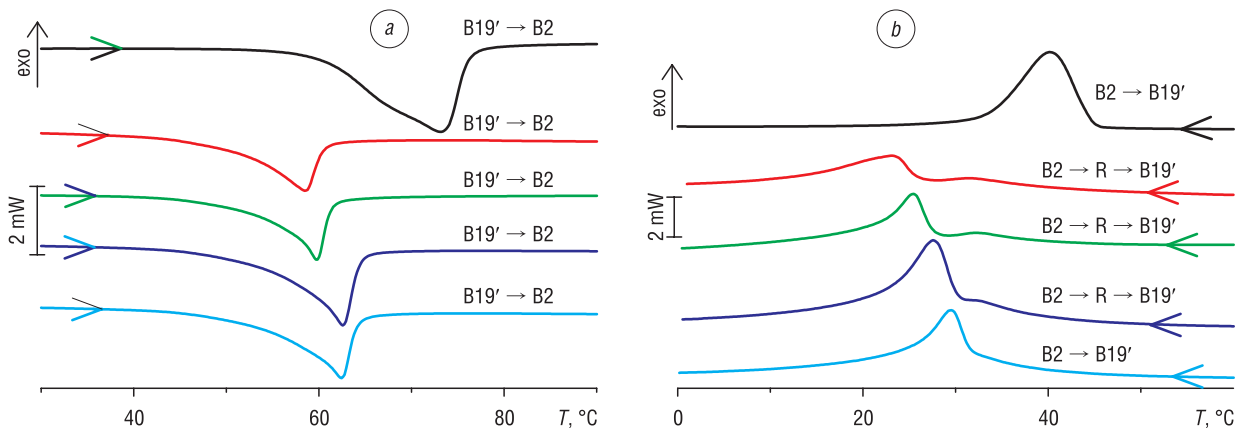


Figure 5. DSC heating (a) and cooling curves (b) for the initial Ti – 50 at.% Ni sample (black) and after heating to 160 °C, 180 °C, 220 °C and 240 °C (red, green, blue and light blue, respectively)

Using the described methods of influence, it is possible to purposefully change the thermokinetic EMF value in particular sections of the TiNi wire and thus record information on the TiNi wire, for example, using thermal cycling of the sample in the temperature range of the incomplete martensitic transformation or deformation. The length of the information sections corresponds to the size of the affected area.

Figure 6, b shows a stepwise change in the thermokinetic EMF value. The samples were processed as follows: the area  $CD \approx 4$  cm was subjected to heating, then the area  $BE \approx 13$  cm, and then the area  $AF \approx 23$  cm (Figure 6, a, c). Thus, the CD area was thermocycled three times, the BC and DE areas –

twice, and the AB and EF areas – once. The subsequent movement of heating zone along the whole sample causes the induction of thermokinetic EMF of different values (Figure 6, *b*). The method described above shows the possibility of setting the thermokinetic EMF value in the range of 0–0.22 mV. By the above-described method the setting of the thermokinetic EMF value in the range of 0–0.22 mV is possible.

The areas of the Ti – 50 at.% Ni sample were subjected to deformation up to different values that causes a stepwise change in the thermokinetic EMF value (Figure 7). Previously, the sample areas were alternately deformed by 16, 10, 6, 3, and 1.5 %. After that, heating zone was moved along the sample. It was observed an increase in the thermokinetic EMF value by 0.03–0.29 mV. The thermokinetic EMF value at each area of deformation is constant and depends on the specified amount of deformation: at 16 % – 0.51 mV, at 10 % – 0.42 mV, at 6 % – 0.37 mV, at 3 % – 0.28 mV and at 1.5 % – 0.26 mV. The thermokinetic EMF value in the deformation zone decreases in the 2<sup>nd</sup> thermal cycle from 3 to 16 %. The thermokinetic EMF value is 0.09 mV at 16 %, 0.11 mV at 10 %, 0.16 mV at 6 %, 0.21 mV at 3 % and 0.22 mV at 1.5 %.

However, it is possible to obtain a thermokinetic EMF from 0.22 to 0.60 mV in a given area only in the first measurement cycle with this method of influence. In the 2<sup>nd</sup> thermal cycle, the thermokinetic EMF value will fall and range from 0.10 to 0.22 mV. The restoration of the thermokinetic EMF value to 0.22 mV occurs when the sample is deformed in the elastic region.

Thus, it is possible to set sections in the Ti – 50 at.% Ni wire that generate a thermokinetic EMF in the range from 0 to 0.6 mV by combining different methods of influence. Heating the sample above 240 °C allows it to return to its initial state with the maximum generated thermokinetic EMF value of 0.22 mV.

**Conclusion.** It was established that thermal cycling of the Ti – 50 at.% Ni samples in the temperature range of the complete martensitic transformation leads to stabilization of the thermokinetic EMF value equal to 0.16 mV by the 15<sup>th</sup> temperature cycle. During thermal cycling in the temperature range of the incomplete martensitic transformation, the thermokinetic EMF value decreases and it is 0.04 mV by the 70<sup>th</sup> thermal cycle. Heating to a temperature above 240 °C allows the thermokinetic EMF to be restored to 0.22 mV, as in the case of annealing. Thermal cycling in the temperature range of the complete and incomplete phase transformation, the maximum temperature in heating zone change functional properties of titanium nickelide and the thermokinetic EMF value.

A method is proposed for the purposeful setting a thermokinetic EMF value from 0 to 0.6 mV on the TiNi wire areas, using different methods of influence: thermal cycling, deformation, temperature change in heating zone. The thermokinetic EMF value is changed in the range of 0–0.22 mV during thermal cycling of the wire sections in the range of the incomplete martensitic transformation. The value in the selected area is set by the number of heat changes. The thermokinetic EMF value is changed from 0.22

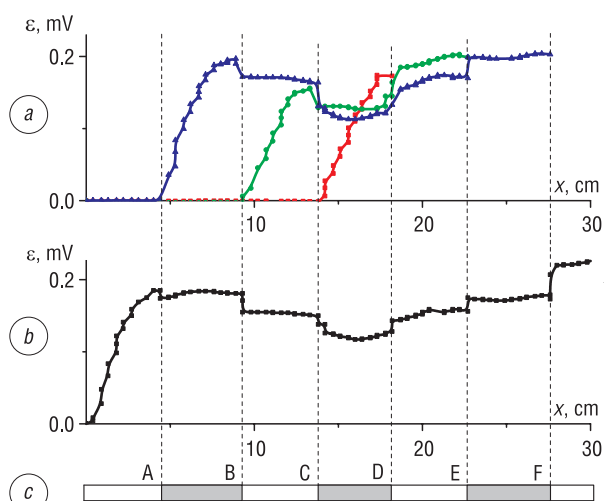


Figure 6. Change in the thermokinetic EMF value depending on the location of heating region of the Ti – 50 at.% Ni sample: *a* – 1–3 heating (red, green and blue, respectively); *b* – the 4<sup>th</sup> thermal cycle for the whole sample; *c* – the scheme of sample

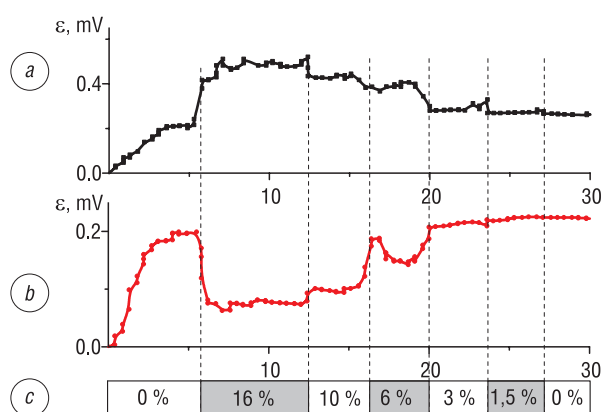


Figure 7. Change in the thermokinetic EMF value depending on the location of heating region of the Ti – 50 at.% Ni sample at different deformation values in heating zone: *a* – the 1<sup>st</sup> cycle; *b* – the 2<sup>nd</sup> cycle; *c* – the scheme of sample (the percentage of deformation is indicated at the top)

to 0.60 mV in the 1<sup>st</sup> thermal cycle for the sample sections deformed at different values. The thermokinetic value decreases and ranges from 0.1 to 0.22 mV in the 2<sup>nd</sup> thermal cycle. The length of the information sections corresponds to the size of the affected area. The proposed technical solution can be used as a method of recording information on a thermogalvanic carrier (Method for recording analog and digital information onto a thermogalvanic carrier: pat. 2 239 241 C2 Russian Federation, Int. Cl. G 11 B 9/00 / A. M. Gorovoj, M. A. Portnov; date of publication: 10/27/04). The product can be returned in its original condition, i.e. to erase information it is enough to heat the required area of the product above 240 °C.

## References

1. Pushin V. G., Yurchenko L. I., Kuranova N. N. Structure, phase transformations, properties, application. *Trudy shkoly-seminara "Fazovye i strukturnye prevrashcheniya v stalyah"* [Proceedings of the School-Seminar "Phase and Structural Transformations in Steels"], Magnitogorsk, 2001, issue 1, pp. 135–191 (in Russian).
2. Rubanik V. V., Rubanik V. V. Jr., Petrova-Burkina O. A. Thermokinetic EMF in nikelide titane. *Materialy, tekhnologii, instrument = Materials, Technologies, Tools*, 2012, vol. 17, no. 1, pp. 25–27 (in Russian).
3. Rubanik V. V., Rubanik V. V. jr., Petrova-Burkina O. A. Peculiarities of thermoelectric force behaviour in nikelide titane upon non-stationary heating. *Materials Science Forum*, 2013, vol. 738–739, pp. 292–296. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.738-739.292>
4. Petrova-Burkina O. A., Rubanik V. V. Jr., Rubanik V. V. Changes in thermokinetic EMF and electrical resistance in TiNi alloys in thermoelastic phase transformations. *Sovremennye metody i tekhnologii sozdaniya i obrabotki materialov. T. 1: Materialovedenie = Advanced Methods and Technologies of Materials Development and Processing. Vol. 1: Materials Science*. Minsk, 2020, pp. 95–103 (in Russian).
5. Petrova-Burkina O. A., Rubanik V. V. Jr., Rubanik V. V. Use of thermokinetic EMF and electrical resistance for quality control of elongated products made of shape memory alloy. *Pis'ma o materialah = Letters on Materials*, 2020, vol. 10, no. 2, pp. 422–426 (in Russian). <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2020-4-422-426>
6. Petrova-Burkina O. A., Rubanik V. V. Jr., Rubanik V. V., Gamzeleva T. V. Influence of heat treatment on thermokinetic EMF during reverse phase transition in titanium nikelide. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 4, pp. 413–421 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-4-413-421>
7. Andreev V. A. *Development of Production Technology and Research of Functional and Mechanical Properties of Wire Made of TiNi Alloys with the Effect of Shape Memory*. St.-Petersburg, 2008. 136 p. (in Russian).
8. Uchil J., Kumara K. G., Mahesh K. K. Effect of thermal cycling on R-phase stability in a NiTi shape memory alloy. *Materials Science and Engineering: A*, 2002, vol. 332, pp. 25–28. <https://doi.org/10.1117/12.514736>
9. Belyaev S., Resnina N., Sibirev A., Lomakin I. Variation in kinetics of martensitic transformation during partial thermal cycling of the TiNi alloy. *Thermochimica Acta*, 2014, vol. 582, pp. 46–52. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2014.03.002>
10. Indenbaum G. V., Novikov V. Y. *Metal Recovery and Recrystallization*. Moscow, Metallurgiya Publ., 1966. 326 p. (in Russian).

## Information about the authors

*Olga A. Petrova-Burkina* – Junior Researcher, Laboratory of Metal Physics, Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus (13, General Lyudnikov Ave., Vitebsk, 210009, Republic of Belarus). E-mail: olchik.1987@mail.ru

*Vasili V. Rubanik Jr.* – D. Sc. (Engineering), Associate Professor, Director, Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus (13, General Lyudnikov Ave., Vitebsk, 210009, Republic of Belarus). <https://orcid.org/0000-0002-9268-0167>. E-mail: jr@tut.by

*Vasili V. Rubanik* – Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Engineering), Head of the Laboratory of Metal Physics, Institute of Technical Acoustics of the National Academy of Sciences of Belarus (13, General Lyudnikov Ave., Vitebsk, 210009, Republic of Belarus). <https://orcid.org/0000-0002-0350-1180>. E-mail: v.v.rubanik@tut.by

## Информация об авторах

*Петрова-Буркина Ольга Александровна* – младший научный сотрудник, лаборатория физики металлов, Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси (пр. Генерала Людникова, 13, Витебск, 210009, Республика Беларусь). E-mail: olchik.1987@mail.ru.

*Рубаник Василий Васильевич мл.* – доктор технических наук, доцент, директор, Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси (пр. Генерала Людникова, 13, Витебск, 210009, Республика Беларусь). <https://orcid.org/0000-0002-9268-0167>. E-mail: jr@tut.by

*Рубаник Василий Васильевич* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, заведующий лабораторией физики металлов, Институт технической акустики Национальной академии наук Беларуси (пр. Генерала Людникова, 13, Витебск, 210009, Республика Беларусь). <https://orcid.org/0000-0002-0350-1180>. E-mail: v.v.rubanik@tut.by

**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ**  
**RADIOELECTRONICS AND INSTRUMENT-MAKING**

UDC 004.942  
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-335-342>

Received 20.04.2021  
Поступила в редакцию 20.04.2021

**Valentin M. Artemiev<sup>1</sup>, Sergei M. Kostromitsky<sup>2</sup>, Alexander O. Naumov<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

<sup>2</sup>*Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus*

**DETECTION OF SIGNALS OF MOVING OBJECTS BASED ON THE TIME  
SELECTION METHOD**

**Abstract.** To increase the efficiency of detecting moving objects in radiolocation, additional features are used, associated with the characteristics of trajectories. The authors assumed that trajectories are correlated, that allows extrapolation of the coordinate values taking into account their increments over the scanning period. The detection procedure consists of two stages. At the first, detection is carried out by the classical threshold method with a low threshold level, which provides a high probability of detection with high values of the probability of false alarms. At the same time uncertainty in the selection of object trajectory embedded in false trajectories arises. Due to the statistical independence of the coordinates of the false trajectories in comparison with the correlated coordinates of the object, the average duration of the first of them is less than the average duration of the second ones. This difference is used to solve the detection problem at the second stage based on the time-selection method. The obtained results allow estimation of the degree of gain in the probability of detection when using the proposed method.

**Keywords:** radar station, detection, trajectory selection, probability of detection, probability of false alarms

**For citation:** Artemiev V. M., Kostromitsky S. M., Naumov A. O. Detection of signals of moving objects based on the time selection method. *Vesti Natsyonal'nai akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 335–342. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-335-342>

**В. М. Артемьев<sup>1</sup>, С. М. Костромицкий<sup>2</sup>, А. О. Наумов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

<sup>2</sup>*Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

**ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ВРЕМЕННОЙ  
СЕЛЕКЦИИ**

**Аннотация.** Для повышения эффективности обнаружения движущихся объектов в радиолокации используются дополнительные признаки, связанные с учетом характеристик траекторий движения. Авторами принимается предположение о коррелированности траекторий, позволяющее экстраполировать значения координат с учетом их приращений за период сканирования. Процедура обнаружения состоит из двух этапов. На первом осуществляется обнаружение классическим пороговым методом с низким уровнем порога, обеспечивающим высокую вероятность правильного обнаружения при высоких значениях вероятности ложных тревог. При этом возникает неопределенность в выделении траектории объекта на фоне ложных траекторий. Из-за статистической независимости координат ложных траекторий по сравнению с коррелированными координатами объекта средняя длительность первых из них меньше средней длительности вторых. Это отличие используется для решения задачи обнаружения на втором этапе на основе метода временной селекции. Полученные результаты позволяют судить о степени выигрыша в вероятности обнаружения при использовании предлагаемого метода.

**Ключевые слова:** радиолокационная станция, обнаружение, селекция траекторий, вероятность правильного обнаружения, вероятность ложных тревог

**Для цитирования:** Артемьев, В. М. Обнаружение сигналов движущихся объектов на основе метода временной селекции / В. М. Артемьев, С. М. Костромицкий, А. О. Наумов // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 335–342. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-335-342>

**Introduction.** In radar, detection and tracking of moving objects is carried out consecutively, and the algorithms are based on the theory of statistical solutions [1]. At the detection stage, the Neyman–Pearson criterion is customarily used, whereby the false alarm probability  $F$  is set, resulting in achieving the maximum probability of true detection  $D$  of an object’s signal. To come up with a unique solution, low probabilities are selected,  $F \sim 10^{-7} \div 10^{-5}$ , when, in order to obtain high levels of  $D$ , sizable signal power to noise power ratios (SNR) have to be ensured,  $\rho \sim 30 \div 40$  [2]. Low probability levels  $D$  result in protracted interruptions of information about the coordinates of an object due to fading of signals, which may tangibly increase errors during the tracking phase.

In the early days of the development of the theory of radio location, it was suggested to solve the problem of detection and tracking jointly, which makes it possible to additionally use the trajectory characteristics of the object [3, 4]. The resultant algorithms turned out to be rather complicated, poorly suitable for practical uses. Lately, this idea has been resorted to the “track before detect” method which, essentially, consists in a recurrent sequence of formation of an a posteriori probability density function (PDF) of the presence of an object’s signal, taking into account the statistical characteristics of its motion [2, 5, 6]. This approach enables achieving a greater true detection probability, however, it is rather taxing on calculations. When using this approach, it is customary to employ the particle filtering [7] method for multipoint approximation of the PDF.

**Formulating the task.** In this work, it is suggested to use the empirical approach for cooperative detection and measurement, which implies resolving the detection task in two stages. During the first stage, classical detection of a signal by means of threshold is used, except in this case, instead of setting the false alarm probability  $F$  as the source datum, a high value of the signal true detection probability is selected,  $D \sim 0.8 \div 0.9$ . This is enabled through a low level of the detection threshold, which results in high false alarm probabilities  $F \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$ . During the second stage, based on the time selection method, minimizing the false alarm probability to the required level is achieved; however, the true detection probability also decreases, even though not as notably. In the time selection method suggested, information about the characteristics of the object motion is used, which makes it possible to achieve a greater pace in the decrease of  $F$  than the pace of  $D$  diminishing and, as a result, come up with a premium in comparison with the classical detection method.

Measurements in radar can be performed by scanning, periodically in time, the space by the range, range rate and angular coordinates. First, fast scanning of the object’s coordinates is carried out with  $\nu_0$  interval, throughout which one can assume their values can be considered as constant. Next, it is reiterated with  $T_0 \gg \nu_0$  period, the time within which the coordinates may change due to motion of the object. Scanning can be effected separately for each coordinate, or jointly.

A continuous, in terms of time, output signal of a receiver within the limits of  $\nu_0$  interval is viewed as a mix of noise and useful signal, which is processed by a threshold device (quantizer) converting the continuous signal into a binary one. Further, we assume that the quantized signal resolution bins are much smaller than the interval  $\nu_0$ ,

which is why the binary signals on the coordinate axis  $x$  can be viewed as point ones, including the object’s signals.

High probabilities of true detection are provided by a low level of the quantization threshold, whereby, at the expense of increasing the probabilities of false alarms, there emerge noisy point signals that, in binary representation, will be indistinguishable from the useful signals, which leads to ambiguity of detection. For a one-dimensional case, the result of the procedure of formation of point signals are presented in Figure 1.

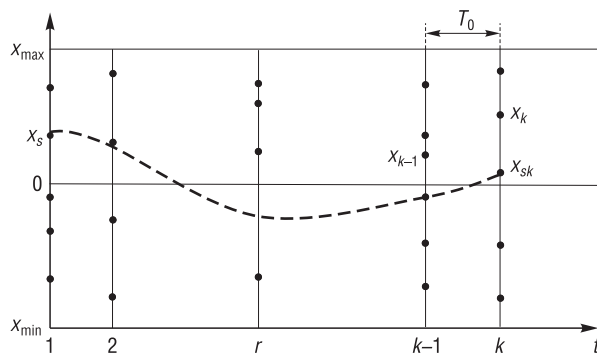


Figure 1. Positions of random point signals in one-dimensional scanning



In the Figure, the horizontal axis is an axis of continuous time  $t$  with the periods  $T_0$ . The discrete moments of time  $k = 1, 2, 3, \dots$  are beginnings of the scanning intervals  $v_0$ , which, on the condition  $v_0 \ll T_0$ , are considered as points on axis  $t$ . Values of the coordinates  $x$  of the random binary points are plotted on the vertical axis within the limits of  $x_{\min}$  to  $x_{\max}$ . The trajectory of the object is shown by a dashed line where its crossings by vertical lines show the positions of the points of signals of the object  $x_{sk}$ . Since the probability  $D$  of the object's signal exceeding the quantization threshold is lesser than one, it testifies to dropouts of the object points due to fading of the useful signal. An example of such situation is shown in Figure 1 at the moment  $t = r$ . At any  $k$ -th period, a random number of noise points emerges, as shown in the Figure.

The authors have used the assumption that the trajectory of an object represents a time-correlated function, whereas the positions of the noise points are statistically independent. The essence of the proposed time selection method consists in that, based on the results of measurements of the points' coordinates, the trajectories of all the point signals are formed, both those of the object and the noise ones. By virtue of the assumption about the correlated nature of the coordinates of the object's signal points, the average duration of sections of the object's trajectory between the moments of fading of the useful signals may exceed, under certain conditions, that of the noise signals. Based on this, time selection of the object trajectory relative to noise trajectories is performed, and a decision about the detection is adopted.

**Trajectory shaping resultant from measurements.** Let us consider the model of a trajectory of motion of an object with the coordinates  $x_{sk}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Its main property is correlation in time, i.e. statistical dependence between the values of the coordinates at different moments of time. In this paper, correlation has been determined as follows: it was assumed that, at discrete moments of time, increments of the coordinates  $x_{sk} - x_{sk-1}$  cannot be greater than the assigned ones and are within the limits of the increment interval  $\Delta_s$ . Note that it was considered that the values of increments in this domain are statistically independent random magnitudes with an even probability distribution law. In this case, the model of the trajectory  $x_{sk}$  can be presented as a first-order stochastic equation:

$$x_{sk} = x_{sk-1} + n_k, \tag{1}$$

where  $n_k$  is a discrete white noise with an even distribution law within the domain  $\Delta_s$ . Such a model can be made more complicated by assuming that the value  $x_{sk}$  will depend not only on the previous value  $x_{sk-1}$ , but also on the rate of change of the coordinates  $x_{sk-1} - x_{sk-2}$ . A second-order equation of such a model will be determined by the correlation

$$x_{sk} = x_{sk-1} + [x_{sk-1} - x_{sk-2}] + n_k = c_1 x_{sk-1} + c_2 x_{sk-2} + n_k, \tag{2}$$

where  $c_1 = 2$ ,  $c_2 = -1$ . Similarly, it is possible to take into account other, higher levels of increment, resulting in the  $R$ -th order stochastic equation:

$$x_{sk} = \sum_{r=1}^R c_r x_{sk-r} + n_k = \tilde{x}_{sk-1} + n_k, \tag{3}$$

where  $\tilde{x}_{sk-1}$  can be viewed as a forecast of the value of the coordinate per the scanning interval. The values  $\Delta_c$  and  $\tilde{x}_{sk-1}$  are the principal trajectory characteristics of the model of motion of the object.

Shaping the trajectory of motion resultant from measurements is performed as follows. At the moment of time  $k$ , a scanning strobe  $\Delta$  is set relative to the positions of every point  $x_k$ , whereby the domain of this strobe may or may not contain the points from the next moment of time  $k + 1$ . If such points do occur, trajectories are plotted from each value of  $x_k$  up to the corresponding elements of each point located within the strobe. In this manner, the trajectory of an object or of noise trajectories is initiated. At the ensuing moments of time, the procedure is reiterated for all the points, and here the following basic cases are possible.

In case the initial point is a noise one and the point in the next strobe again happens to be noise, a noise trajectory will be initiated, which will be interrupted if no points emerge in the subsequent strobe.

When an object's point follows the noise one in the strobe, the noise trajectory will switch over to the trajectory of the object. If the duration of the noise trajectory is shorter than that of the object's trajectory, it will not significantly affect further shaping of the object trajectory.

When both a noise point and an object point or several noise points emerge in the strobe after the noise point, then several trajectories will be shaped.

Thus, as a result of shaping trajectories at the detection stage, segments of both noise and object trajectories will show up in the domain of the coordinates changing. The basis of the method under consideration is to ensure that the average duration of a noise trajectory be shorter than the average duration of the object trajectory, which is achieved by taking into account the trajectory characteristics. The way to achieve this objective is by using time selection of the trajectories.

**Time selection of the trajectories.** Time selection is the second stage of detection, which consists in that only the trajectories reach the selector output whose duration is longer than  $l$ . Since, resultant from measurements, the prognosticated values  $\tilde{x}_{sk-1}$  in (3) may be obtained with a random error, the dimensions of the tracking strobe  $\Delta$  have to be greater than the dimensions of the coordinate increments  $\Delta_c$ . Those are determined by the number of resolution bins they contain. In case the error of the forecast exceeds the size  $\Delta$  with the probability  $P$ , the probability of true detection of a signal in the strobe for the model of the object motion under consideration dwindles and becomes equal to  $D_0 = D(1 - P)$ . Further, we assume that the values of the object signals, strobe-to-strobe, are statistically independent (fast fluctuations). The probability of statistically independent object points emerging in a row in  $\mathfrak{Q}$  successive strobos is equal to  $D_0^{\mathfrak{Q}}$ . Departing from this, the PDF for the duration of  $\mathfrak{Q}$  uninterrupted trajectory segments at the output of the selector  $w_s(\mathfrak{Q})$  can be obtained in the form of the Bernoulli equation

$$w_s(\mathfrak{Q}) = (1 - D_0)D_0^{\mathfrak{Q}-1}, \tag{4}$$

where the normalization condition is taken into account  $\sum_{\mathfrak{Q}=1}^{\infty} w_s(\mathfrak{Q}) = 1$ . The average duration of continuous sections of the object trajectories at the quantizer output is [8]

$$\tau = \sum_{\mathfrak{Q}=1}^{\infty} \mathfrak{Q} w_s(\mathfrak{Q}) = \frac{1}{1 - D_0}. \tag{5}$$

The average duration of the intervals of intermission between the trajectory sections is found by substituting the value  $D_0$  with  $(1 - D_0)$  in the expression (5), and is equal to

$$\bar{\tau} = \frac{1}{D_0}. \tag{6}$$

Using the formulas (5) and (6), the probability  $D_0$  can be expressed as follows:

$$D_0 = \frac{\tau}{\tau + \bar{\tau}}, \tag{7}$$

which corresponds to the relative average duration of the trajectory continuous sections.

Following the selection, the number of points along a continuous section of the trajectory decreases and is equal to the value  $f(\mathfrak{Q}, l)$ , expressed as follows:

$$f(\mathfrak{Q}, l) = \begin{cases} 0 & \text{for } 1 \leq \mathfrak{Q} \leq l; \\ \mathfrak{Q} - l & \text{for } \mathfrak{Q} \geq l + 1, \end{cases} \tag{8}$$

where  $l$  is an integer non-negative value. The average duration of the section, following the selection  $\tau_s$  is found using the formula

$$\tau_s(l) = \sum_{\mathfrak{Q}=1}^{\infty} f(\mathfrak{Q}, l) w_s(\mathfrak{Q}) = \frac{D_0^l}{1 - D_0} = \tau - \frac{1 - D_0^l}{1 - D_0}. \tag{9}$$

The average duration of a continuous section of the trajectory decreases by the value

$$\delta_{\tau}(l) = \frac{1 - D_0^l}{1 - D_0}.$$

By the same value will increase the average duration of intervals between continuous sections, which will become equal to

$$\bar{\tau}_s(l) = \bar{\tau} + \delta_{\tau}(l) = \frac{1 - D_0^{l+1}}{D_0(1 - D_0)}. \tag{10}$$

If the probability of a noise point appearing in a resolution bin is equal to  $F$ , the probability of at least one noise point appearing in the strobe  $\Delta$  corresponds to  $1 - (1 - F)^\Delta$ , which represents the false alarm probability in the strobe without taking into account the selection. The PDF of the durations of continuous sections of the noise trajectory at the selector output shall look as (taking into account the normalizing)

$$w_n(\vartheta) = (1 - F)^\Delta \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^{\vartheta-1}. \quad (11)$$

The average duration of those sections is equal to

$$\varphi = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} \vartheta w_n(\vartheta) = \frac{1}{(1 - F)^\Delta}. \quad (12)$$

The value of the average duration of intervals between continuous sections can be obtained by substituting the value  $(1 - F)^\Delta$  with  $1 - (1 - F)^\Delta$  in the formula (11). As a result, we obtain the expression

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{1 - (1 - F)^\Delta}. \quad (13)$$

By analogy with formula (7) we find the ratio for the probability of false alarms in the strobe in the absence of selection:

$$1 - (1 - F)^\Delta = \frac{\varphi}{\varphi + \bar{\varphi}}. \quad (14)$$

At the selector output, the number of remaining points of a continuous section of the noise trajectory is determined by the function (8). As a result, their average duration will decrease compared to (12) and become equal to

$$\varphi_s(l) = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} f(\vartheta, l) w_n(\vartheta) = \frac{\left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^l}{(1 - F)^\Delta} = \varphi - \frac{1 - \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^l}{(1 - F)^\Delta}. \quad (15)$$

The average duration of the continuous sections of the noise trajectory will decrease by the value of

$$\delta_\varphi(l) = \frac{1 - \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^l}{(1 - F)^\Delta}.$$

The average duration of intervals between continuous sections will increase by the same value, which will become equal to

$$\bar{\varphi}_s(l) = \bar{\varphi} + \delta_\varphi(l) = \frac{1 - \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^l}{(1 - F)^\Delta \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]}. \quad (16)$$

Further, the functions  $\tau_s(l)$ ,  $\bar{\tau}_s(l)$ ,  $\varphi_s(l)$ ,  $\bar{\varphi}_s(l)$  are used to find the true detection and false alarm probabilities in the strobe at the selector output.

**Detection probabilities at the selector output.** The true detection probability in the tracking strobe  $D_s(l)$ , by analogy with the formula (7), shall denote the relative value of the average duration of continuous sections of the object's trajectory

$$D_s(l) = \frac{\tau_s(l)}{\tau_s(l) + \bar{\tau}_s(l)}.$$

Once we substitute values from the formulas (9) and (10) into this correlation, we obtain the expression

$$D_s(l) = D_0^{l+1} = (D(1 - P))^{l+1}, l = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

In order to find the false alarm probability  $F_s(l)$ , by analogy with the formula (14), we obtain the formula

$$F_s(l) = \frac{\varphi_s(l)}{\varphi_s(l) + \bar{\varphi}_s(l)}.$$

By substituting into it the values from (15) and (16), we obtain the correlation

$$F_s(l) = \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^{l+1}. \tag{18}$$

The expressions (17) and (18) define the nature of the change in signal detection probabilities in the tracking strobe when using the time selection method.

**Comparing with the classic detection method.** In the absence of selection, the probabilities of detection in the strobe are found from the formulas (17) and (18) for  $l = 0$ . Of interest is a comparative assessment of the detection probabilities when using the classical method and the time selection method.

For the true detection probabilities, their ratio is found from the formula (17) and is equal to

$$\alpha(l) = \frac{D_s(l)}{D_s(0)} = D_0^l = (D(1 - P))^l. \tag{19}$$

For the false alarm probabilities, their ratio is found from the formula (18):

$$\beta(l) = \frac{F_s(l)}{F_s(0)} = \left[ 1 - (1 - F)^\Delta \right]^l. \tag{20}$$

The values  $\alpha(l)$  and  $\beta(l)$  depend on the SNR  $\rho$  through the probabilities  $D$  and  $F$ .

Let us consider the case when the PDF of the mix of the object’s signal and noise at the input of the quantizer conforms to the Rayleigh law of distribution. It is known [1] that there is a connection between the true detection probabilities  $D$ , the false alarm probability  $F$  and the SNR  $\rho$ , expressed as follows

$$F = D^{1+\rho}. \tag{21}$$

We shall assign the dependencies (19) and (20) on the selection interval  $l$  and SNR  $\rho$  for the concrete values:  $D = 0.8$ ,  $P = 0$ ,  $\Delta = 4$ ,  $\rho = 15$ . Note that, in accordance with (21), the value of the false alarm probability is  $F = 2.8 \cdot 10^{-2}$ . For the SNR  $\rho = 5$ ; 10; 15; 20 the graphs of the functions (19) and (20) are presented in Figure 2.

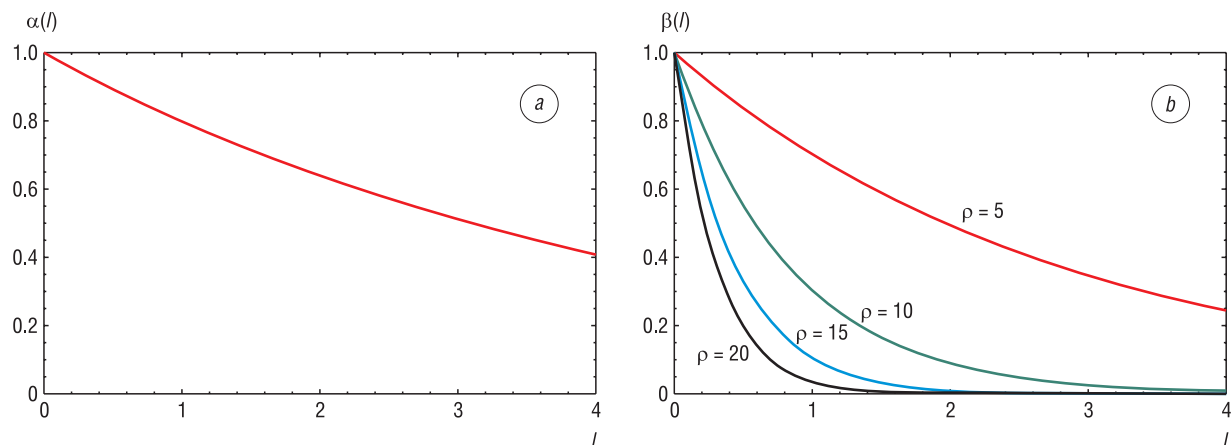


Figure 2. Functions of probabilities of detection with the time selection method compared with the classical method: *a* – correct detection  $\alpha(l)$ , *b* – false alarms  $\beta(l)$

The course of these functions shows the degree of change in the detection probabilities when using the time selection method, i.e., taking into account the characteristics of the object trajectory as compared with the classical detection method.

**Modeling results.** For modeling, the trajectories were selected, corresponding to the model of motion assigned by the equation (1) with the interval of increments  $\Delta_s = 4$ . For the first trajectory, the initial value is set at the moment of time  $k = 1$  and is equal to 0, for the second one at the moment  $k = 10$  and is equal to 20. The remaining parameters are taken from the preceding example with the interval of selection  $l = 2$  and the SNR  $\rho = 15$ .

Figure 3 shows the positions of random point signals of objects and noise at discrete moments of time  $k = 1, \dots, 50$  at the output of the quantizer.

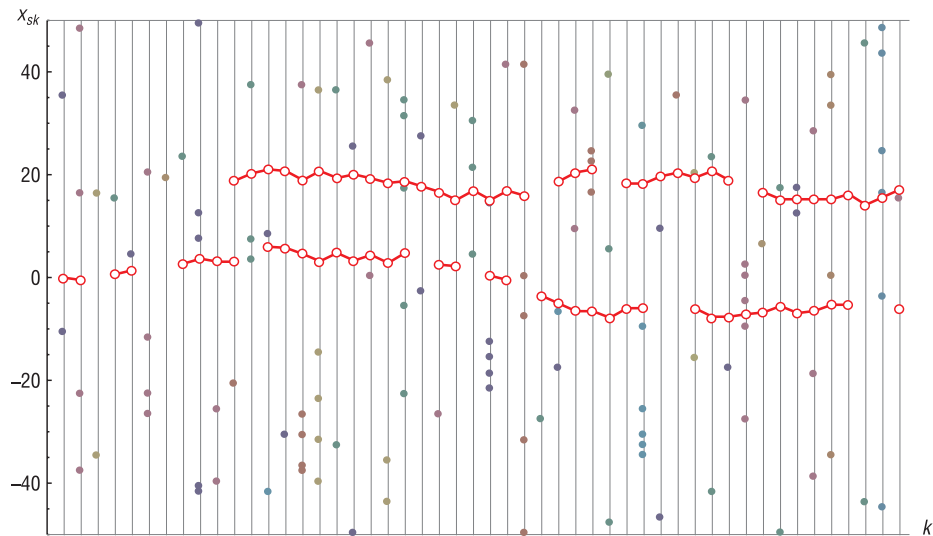


Figure 3. Random point signals at the output of the quantizer

In order to illustrate the nature of the trajectories of the objects, their points are connected by solid lines. In their absence, the points of objects and noises are indistinguishable. Interruptions between the sections of the trajectories correspond to the true detection probabilities  $D = 0.8$ . Figure 4 shows the results of processing of this data using the time selection method.

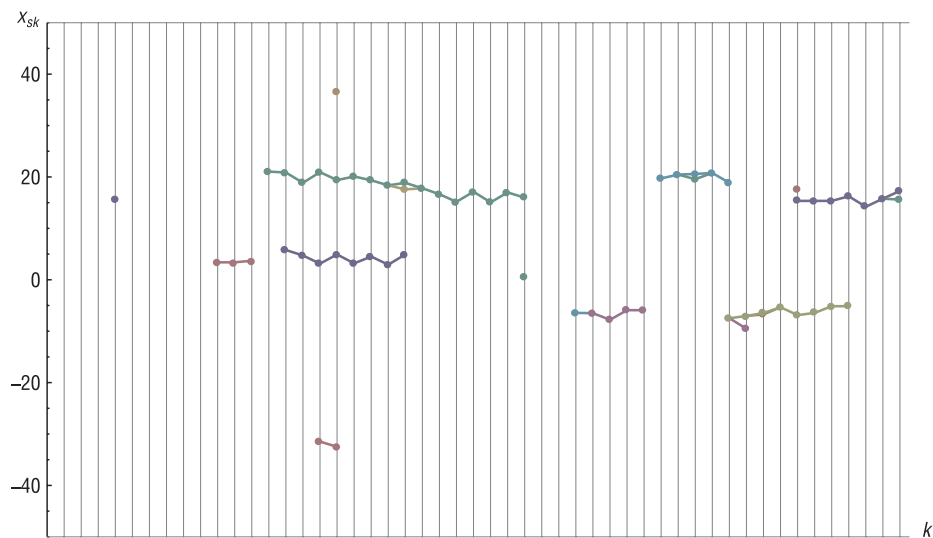


Figure 4. The results of processing data from Figure 3 by time-selection method

Resultant from the selection, the false alarm probabilities have decreased from the level  $F_s(0) = 2.8 \cdot 10^{-2}$  down to  $F_s(2) = 1.3 \cdot 10^{-3}$ . From Figure 4, one can see that in the realization given, the trajectories of objects stand out which increase due to a decrease in the true detection probability  $D = 0.8$  down to  $D_s(2) = 0.64$ . In some places, trajectories of the objects bifurcate by the onset of noise trajectories, but they are quickly cut off or merge with the object trajectories. In addition, there are five residual noise points and one noise trajectory with a duration of one period in the realization. The number of noise trajectories can be reduced by increasing the selection interval, however, this will increase the duration of interruptions in the trajectory.

At the next stage of tracking, the interruptions in the trajectories are filled through their extrapolation. The development of a filter-extrapolator algorithm is the subject of further research.

**Conclusion.** Detection, taking into account the characteristics of the trajectory of motion of an object, enables obtaining better performance in the detection of moving objects compared to the classical method. This is expressed, in particular, in the fact that with the same probabilities of true detection and signal-to-noise ratio, it is possible to ensure lower false alarms probabilities. This is achieved by using, at the second stage of detection, the method of time selection taking into account characteristics of the trajectory of the object. The problem is solved for the case of statistically independent fluctuations of the object's signal (fast fluctuations) and statistically independent positions on the coordinate axis of false alarm signals. It is of interest to further develop the method for probability distributions of a wider class. Since, at the output of the selector, the true detection probability is lesser than one, there are discontinuities in the measurements of the object coordinates. It is advisable to conduct research on filtering and extrapolation of the rupturing processes with respect to the detection method reviewed.

## References

1. Tihonov V.I. *Statistical Radioengineering*. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 624 p. (in Russian).
2. Blackman S., Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Norwood, Artech House, 1999. 1230 p.
3. Nilsson N.J. On the optimum range resolution of radar signals in noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1961, vol. 7, no. 4, pp. 245–253. <https://doi.org/10.1109/tit.1961.1057660>
4. Bol'shakov I. A., Vatollo V. V., Latysh V.G. Methods for joint detection and measurement of an unknown number of signals based on the theory of random points. *Radiotekhnika i elektronika* [Radioengineering and Electronics], 1964, no. 4, pp. 563–570 (in Russian).
5. Wang J., Yi W., Kirubarajan T., Kong L. An Efficient Recursive Multiframe Track-Before-Detect Algorithm. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, vol. 54, no. 1, pp. 190–204. <https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2741898>
6. Li W., Yi W., Wen M., Orlando D. Multi-PRF and multi-frame track-before-detect algorithm in multiple PRF radar system. *Signal Processing*, 2020, vol. 174, art. 107648. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107648>
7. Ferster H., Tsopf J. (eds.) *Principles of Self-Organization. Proceedings*. Moscow, Mir Publ., 1966. 624 p. (in Russian).
8. Ventcel' E. S., Ovcharov L.A. *Theory of Stochastic Processes and its Engineering Applications*. Moscow, Nauka Publ., 1991. 383 p. (in Russian).

## Information about the authors

*Valentin M. Artemiev* – Corresponding Member of National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Engineering), Professor, Chief Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [artemiev@iaph.bas-net.by](mailto:artemiev@iaph.bas-net.by)

*Sergei M. Kostromitsky* – Corresponding Member of National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sc. (Engineering), Professor, Director of the Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus (15/5, suite 420, P. Brovka Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [info@radiotechnika.by](mailto:info@radiotechnika.by)

*Alexander O. Naumov* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (16, Akademicheskaya Str., 220072, Minsk, Republic of Belarus). <https://orcid.org/0000-0002-4624-9261>. E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

## Информация об авторах

*Артемьев Валентин Михайлович* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [artemiev@iaph.bas-net.by](mailto:artemiev@iaph.bas-net.by)

*Костромитский Сергей Михайлович* – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, директор Центра радиотехники Национальной академии наук Беларуси (ул. П. Бровка, 15/5, каб. 420, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [info@radiotechnika.by](mailto:info@radiotechnika.by)

*Наумов Александр Олегович* – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией радиотомографии, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси (ул. Академическая, 16, 220072, Минск, Республика Беларусь). <https://orcid.org/0000-0002-4624-9261>. E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

**С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин***Военная академия Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь***АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С МНОГОФАЗНОЙ ДРОБНОЙ ЗУБЦОВОЙ ОБМОТКОЙ В ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ**

**Аннотация.** Разработана аналитическая модель для расчета магнитного поля в многофазной синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками. Проведен гармонический анализ функций распределения магнитного поля возбуждения и магнитного поля реакции якоря с учетом наличия высших гармонических составляющих в функции магнитодвижущей силы постоянных магнитов, переменной магнитной проводимости воздушного зазора, полигармонического режима работы многофазной электрической машины и несинусоидального закона изменения пространственных обмоточных функций. В результате анализа приведено обоснование, что в исследуемой электрической машине девятифазная обмотка может извлекать с наибольшей эффективностью гармонические составляющие первого и третьего порядков вращающегося магнитного поля для создания потокосцепления и наведения электродвижущей силы (а также создавать магнитодвижущую силу с преобладающими пространственными гармониками первого и третьего порядков). В исследуемой электрической машине амплитуды рабочих гармоник индукции модулированного магнитного поля реакции якоря могут быть увеличены за счет модуляции нерабочих гармоник магнитодвижущей силы реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков. Для проверки разработанных положений создана магнитостатическая векторная модель магнитного поля исследуемой электрической машины. Результаты моделирования подтвердили высокую результативность разработанной аналитической модели для расчета магнитного поля в синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками. Применение такой модели позволит наиболее достоверно выявить влияние геометрических параметров магнитной цепи и схемы многофазной обмотки на характер изменения функций индукции магнитного поля в воздушном зазоре при наименьших временных затратах в процессе оптимизации электрической машины.

**Ключевые слова:** синхронная электрическая машина, многофазная обмотка, высшие гармоники, магнитное поле, пространственная обмоточная функция

**Для цитирования:** Пантелеев, С. В. Анализ особенностей магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой в полигармоническом режиме работы / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 343–355. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>

**Stanislav V. Pantelev, Andrey N. Malashin***Military Academy of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus***ANALYSIS OF FEATURES OF MAGNETIC FIELD OF A SYNCHRONOUS ELECTRIC MACHINE WITH A MULTI-PHASE FRACTIONAL SLOT WINDING IN A POLYHARMONIC MODE OF OPERATION**

**Abstract.** An analytical model has been developed for calculating magnetic field in a multiphase synchronous electric machine with fractional toothed windings. For this, a harmonic analysis of the distribution functions of the magnetic field of excitation and the magnetic field of the armature reaction was carried out, taking into account the presence of higher harmonic components in the function of the magnetomotive force of permanent magnets, variable magnetic conductivity of the air gap, polyharmonic mode of operation of a multiphase electric machine and a non-sinusoidal law of variation of spatial winding functions. As a result of the analysis, the substantiation is given that in the investigated electric machine a nine-phase winding can extract with the greatest efficiency the harmonic components of the first and third order of a rotating magnetic field to create flux linkage and induce an electromotive force (as well as create a magnetomotive force with prevailing spatial harmonics of the first and third order). In the investigated electric machine, the amplitudes of the working harmonics of the induction of the modulated magnetic field of the armature reaction can be increased due to the modulation of the inoperative harmonics of the magnetomotive force of the armature response by the stator teeth to the first and third order. To check the developed provisions, a magnetostatic vector model of the magnetic field of the investigated electric machine was created. The simulation results confirmed the high efficiency of the developed analytical model for calculating the magnetic field in a synchronous electric machine with fractional toothed windings. The use of such a model will make it possible to reveal most reliably the influence of the geometric

parameters of the magnetic circuit and the multiphase winding circuit on the nature of the change in the functions of the magnetic field in the air gap with the lowest time costs in the process of optimizing an electric machine.

**Keywords:** synchronous electric machine, multiphase winding, higher harmonics, magnetic field, spatial winding function

**For citation:** Panteleev S. V., Malashin A. N. Analysis of features of magnetic field of a synchronous electric machine with a multi-phase fractional slot winding in a polyharmonic mode of operation. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 343–355 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-343-355>

**Введение.** В системах электроснабжения автономных объектов широко применяются синхронные электрические машины с постоянными магнитами (ПМ), что объясняется высокой надежностью, простотой конструкции, высоким КПД и коэффициентом мощности по сравнению с другими классами электрических машин [1, 2]. Можно выделить особую группу синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками (СЭМ с ДЗО), которые имеют уменьшенную удельную массу за счет уменьшения длины лобовых частей обмотки, осевых размеров электрической машины, ширины ярма магнитопровода статора и ярма ротора [3]. Основным недостатком СЭМ с ДЗО является наличие широкого спектра пространственных гармоник магнитного поля в воздушном зазоре, обусловленных несинусоидальным распределением индукции магнитного поля возбуждения и реакции якоря, что является причиной дополнительных потерь в электрической машине [4].

Разработанный в [5, 6] способ полезного преобразования энергии высших гармонических составляющих вращающегося магнитного поля за счет использования многофазной обмотки ( $m > 3$ ) в СЭМ с ДЗО позволяет повысить удельную мощность, уменьшить амплитуду и увеличить частоту пульсаций мгновенной мощности (или крутящего момента), а также уменьшить потери от высших гармоник магнитного поля возбуждения в электрической машине. Данный подход предполагает целенаправленное формирование таких условий проявления высших гармонических составляющих пространственных функций распределения магнитодвижущей силы (МДС) и магнитной индукции, а также временных графиков электродвижущей силы (ЭДС) и токов в обмотках электрической машины, при которых реализовано их полезное использование для улучшения характеристик электрической машины.

Структура электромагнитной системы СЭМ с ДЗО характеризуется двусторонней зубчатостью (наличием открытых и полужакрытых пазов). В таком случае магнитное поле возбуждения модулируется посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора электрической машины. Существующие научные труды в основном сосредоточены на исследовании влияния эффекта модуляции магнитного поля на пульсации крутящего момента [7], виброшумовые показатели [8], величину потерь в электрической машине [9]. Однако не исследована возможность полезного использования высших (в том числе модулированных) гармоник вращающегося магнитного поля возбуждения для наведения ЭДС в многофазной зубцовой обмотке СЭМ.

При функционировании многофазной электрической машины с полигармонической ЭДС и двунаправленного полупроводникового преобразователя электрической энергии в автономной системе электроснабжения вполне корректно принять допущение об активном характере нагрузки электрической машины [10]. В данном случае система полигармонических токов многофазной ДЗО будет образовывать в воздушном зазоре электрической машины по две волны индукции магнитного поля с разным числом полюсов и направлением вращения на каждую гармонику тока [4]. При этом магнитное поле реакции якоря модулируется посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора электрической машины.

Переменная магнитная проводимость воздушного зазора СЭМ с ДЗО, несинусоидальное распределение фазных обмоток, повышенная «степень свободы» многофазных электрических машин [2, 11] и полигармонический режим работы [12] обуславливают сложный характер изменения магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с многофазной ДЗО. Расчет магнитного поля в электрической машине является основным этапом при определении ее индуктивных параметров и ЭДС [12].

*Цель настоящей работы* – провести анализ распределения магнитного поля синхронной электрической машины с многофазной дробной зубцовой обмоткой, и установить степень влияния высших (в том числе модулированных) гармоник вращающегося магнитного поля на ЭДС в обмотке электрической машины.



**Структура электромагнитной системы синхронных электрических машин с дробными зубцовыми обмотками.** Особенностью СЭМ с ДЗО является то, что одному полюсному делению ротора соответствует не целое, а дробное число зубцовых (пазовых) делений статора. При этом в таких электрических машинах схема обмотки над полюсом или над парой полюсов не может быть дублирована для построения всей обмотки.

В СЭМ с ДЗО обмотка статора выполняется из катушек, каждая из которых размещена на отдельном зубце магнитопровода статора. Обмотка состоит из  $\Theta$  повторяющихся частей, соединенных последовательно. В каждой из этих частей содержится  $m$  катушечных групп, количество которых равно числу фаз электрической машины. В катушечную группу включаются расположенные подряд и соединенные последовательно катушки, число которых равно  $z_{gr}$ . Правила выбора параметров  $\Theta$ ,  $m$ ,  $z_{gr}$  и числа пар полюсов  $p$  для СЭМ с ДЗО даны в [4, 5].

На рис. 1 приведен пример схемы линейной развертки электромагнитной системы и схемы обмотки девятифазной СЭМ с зубцовым шагом обмотки статора при следующих параметрах электрической машины:  $\Theta = 2$ ,  $m = 9$ ,  $z_{gr} = 2$ ,  $p = 17$ , число пазов магнитопровода статора  $z_1 = 36$  и число пазов на полюс и фазу  $q = 2/17$ . При построении зубцовой обмотки использовался известный метод звезды векторов пазовых ЭДС [1].

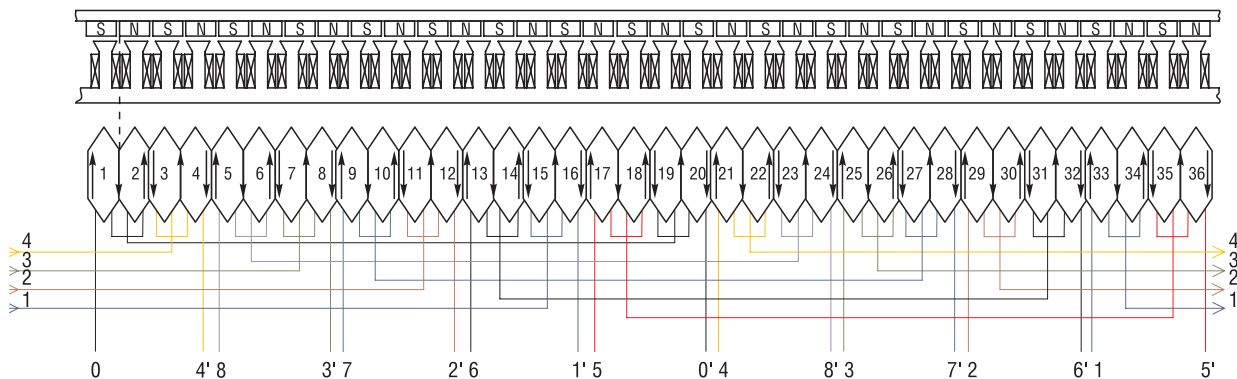


Рис. 1. Пример схемы линейной развертки электромагнитной системы и схемы обмотки синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при  $m = 9$ ,  $z_1 = 36$ ,  $p = 17$ ,  $q = 2/17$

Fig. 1. An example of a linear sweep diagram of an electromagnetic system and a winding diagram of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at  $m = 9$ ,  $z_1 = 36$ ,  $p = 17$ ,  $q = 2/17$

Для моделирования влияния схемы и параметров обмотки на вращающееся магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины используется пространственная обмоточная функция (ПОФ) [10, 14]. Гармонический состав ПОФ определяет характер распределения МДС обмотки вдоль воздушного зазора и фильтрующие свойства обмотки как источника ЭДС по отношению к высшим пространственным гармоникам магнитного поля.

На рис. 2 представлены график изменения ПОФ вдоль воздушного зазора и амплитудно-частотные характеристики ПОФ для одной фазы (синий) и девятифазной обмотки (красный) СЭМ с ДЗО при  $m = 9$ ,  $q = 2/17$ .

Из зависимостей на рис. 2 видно, что пространственная обмоточная функция для сосредоточенной обмотки исследуемой электрической машины содержит широкий спектр пространственных гармоник. В частности, гармонические составляющие с порядковым номером  $\nu \in [11, 19]$  являются преобладающими и гармониками первого порядка. Им соответствуют гармоники третьего порядка, из которых преобладающими являются составляющие с номером  $\nu = 51, 57$ . Следовательно, исследуемая девятифазная обмотка может извлекать с наибольшей эффективностью гармонические составляющие первого и третьего порядков вращающегося магнитного поля для создания потокосцепления и наведения ЭДС, а также создавать МДС с преобладающими пространственными гармониками первого и третьего порядков.

**Анализ особенностей магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины.** Анализ характеристик магнитного поля позволяет определить распределение индукции магнитного поля в воздушном зазоре и других активных частях машины, вычислить потокосцепления,

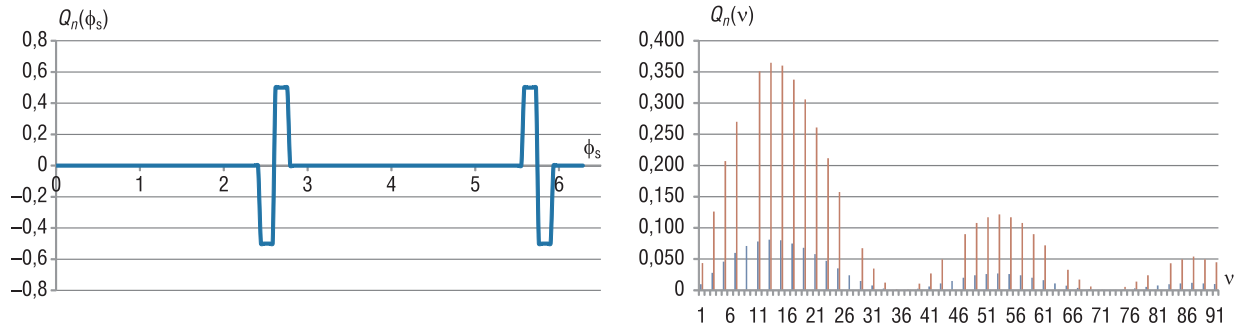


Рис. 2. График изменения пространственной обмоточной функции вдоль воздушного зазора и амплитудно-частотные ее характеристики для одной фазы (синий) и девятифазной обмотки (красный) синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при  $m = 9, q = 2/17$

Fig. 2. Graph of changes in the spatial winding function along the air gap and its amplitude-frequency characteristics for one phase (blue) and nine-phase winding (red) of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at  $m = 9, q = 2/17$

ЭДС и индуктивные параметры обмотки статора. Для этого необходимо принять ряд допущений: электромагнитное поле в электрической машине является плоскопараллельным [12]; магнитная проницаемость стали бесконечно велика, насыщение магнитопровода не учитывается [1]; относительная проницаемость постоянных магнитов равна проницаемости воздуха [12]; потоки рассеивания и концевой эффект обмотки не учитываются.

*Магнитное поле возбуждения.* Для СЭМ с ДЗО (см. рис 1) функция изменения магнитодвижущей силы (МДС) постоянных магнитов в воздушном зазоре определяется выражением

$$F_r(\phi_s) = F_{pm} \sum_{k=0}^{2p-1} w_k S(\phi_s - k\tau_r), \quad (1)$$

где  $F_{pm}$  – коэрцитивная сила постоянного магнита;  $w_k$  – компонент, определяющий направление намагничивания постоянного магнита (1; -1);  $\tau_r = \pi/p$  – величина полюсного деления ротора;  $p$  – число пар полюсов ротора (которое в данной статье определяет порядок основной гармоники магнитного поля СЭМ с ДЗО);  $\phi_s$  – фаза по окружности воздушного зазора;  $S(\phi_s - k\tau_r)$  – функция полюсного деления ротора, которая определяется следующим образом:

$$S(\phi_s - k\tau_r) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\phi_s - k\tau_r) \in [0, b_r]; \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

На рис. 3 представлены график и амплитудно-частотная характеристика функции распределения первичной МДС постоянных магнитов в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО.

Из рис. 3 следует, что в функции распределения первичной МДС постоянных магнитов преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен  $vp$ .

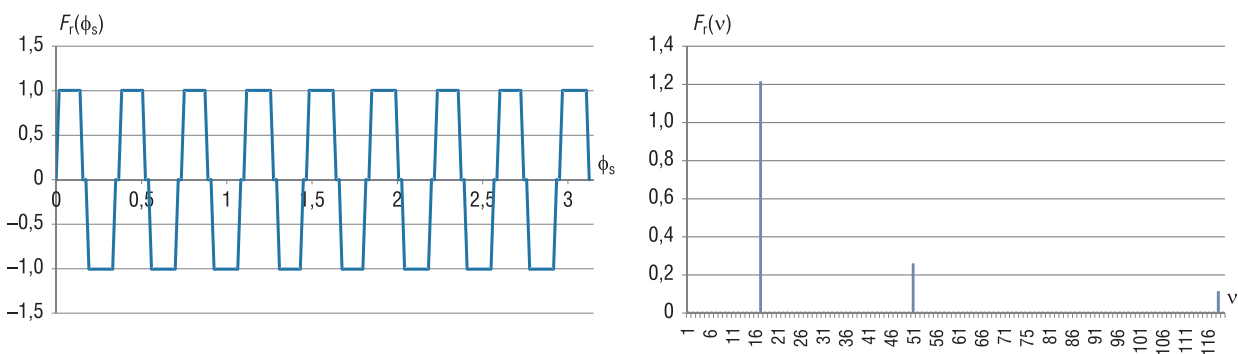


Рис. 3. График и амплитудно-частотная характеристика функции распределения первичной магнитодвижущей силы постоянных магнитов в воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 3. Graph and amplitude-frequency characteristic of the distribution function of the primary magnetomotive force of permanent magnets in the air gap of a synchronous electric machine with fractional toothed windings

С учетом этого выражение (1) можно представить в частотной области и приближенном виде следующим образом:

$$F_r(\phi_s, t) \approx \sum_{v=1,3,\dots}^7 F_{vr} \cos vp(\Omega_r t - \phi_s), \quad (3)$$

где  $\Omega_r$  – механическая скорость вращения;  $v$  – порядок гармонической составляющей МДС;  $F_{vr}$  – амплитуда гармоники МДС  $v$ -го порядка.

Пазы магнитопровода статора обуславливают изменение значений функции магнитной проводимости вдоль воздушного зазора СЭМ с ДЗО. Путем введения функции модуляции МДС возбуждения  $M[F_r(\phi_s, t)]$  физическому воздушному зазору с переменной магнитной проводимостью можно поставить в соответствие эквивалентный воздушный зазор с постоянной магнитной проводимостью, как показано на рис. 4.

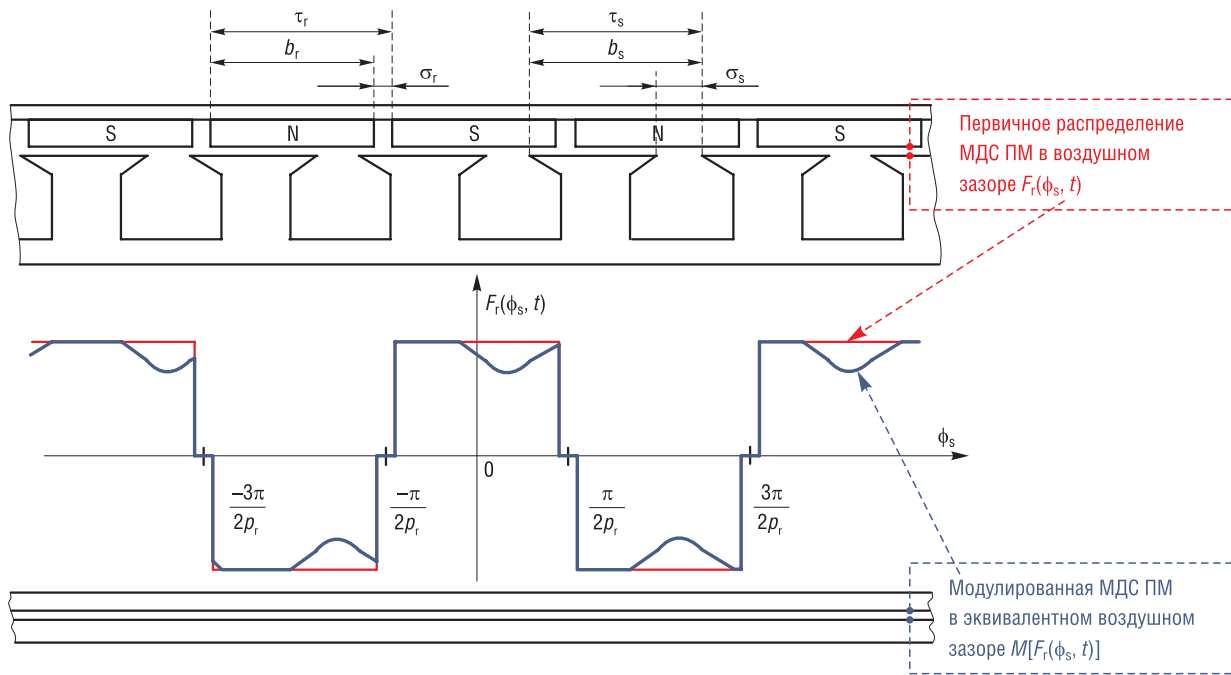


Рис. 4. Модулированная магнитодвижущая сила постоянных магнитов в эквивалентном воздушном зазоре с постоянной магнитной проводимостью

Fig. 4. Modulated magnetomotive force of permanent magnets in an equivalent air gap with constant magnetic conductivity

Функция модуляции МДС возбуждения пазами статора преобразует произвольную непрерывную функцию к кусочно-линейной функции на периоде  $[0, 2\pi]$ :

$$M[F_{r(s)}(\phi_s)] = M_s(\phi_s) F_{r(s)}(\phi_s);$$

$$M[F_{r(s)}(\phi_s)] = \begin{cases} F_{r(s)}(\phi_s), \phi_s \in [x\tau_s, x\tau_s + b_s], x \in Z; \\ f(\sigma_s/\tau_s) F_{r(s)}(\phi_s), \phi_s \notin [x\tau_s, x\tau_s + b_s], x \in Z, \end{cases} \quad (4)$$

где  $M_s(\phi_s)$  – функция модуляции пазами статора;  $\tau_s$  – зубцовое деление статора, рад;  $b_s$  – интервал, занимаемый зубцами статора, рад;  $f(\sigma_s/\tau_s)$  – функция, учитывающая изменение первичной МДС в области паза статора [15];  $\sigma_s$  – ширина паза статора, рад.

На рис. 5 представлены график и амплитудно-частотная характеристика функции модуляции МДС вдоль воздушного зазора СЭМ с ДЗО.

Из содержания рис. 5 можно сделать вывод, что в функции модуляции МДС пазами статора преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен  $jz_1$ .

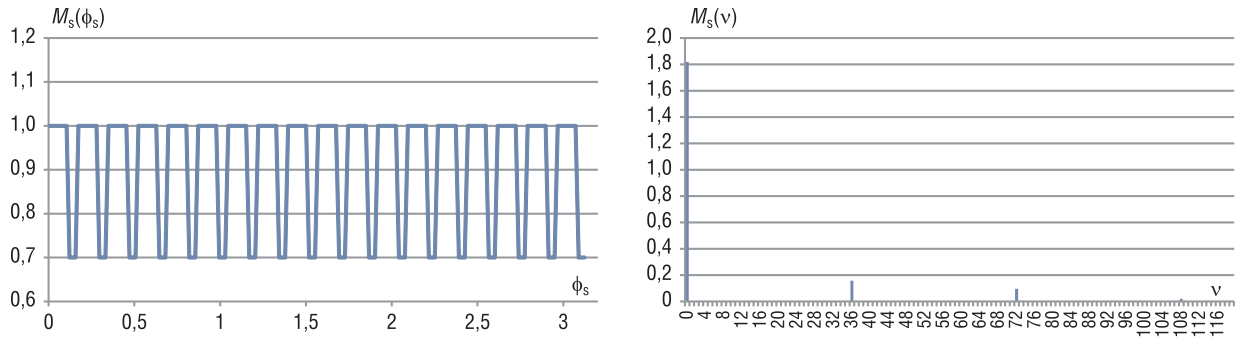


Рис. 5. График и амплитудно-частотная характеристика функции модуляции магнитодвижущей силы вдоль воздушного зазора синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 5. Graph and frequency response of the modulation function of the magnetomotive force along the air gap of a synchronous electric machine with fractional toothed windings

С учетом этого функцию модуляции в выражении (4) можно представить в частотной области следующим образом:

$$M_s(\phi_s) = \sum_{j=0}^5 M_{sj} \cos(jz_1\phi_s), \tag{5}$$

где  $j$  – порядок гармонической составляющей функции модуляции;  $M_{sj}$  – амплитуда гармоники функции модуляции  $j$ -го порядка.

При работе исследуемой электрической машины без нагрузки модулированная МДС постоянных магнитов обеспечивает в эквивалентном равномерном воздушном зазоре распределение индукции магнитного поля возбуждения, радиальная составляющая которой определяется выражениями [16]:

$$B_r(\phi_s, t) = \lambda_0 F_r(\phi_s, t) M_s(\phi_s); \tag{6}$$

$$B_r(\phi_s, t) = \frac{1}{2} \lambda_0 \sum_{j=0,1,2\dots}^{\infty} \sum_{v=1,3,5\dots}^{\infty} F_{vr} M_{sj} \cos[vp\Omega_r t - (vp + jz_1)\phi_s] + \frac{1}{2} \lambda_0 \sum_{j=0,1,2\dots}^{\infty} \sum_{v=1,3,5\dots}^{\infty} F_{vr} M_{sj} \cos[vp\Omega_r t - (vp - jz_1)\phi_s], \tag{7}$$

где  $\lambda_0 = \mu_0/\delta$  – постоянная магнитная проводимость эквивалентного равномерного воздушного зазора;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума;  $\delta$  – величина эквивалентного равномерного воздушного зазора.

Выражение (6) определяет функцию пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля возбуждения в эквивалентном воздушном зазоре СЭМ с ДЗО, график и амплитудно-частотная характеристика которой представлены на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что для исследуемой СЭМ с ДЗО в спектре сигнала индукции модулированного магнитного поля возбуждения пространственные гармоники порядка  $vp$  являются преобладающими, что соответствует преобладающим гармоническим составляющим пространственной обмоточной функции обмотки (см. рис. 2). Вместе с тем в результате модуляции первичного распределения МДС возбуждения явными зубцами статора спектр сигнала содержит гармонические составляющие, порядковый номер которых не равен  $vp$ .

Выражение (7) определяет гармонический состав индукции магнитного поля возбуждения СЭМ с ДЗО. Из данного выражения видно, что посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора выполняется модуляция первичного распределения МДС постоянных магнитов. После модуляции МДС (3) зубцами статора в воздушном зазоре электрической машины индукция магнитного поля возбуждения содержит кроме исходных гармоник порядка  $vp$  с механической скоростью вращения  $\Omega_r$  также модулированные гармоники с порядком  $|vp \pm jz_1|$ , вращающиеся со скоростью  $vp\Omega_r/(vp \pm jz_1)$ . Положительная и отрицательная скорости вращения соответствуют гармоникам, вращающимся в одном или обратном направлении с ротором.

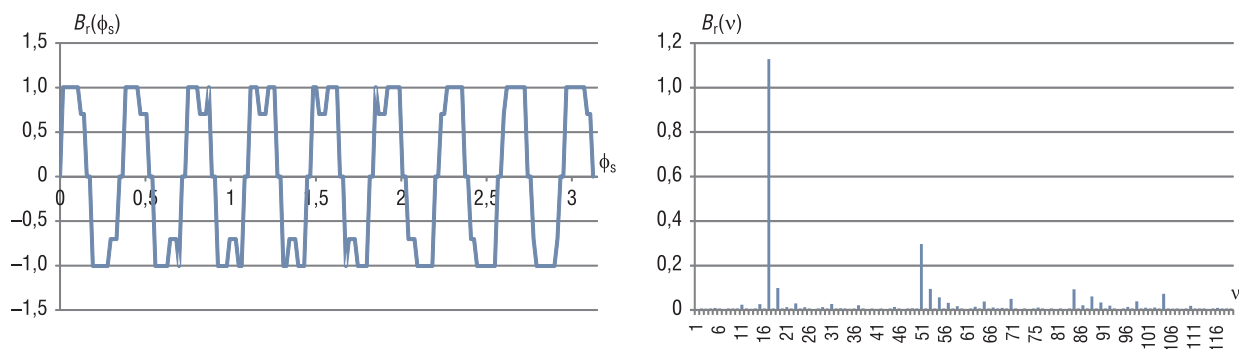


Рис. 6. График пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля возбуждения в эквивалентном воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ( $m = 9, q = 2/17$ ) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 6. The graph of the spatial distribution of the induction of the modulated magnetic field of excitation in the equivalent air gap of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ( $m = 9, q = 2/17$ ) and its amplitude-frequency characteristic

*Анализ магнитного поля реакции якоря.* Схема обмотки и параметры обмотки характеризуются пространственной обмоточной функцией (см. рис. 2), которая оказывает значительное влияние на МДС реакции якоря. Гармонический состав ПОФ определяет характер распределения МДС обмотки вдоль воздушного зазора.

Зависимость функции распределения первичной МДС реакции якоря  $F_s(\phi_s, t)$  от распределения пространственной обмоточной функции определяет следующее выражение:

$$F_s(\phi_s, t) = \sum_{n=1}^m [Q_n(\phi_s) i_n(t)], \tag{8}$$

где  $Q_n(\phi_s)$  – пространственная обмоточная функция  $n$ -й фазы,  $i_n(t)$  – ток в  $n$ -й фазе обмотки якоря.

При синусоидальных (слева) и полигармонических (относительные значения амплитуд гармоник тока  $I_{1m} = 1; I_{3m} = 0,2$  [5]) токах (справа) в фазных обмотках исследуемой СЭМ с ДЗО график изменения функции распределения первичной МДС реакции якоря  $F_s(\phi_s)$  в момент времени  $t$  показан на рис. 7.

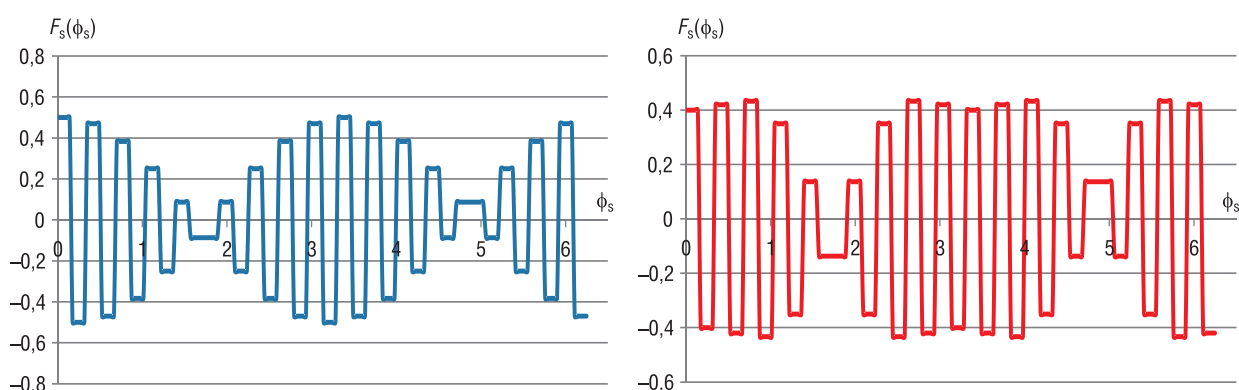


Рис. 7. График изменения функции распределения первичной магнитодвижущей силы реакции якоря  $F_s(\phi_s)$  синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при  $m = 9, q = 2/17$

Fig. 7. Graph of the change in the distribution function of the primary magnetomotive force of the armature reaction  $F_s(\phi_s, t)$  of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at  $m = 9, q = 2/17$

На рис. 8 представлены амплитудно-частотные характеристики функций распределения первичной МДС реакции якоря  $F_s(\phi_s, t)$  при синусоидальных (синий) и полигармонических (красный) токах в фазных обмотках электрической машины.

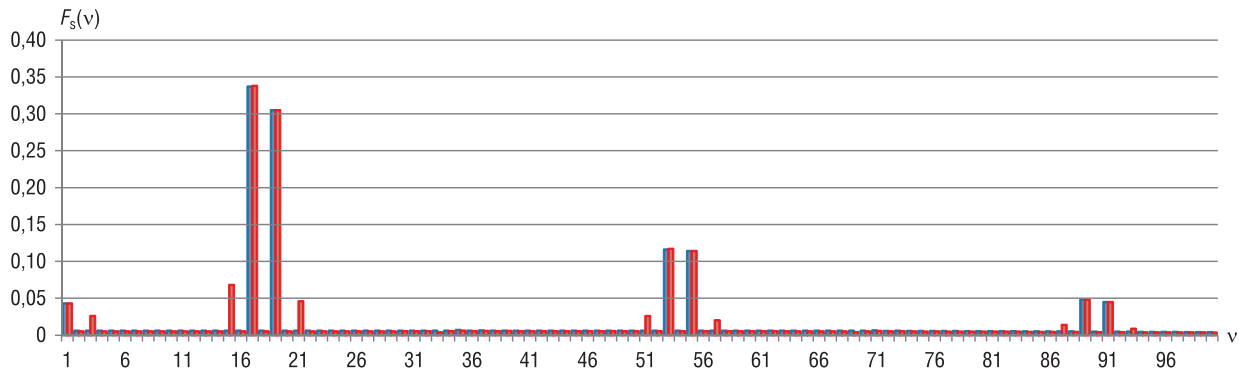


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики функции распределения первичной магнитодвижущей силы реакции якоря  $F_s(\phi_s, t)$  при синусоидальных (синий) и полигармонических (красный) токах в фазных обмотках синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками при  $m = 9, q = 2/17$

Fig. 8. Amplitude-frequency characteristics of the distribution function of the primary magnetomotive force of the armature reaction  $F_s(\phi_s, t)$  at sinusoidal (blue) and polyharmonic (red) currents in the phase windings of a synchronous electric machine with fractional tooth windings at  $m = 9, q = 2/17$

На основании информации, отраженной на рис. 7 и 8, можно сделать вывод, что в функции распределения первичной МДС реакции якоря преобладают пространственные гармонические составляющие, порядок которых равен

$$\begin{aligned} k_{iv} &= i(z_1/2) + v_{I_m}; \\ m_{iv} &= i(z_1/2) - v_{I_m}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $i = 1, 3, 5, \dots$  – целые числа,  $v_{I_m} = 1, 3, \dots$  – порядок гармоник тока в обмотке якоря.

С учетом этого выражение (8) можно представить в частотной области и приближенном виде следующим образом:

$$F_s(\phi_s, t) \approx \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{v=1,3,\dots} F_{k_{iv}} \cos(\omega_s - k_{iv}\phi_s) + \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{v=1,3,\dots} F_{m_{iv}} \cos(-\omega_s - m_{iv}\phi_s), \quad (10)$$

где  $\omega_s = p_r \Omega_r$  – электрическая угловая скорость вращения;  $F_{k_{iv}}$  и  $F_{m_{iv}}$  – амплитуды гармоник  $k$ -го и  $m$ -го порядка соответственно.

Неравномерный воздушный зазор электрической машины обуславливает модуляцию первичного распределения МДС реакции якоря пазами статора (4), (5). Модулированная МДС обеспечивает в эквивалентном равномерном воздушном зазоре распределение индукции магнитного поля возбуждения, радиальная составляющая которой определяется выражениями:

$$B_s(\phi_s, t) = \lambda_0 F_s(\phi_s, t) M_s(\phi_s); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} B_s(\phi_s, t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{v=1,3,\dots} \sum_{j=0}^{\infty} F_{k_{iv}} M_{sj} \left[ \cos(\omega_s - \phi_s(k_{iv} + jz_1)) + \cos(\omega_s - \phi_s(k_{iv} - jz_1)) \right] \times \\ &\times \frac{1}{2} \sum_{i=1,3,\dots} \sum_{v=1,3,\dots} \sum_{j=0}^{\infty} F_{m_{iv}} M_{sj} \left[ \cos(-\omega_s - \phi_s(m_{iv} + jz_1)) + \cos(-\omega_s - \phi_s(m_{iv} - jz_1)) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Выражение (11) определяет функцию пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля реакции якоря в эквивалентном воздушном зазоре СЭМ с ДЗО, график и амплитудно-частотная характеристика которой представлены на рис. 9.

Очевидно, что в результате модуляции первичного распределения МДС реакции якоря явными зубцами статора спектр сигнала содержит гармонические составляющие, порядковый номер которых не равен  $k_{iv}$  и  $m_{iv}$ .

Выражение (12) определяет гармонический состав индукции магнитного поля реакции якоря СЭМ с ДЗО. Из этого выражения следует, что посредством переменной магнитной проводимости воздушного зазора выполняется модуляция (5) первичного распределения МДС реакции якоря (10). После модуляции МДС зубцами статора в воздушном зазоре электрической машины спектр индук-

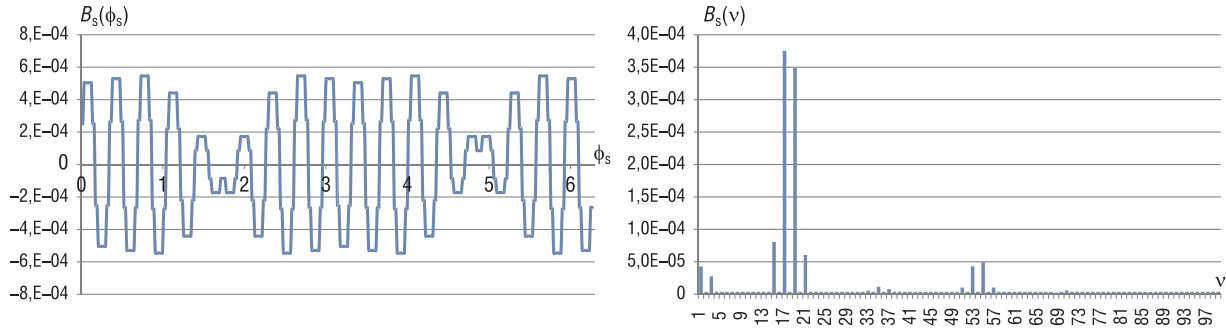


Рис. 9. График пространственного распределения индукции модулированного магнитного поля реакции якоря в эквивалентном воздушном зазоре синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ( $m = 9$ ,  $q = 2/17$ ) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 9. Graph of the spatial distribution of the induction of the modulated magnetic field of the armature reaction in the equivalent air gap of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ( $m = 9$ ,  $q = 2/17$ ) and its amplitude-frequency characteristic

ции магнитного поля реакции якоря содержит кроме исходных гармоник порядка  $k_{iv}$  (и  $m_{iv}$ ) с механической скоростью вращения  $p\Omega_r/k_{iv}$  (и  $-p\Omega_r/m_{iv}$ ) также модулированные гармоники с порядком  $|k_{iv} \pm jz_1|$  (и  $|m_{iv} \pm jz_1|$ ), вращающиеся с механической скоростью  $p\Omega_r/|k_{iv} \pm jz_1|$  (и  $-p\Omega_r/|m_{iv} \pm jz_1|$ ).

Таким образом, функция первичного распределения МДС реакции якоря (см. рис. 8) содержит гармонические составляющие, которые посредством зубцов статора модулируются до первого и третьего порядков. С учетом модуляции вращающегося магнитного поля в воздушном зазоре уточненный процесс работы СЭМ с ДЗО представлен следующим образом:

постоянные магниты, расположенные на поверхности ротора, образуют МДС, которая сначала синхронно модулируется полюсами ротора, а затем асинхронно – зубцами магнитопровода статора;

чтобы максимизировать потокосцепление и ЭДС, порядок преобладающих гармонических составляющих пространственной обмоточной функции обмотки якоря должен быть равен порядку преобладающих гармонических составляющих модулированной МДС от постоянных магнитов;

амплитуды рабочих гармоник индукции модулированного магнитного поля реакции якоря могут быть увеличены за счет модуляции нерабочих гармоник МДС реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков.

**Результаты моделирования.** Проверку адекватности аналитических выражений для определения функции магнитной индукции в воздушном зазоре и индуцированной ЭДС в многофазной обмотке электрической машины корректно проводить в сравнении с результатами расчета посредством магнитостатической векторной модели магнитного поля электрической машины. Определение функции изменения магнитной индукции в воздушном зазоре и расчет мгновенных значений ЭДС в обмотке рассмотрен на примере девятифазной синхронной электрической машины с двуслойной дробной зубцовой обмоткой ( $q = 2/17$ , см. рис. 1), функционирующей в режиме холостого хода. Исходные данные для расчета представлены в таблице.

**Исходные данные для моделирования**  
**Initial data for modeling**

Параметр	Значение
Активная мощность	0,9 кВт
Плотность тока	$2 \cdot 10^6$ А/м <sup>2</sup>
Скорость вращения	3500 об/мин
Число фаз, $m$	9
Число пазов, $z_1$	36
Число полюсов, $2p$	34
Тип ротора	Внешний
Радиус статора, $R_s$	71,5 мм
Эффективная длина, $l_m$	35 мм
Толщина ярма магнитопровода ротора	3 мм
Толщина ярма магнитопровода статора	6 мм
Величина воздушного зазора, $\delta$	1 мм
Толщина постоянного магнита, $\delta_{pm}$	4 мм
Остаточная магнитная индукция ПМ, $B_r$	1,1 Тл
Ширина паза статора	$0,4\tau_s$
Ширина открытия паза статора, $\sigma_s$	$0,2\tau_s$
Толщина зубцового наконечника	2 мм
Высота паза	14 мм
Число витков на 1 зубец	40
Площадь сечения проводника	$0,5$ мм <sup>2</sup>

Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов в СЭМ с ДЗО представлена на рис. 10.

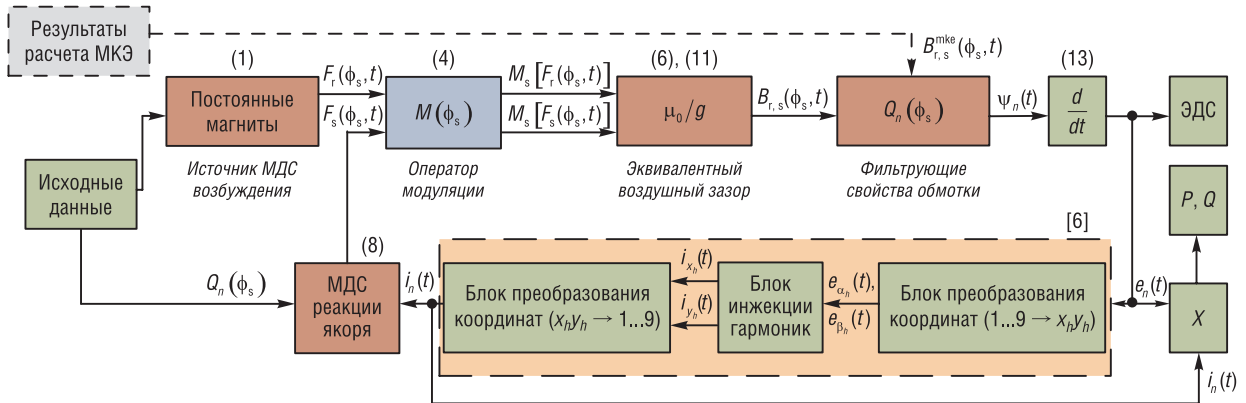


Рис. 10. Структурная схема математической модели для исследования электромагнитных процессов в синхронной электрической машине с дробными зубцовыми обмотками

Fig. 10. Block diagram of a mathematical model for the study of electromagnetic processes in a synchronous electric machine with fractional tooth windings

Из информации, отраженной на рис. 10, следует, что производительность электрической машины существенно зависит от комбинации трех элементов: источника магнитного поля, модулятора и обмотки с характерными для нее фильтрующими свойствами.

На основе исходных данных построена двумерная конечно-элементная модель магнитного поля исследуемой СЭМ с ДЗО в режиме холостого хода (рис. 11).

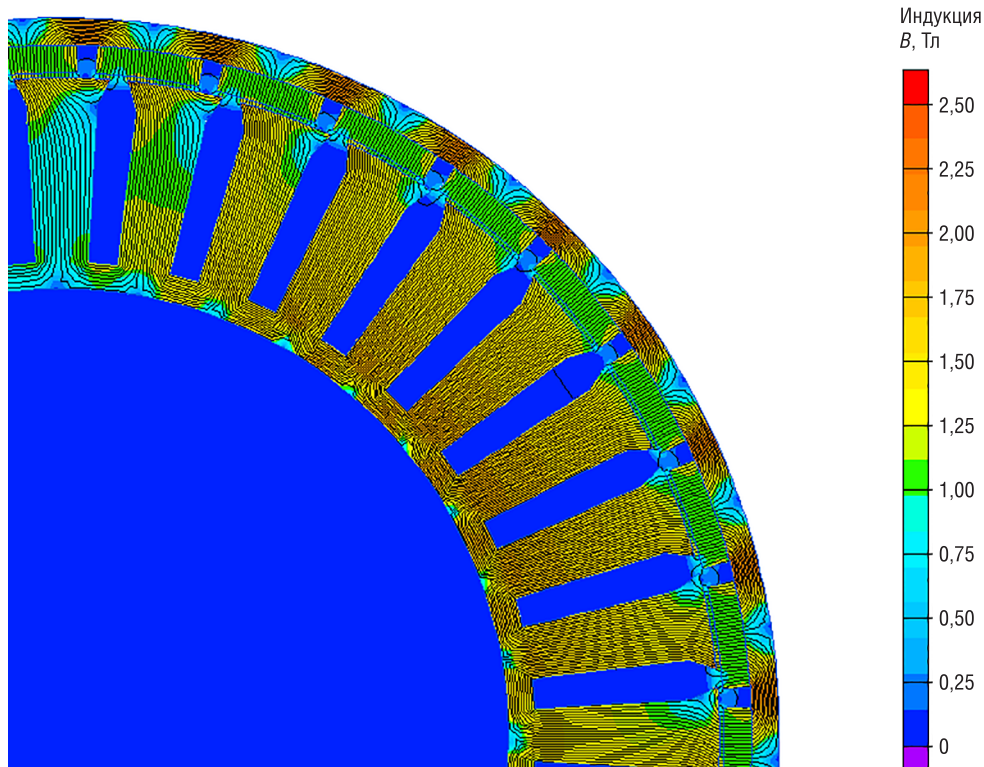


Рис. 11. Двумерная конечно-элементная модель магнитного поля синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ( $m = 9, q = 2/17$ ) в режиме холостого хода

Fig. 11. Two-dimensional finite element model of the magnetic field of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ( $m = 9, q = 2/17$ ) in idle mode



Сосредоточенная обмотка, намотанная вокруг зубцов магнитопровода статора, извлекает компоненты вращающегося магнитного поля для создания ЭДС. С учетом выражений (1), (4) ЭДС холостого хода в фазной обмотке определяется следующим образом:

$$e_n(t) = -\frac{d}{dt} \left[ \lambda_0 R_s l_m \int_{\phi_s=0}^{2\pi} Q_n(\phi_s) F_r(\phi_s, t) M_s(\phi_s) d\phi_s \right], \quad (13)$$

где  $R_s$  – радиус воздушного зазора,  $l_m$  – эффективная длина статора.

В выражении (13) посредством пространственной обмоточной функции [14] учтено влияние несинусоидального распределения фазных обмоток в пазах магнитопровода статора СЭМ с ДЗО, поскольку схема обмотки оказывает значительное влияние на наведенную ЭДС в обмотке электрической машины.

На рис. 12 представлены результаты расчета ЭДС холостого хода в фазе 1 симметричной девятифазной обмотки якоря исследуемой электрической машины посредством разработанного аналитического метода (синим) и численного метода конечных элементов (красным).

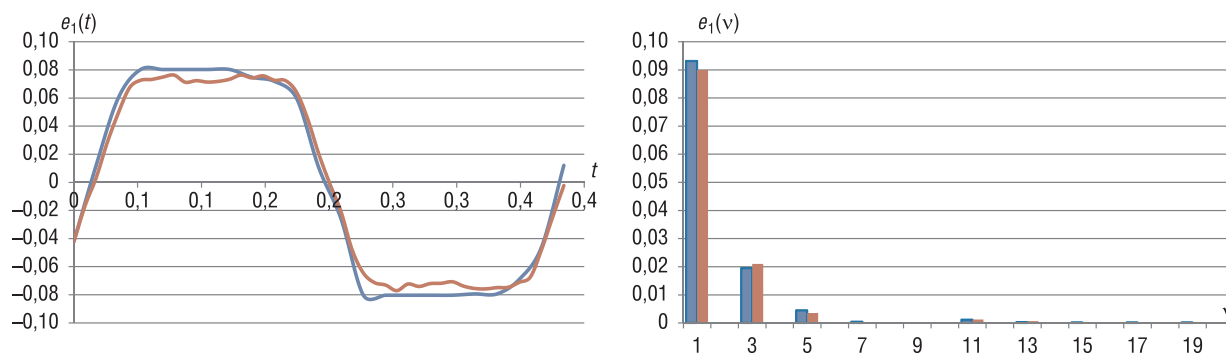


Рис. 12. График изменения функции электродвижущей силы холостого хода в фазе 1 обмотки якоря синхронной электрической машины с дробными зубцовыми обмотками ( $m = 9, q = 2/17$ ) и ее амплитудно-частотная характеристика

Fig. 12. Graph of the change in the function of the no-load electromotive force in phase 1 of the armature winding of a synchronous electric machine with fractional tooth windings ( $m = 9, q = 2/17$ ) and its amplitude-frequency characteristic

Из рис. 12 видно, что в электродвижущей силе холостого хода СЭМ с ДЗО доля третьей гармонической составляющей составляет 20,9 % и 23,3 % от первой при аналитическом и численном методах расчета соответственно. Расхождение результатов, полученных посредством аналитического и численного методов, не превышают 10 %. Такая погрешность является приемлемой для большинства инженерных расчетов. Погрешность обусловлена принятыми допущениями при разработке аналитической модели магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины.

**Заключение.** В разработанной аналитической модели магнитного поля СЭМ с ДЗО учтены наличие высших гармонических составляющих МДС постоянных магнитов, переменная магнитная проводимость воздушного зазора и несинусоидальный закон изменения пространственных обмоточных функций.

Значимость разработанной аналитической модели магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО заключается в возможности с высокой достоверностью определить влияние геометрических параметров магнитной цепи и схемы многофазной обмотки на характер изменения функций индукции магнитного поля в воздушном зазоре и ЭДС в обмотке электрической машины при наименьших временных затратах. Предложенная модель может быть использована при оптимизации СЭМ с ДЗО.

Разработанный способ анализа магнитного поля в воздушном зазоре СЭМ с ДЗО позволяет разделить механизмы наведения рабочих гармоник индукции магнитного поля реакции якоря (для исследуемой электрической машины – первого и третьего порядка) в воздушном зазоре на два типа: за счет рабочих гармонических составляющих МДС реакции якоря  $k_{i\nu}(m_{i\nu}) = \nu p$ ; за счет модуляции нерабочих гармоник МДС реакции якоря зубцами статора до первого и третьего порядков  $k_{i\nu}(m_{i\nu}) \pm jz_1 = \nu p$ .

## Список использованных источников

1. Вольдек, А. И. Электрические машины. Машины переменного тока: учеб. для вузов / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.
2. Levi, E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications / E. Levi // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2008. – Vol. 55, № 5. – P. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Шевченко, А. Ф. Анализ магнитодвижущих сил дробных зубцовых обмоток электрических машин / А. Ф. Шевченко, Т. В. Честюнина // Электротехника. – 2009. – № 12. – С. 3–7.
4. Шевченко, А. Ф. Электромеханические преобразователи энергии с модулированным магнитным потоком: дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.03 / А. Ф. Шевченко; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 1999. – 340 л.
5. Пантелеев, С. В. Повышение энергетических показателей электрической машины путем применения многофазной зубцовой обмотки / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2017. – № 3. – С. 80–86.
6. Пантелеев, С. В. Разработка системы векторного управления полупроводникового преобразователя, обеспечивающей полигармонический режим работы многофазной электрической машины / С. В. Пантелеев, А. Н. Малашин, А. Е. Каледа // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2020. – Т. 65, № 3. – С. 331–339. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-331-339>
7. Топорков, Д. М. Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и возбуждением от постоянных магнитов: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.01 / Д. М. Топорков; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 2016. – 139 л.
8. Slot harmonic effect on magnetic forces and vibration in low-speed permanent-magnet machine with concentrated windings / M. Valavi [et al.] // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2014. – Vol. 50, № 5. – P. 3304–3313. <https://doi.org/10.1109/tia.2014.2309717>
9. Aslan, B. Analytical Model of Magnet Eddy-Current Volume Losses in Multi-phase PM Machines with Concentrated Winding / B. Aslan, E. Semail, J. Legranger // ECCE'12, IEEE Energy Conversion Congress, Sept. 2012, United States. – P. 3371–3378. <https://doi.org/10.1109/ECCE.2012.6342330>
10. Шрейнер, Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 583 с.
11. Голубев, А. Н. Математическая модель синхронного двигателя с многофазной статорной обмоткой / А. Н. Голубев, А. А. Лапин // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 8–13.
12. Лапин, А. А. Разработка многофазного синхронного регулируемого электропривода для мобильных установок: дис. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / А. А. Лапин; Иванов. гос. энергет. ун-т. – Иваново, 2007. – 233 л.
13. Иванов-Смоленский, А. В. Применение метода проводимостей зубцовых контуров для расчета синхронных машин с постоянными магнитами на поверхности ротора / А. В. Иванов-Смоленский, М. А. Аванесов, Е. В. Казьмин // Электричество. – 2009. – № 8. – С. 42–51.
14. Scullier, F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines / F. Scullier, E. Semail, J. F. Charpentier // Eur. Phys. J. Appl. Phys. – 2010. – Vol. 50, № 3. – Art. № 31102. <https://doi.org/10.1051/epjap/2010058>
15. Cheng, M. A general air-gap field modulation theory for electrical machines / M. Cheng, P. Han, W. Hua // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2017. – Vol. 64, № 8. – P. 6063–6074. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2682792>
16. Zhu, Z. Q. Analysis of air-gap field modulation and magnetic gearing effect in fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous machines / Z. Q. Zhu, Y. Liu // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2018. – Vol. 65, № 5. – P. 3688–3698. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2758747>

## Referens

1. Vol'dek A. I., Popov V. V. *Electric Cars. AC Machines*. St. Petersburg, Piter Publ., 2008. 350 p. (in Russian).
2. Levi E. Multiphase Electric Machine for Variable Speed Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, vol. 55, no. 5, pp. 1893–1909. <https://doi.org/10.1109/tie.2008.918488>
3. Shevchenko A. F., Chestyunina T. V. Analysis of the magnetomotive forces of fractional tooth windings of electrical machines. *Elektrotehnika = Electrical Engineering*, 2009, no. 12, pp. 3–7 (in Russian).
4. Shevchenko A. F. *Electromechanical Energy Converters with Modulated Magnetic Flux*. Novosibirsk, 1999. 340 p. (in Russian).
5. Panteleev S. V., Malashin A. N. Increasing the energy performance of an electric machine by using a multiphase gear winding. *Vestnik VoЕННОI akademii Respubliki Belarus'* [Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus], 2017, no. 3, pp. 80–86 (in Russian).
6. Panteleev S. V., Malashin A. N., Kaleda A. E. Development of a vector control system of the semiconductor converter, which will provide a polyharmonic operating mode of a polyphase electric machine. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 3, pp. 332–340 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-3-332-340>
7. Toporkov D. M. *Toothed Ripple of Torque in Machines with Fractional Windings and Excitation from Permanent Magnets*. Novosibirsk, 2016. 139 p. (in Russian).
8. Valavi M., Member S., Nysveen A., Member S., Nilssen R., Rølvåg T. Slot harmonic effect on magnetic forces and vibration in low-speed permanent-magnet machine with concentrated windings. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2014, vol. 50, no. 5, pp. 3304–3313. <https://doi.org/10.1109/tia.2014.2309717>
9. Aslan B., Semail E., Legranger J. Analytical Model of Magnet Eddy-Current Volume Losses in Multi-phase PM Machines with Concentrated Winding. *ECCE'12, IEEE Energy Conversion Congress, September, 2012, United States*, pp. 3371–3378. <https://doi.org/10.1109/ECCE.2012.6342330>

10. Shreiner R. T. *Mathematical Modeling of AC Electric Drives with Semiconductor Frequency Converters*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2000. 583 p. (in Russian).
11. Golubev A. N., Lapin A. A. Mathematical model of a synchronous motor with a polyphase stator winding. *Elektrotehnika = Electrical Engineering*, 1998, no. 9, pp. 8–13 (in Russian).
12. Lapin A. A. *Development of a Polyphase Synchronous Variable Electric Drive for Mobile Installations*. Ivanovo, 2007. 233 p. (in Russian).
13. Ivanov-Smolenskii A. V., Avanesov M. A., Kaz'min E. V. Application of the method of conductivity of toothed contours for calculating synchronous machines with permanent magnets on the surface of the rotor. *Elektrichestvo*, 2009, no. 8, pp. 42–51 (in Russian).
14. Scuiller F., Semail E., Charpentier J. F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2010, vol. 50, no. 3, art. no. 31102. <https://doi.org/10.1051/epjap/2010058>
15. Cheng M., Han P., Hua W., General air-gap field modulation theory for electrical machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, vol. 64, no. 8, pp. 6063–6074. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2682792>
16. Zhu Z. Q., Liu Y. Analysis of air-gap field modulation and magnetic gearing effect in fractional slot concentrated winding permanent magnet synchronous machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, vol. 65, no. 5, pp. 3688–3698. <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2758747>

### Информация об авторах

*Пантелеев Станислав Владимирович* – преподаватель кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [panteleev-s-v@mail.ru](mailto:panteleev-s-v@mail.ru)

*Малашин Андрей Николаевич* – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры электротехники и систем электропитания, Военная академия Республики Беларусь (пр. Независимости, 220, 220057, Минск, Республика Беларусь).

### Information about the authors

*Stanislav V. Panteleev* – Teacher of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: [panteleev-s-v@mail.ru](mailto:panteleev-s-v@mail.ru)

*Andrey N. Malashin* – Ph. D. (Engineering), Assistant Professor, Professor of the Chair of Electrical Equipment and Power Supply Systems, Military Academy of the Republic of Belarus (220, Nezavisimosti Ave., 220057, Minsk, Republic of Belarus).

**ДИАГНОСТИКА И БЕЗОПАСНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ И ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ**  
**DIAGNOSTICS AND SAFETY OF TECHNICAL AND ENVIRONMENT SYSTEMS**

УДК 53.088.23

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-356-364>

Поступила в редакцию 30.03.2021

Received 30.03.2021

**Е. В. Емельяненко, И. Г. Тарутин, П. А. Белобоков**

*Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии им. Н. Н. Александрова,  
а/г Лесной, Минский район, Минская область, Республика Беларусь*

**ВЛИЯНИЕ РЕКОНСТРУКЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ СКАНИРОВАНИЯ  
ПОЗИТРОННО-ЭМИССИОННОГО ТОМОГРАФА НА ЭФФЕКТ ЧАСТИЧНОГО  
ОБЪЕМА ПАТОЛОГИЧЕСКОГО ОЧАГА**

**Аннотация.** Выполнен сравнительный анализ методов обработки данных при расчете коэффициентов восстановления. Оценено влияние времяпролетной технологии и PSF-функции на коэффициент восстановления и прогноз девиации коэффициента восстановления для потенциальных патологических очагов диаметром 6–8 мм, а также параметров итерационных реконструкционных алгоритмов, фильтра Гаусса и аксиальных фильтров – на коэффициент восстановления. Расчет коэффициентов восстановления выполнен на основе количественных характеристик, полученных при анализе реконструкций изображений фантома ИЕС с шестью сферами, инсталлированными внутрь и заполненными радиофармацевтическим препаратом. Проведено восемь серий экспериментов с соотношениями активности фон/сфера 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/12, 1/14, 1/16, 1/20 при одинаковой концентрации активности в сферах во время каждого отдельного эксперимента. Выполнен прогноз влияния эффекта частичного объема на очаги диаметром от 6 до 8 мм с учетом используемых реконструкционных алгоритмов. Полученные результаты целесообразно использовать для гармонизации диагностических протоколов сканирования на позитронно-эмиссионных томографах за счет входных параметров реконструкционных алгоритмов и фильтров, что позволит минимизировать ошибку при количественной оценке радиофармацевтического препарата при анализе динамики развития патологического процесса, а также отклика патологии на терапию.

**Ключевые слова:** коэффициент восстановления, стандартизированный показатель накопления, контроль качества, позитронно-эмиссионный томограф, итерации, качество изображения, диагностическое изображение

**Для цитирования:** Емельяненко, Е. В. Влияние реконструкционных параметров сканирования позитронно-эмиссионного томографа на эффект частичного объема патологического очага / Е. В. Емельяненко, И. Г. Тарутин, П. А. Белобоков // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 356–364. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-356-364>

**Evgeniy V. Emelyanenko, Igor G. Tarutin, Pavel A. Belobokov**

*N. N. Aleksandrov National Cancer Center, Lesnoy, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus*

**INFLUENCE OF RECONSTRUCTION PARAMETERS OF POSITRON EMISSION TOMOGRAPH SCANNING  
ON THE EFFECT OF PARTIAL VOLUME OF THE PATHOLOGICAL LESION**

**Abstract.** In this work, the following tasks were solved: to perform a comparative analysis of data processing methods when calculating recovery factors; to evaluate the influence of time-of-flight technology and PSF function on the recovery factor and the forecast of recovery factor deviation for potential pathological foci with a diameter of 6–8 mm; to evaluate the influence of parameters of iterative reconstruction algorithms, Gaussian filter and axial filters on the recovery factor. The calculation of the recovery factors was carried out on the basis of quantitative characteristics obtained in the analysis of reconstructions of images of the IEC phantom with six spheres installed inside and filled with a radiopharmaceutical. Eight series of experiments with background / sphere activity ratios 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/12, 1/14, 1/16, 1/20 were carried out with the

same concentration of activity in the spheres during each separate experiment. The forecast of the effect of the partial volume effect on lesions with a diameter of 6 to 8 mm was carried out, taking into account the used reconstruction algorithms. It is advisable to use the results obtained to harmonize diagnostic protocols for scanning with positron emission tomographs using the input parameters of reconstruction algorithms and filters, which will minimize the error in the quantitative assessment of a radiopharmaceutical when analyzing the dynamics of the development of a pathological process, as well as the response of pathology to therapy.

**Keywords:** recovery factor, standardized accumulation index, quality control, positron emission tomograph, iterations, image quality, diagnostic image

**For citation:** Emelyanenko E. V., Tarutin I. G., Belobokov P. A. Influence of reconstruction parameters of positron emission tomograph scanning on the effect of partial volume of the pathological lesion. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 356–364 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-356-364>

**Введение.** Позитронно-эмиссионная томография является уникальным методом диагностики онкологических, кардиологических, неврологических заболеваний с использованием радиофармацевтических препаратов. Одним из преимуществ позитронно-эмиссионной томографии, совмещенной с компьютерной томографией (ПЭТ/КТ), является возможность получения количественной информации (метаболический объем, удельная активность радиофармацевтического препарата (РФП) в патологических очагах), на основании которой может быть проведена оценка динамики патологического процесса (до и после лечения). Однако эффект частичного объема приводит к значительному увеличению погрешности [1].

Эффект частичного объема (ЭЧО, англ. Partial Volume Effect) остается актуальной проблемой, требующей детального исследования. Основной причиной проявления данного эффекта является низкое пространственное разрешение позитронно-эмиссионного томографа (ПЭТ), что впоследствии приводит к зависимости ЭЧО от параметров изображения томографа, размера и морфологии оцениваемого объекта и распределения РФП в теле человека [2]. Когда измеряется активность определенного объема ткани, фактическое измерение включает смежные области, ложно влияющие на расчет стандартизированного показателя накопления (SUV, от Standardized Uptake Value) РФП. Эффект частичного объема возникает почти для всех образований (патологических очагов) диаметром менее 3 см. Чем меньше поражение, тем значительнее проявление эффекта частичного объема. Эффекты частичного объема настолько подвержены влиянию размера патологии, что поражения менее 6–8 мм следует рассматривать как ниже разрешения ПЭТ [3].

Помимо влияния размеров потенциального патологического очага, эффект частичного объема подвержен воздействию ряда косвенных факторов, которые изучаются в данной работе. Количественным отображением эффекта частичного объема является коэффициент восстановления (RC, от Recovery Coefficient), измеряющийся в относительных единицах или процентах. Оптимальным значением коэффициента восстановления является 1. Значения выше и ниже 1 считаются соответственно переоцененными или недооцененными. В ряде публикаций [4–6], а также на основании выполненных исследований в рамках данной работы делается вывод о логарифмической (натуральный логарифм) функциональной зависимости коэффициента восстановления от размеров потенциального патологического очага. В [7, 8] не уделено достаточного внимания влиянию параметров реконструкции (следовательно, и эффекта частичного объема) на коэффициент восстановления. К реконструкционным параметрам относятся: итерационный алгоритм VPHD (входными параметрами является количество итераций и подмножеств), QClear (реконструкционный алгоритм, использующийся для подавления шума, входным параметром является корректировочный коэффициент  $\beta$ ), Z-аксиальные фильтры, размерность матрицы, фильтр Гаусса (сглаживающий фильтр для оптимизации качества диагностического изображения), PSF функция (функция рассеяния точки, реконструкция с PSF дает изображения с улучшенным изотропным пространственным разрешением).

Особого внимания заслуживает времяпролетная технология (TOF, от Time of Flight), основанная на измерении разницы во времени прибытия двух гамма-квантов, обеспечивая лучшую локализацию события аннигиляции вдоль линии, образованной каждой парой детекторов.

В практической деятельности все рассматриваемые параметры используются прежде всего для коррекции качества диагностического изображения, основанного на визуальной

субъективной оценке. В частности, увеличение числа итераций позволяет увеличивать контраст, однако сопровождается ростом шумовой компоненты, а варьирование фактором  $\beta$  (алгоритм QClear) дает возможность редуцировать шум.

Определение коэффициентов восстановления является эффективным инструментом контроля качества, позволяющим оценивать девиацию количественных характеристик томографов с различными детектирующими системами, а также учитывать особенности диагностических протоколов [9, 10]. Сравнение томографов с различными детектирующими системами на основе коэффициентов восстановления, а также оценка влияния реконструкционных параметров дает возможность определить девиацию количественных характеристик (на основе которых осуществляется оценка динамики развития патологического процесса) и минимизировать ошибку, а также гармонизировать диагностические протоколы сканирования пациентов.

*Цель работы* – оценка влияния реконструкционных параметров на коэффициент восстановления.

В работе решались следующие задачи:

выполнить сравнительный анализ методов обработки данных при расчете коэффициентов восстановления;

оценить влияние времяпролетной технологии и PSF функции на коэффициент восстановления и прогноз девиации коэффициента восстановления для потенциальных патологических очагов диаметром 6–8 мм;

определить влияние параметров итерационных реконструкционных алгоритмов, фильтра Гаусса и аксиальных фильтров на коэффициент восстановления.

**Методика исследований.** Исследования проводились на фантоме IEC NEMA на ПЭТ/КТ Discovery IQ (детектирующая система на базе кристаллов BGO) и Discovery 710 (детектирующая система на базе кристаллов LYSO) производства General Electric с различным соотношением удельной активности (фон/сфера). Проведено восемь серий экспериментов с соотношениями активности фон/сфера 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 1/12, 1/14, 1/16, 1/20 при одинаковой концентрации активности в сферах во время каждого отдельного эксперимента. Общая активность радиофармацевтического препарата  $^{18}\text{F}$ -фтордезоксиглюкоза (FDG) в каждом эксперименте составляла 52 МБк на момент начала сканирования. Измерение активности РФП выполнено на калибраторе активности ISOMED (погрешность измерения  $\pm 3\%$ ). Длительность сканирования 10 мин. Выполненные из тонкого пластика сферы с диаметрами ( $D_{\text{сф}}$ ) 37, 28, 22, 17 и 10 мм являются моделью потенциальных очагов накопления радиофармацевтического препарата.

Расчет коэффициентов восстановления выполнялся по следующей формуле:

$$RC_{H,j} = \frac{\frac{C_{H,j}}{a_H} - 1}{\frac{C_{B,j}}{a_B} - 1}, \quad (1)$$

где  $C_{H,j}$  – концентрация радиофармацевтического препарата, измеренного в сфере;  $C_{B,j}$  – фоновое значение концентрации РФП в объеме окружающей жидкости;  $a_H/a_B$  – рассчитанное значение соотношения концентраций РФП в сфере и окружающем объеме жидкости в фантоме.

Обработка полученных изображений выполнялась на программном обеспечении рабочей станции Volume Viewer.

Разница между коэффициентами восстановления для каждой из сфер при изменении параметров реконструкции определялась согласно выражению

$$RC_{\text{отн}} = \left| 1 - \frac{RC_i}{RC_{i+1}} \right|, \quad (2)$$

где  $RC_i$  – значение коэффициента восстановления до воздействия (изменения) реконструкционного параметра в сфере,  $RC_{i+1}$  – значение коэффициента восстановления после воздействия (изменения) реконструкционного параметра. Таким образом, представлено значение понижения/повышения коэффициента восстановления.

Среднее значение девиации коэффициента восстановления при изменении параметров реконструкции рассчитывалось следующим образом:

$$\langle RC \rangle_{\text{отн}} = \frac{\sum_1^n RC_{\text{отн}}}{n} \cdot 100 \%, \quad (3)$$

где  $n$  – количество экспериментов.

Как правило, практикуется вычисление коэффициентов восстановления для «холодных очагов» (литые пластиковые сферы). Задачей данной работы было изучение влияния реконструкционных параметров сканирования на эффект частичного объема исключительно для потенциальных патологических очагов, которые способны накапливать РФП, а также моделирование реальной диагностической процедуры.

В табл. 1 представлены параметры, влияющие на коэффициент восстановления, а также параметры реконструкции изображений, на основе которых выполнен расчет коэффициентов восстановления.

Т а б л и ц а 1. **Параметры реконструкции**

Table 1. **Reconstruction parameters**

Рассматриваемая характеристика	Изменяемые параметры реконструкции/ количество реконструкций	Неизменяемые параметры реконструкции
Влияние PSF функции и времяпролетной технологии (ПЭТ/КТ Discovery 710)	VPHD, VPHD + PSF, TOF, TOF + PSF	3 итерации, 12 подмножеств, матрица 192×192, аксиальные фильтры отключены, фильтр Гаусса 6,4 мм
Влияние PSF функции (ПЭТ/КТ Discovery IQ)	VPHD, VPHD + PSF	3 итерации, 12 подмножеств, матрица 192×192, аксиальные фильтры отключены, фильтр Гаусса 6,4 мм
Влияние параметров итерационного алгоритма QClear (ПЭТ/КТ Discovery IQ)	Шаг фактора 50 (от 350 до 450), 3 реконструкции	Матрица 192×192
Влияние размерности фильтра Гаусса (ПЭТ/КТ Discovery IQ, ПЭТ/КТ Discovery 710)	Шаг фильтра 0,2 мм	3 итерации, 12 подмножеств, матрица 192×192, аксиальные фильтры отключены, VPHD + PSF
Влияние аксиальных фильтров (ПЭТ/КТ Discovery 710)	Аксиальные фильтры: light, standart, heavy	3 итерации, 12 подмножеств, матрица 192×192, VPHD + PSF

**Оценка метода обработки данных.** Для получения данных с фантомных исследований можно использовать следующие методы:

*оператор-независимый:* контурирование сфер фантомов выполняется в автоматическом режиме по ПЭТ-изображению (на аксиальной проекции); данный метод наиболее приближен к реальным условиям оценки SUV РФП в патологических очагах;

*оператор-зависимый:* контурирование сфер выполняется на аксиальной проекции КТ изображения и переносится на соответствующий срез ПЭТ-изображения с сохранением размеров контура.

Некоторые недостатки оператор-зависимого метода были выявлены в рамках практической деятельности. Измерение фонового значения проводится по пикселям на единственном срезе. Наличие локальных неоднородностей в объеме фантома, возникающих вследствие недостаточного перемешивания РФП в жидкости, приводит к появлению некорректных результатов. В свою очередь измерение в объеме позволяет получить усредненное значение по вокселям (элемент трехмерного изображения).

В работе выполнялся дисперсионный анализ коэффициентов восстановления при использовании оператор-зависимого и оператор-независимого методов обработки данных. С уровнем значимости  $p = 0,005$  выявлено влияние фактора (метод обработки данных) на отклик (коэффициент восстановления). Средние значения составили 0,54 отн. ед. и 0,63 отн. ед. (для оператор-независимого и оператор-зависимого методов соответственно).

В частности, в публикации стандартов NEMA NU 2-2001 [11] 3D объем интереса (VOI) контурируется вручную, однако известно, что автоматическое определение VOI на основе изоконтуров приводит к более высокой точности SUV по сравнению с теми, которые определены

с использованием вручную соответствующих областей интереса (ROI). Применение оператор-независимого метода позволяет минимизировать ошибку со стороны исследователя, гарантировать единый подход к контролю качества, а также выполнять анализ количественных значений по методике, используемой специалистами в области радионуклидной диагностики.

**Влияние PSF функции и времяпролетной технологии на ЭЧО. Сравнение ПЭТ/КТ Discovery IQ и Discovery 710.** Расчеты относительного значения разницы коэффициентов восстановления, полученных при включенной и отключенной PSF функции в случае использования стандартной реконструкции с алгоритмом VPHD и времяпролетной технологией, представлены в табл. 2 (параметры реконструкции см. строки 1 и 2 в табл. 1).

Т а б л и ц а 2. Разница значений RC при сравнении методов реконструкции

Table 2. RC difference values by comparing the reconstruction methods

$D_{сф}$ , мм	Discovery 710 (TOF/TOF + PSF)		Discovery 710 (VPHD/VPHD + PSF)		Discovery IQ (VPHD/VPHD + PSF)		Discovery IQ (VPHD + PSF/QCLEAR)	
	$\langle RC \rangle_{отн}$ , %	SD, %	$\langle RC \rangle_{отн}$ , %	SD, %	$\langle RC \rangle_{отн}$ , %	SD, %	$\langle RC \rangle_{отн}$ , %	SD, %
37	9,9	6,67	6,21	3,59	3,30	2,02	7,05	4,07
28	10,54	4,13	9,04	4,36	8,83	3,29	8,71	6,60
22	12,59	2,59	9,42	3,86	10,67	3,37	14,05	8,69
17	14,9	2,24	14,37	3,15	15,01	8,01	17,45	10,07
13	20,98	5,63	14,56	7,33	15,95	6,23	31,57	12,66
10	22,32	7,33	19,44	10,99	9,12	4,17	49,13	11,47

Полученные результаты позволяют наглядно продемонстрировать влияние дополнительного реконструкционного алгоритма PSF и TOF на коэффициент восстановления.

Использование PSF функции увеличивает значение RC, что наблюдается для каждой из сфер обоих томографов. Однако важен и размер сферы, которая в данном случае является моделью патологического очага накопления РФП. С уменьшением размера данной сферы возрастает роль PSF функции для компенсации эффекта частичного объема. Максимальные коэффициенты восстановления были получены при использовании TOF + PSF (Discovery 710) и алгоритма QClear (Discovery IQ).

Нами выполнен прогноз коэффициентов восстановления для потенциальных патологических очагов диаметром от 6 до 8 мм, а также определена разница коэффициентов восстановления для указанных очагов при использовании TOF с PSF функцией и без нее. Для получения прогнозируемых значений зависимости коэффициентов восстановления от размеров сфер были аппроксимированы логарифмической функцией с коэффициентом детерминации не менее 0,8 (при соотношении значений активности сфера/фон 6, 8, 10). Преимущества использования PSF функции показаны на рис. 1, где из графика видно повышенное значение коэффициентов восстановления при использовании дополнительно включенной PSF функции (с времяпролетной технологией) для реконструкции изображений.

Прогнозирование результатов различия RC при использовании PSF функции совместно с времяпролетной технологией (TOF/TOF + PSF) для очагов диаметром 6 и 8 мм составляет  $\langle RC \rangle_{отн} = 44,15\%$  ( $D_{сф} = 6$  мм,  $SD = 2,26$ ),  $\langle RC \rangle_{отн} = 25,04\%$  ( $D_{сф} = 8$  мм,  $SD = 1,5$ ) соответственно.

Прогнозирование результатов различия RC (для (VPHD + PSF)/QClear, входной коэффициент  $\beta = 350$ ) для очагов диаметром 8 мм составляет  $\langle RC \rangle_{отн} = 60,04$  ( $D_{сф} = 8$  мм,  $SD = 13,1$ ).

**Влияние аксиальных фильтров на коэффициент восстановления.** Нами оценивалось значение разницы между коэффициентами восстановления (с учетом размеров сфер) при использовании различных аксиальных фильтров при реконструкции диагностических ПЭТ-изображений. Необходимость данного исследования обусловлена недооценкой влияния аксиальных фильтров на количественные характеристики изображений (SUV). В практической деятельности аксиальные фильтры используются для улучшения восприятия (в частности, путем изменения контраста) диагностической информации специалистами.



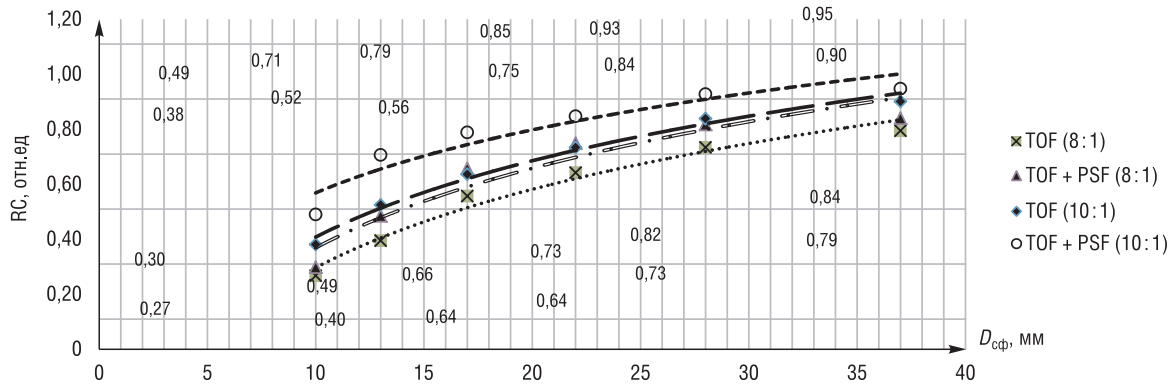


Рис. 1. Зависимость коэффициента восстановления от размеров сферы  
 Fig. 1. Dependence of the coefficient of recovery on the size of the sphere

Минимальные значения RC в каждом из рассматриваемых экспериментов (подразумевается соотношение удельной активности РФП сфера/фон) зафиксированы в случае применения фильтра heavy, а максимальные – в отсутствие аксиальных фильтров. Было проведено сравнение значений коэффициентов восстановления (в %) для каждой из шести сфер на изображениях, реконструированных в отсутствие аксиальных фильтров, попарно с изображениями, реконструированными с фильтрами light, standart, heavy, и эти значения усреднены.

В табл. 3 представлены средние значения разницы коэффициентов восстановления для каждой сфер между изображениями, полученными без применения аксиального фильтра и с каждым из рассматриваемых аксиальных фильтров.

Отметим, что с уменьшением диаметра сферы возрастает проявление ЭЧО при использовании рассматриваемых фильтров. Для сфер диаметром 7–8 мм разница коэффициентов восстановления может составлять более 20 %.

**Влияние фильтра Гаусса на коэффициент восстановления.** В ходе исследования нами оценивалось влияние фильтра Гаусса на коэффициент восстановления. В табл. 4 представлено среднее относительное значение RC (для каждого из томографов), на которое уменьшается коэффициент восстановления при увеличении размера фильтра с шагом 0,2 мм. Расчеты выполнялись на основании данных (коэффициентов восстановления сфер), полученных для каждого из указанных соотношений сфера/фон (по 8 экспериментов на каждом из томографов, 40 серий изображений).

Также исследовалась функциональная зависимость коэффициента восстановления от размера фильтра Гаусса. На рис. 2 представлен график зависимости коэффициентов восстановления для каждой из сфер от размера фильтра Гаусса, приведены уравнения и соответствующие коэффициенты детерминации. Под размером фильтра Гаусса подразумевается ширина гауссовой кривой, используемой для распределения сигнала одного вокселя по соседним вокселям.

Т а б л и ц а 3. Разница коэффициентов восстановления с учетом аксиальных фильтров  
 T a b l e 3. Difference between recovery factors considering axial filters

$D_{сф.}$ , мм	Нет фильтра/light		Нет фильтра/standart		Нет фильтра/heavy	
	$\langle RC \rangle_{отн.}$ , %	SD	$\langle RC \rangle_{отн.}$ , %	SD	$\langle RC \rangle_{отн.}$ , %	SD
37	2,00	0,68	0,78	0,47	1,09	0,39
28	3,44	0,85	1,54	0,82	2,18	0,72
22	4,10	0,61	1,60	0,24	2,79	0,58
17	8,37	3,90	3,97	0,39	5,64	0,98
13	6,45	3,98	3,98	1,45	7,66	0,48
10	16,81	10,40	6,42	3,08	10,06	1,39

Т а б л и ц а 4. Изменение коэффициента восстановления сфер при увеличении размерности фильтра Гаусса с шагом 0,2 мм

T a b l e 4. Change in the recovery factor with increasing the dimension of the Gaussian filter with a step of 0.2 mm

$D_{сф.}$ , мм	Discovery 710		Discovery IQ	
	$\langle RC \rangle_{отн.}$ , %	SD	$\langle RC \rangle_{отн.}$ , %	SD
37	1,03	0,52	1,18	0,94
28	1,61	0,60	1,31	0,74
22	3,57	2,74	1,67	0,93
17	4,16	1,69	2,24	1,26
13	6,21	2,20	4,09	2,42
10	4,91	1,59	3,80	2,74

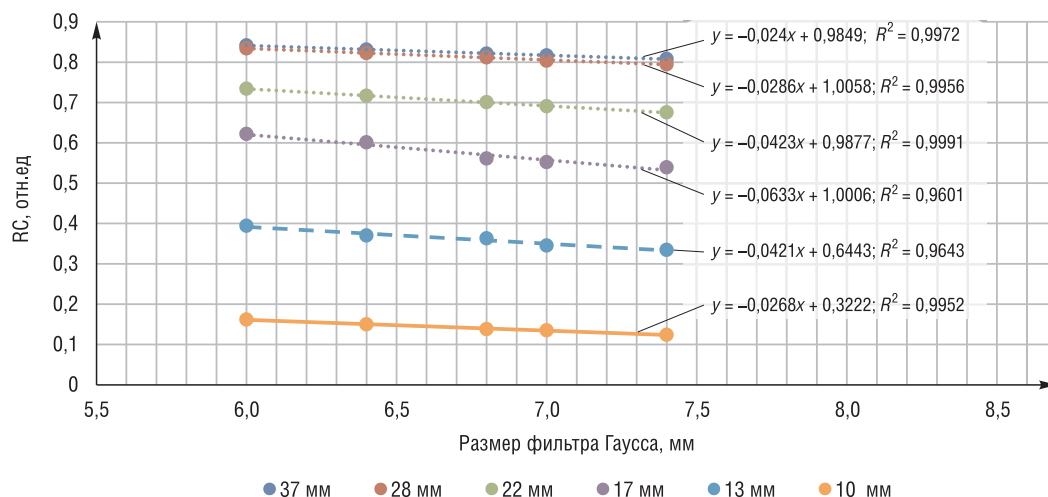


Рис. 2. Зависимость RC от размера сфер с учетом размера фильтра Гаусса

Fig. 2. Dependence of RC on the size of the spheres taking into account the size of the Gaussian filter

Исходя из анализа функциональной зависимости (см. рис. 2) следует, что при увеличении размера фильтра Гаусса параметр RC уменьшается линейно. Полученные результаты показывают, что наблюдается существенное аппаратное занижение удельной активности (в сфере диаметром 10 мм), измеренной в области интереса на реконструированном изображении, что приводит к ошибочной количественной оценке результатов ПЭТ.

Таблица 5. Влияние параметров алгоритма QClear на RC

Table 5. Influence of the parameters of the QClear algorithm on RC

$D_{сф}$ , мм	$\langle RC \rangle_{отн}$ при изменении $\beta$ , %	SD
37	0,7	0,3
28	0,8	0,3
22	1,4	0,9
17	1,8	0,8
13	3,3	1,3
10	8,2	3,0

#### Влияние параметров итерационного алгоритма QClear на коэффициент восстановления.

С целью оценки влияния параметров итерационного алгоритма QClear на коэффициент восстановления были выполнены четыре серии реконструкций изображений, полученных при сканировании фантомов (см. табл. 1). В табл. 5 приведены средние значения девиации RC. Увеличение фактора  $\beta$  проявляется в линейном уменьшении параметра RC. Таким образом, полученные значения (табл. 5) можно интерпретировать как среднее значение, на которое уменьшится коэффициент восстановления для сферы данного размера (или патологического очага накопления РФП) при увеличении фактора  $\beta$  на 50 единиц.

С уменьшением диаметра сферы ( $D_{сф}$ ) возрастает проявление эффекта частичного объема в случае увеличения параметра  $\beta$ . Данное проявление можно считать незначительным (в частности, по сравнению с влиянием PSF функции) для очагов диаметром менее 10 мм, учитывая погрешность при оценке динамики патологического процесса  $\pm 20\%$ .

Полученные результаты свидетельствуют о возможности значительных девиаций результатов оценки динамики развития патологических процессов на основе количественных характеристик диагностических изображений при использовании различных параметров реконструкции, что в свою очередь проявляется в разнице восстановления удельной активности в патологических очагах накопления РФП. Например, использование различных аксиальных фильтров при оценке двух исследований пациента (до и после лечения) может препятствовать корректной оценке динамики в случае рассмотрения очагов диаметром менее 10 мм.

**Заключение.** В работе представлена оценка влияния реконструкционных параметров, таких как алгоритмы реконструкции, аксиальные фильтры, количество итераций, фильтр Гаусса, на коэффициент восстановления. Выполнено сравнение ПЭТ-сканеров с различными детектирующими системами на основе эффекта частичного объема и прогноз влияния эффекта частичного объема на очаги диаметром 6–8 мм с учетом реконструкционных алгоритмов.

Максимальные значения коэффициентов восстановления для аппарата Discovery 710 были достигнуты при использовании PSF функции совместно с времяпролетной технологией (TOF). Для аппарата Discovery IQ оптимальной тактикой для достижения максимальных коэффициентов восстановления является использование итерационного алгоритма реконструкции VPHD совместно с PSF функцией или алгоритма QClear. Нецелесообразно использование времяпролетной технологии без подключения PSF функции.

Доказано влияние на коэффициент восстановления дополнительных факторов (применяются на усмотрение пользователя): аксиальных фильтров, фильтра Гаусса, реконструкционного итерационного алгоритма QClear. Для синхронизации протоколов оптимальным вариантом будет формирование сводных таблиц коэффициентов восстановления с указанием параметров реконструкции.

Рассматриваемые параметры можно использовать как инструменты коррекции коэффициента восстановления, однако необходимо учитывать, что каждый из них может значительно влиять на качество изображения.

Контрольные уровни коэффициентов восстановления целесообразно устанавливать, исходя из установившейся практики с учетом реконструкционных параметров.

Детальный анализ факторов, влияющих на проявление эффекта частичного объема, позволяет оптимизировать выявление патологических очагов накопления РФП малого размера. В частности, использование времяпролетной технологии и алгоритма QClear значительно улучшает поиск очагов диаметром менее 10 мм на фоне физиологического накопления РФП (например, метастазы в печени).

### Список использованных источников

1. Vaquero, J. J. Positron Emission Tomography: Current Challenges and Opportunities for Technological Advances in Clinical and Preclinical Imaging Systems / J. J. Vaquero, P. Kinahan // *Annu. Rev. Biomed. Eng.* – 2015. – Vol. 17, № 1. – P. 385–414. <https://doi.org/10.1146/annurev-bioeng-071114-040723>
2. Soret, M. Partial-Volume Effect in PET Tumor Imaging / M. Soret, S. L. Bacharach, I. Buvat // *J. Nucl. Med.* – 2007. – Vol. 48, № 6. – P. 932–945. <https://doi.org/10.2967/jnumed.106.035774>
3. Moses, W. W. Fundamental Limits of Spatial Resolution in PET / W. W. Moses // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A.* – 2011. – Vol. 648, Suppl. 1. – P. S236–S240. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.11.092>
4. A recovery coefficient method for partial volume correction of PET images / S. M. Srinivas [et al.] // *Ann. Nucl. Med.* – 2009. – Vol. 23, № 4. – P. 341–348. <https://doi.org/10.1007/s12149-009-0241-9>
5. Современные подходы к обеспечению качества диагностики в позитронно-эмиссионной томографии / Л. А. Чипига [и др.] // *Мед. физика.* – 2019. – № 2 (82). – С. 78–92.
6. Spreadsheet program for estimating recovery coefficient to get partial volume corrected standardized uptake value in clinical positron emission tomography-computed tomography studies / R. Kumar [et al.] // *Indian J. Nucl. Med.* – 2012. – Vol. 27, № 2. – P. 89–94. <https://doi.org/10.4103/0972-3919.110688>
7. Partial volume correction strategies for quantitative FDG PET in oncology / N. Hoetjes [et al.] // *Eur. J. Nucl. Med. Mol. Imaging.* – 2010. – Vol. 37, № 9. – P. 179–187. <https://doi.org/10.1007/s00259-010-1472-7>
8. Meechai, T. Partial-volume effect correction in positron emission tomography brain scan image using super-resolution image reconstruction / T. Meechai, S. Tepmongkol, C. Pluempitwiriyawej // *Br. J. Radiol.* – 2015. – Vol. 88, № 1046. – P. 20140119. <https://doi.org/10.1259/bjr.20140119>
9. Контроль качества изображения в позитронно-эмиссионной томографии с помощью фантома madeira / Л. А. Чипига [и др.] // *Мед. физика.* – 2014. – № 3 (63). – С. 48–56.
10. PET Performance Measurements Using the NEMA NU 2-2001 Standard / M. E. Daube-Witherspoon [et al.] // *J. Nucl. Med.* – 2002. – Vol. 43, № 10. – P. 1398–1409.

### References

1. Vaquero J. J., Kinahan P. Positron Emission Tomography: Current Challenges and Opportunities for Technological Advances in Clinical and Preclinical Imaging Systems. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 2015, vol. 17, no. 1, pp. 385–414. <https://doi.org/10.1146/annurev-bioeng-071114-040723>
2. Soret M., Bacharach S. L., Buvat I. Partial-Volume Effect in PET Tumor Imaging. *Journal of Nuclear Medicine*, 2007, vol. 48, no. 6, pp. 932–945. <https://doi.org/10.2967/jnumed.106.035774>
3. Moses W. W. Fundamental Limits of Spatial Resolution in PET. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2011, vol. 648, supplement 1, pp. S236–S240. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.11.092>

4. Srinivas S. M., Dhurairaj T., Basu S., Bural G., Surti S., Alavi A. A recovery coefficient method for partial volume correction of PET images. *Annals of Nuclear Medicine*, 2009, vol. 23, no. 4, pp. 341–348. <https://doi.org/10.1007/s12149-009-0241-9>
5. Chipiga L., Vodovatov A., Kataeva G. et al. Proposals of quality assurance in positron emission tomography in Russia. *Meditinskaya fizika = Medical Physics*, 2019, no. 82 (2), pp. 78–92 (in Russian).
6. Kumar R., Pandey A., Sharma P., Pandey M., Aswathi K., Malhotra A. Spreadsheet program for estimating recovery coefficient to get partial volume corrected standardized uptake value in clinical positron emission tomography-computed tomography studies. *Indian Journal of Nuclear Medicine*, 2012, vol. 27, no. 2, pp. 89–94. <https://doi.org/10.4103/0972-3919.110688>
7. Hoetjes N. J., Velden F. H. P. van, Hoekstra O. S., Hoekstra C. J., Krak N. C., Lammertsma A. A., Boellaard R. Partial volume correction strategies for quantitative FDG PET in oncology. *European Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging*, 2010, vol. 37, no. 9, pp. 179–187. <https://doi.org/10.1007/s00259-010-1472-7>
8. Meechai T., Tepmongkol S., Pluempitiwiriyaew C. Partial-volume effect correction in positron emission tomography brain scan image using super-resolution image reconstruction. *The British Journal of Radiology*, 2015, vol. 88, no. 1046, p. 20140119. <https://doi.org/10.1259/bjr.20140119>
9. Chipiga L. A., Zvonova I. A., Kataeva G. V., Kostenikov N. A. Image quality control in positron emission tomography using the madeira phantom. *Meditsinskaya fizika = Medical Physics*, 2014, no. 3 (63), pp. 48–56 (in Russian).
10. Daube-Witherspoon M. E., Karp J. S., Casey M. E., DiFilippo F. P., Hines H., Muehllehner G., Simcic V., Stearns C. W., Adam L.-E., Kohlmyer S., Sossi V. PET Performance Measurements Using the NEMA NU 2-2001 Standard. *Journal of Nuclear Medicine*, 2002, vol. 43, no. 10, pp. 1398–1409.

### Информация об авторах

Емельяненко Евгений Владимирович – аспирант, инженер лаборатории позитронно-эмиссионной томографии, Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии имени Н.Н. Александрова (аг. Лесной, 223040, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: zheka-ava@mail.ru

Тарутин Игорь Германович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории лучевой терапии, Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии имени Н.Н. Александрова (аг. Лесной, 223040, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: itarutin@tut.by

Белобок Павел Андреевич – инженер лаборатории позитронно-эмиссионной томографии, Республиканский научно-практический центр онкологии и медицинской радиологии имени Н.Н. Александрова (аг. Лесной, 223040, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: pashkabely@mail.ru

### Information about the authors

Evgeniy V. Emelianenko – Postgraduate Student, Engineer of the Positron Emission Tomography Laboratory, N.N. Alexandrov National Cancer Centre of Belarus (agro-town Lesnoy, 223040, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: zheka-ava@mail.ru

Igor G. Tarutin – D. Sc. (Engineering), Professor, Chief Researcher of the Department of Radiation Therapy, N.N. Alexandrov National Cancer Centre of Belarus (agro-town Lesnoy, 223040, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: itarutin@tut.by

Pavel A. Belobokov – Engineer of the Positron Emission Tomography Laboratory, N.N. Alexandrov National Cancer Centre of Belarus (agro-town Lesnoy, 223040, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: pashkabely@mail.ru

ISSN 1561-8358 (Print)

ISSN 2524-244X (Online)

УДК 621.039.743

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-365-377>

Поступила в редакцию 09.04.2021

Received 09.04.2021

**М. Л. Жемжуров, Г. М. Жмура, И. Е. Рубин, Г. З. Серебряный, Н. М. Днепровская,  
Н. А. Тетерева, И. В. Руденков, Л. Ф. Бабичев**

*Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук  
Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

### **ОЦЕНКА ОБЪЕМОВ ПОДЛЕЖАЩИХ ГЛУБИННОМУ ЗАХОРОНЕНИЮ РАДИОАКТИВНЫХ ОТХОДОВ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ АКТИВАЦИИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ РЕАКТОРА ВВЭР-1200 БЕЛОРУССКОЙ АЭС**

**Аннотация.** Проработка вопроса о сооружении пункта захоронения радиоактивных отходов высокой активности в Республике Беларусь связана с оценкой объемов подлежащих глубинному захоронению радиоактивных отходов, образующихся в результате активации конструкционных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС. В данной работе представлены результаты расчетных исследований образования твердых высокоактивных радиоактивных отходов (ВАО) и долгоживущих среднеактивных радиоактивных отходов (ДСАО) при нейтронной активации материалов конструкций, прилегающих к активной зоне реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС. Оценка объемов ВАО и ДСАО активационного происхождения, образующихся за 60 лет эксплуатации реактора ВВЭР-1200, выполнена на основании расчетных исследований наведенной активности конструкционных и защитных материалов с использованием реакторных и Монте-Карло программных кодов (SERPENT 2, ТВС-М, DYN3D, MCU-PD). В результате исследований установлено, что при активации нейтронами материалов участков конструкций реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС, близлежащих к активной зоне (в стальных конструкциях выгородки, шахты, наплавки, части корпуса реактора, конструкциях блока защитных труб (БЗТ), пространств под активной зоной, в материалах теплоизоляции, стержней поглощающих элементов ( $Dy_2TiO_5$ )) образуются ВАО и ДСАО общей массой 272,5 т и объемом 43 м<sup>3</sup>. Расчетные исследования активации материалов сухой защиты, строительного бетона, опорной фермы и биологической защиты показали, что данные элементы конструкции не будут относиться ни к ВАО, ни к ДСАО.

**Ключевые слова:** радиоактивные отходы атомных электростанций, высокоактивные твердые радиоактивные отходы, долгоживущие среднеактивные радиоактивные отходы, захоронение радиоактивных отходов

**Для цитирования:** Оценка объемов подлежащих глубинному захоронению радиоактивных отходов, образующихся в результате активации конструкционных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС / М. Л. Жемжуров [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2021. – Т. 66, №3. – С. 365–377. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-365-377>

**Mikhail L. Zhemzhurov, Georgy M. Zhmura, Isaak E. Rubin, Grigory Z. Serebryany, Nina M. Dneprovskaya,  
Natalia A. Tetereva, Ivanton V. Rudenkov, Leonid F. Babichev**

*Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk,  
Republic of Belarus*

### **CALCULATION RESEARCHES FOR THE FORMATION OF HIGH-LEVEL AND LONG-LIFE MEDIUM-LEVEL RADIOACTIVE WASTE OF ACTIVATION ORIGIN FOR THE WVER-1200 REACTOR OF BELARUSIAN NPP**

**Abstract.** The study of the issue of constructing a disposal facility for high-activity radioactive waste in the Republic of Belarus is associated with an assessment of the volume of radioactive waste to be deeply disposed of, generated as a result of the activation of structural materials of the VVER-1200 reactor of the Belarusian NPP. This paper presents the results of computational studies of the formation of solid high-level radioactive waste (HLW) and long-lived intermediate level radioactive waste (ILW-LL) during neutron activation of materials adjacent to the core of the VVER-1200 reactor structures of the Belarusian NPP. The assessment of the volumes of HLW and ILW-LL of activation origin, formed over 60 years of operation of the VVER-1200 reactor, was carried out on the basis of computational studies of the induced activity of structural and shielding materials using reactor and Monte Carlo program codes (SERPENT 2, TVS-M, DYN3D, MCU-PD). As a result of the research, it was found that when neutrons activate materials of the sections of the VVER-1200 reactor structures of the Belarusian NPP adjacent to the core (in the steel structures of the baffle, shaft, surfacing, part of the reactor vessel, struc-

tures of the protective tube unit (PTU), the space under the core, in heat insulation materials, rods of absorbing elements ( $Dy_2TiO_5$ ) are formed by HLW and ILW-LL with a total weight of 272,5 tons and a volume of 43 m<sup>3</sup>. Calculated studies of the activation of dry protection materials, building concrete, support truss and biological protection showed that these structural elements will not belong to either HLW or ILW-LL.

**Keywords:** radioactive waste of nuclear power plants, solid high-level radioactive waste, long-lived intermediate level radioactive waste, burial of radioactive waste

**For citation:** Zhemzhurov M. L., Zhmura G. M., Rubin I. E., Serebryany G. Z., Dneprovskaya N. M., Tetereva N. A., Rudenkov I. V., Babichev L. F. Calculation researches for the formation of high-level and long-life medium-level radioactive waste of activation origin for the WWER-1200 reactor of Belarusian NPP. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 365–377 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-365-377>

**Введение.** Радиационная опасность при выводе из эксплуатации ядерных установок, в которых генерируются интенсивные потоки нейтронного излучения вследствие протекающей в них цепной реакции деления, определяется наведенной радиоактивностью за счет активации части оборудования, систем, конструкционных и защитных материалов, а также, отчасти, загрязнения их радионуклидами в процессе эксплуатации. Данные факторы в значительной степени обуславливают объемы радиоактивных отходов (РАО) на стадии вывода из эксплуатации.

Одной из основных проблем при выводе из эксплуатации блока АЭС является проблема переработки и удаления для последующего хранения или захоронения радиоактивных отходов, которые будут образовываться при демонтаже реактора и радиоактивных конструкций блока. В настоящее время в Беларуси отсутствуют хранилища и могильники РАО, требуемые при выводе из эксплуатации блока атомной электростанции.

Категоризация среднеактивных, высокоактивных твердых РАО по удельной активности радионуклидов производится в соответствии с таблицей 1 приложения 2 СПОРО-2015 (Санитарные нормы и правила «Требования радиационной безопасности при обращении с радиоактивными отходами», утвержденные постановлением Минздрава Республики Беларусь от 31.12.2015 № 142). Классификация РАО при захоронении производится в соответствии с приложением «Классификация радиоактивных отходов для обеспечения долгосрочной безопасности при захоронении» к нормам и правилам по обеспечению ядерной и радиационной безопасности «Безопасность при обращении с радиоактивными отходами. Общие положения» (утверждены постановлением Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь от 28.09.2010 № 47 (в редакции постановления Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь от 24.07.2017 № 33)).

При этом необходимо учитывать, что ДСАО также включены в класс 2 РАО и для них требуется создание пункта захоронения радиоактивных отходов глубокого заложения. Рассматриваемые в данной работе РАО относятся к классу 2 и, возможно, к классу 1.

Проработка вопроса о сооружении пункта захоронения радиоактивных отходов высокой активности, образуемых в результате эксплуатации Белорусской АЭС, в глубокой геологической формации является основной задачей «Стратегии обращения с радиоактивными отходами Белорусской атомной электростанции» (Об утверждении стратегии обращения с радиоактивными отходами белорусской атомной электростанции: постановление Совета Министров Респ. Беларусь, 2 июня 2015 г., № 460 // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. URL: <https://pravo.by/natsionalnyu-reestr/poisk-v-reestre/?p1=5/40619>, дата обращения: 29.03.2021).

В связи с этим как научный, так и практический интерес представляет оценка объемов подлежащих глубинному захоронению радиоактивных отходов, образующихся в результате активации конструкционных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС. Для этого в качестве активируемых конструкций и материалов должны рассматриваться выгородка, шахта реактора, внутрикорпусная наплавка, корпус реактора, блок защитных труб (БЗТ), пространство под активной зоной, опорная ферма, теплоизоляция, сухая защита, биологическая защита, строительный бетон, поглощающие элементы (ПЭЛ) с карбидом бора ( $B_4C$ ) и титанатом диспрозия ( $Dy_2TiO_5$ ).

Расчетное прогнозирование объемов радиоактивных отходов, образующихся в результате нейтронной активации бетонов радиационной защиты при выводе из эксплуатации действующей

щих ядерных установок, рассмотрено в [1, 2]. В [3] применено расчетное моделирование активации элементов конструкций реактора при эксплуатации АЭС с ВВЭР-1200. В данной работе в соответствии с российскими санитарными правилами обращения с РАО все конструкции реактора были разделены на три группы твердых РАО (высоко-, средне- и низкоактивные).

Наведенная активность зависит от плотности потока и энергетического спектра нейтронов, сечений активации, времени облучения, выдержки и др. Также одним из основных показателей, определяющих активационные характеристики металлов и бетонов, является химический состав (включая основные, примесные и следовые элементы). В количественном отношении под основными принято подразумевать элементы с массовым содержанием в материале более 1 %, под примесными – с содержанием от 0,01 до 1 % и под следовыми – с содержанием менее 0,01 % масс. При этом содержание в металлах и защитных бетонах активационно-опасных элементов изменяется в широких пределах в зависимости от места добычи материалов для их производства.

В настоящее время проектные и литературные данные по образованию РАО отдельно по категориям в результате активации конструкционных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС отсутствуют.

Предварительные результаты выполненных нами расчетных исследований наведенной активности конструкционных и защитных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС приведены в [4, 5]. В данной работе представлены уточненные результаты этих исследований.

*Цель настоящего исследования* – определение объемов ВАО и ДСАО активационного происхождения, образующихся за 60 лет эксплуатации реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС, с использованием уточненных исходных данных.

**Методика исследований.** Оценка объемов ВАО и ДСАО выполнена на основании расчетных исследований наведенной активности конструкционных и защитных материалов с использованием реакторных и Монте-Карло программных кодов – SERPENT 2 (трехмерный Монте-Карло код расчета реакторов, VTT Technical Research Centre of Finland, лицензия № L1K002/JIPNRMINSK) и ТВС-М (аттестационный паспорт от 21.02.2002 № 135), DYN3D (лицензионное соглашение № 0 012 011 между Helmholtz-Zentrum Dresden–Rossendorf и Объединенным институтом энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси) и MCU-PD (аттестационный паспорт от 24.10.2018 № 456).

Для этого с помощью программных кодов SERPENT 2 и ТВС-М проведены нейтронно-физические расчеты фрагмента активной зоны ядерного реактора для подготовки малоугрупповых констант для программного кода DYN3D. Использование программного кода DYN3D позволило выполнить расчеты основных нейтронно-физических характеристик активной зоны реактора ВВЭР-1200. Для определения прохождения нейтронов за активной зоной реактора применены программные коды SERPENT 2 и MCU-PD. Программный код MCU-PD, реализующий метод Монте-Карло, предназначен для расчетов нейтронно-физических характеристик активных зон реакторов типа ВВЭР, хранилищ ядерного топлива, мощности эквивалентной дозы нейтронов и фотонов; радиационных характеристик отработавшего ядерного топлива; нуклидного состава облучаемых топливных композиций.

Применение расчетных данных программного кода DYN3D по плотности потока нейтронов в активной зоне реактора и данных, полученных по программным кодам SERPENT 2 и MCU-PD, позволило получить распределение нейтронов в четырехгрупповом приближении (быстрые, промежуточные, резонансные и тепловые) за активной зоной реактора ВВЭР-1200.

Используя распределения нейтронов внутри и за активной зоной реактора и данные по групповым сечениям активации изотопов-предшественников в конструкционных и защитных материалах, мы рассчитали групповые активационные интегралы и наведенную удельную активность материалов внутри и вне корпуса реактора.

Данные по составам материалов в основном взяты из проектных документов блока № 1 Белорусской АЭС, а также из ссылочных и поддерживающих документов. Ввиду сложной геометрии реакторного блока Белорусской АЭС в [4, 5] расчеты наведенной активности проводились с использованием упрощенной 3D-геометрии реактора.

Сравнение результатов расчета активностей наработанных изотопов, полученных по коду SERPENT 2 и MCU-PD, показало незначительное расхождение полученных в результате этого расчета данных, которое вызвано прежде всего отличием в заданных объемах для моделирования, проблемами с достоверной оценкой нейтронного потока за корпусом реактора, а также в используемой методологии для оценки наработанных изотопов.

В настоящей работе по сравнению с [4, 5] увеличено количество рассматриваемых радионуклидов (и реакций их образования), уточнены химические составы и плотности материалов опорной фермы и сухой защиты, выполнено более детальное геометрическое разбиение на участки. Поскольку конструкционные материалы за активной зоной имеют достаточно большие размеры, образование радионуклидов в них неоднородно. Для учета неравномерности наведенной активности по высоте материалы внутрикорпусной шахты, внутрикорпусной наплавки и корпуса дополнительно разбиты на две части. В материалах теплоизоляции, сухой защиты, строительного бетона ниже уровня 20 см под активной зоной также дополнительно выделены отдельные участки.

Внешние источники в участках, расположенных в разных местах на периферии активной зоны, соответственно создают наибольшую наведенную активность в конструкционных материалах, ближайших к тому или иному участку. Так, активность стали в слоях пространства под активной зоной в принятой расчетной модели полностью обусловлена источниками в нижних участках тепловыделяющей сборки (ТВС). Активность материалов в нижней плите БЗТ и в БЗТ, включая ПЭЛ с титанатом диспрозия и карбидом бора, а также в биологической защите наводятся источниками только в верхних участках ТВС. Во всех остальных конструкционных материалах, кроме ПЭЛ регулирующей группы, наведенная активность обусловлена главным образом внешними источниками, расположенными в обоих участках периферийных ТВС.

В режиме нормальной эксплуатации реактора ВВЭР-1200 регулирующая группа ПЭЛ погружена примерно на 10 % (37,5 см) сверху, то есть в активной зоне находится часть поглотителя из титаната диспрозия. Срок службы ПЭЛ регулирующей группы – 3 года, а остальных ПЭЛ – 10 лет. Участками  $j = 29, 30$  поглотителя и оболочки ПЭЛ были их верхние части в соответствующих ТВС (по 37,5 см).

Полные размеры расчетной области оставлены без изменения по сравнению с [4, 5]. Характеристики наиболее облучаемых элементов конструкции реактора ВВЭР-1200, рассматриваемых в расчетах, приведены в табл. 1. Расчетная геометрия конструкции реактора представлена 38 участками. Схема расположения активируемых конструкций и материалов в районе активной зоны реактора ВВЭР-1200 в радиальном направлении представлена на рис. 1, а в аксиальном направлении – на рис. 2.

Т а б л и ц а 1. Характеристики наиболее облучаемых элементов конструкции реактора ВВЭР-1200  
T a b l e 1. Characteristics of the most irradiated structural elements of the WWER-1200 reactor

Элемент конструкции	Номер участка, $j$	Материал	Плотность, т/м <sup>3</sup>	Активируемая масса, т	Объем, м <sup>3</sup>
Выгородка	3	08X18H10T-Y	7,9	41,5	5,26
Шахта	15	08X18H10T-Y	7,9	24,1	3,05
	31			13,7	1,74
Плита нижняя БЗТ высотой 34,7 см (без ПЭЛ)	9	08X18H10T-Y	7,9	14,6	1,84
ПЭЛ в плите нижней высотой 34,7 см		42XHM + Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub>	5,65	0,20	0,04
БЗТ без плит и ПЭЛ (слой высотой 20 см)	10–14	08X18H10T-Y	7,9	1,51	0,19
ПЭЛ (В <sub>4</sub> С, каждый слой 20 см высотой)		42XHM + В <sub>4</sub> С	3,25	0,081	0,025
ПЭЛ (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> ) в зоне концевиков твэлов, слой высотой 13,7 см	1	42XHM + Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub>	5,65	0,09	0,016
ПЭЛ (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> ) в зоне направляющих каналов, слой высотой 5 см	2			0,034	0,006
Поглотитель ПЭЛ Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub>	29	Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub>	4,9	0,0079	0,0016
Оболочка ПЭЛ	30	42XHM	7,9	0,0042	0,0005



Окончание табл. 1

Элемент конструкции		Номер участка, <i>j</i>	Материал	Плотность, т/м <sup>3</sup>	Активируемая масса, т	Объем, м <sup>3</sup>
Пространство под активной зоной (каждый слой высотой 20 см)		4–8	08X18N10T-Y	7,9	1,52	0,19
Внутрикорпусная наплавка		16	08X18N10T + Nb	7,9	3,97	0,50
		32			2,27	0,29
Корпус (без наплавки)		17	15XHMФА	7,9	91,4	11,57
		33			52,3	6,62
Теплоизоляция	Нижняя часть	34	09Г2С + 08X18N10Т	1,09	2,22	2,04
	Основная часть	18			7,38	6,78
	Верхняя часть	19			1,44	1,32
Сухая защита	Левая нижняя часть	35	Серпентинитовый бетон + сталь 3	3,45	14,1	4,09
	Левая основная часть	20			47,0	13,6
	Левая верхняя часть	21			9,18	2,66
	Правая нижняя часть	36			24,1	7,0
	Правая основная часть	22			80,4	23,3
Опорная ферма	Нижняя часть	25	Серпентинитовый бетон + сталь 3	5,64	58,7	10,4
	Правая верхняя часть	26			58,7	10,4
	Левая верхняя часть	27			41,7	7,4
Биологическая защита		28	Серпентинитовый бетон + бор	2,78	19,6	7,05
Строительный бетон за сухой защитой	Левая нижняя часть	37	Строительный бетон с добавкой бора	2,2	9,6	4,3
	Левая основная часть	23			31,8	14,5
	Правая нижняя часть	38			10,1	4,6
	Правая основная часть	24			33,7	15,3

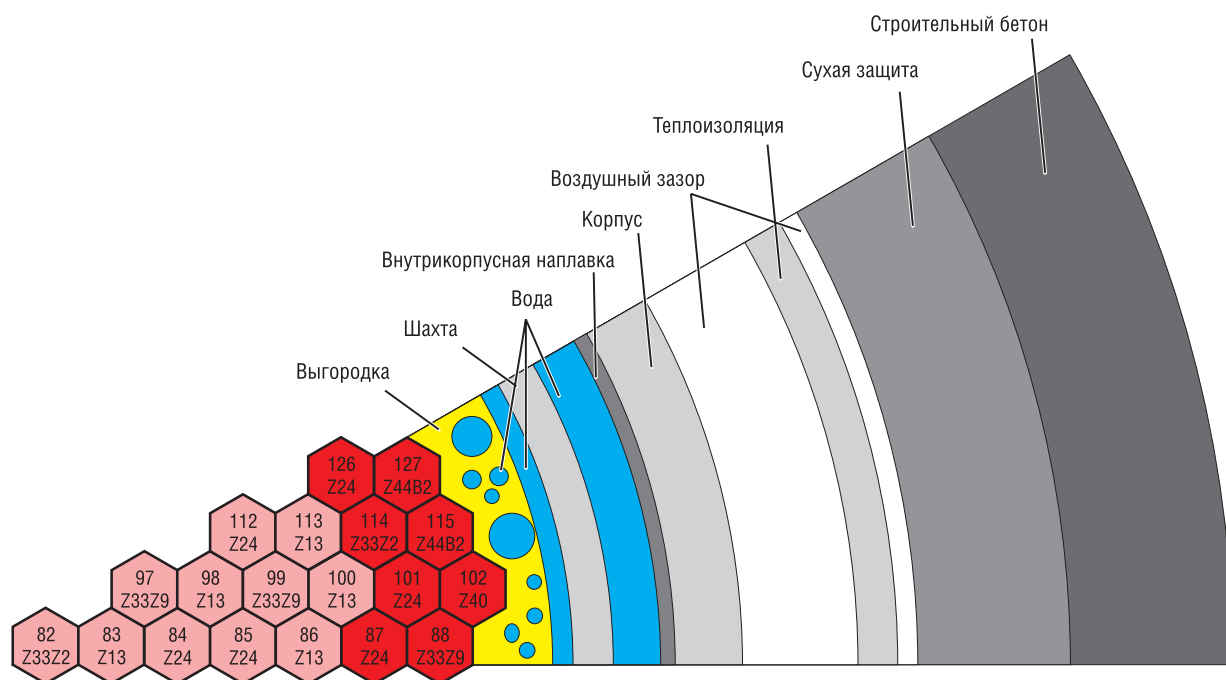


Рис. 1. Расположение активируемых конструкций и материалов в районе активной зоны реактора ВВЭР-1200 в радиальном направлении (элемент симметрии 30°)

Fig. 1. Arrangement of activated structures and materials in the area of the WWER-1200 reactor core in the radial direction (the element of symmetry 30°)

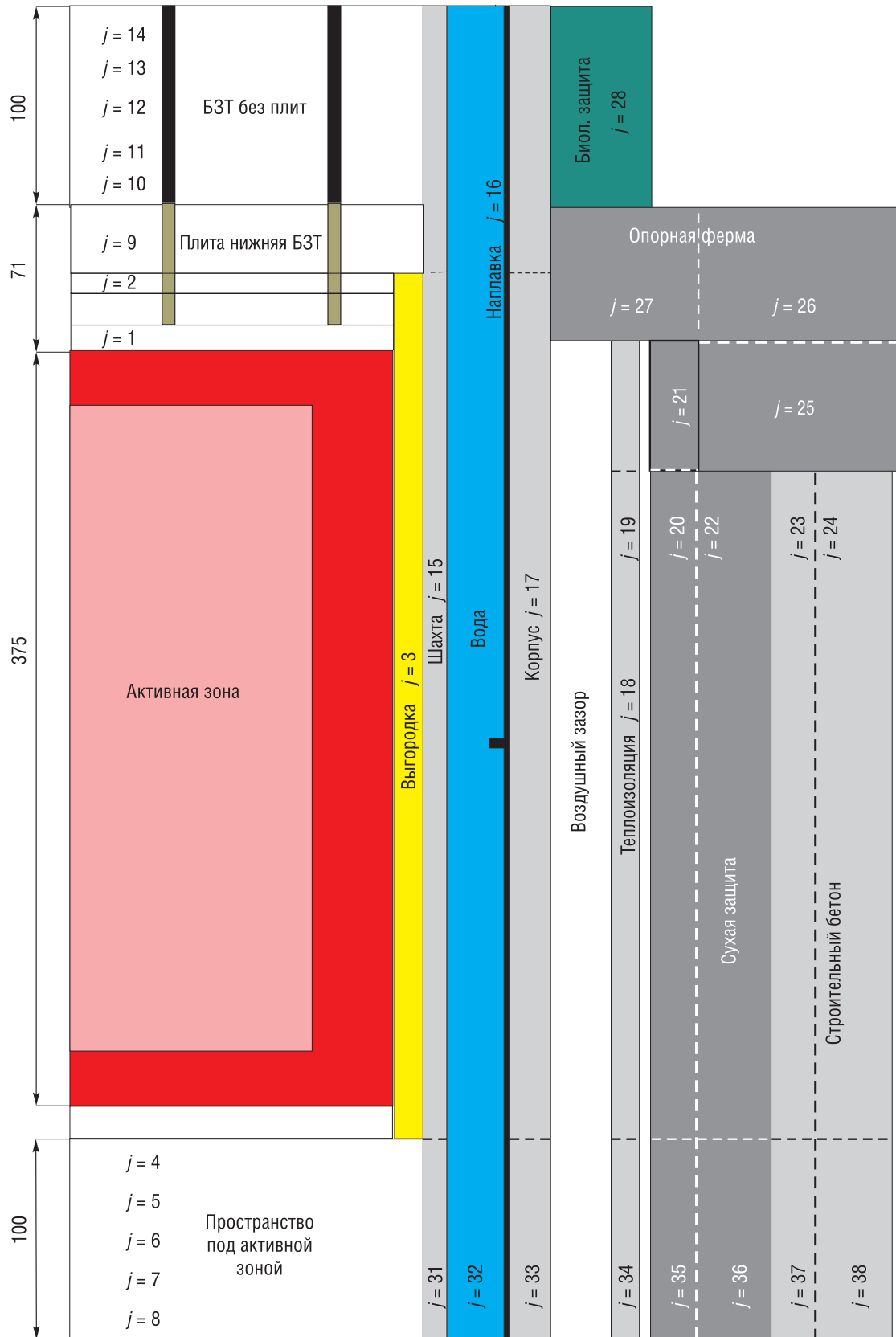


Рис. 2. Расположение активируемых конструкций и материалов в районе активной зоны реактора ВВЭР-1200 в аксиальном направлении

Fig. 2. Arrangement of activated structures and materials in the area of the WWER-1200 reactor core in the axial direction

**Результаты и их обсуждение.** Уточненные прогнозные данные по количественным и радиационным характеристикам ВАО и ДСаО, образующихся в результате активации нейтронами конструкционных и защитных материалов реактора ВВЭР-1200 за 60 лет эксплуатации Белорусской АЭС, даны в табл. 2–8. Также в них представлены активности по изотопам, их суммарные активности и суммарные удельные активности, суммарные активности и суммарные удельные активности ДСаО, массы и объемы активированных материалов.

К РАО классов 1 и 2, согласно нормам и правилам по обеспечению ядерной и радиационной безопасности «Безопасность при обращении с радиоактивными отходами. Общие положения», относятся ВАО, если они являются твердыми РАО и содержат бета-излучающие радионуклиды (за исключением трития) с удельной активностью более  $10^7$  Бк/г. К классу 2 относятся также ДСаО, содержащие бета-излучающие радионуклиды (за исключением трития), с периодом полураспада более 31 года и удельной активностью от  $10^4$  до  $10^7$  Бк/г.

При расчетах активности элементов конструкций уровня ВАО суммировались все представленные изотопы, при расчетах ДСаО – лишь изотопы с периодом полураспада более 31 года.

В табл. 2–8 желтым цветом выделены изотопы с периодом полураспада более 31 года. В табл. 2, 4–6, 8 красным цветом отмечены активности, удельные активности, массы, плотности и объемы материалов, относящиеся к ВАО. В табл. 2–5, 7 зеленым цветом выделены активности, удельные активности, массы, плотности и объемы материалов, относящихся к ДСаО.

Расчетные исследования активации материалов сухой защиты, строительного бетона, опорной фермы и биологической защиты показали, что данные элементы конструкции не будут относиться ни к ВАО, ни к ДСаО, ввиду ограничений по объему представляемых материалов в данной работе не приведены. В расчетах активации материалов этих элементов конструкции учитывалось образование трития.

Т а б л и ц а 2. Активности и удельные активности, массы и объемы активированных материалов в выгородке, шахте, наплавке, образующиеся за 60 лет работы Белорусской АЭС

Т a b l e 2. Activities and specific activities, masses and volumes of activated materials in the baffle, mine, surfacing, formed over 60 years of operation of the Belarusian NPP

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк						
			Выгородка	Шахта			Наплавка		
			$j = 3$	$j = 15$	$j = 31$	Сумма	$j = 16$	$j = 32$	Сумма
$^{14}\text{C}$	5736,00		7,46E+08*	7,64E+07	5,30E+05	7,69E+07	1,93E+09	2,17E+07	1,95E+09
$^{54}\text{Mn}$	0,85		1,99E+16	1,87E+15	5,86E+12	1,87E+15	1,82E+12	2,16E+10	1,84E+12
$^{55}\text{Fe}$	2,70		1,82E+17	1,85E+16	1,29E+14	1,86E+16	6,49E+13	7,29E+11	6,57E+13
$^{60}\text{Co}$	5,27		2,83E+16	3,30E+15	1,85E+13	3,32E+15	1,40E+13	1,64E+11	1,42E+13
$^{59}\text{Ni}$	7,50E+04		1,95E+14	2,94E+13	2,31E+11	2,96E+13	1,33E+11	1,48E+09	1,34E+11
$^{63}\text{Ni}$	96,00		3,14E+16	3,13E+15	2,25E+13	3,15E+15	1,32E+13	1,47E+11	1,33E+13
$^{93}\text{Zr}$	1,53E+06		1,20E+06	1,09E+05	8,96E+02	1,10E+05	2,68E+02	2,95E+00	2,71E+02
$^{93\text{m}}\text{Nb}$	13,60		3,05E+12	5,11E+11	2,05E+09	5,14E+11	4,88E+12	5,86E+10	4,94E+12
$^{94}\text{Nb}$	2,03E+04		7,82E+08	7,34E+07	2,29E+05	7,36E+07	1,96E+10	2,53E+08	1,99E+10
$^{93}\text{Mo}$	3,50E+03		3,20E+12	5,30E+11	2,12E+09	5,33E+11	1,66E+08	2,45E+06	1,68E+08
$^{99}\text{Tc}$	2,13E+05		5,46E+11	9,03E+10	3,34E+08	9,06E+10	1,98E+07	3,30E+05	2,01E+07
		$A_{\text{сумма}}$ , Бк	2,61E+17	2,68E+16	1,76E+14	2,71E+16	9,91E+13	1,10E+12	1,00E+14
		Масса, г	4,15E+07	2,41E+07	1,37E+07	3,78E+07	3,97E+06	2,27E+06	6,24E+06
		$A_{\text{сумма}}$ , Бк/г	6,29E+09	1,11E+09	1,28E+07	7,17E+08	2,50E+07	4,85E+05	1,60E+07
		$A_{\text{ДСаО}}$ , Бк						1,49E+11	
		$A_{\text{ДСаО}}$ , Бк/г						6,55E+04	
		$\rho$ , г/м <sup>3</sup>	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06
		$V$ , м <sup>3</sup>	5,26E+00	3,05E+00	1,73E+00	4,78E+00	5,00E-01	2,90E-01	7,90E-01

\*Здесь и далее запись 7,46E+08 означает  $7,46 \cdot 10^{+8}$ .



Т а б л и ц а 5. Активности и удельные активности, массы и объемы активированных материалов в плите нижней БЗТ и БЗТ, образующиеся за 60 лет работы Белорусской АЭС

Table 5. Activities and specific activities, masses and volumes of activated materials in the plate of the lower PTU and PTU, formed over 60 years of operation of the Belarusian NPP

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк						Сумма по БЗТ
			Плита нижняя БЗТ	БЗТ без плит					
				$j = 9$	$j = 10$	$j = 11$	$j = 12$	$j = 13$	
<sup>14</sup> C	5736,00		1,19E+06	6,76E+03	3,49E+02	4,13E+01	5,81E+00	7,51E-01	1,20E+06
<sup>54</sup> Mn	0,85		4,29E+13	5,82E+10	6,02E+09	8,52E+08	1,09E+08	1,81E+07	4,30E+13
<sup>55</sup> Fe	2,70		2,93E+14	1,67E+12	8,62E+10	1,02E+10	1,43E+09	1,85E+08	2,95E+14
<sup>60</sup> Co	5,27		4,47E+13	1,90E+11	9,91E+09	1,17E+09	1,63E+08	2,22E+07	4,49E+13
<sup>59</sup> Ni	7,50E+04		5,14E+11	2,99E+09	1,54E+08	1,82E+07	2,56E+06	3,30E+05	5,17E+11
<sup>63</sup> Ni	96,00		5,04E+13	2,97E+11	1,53E+10	1,81E+09	2,55E+08	3,27E+07	5,07E+13
<sup>93</sup> Zr	1,53E+06		1,95E+03	1,29E+01	6,62E-01	7,82E-02	1,11E-02	1,40E-03	1,96E+03
<sup>93m</sup> Nb	13,60		4,89E+09	9,58E+06	5,64E+05	6,88E+04	8,84E+03	1,50E+03	4,90E+09
<sup>94</sup> Nb	2,03E+04		1,66E+06	2,25E+03	2,33E+02	3,29E+01	4,23E+00	6,98E-01	1,66E+06
<sup>93</sup> Mo	3,50E+03		5,06E+09	9,91E+06	5,83E+05	7,12E+04	9,14E+03	1,55E+03	5,07E+09
<sup>99</sup> Tc	2,13E+05		7,55E+08	1,16E+06	7,23E+04	8,94E+03	1,10E+03	2,04E+02	7,56E+08
		A <sub>сумма</sub> , Бк	4,32E+14	2,22E+12	1,18E+11	1,41E+10	1,96E+09	2,59E+08	4,34E+14
		Масса, г	1,46E+07	1,51E+06	1,51E+06	1,51E+06	1,51E+06	1,51E+06	2,22E+07
		A <sub>сумма</sub> , Бк/г	2,96E+07	1,47E+06	1,47E+06	1,47E+06	1,47E+06	1,47E+06	1,96E+07
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк		3,00E+11	1,55E+10	1,83E+09	2,58E+08	3,30E+07	
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк/г		1,99E+05	1,02E+04	1,21E+03	1,71E+02	2,19E+01	
		ρ, г/м <sup>3</sup>	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06	7,90E+06
		V, м <sup>3</sup>	1,84E+00	1,90E-01	1,90E-01	1,90E-01	1,90E-01	1,90E-01	2,79E+00

Т а б л и ц а 6. Активности и удельные активности, массы и объемы активированных материалов в ПЭЛ (DyTiO) над активной зоной, образующиеся за срок службы 10 лет (одна загрузка) и за 60 лет работы Белорусской АЭС (шесть загрузок ПЭЛ)

Table 6. Activities and specific activities, masses and volumes of activated materials in absorber elements (DyTiO) above the core, formed over a service life of 10 years (one load) and over 60 years of operation of the Belarusian NPP (six loads of absorber elements)

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк				
			ПЭЛ (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> ) над активной зоной, срок службы 10 лет				60 лет
			$j = 1$	$j = 2$	$j = 9$	Сумма	Сумма
<sup>14</sup> C	5736		2,82E+08	9,10E+06	5,44E+06	2,97E+08	1,78E+09
<sup>54</sup> Mn	0,85		1,77E+10	1,89E+09	1,95E+09	2,15E+10	1,29E+11
<sup>55</sup> Fe	2,70		1,69E+12	3,96E+10	1,21E+10	1,74E+12	1,04E+13
<sup>60</sup> Co	5,27		1,15E+11	1,23E+10	1,27E+10	1,40E+11	8,40E+11
<sup>59</sup> Ni	7,50E+04		3,07E+11	7,74E+09	2,25E+09	3,17E+11	1,90E+12
<sup>63</sup> Ni	96		4,01E+13	9,19E+11	2,59E+11	4,13E+13	2,48E+14
<sup>93</sup> Zr	1,53E+06		1,16E+03	2,60E+01	6,46E+00	1,19E+03	7,14E+03
<sup>94</sup> Nb	2,03E+04		5,00E+04	5,33E+03	5,50E+03	6,08E+04	3,65E+05
<sup>93</sup> Mo	3,50E+03		3,59E+08	1,72E+07	1,69E+07	3,93E+08	2,36E+09
<sup>99</sup> Tc	2,13E+05		2,29E+07	1,93E+06	2,50E+06	2,73E+07	1,64E+08
<sup>157</sup> Tb	150		1,36E+12	1,48E+11	2,01E+11	1,71E+12	1,03E+13
<sup>158</sup> Tb	150		1,03E+12	1,15E+11	1,40E+11	1,29E+12	7,74E+12
<sup>159</sup> Dy	0,396		2,54E+13	2,74E+12	3,29E+12	3,14E+13	1,88E+14

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк				
			ПЭЛ (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> ) над активной зоной, срок службы 10 лет				60 лет
			j = 1	j = 2	j = 9	Сумма	Сумма
		A <sub>сумма</sub> , Бк	7,00E+13	3,98E+12	3,92E+12	7,79E+13	4,68E+14
		Масса, г	9,00E+04	3,28E+04	1,98E+05	3,21E+05	1,92E+06
		A <sub>сумма</sub> , Бк/г	7,78E+08	1,22E+08	1,98E+07	2,43E+08	2,43E+08
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк					
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк/г					
		ρ, г/м <sup>3</sup>	5,65E+06	5,65E+06	5,65E+06	5,65E+06	5,65E+06
		V, м <sup>3</sup>	1,60E-02	5,80E-03	3,50E-02	5,68E-02	3,41E-01

Т а б л и ц а 7. Активности и удельные активности, массы и объемы активированных материалов в ПЭЛ (BC) над активной зоной, образующиеся за срок службы ПЭЛ 10 лет (одна загрузка ПЭЛ) и за 60 лет работы Белорусской АЭС (шесть загрузок ПЭЛ)

T a b l e 7. Activities and specific activities, masses and volumes of activated materials in absorber elements (BC) above the core, formed during the absorber elements service life of 10 years (one absorber elements load) and for 60 years of operation of the Belarusian NPP (six absorber elements loads)

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк						
			ПЭЛ (B <sub>4</sub> C) над активной зоной за срок службы 10 лет (одна загрузка)						За 60 лет
			j = 10	j = 11	j = 12	j = 13	j = 14	Сумма (одна загрузка)	Сумма (шесть загрузок)
<sup>14</sup> C	5736		1,91E+03	1,00E+02	1,19E+01	1,65E+00	2,25E-01	2,03E+03	1,22E+04
<sup>54</sup> Mn	0,85		1,81E+07	1,87E+06	2,65E+05	3,40E+04	5,62E+03	2,03E+07	1,22E+08
<sup>55</sup> Fe	2,70		1,38E+08	7,53E+06	9,08E+05	1,25E+05	1,74E+04	1,46E+08	8,76E+08
<sup>60</sup> Co	5,27		1,18E+08	1,22E+07	1,73E+06	2,22E+05	3,67E+04	1,32E+08	7,92E+08
<sup>59</sup> Ni	7,50E+04		2,59E+07	1,35E+06	1,59E+05	2,21E+04	3,00E+03	2,74E+07	1,64E+08
<sup>63</sup> Ni	96		2,99E+09	1,55E+08	1,83E+07	2,55E+06	3,42E+05	3,17E+09	1,90E+10
<sup>93</sup> Zr	1,53E+06		7,33E-02	3,77E-03	4,45E-04	6,30E-05	7,95E-06	7,76E-02	4,66E-01
<sup>94</sup> Nb	2,03E+04		5,11E+01	5,29E+00	7,48E-01	9,61E-02	1,59E-02	5,73E+01	3,44E+02
<sup>93</sup> Mo	3,50E+03		1,83E+05	1,11E+04	1,36E+03	1,72E+02	3,07E+01	1,96E+05	1,18E+06
<sup>99</sup> Tc	2,13E+05		2,56E+04	1,61E+03	1,99E+02	2,44E+01	4,55E+00	2,75E+04	1,65E+05
		A <sub>сумма</sub> , Бк	3,29E+09	1,78E+08	2,14E+07	2,96E+06	4,05E+05	3,49E+09	2,10E+10
		Масса, г	8,10E+04	8,10E+04	8,10E+04	8,10E+04	8,10E+04	4,05E+05	2,43E+06
		A <sub>сумма</sub> , Бк/г	4,06E+04	2,20E+03	2,64E+02	3,65E+01	5,00E+00	8,62E+03	8,63E+03
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк	3,02E+09	1,56E+08	1,85E+07	2,57E+06	3,45E+05	3,20E+09	1,92E+10
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк/г	3,72E+04	1,93E+03	2,28E+02	3,18E+01	4,26E+00	7,90E+03	7,90E+03
		ρ, г/м <sup>3</sup>	3,25E+06	3,25E+06	3,25E+06	3,25E+06	3,25E+06	3,25E+06	3,25E+06
		V, м <sup>3</sup>	2,50E-02	2,50E-02	2,50E-02	2,50E-02	2,50E-02	1,25E-01	7,50E-01

Т а б л и ц а 8. Активность и удельная активность, массы и объемы активированных материалов в ПЭЛ (DyTiO) за срок службы ПЭЛ 3 года (одна загрузка ПЭЛ) и за 60 лет работы Белорусской АЭС (20 загрузок ПЭЛ)

T a b l e 8. Activity and specific activity, masses and volumes of activated materials in PEL (DyTiO) for PEL service life of 3 years (one PEL load) and for 60 years of operation of the Belarusian NPP (20 PEL loads)

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк		Сумма (одна загрузка)	Сумма за 60 лет (20 загрузок)
			Поглотитель (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> )	Оболочка 42XHM		
			j = 29	j = 30		
<sup>14</sup> C	5736		1,01E+08	5,93E+03	1,01E+08	2,02E+09
<sup>54</sup> Mn	0,85		0,00E+00	1,29E+11	1,29E+11	2,58E+12
<sup>55</sup> Fe	2,70		0,00E+00	3,98E+11	3,98E+11	7,96E+12
<sup>60</sup> Co	5,27		0,00E+00	4,14E+11	4,14E+11	8,28E+12

Нуклиды	Период полураспада, лет	Расчетные параметры	Активность, Бк		Сумма (одна загрузка)	Сумма за 60 лет (20 загрузок)
			Поглотитель (Dy <sub>2</sub> TiO <sub>5</sub> )	Оболочка 42ХНМ		
			<i>j</i> = 29	<i>j</i> = 30		
<sup>59</sup> Ni	7,50E+04		0,00E+00	3,32E+10	3,32E+10	6,64E+11
<sup>63</sup> Ni	96		0,00E+00	4,38E+12	4,38E+12	8,76E+13
<sup>93</sup> Zr	1,53E+06		0,00E+00	1,05E+02	1,05E+02	2,10E+03
<sup>94</sup> Nb	2,03E+04		0,00E+00	1,21E+05	1,21E+05	2,42E+06
<sup>93</sup> Mo	3,50E+03		0,00E+00	3,53E+08	3,53E+08	7,06E+09
<sup>99</sup> Tc	2,13E+05		0,00E+00	5,91E+07	5,91E+07	1,18E+09
<sup>157</sup> Tb	150		8,35E+11	0,00E+00	8,35E+11	1,67E+13
<sup>158</sup> Tb	150		5,74E+11	0,00E+00	5,74E+11	1,15E+13
<sup>159</sup> Dy	0,396		2,94E+13	0,00E+00	2,94E+13	5,88E+14
		A <sub>сумма</sub> , Бк	3,08E+13	5,35E+12	3,62E+13	7,24E+14
		Масса, г	7,90E+03	4,20E+03	1,21E+04	2,42E+05
		A <sub>сумма</sub> , Бк/г	3,90E+09	1,27E+09	2,99E+09	2,99E+09
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк				
		A <sub>ДСАО</sub> , Бк/г				
		ρ, г/м <sup>3</sup>	4,90E+06	7,90E+06	5,76E+06	5,76E+06
		V, м <sup>3</sup>	1,60E-03	5,00E-04	2,10E-03	4,20E-02

**Заключение.** В результате выполненных расчетных исследований установлено, что через 60 лет эксплуатации реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС при активации нейтронами близлежащих к активной зоне реакторных и защитных конструкций будут образованы ВАО и ДСАО в следующих количествах:

- в стальных конструкциях выгородки, шахты и наплавки – массой 85,5 т, объемом 10,8 м<sup>3</sup> (ВАО);
- в части корпуса реактора – массой 144 т и объемом 18,2 м<sup>3</sup> (ДСАО);
- в теплоизоляции – массой 11 т и объемом 10,1 м<sup>3</sup> (ДСАО);
- в стальных конструкциях БЗТ – общей массой 22,2 т и объемом 2,79 м<sup>3</sup> (ВАО);
- в металлоконструкциях пространства под активной зоной – общей массой 7,6 т и объемом 0,96 м<sup>3</sup> (ДСАО);
- в материалах ПЭЛ (Dy<sub>2</sub>TiO<sub>5</sub>) со сроком службы 10 лет – общей массой 1,96 т и объемом 0,34 м<sup>3</sup> (ВАО);
- в материалах ПЭЛ (Dy<sub>2</sub>TiO<sub>5</sub>) со сроком службы 3 года – общей массой 0,242 т и объемом 4,2 · 10<sup>-2</sup> м<sup>3</sup> (ВАО).

Всего за счет активации материалов конструкций реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС образуются ВАО и ДСАО общим весом 272,5 т и объемом 43 м<sup>3</sup>.

#### Список использованных источников

1. К определению категории РАО для бетонов радиационной защиты ядерных установок при их выводе из эксплуатации / Б. К. Былкин [и др.] // Атомная энергия. – 2016. – Т. 121, вып. 5. – С. 298–301.
2. Наведенная активность радиационной защиты в проблеме вывода из эксплуатации ядерных установок / Б. К. Былкин [и др.] // Ядерная и радиационная безопасность. – 2017. – №3 (85). – С. 1–14.
3. Радиационные характеристики реакторных конструкций после окончательного останова АЭС с ВВЭР / Б. К. Былкин [и др.] // Атомная энергия. – 2009. – Т. 106, вып. 1. – С. 56–60.
4. Оценка объемов подлежащих глубинному захоронению радиоактивных отходов, образующихся в результате активации конструкционных и защитных материалов реактора ВВЭР-1200 Белорусской АЭС / М. Л. Жемжуров [и др.] // Материалы 8-й Междунар. конф. «Атомная энергетика, ядерные и радиационные технологии 21-го века». – Минск, 2020. – С. 11–21.
5. Calculation researches for the formation of high-level and long-life medium-level radioactive waste of activation origin for the VVER-1200 reactor of Belarusian NPP / M. L. Zhemzhurov [et al.] // Nonlinear Dynamics and Applications. – 2020. – Vol. 66. – P. 66–75.

## References

1. Bylkin B. K., Engovatov I. A., Kozhevnikov A. N., Sinyushin D. K. On the definition of the category of radioactive waste for concrete for radiation protection of nuclear facilities during their decommissioning. *Atomnaya energiya = Atomic Energy*, 2016, vol. 121, issue 5, pp. 298–301 (in Russian).
2. Bylkin B. K., Kozhevnikov A. N., Engovatov I. A., Sinyushin D. K. Induced activity of radiation shielding before NPP decommissioning. *Yadernaya i radiatsionnaya bezopasnost' = Nuclear and Radiation Safety Journal*, 2017, no. 3 (85), pp. 1–14 (in Russian).
3. Bylkin B. K., Yegorov A. L., Zhurbenko Ye. A., Tsofin V. I. Radiation characteristics of reactor structures after final shutdown of NPP with WWER. *Atomnaya energiya = Atomic Energy*, 2009, vol. 106, issue 1, pp. 56–60 (in Russian).
4. Zhemzhurov M. L., Zhmura G. M., Serebryanyy G. Z., Rubin I. E., Dneprovskaya N. M., Teterova N. A., Rudenkov I. V., Babichev L. F., Gribova K. A., Kovalevich V. G. Estimation of the volumes of radioactive waste subject to deep burial, generated as a result of activation of structural and protective materials of the WWER-1200 reactor of the Belarusian NPP. *Materialy 8-i Mezhdunarodnoi konferentsii "Atomnaya energetika, yadernyye i radiatsionnyye tekhnologii 21-go veka"* [Materials of the 8<sup>th</sup> International Conference "Nuclear Power Engineering, Nuclear and Radiation Technologies of the 21<sup>st</sup> Century"]. Minsk, 2020, pp. 11–21 (in Russian).
5. Zhemzhurov M. L., Zhmura G. M., Serebryanyy G. Z., Rubin I. E., Dneprovskaya N. M., Teterova N. A., Rudenkov I. V., Babichev L. F., Yrashevich K. A., Kovalevich V. G. Calculation researches for the formation of high-level and long-life medium-level radioactive waste of activation origin for the VVER-1200 reactor of Belarusian NPP. *Nonlinear Dynamics and Applications*, 2020, vol. 66, pp. 66–75.

## Информация об авторах

*Жемжуrow Михаил Леонидович* – доктор технических наук, доцент, заведующий лабораторией радиационно-химических исследований окружающей среды, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: jema@sosny.bas-net.by

*Жмура Георгий Митрофанович* – старший научный сотрудник лаборатории радиационно-химических исследований окружающей среды, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: georgiyzhmura@mail.ru

*Рубин Исаак Ефимович* – старший научный сотрудник лаборатории нейтронной физики, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: rubin@sosny.bas-net.by

*Серебряный Григорий Зиновьевич* – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории радиационно-химических исследований окружающей среды, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: silver@sosny.bas-net.by

*Днепровская Нина Михайловна* – научный сотрудник лаборатории нейтронной физики, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: dneprnina@mail.ru

## Information about the authors

*Mikhail L. Zhemzhurov* – D. Sc. (Engineering), Associate Professor, Head of the Laboratory of Radiation and Chemical Research of the Environment, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: jema@sosny.bas-net.by

*Georgiy M. Zhmura* – Senior Researcher at the Laboratory of Radiation and Chemical Research of the Environment, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: georgiyzhmura@mail.ru

*Isaak E. Rubin* – Senior Researcher at the Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: rubin@sosny.bas-net.by

*Grigory Z. Serebryany* – Ph. D. (Engineering), Leading Researcher of the Laboratory of Radiation and Chemical Research of the Environment, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: silver@sosny.bas-net.by

*Nina M. Dneprovskaya* – Researcher at the Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: dneprnina@mail.ru



*Тетерева Наталья Александровна* – научный сотрудник лаборатории нейтронной физики, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: tetna@mail.ru

*Руденков Ивантон Владимирович* – младший научный сотрудник лаборатории моделирования суперкомпьютерных технологий в ядерной физике и энергетике, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: godder@tut.by

*Бабичев Леонид Филипович* – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией моделирования суперкомпьютерных технологий в ядерной физике и энергетике, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (д. Прилесье, 47/17, 223063, Луговослободской с/с, Минский р-н, Минская обл., Республика Беларусь). E-mail: babichev@sosny.bas-net.by

*Natalia A. Teterova* – Researcher at the Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: tetna@mail.ru

*Ivanton V. Rudenkov* – Junior Researcher of the Laboratory of Modeling of Supercomputer Technologies in Nuclear Physics and Power Engineering, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: godder@tut.by

*Leonid F. Babichev* – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the Laboratory for Modeling Supercomputer Technologies in Nuclear Physics and Power Engineering, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (47/17, Prilesye village, 223063, Lugovoslobodskaya village, Minsk District, Minsk Region, Republic of Belarus). E-mail: babichev@sosny.bas-net.by

**В. И. Орловская, А. Г. Трифонов**

*Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук  
Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

## **ОЦЕНКА РАДИАЦИОННОГО РИСКА ДЛЯ ПЕРСОНАЛА АЭС-2006 ПРИ РАЗЛИЧНЫХ АВАРИЙНЫХ СИТУАЦИЯХ**

**Аннотация.** Приводятся результаты оценки радиационного риска для персонала атомной электрической станции проекта АЭС-2006 при проектной аварии (падение при перегрузке топлива отработавшей кассеты на кассеты, расположенные в активной зоне реактора или бассейне выдержки) и запроектной аварии (большая течь теплоносителя первого контура с отказом активной части системы аварийного охлаждения активной зоны и полным обесточиванием на 24 ч). Оценка основывается на современных моделях радиационных рисков Научного комитета по действию атомной радиации при Организации Объединенных Наций и Международной комиссии по радиологической защите. Расчет показателей риска при профессиональном облучении персонала АЭС в условиях аварийных ситуаций проведен на основании данных, полученных с использованием программного модуля, созданного в мультифизическом комплексе COMSOL 5.6, значений дозовых нагрузок от радиоактивного облака и внутреннего облучения за счет ингаляции для таких дозообразующих радионуклидов, как  $^{134}\text{Cs}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{131}\text{I}$ ,  $^{133}\text{I}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ . Особенностью проведенных расчетов является максимальный учет деталей инфраструктуры промышленной площадки АЭС, что позволяет получить более точную оценку распространения радиоактивных веществ. Рассчитываемые показатели могут являться основанием для разработки рекомендаций по повышению безопасности АЭС с целью управления рисками.

**Ключевые слова:** аварийное облучение, дозовые нагрузки, запроектная авария, избыточный абсолютный риск, избыточный относительный риск, проектная авария, радиационный риск, эффективная доза, эквивалентная доза, щитовидная железа

**Для цитирования:** Орловская, В. И. Оценка радиационного риска для персонала АЭС-2006 при различных аварийных ситуациях / В. И. Орловская, А. Г. Трифонов // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2021. – Т. 66, № 3. – С. 378–384. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-378-384>

**Valentina I. Orlovskaya, Alexander G. Trifonov**

*Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk,  
Republic of Belarus*

## **RADIATION RISK ASSESSMENT FOR NUCLEAR POWER PLANT STAFF IN DIFFERENT EMERGENCY SITUATIONS**

**Abstract.** The paper presents the results of radiation risk assessment for the staff of a nuclear power plant design during design basis accident (spent nuclear fuel assembly falling on fuel in reactor core or storage pool during refueling operations) and a beyond design basis accident (large leakage of the primary coolant with failure of the active part of the emergency cooling system and complete blackout for 24 h). The assessment is based on state-of-the-art radiation risk models from the United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation (UNSCEAR) and the International Commission on Radiological Protection (ICRP). The calculation of risk indicators for occupational exposure of NPP staff in emergency situations was carried out on the basis of data obtained using a computational module created in the COMSOL 5.6 multiphysics software, doses from a radioactive cloud and internal exposure due to inhalation for such radionuclides as  $^{134}\text{Cs}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{131}\text{I}$ ,  $^{133}\text{I}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ . A feature of this approach is the detailed consideration of the NPP industrial site infrastructure, which allows obtaining a more accurate assessment of the radionuclide air distribution and fallout.

**Keywords:** beyond design basis accident, dose, design basis accident, effective dose, emergency exposure, equivalent dose, excess absolute risk, excess relative risk, radiation risk, thyroid

**For citation:** Orlovskaya V. I., Trifonov A. G. Radiation risk assessment for nuclear power plant staff in different emergency situations. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2021, vol. 66, no. 3, pp. 378–384 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2021-66-3-378-384>

**Введение.** Атомные электростанции вследствие накопления в процессе эксплуатации значительных количеств радиоактивных продуктов и наличия принципиальной возможности выхода их при авариях за предусмотренные границы представляют собой источник потенциальной опасности и источник риска радиационного воздействия на персонал, население и окружающую среду. Определение уровней возможной радиационной опасности является одной из важнейших задач, которые необходимо решать на всех этапах жизненного цикла станции. Другими словами, следует определить количественные оценки вероятностей и последствий возможных аварий, которые могут использоваться в качестве приемлемых показателей достигнутого уровня безопасности.

Согласно Закону Республики Беларусь «О радиационной безопасности», при обосновании практической деятельности, связанной с источниками ионизирующего излучения, необходимо иметь сведения об оценке возможных рисков возникновения вредного воздействия ионизирующего излучения на здоровье человека и окружающую среду.

В соответствии с Международными основными нормами безопасности Международного агентства по атомной энергии риски для здоровья людей при облучении от источников ионизирующего излучения должны быть оценены в зависимости от ситуации облучения (планируемого, существующего и аварийного), а также работодатели обязаны предоставить работникам необходимую информацию о рисках для здоровья, связанных с их профессиональным облучением при нормальной эксплуатации источников ионизирующего излучения, планируемых при эксплуатации событий и в аварийных условиях.

Определение потенциального облучения в целях планирования или выбора мер защиты основано на разработке типичных сценариев, которые представляют всю цепь событий, приводящих к облучению; оценке вероятности реализации этих сценариев; оценке доз и наносимого облучением в таких дозах вреда; сравнении результатов с некоторым критерием приемлемости этого вреда и оптимизации защиты [1].

*Цель данной работы* – оценить возможные радиационных рисков в ситуациях аварийного облучения, используя модели радиационных рисков, рекомендованные Научным комитетом по действию атомной радиации при Организации Объединенных Наций и Международной комиссией по радиологической защите. Исходными данными для оценки являются прогнозные дозы внешнего и внутреннего облучения персонала проекта АЭС-2006 при проектных и запроектных авариях. Методика проведения расчета распределения относительной концентрации радиоактивных аэрозолей по зонам удаления от источника выброса с использованием программного модуля, созданного в мультифизическом комплексе COMSOL 5.6, и методика расчета дозовых нагрузок на персонал подробно описаны в [2–4].

**Концепция оценки риска.** В радиационной защите рассматриваются два вида вредных для здоровья человека эффектов. Высокие дозы излучения (свыше 100 мЗв) вызывают детерминированные эффекты (тканевые реакции), которые часто имеют остро возникающий характер. Низкие дозы (до 100 мЗв) могут вызывать стохастические эффекты, то есть рак и наследуемые заболевания. Согласно [1], при дозах ниже 100 мЗв увеличение дозы приводит к прямо пропорциональному увеличению вероятности развития рака или наследственных эффектов, связанных с облучением. Такую модель зависимости доза–эффект называют линейной беспороговой моделью, использование которой совместно с экспертной оценкой коэффициента эффективности дозы и мощности дозы (DDREF) обеспечивает устойчивую основу для практических целей радиационной защиты, то есть для управления рисками облучения в малых дозах. Важно отметить, что понятия эквивалентной и эффективной дозы не следует использовать для количественной оценки повышенных доз облучения (оценка тканевых реакций). В таких ситуациях необходима оценка поглощенной дозы с учетом соответствующего значения относительной биологической эффективности [1].

Определить вероятностный ущерб здоровью от полученной дозы можно, используя концепцию радиационного риска, согласно которой индивидуальный риск от облучения рассматривается

как вклад полученной дозы в вероятность реализации всех типов рака на протяжении всей жизни человека [1].

В настоящее время для прогноза радиационных рисков заболеваемости злокачественными новообразованиями используются следующие типы моделей:

модель интенсивности радиационных рисков Международной комиссии по радиологической защите (модель МКРЗ);

модель интенсивности радиационных рисков Научного комитета по действию атомной радиации при Организации Объединенных Наций (модель НКДАР ООН);

модель интенсивности радиационных рисков Всемирной организации здравоохранения (модель ВОЗ).

В данной работе для оценки возможных радиационных рисков при однократном облучении в случае аварийной ситуации на АЭС использовались модели МКРЗ избыточного абсолютного и относительного рисков, а для расчета радиационного риска злокачественных новообразований щитовидной железы при однократном облучении за счет радионуклидов йода – модель НКДАР ООН.

При облучении сравнительные описания радиационного риска согласно [1] могут быть выполнены с помощью мультипликативной модели избыточного относительного (ERR) или аддитивной модели избыточного абсолютного (EAR) риска развития солидных злокачественных новообразований, причем эти модели позволяют вводить изменения избыточного риска в зависимости от таких факторов, как пол, возраст дожития и возраст на момент облучения. Различие этих двух моделей заключается в том, что для вычисления интенсивности избыточного радиационного риска (аддитивного к фоновой заболеваемости) модель ERR предполагает предварительное домножение на значение фоновой заболеваемости, а модель EAR используется непосредственно как аддитивная добавка к фоновой заболеваемости.

Модели интенсивностей избыточного абсолютного риска (EAR) и избыточного относительного риска (ERR) представлены следующими формулами [5]:

$$EAR_{\text{однокр.}}^{\text{МКРЗ}}(s, c, g, a, d) = d \cdot \beta_{\text{EAR}}(s, c) \cdot \left(\frac{a}{70}\right)^{\omega_{\text{EAR}}(c)} \cdot \left(1 + \frac{\gamma_{\text{EAR}}(c)}{100}\right)^{0,1(g-30)}, \quad (1)$$

$$ERR_{\text{однокр.}}^{\text{МКРЗ}}(s, c, g, a, d) = d \cdot \beta_{\text{ERR}}(s, c) \cdot \left(\frac{a}{70}\right)^{\omega_{\text{ERR}}(c)} \cdot \left(1 + \frac{\gamma_{\text{ERR}}(c)}{100}\right)^{0,1(g-30)}, \quad (2)$$

где  $s$  – пол;  $c$  – локализация злокачественного новообразования;  $g$  – возраст при облучении;  $a$  – возраст, на который рассчитывается риск (достигнутый возраст);  $d$  – доза облучения, Зв;  $\beta_{\text{EAR}}$ ,  $\omega_{\text{EAR}}$ ,  $\gamma_{\text{EAR}}$  – параметры аддитивной модели;  $\beta_{\text{ERR}}$ ,  $\omega_{\text{ERR}}$ ,  $\gamma_{\text{ERR}}$  – параметры мультипликативной модели.

Т а б л и ц а 1. Параметры моделей МКРЗ интенсивности радиационных рисков заболеваемости для всех солидных злокачественных новообразований [1, 5]

T a b l e 1. Parameters of ICRP models for solid cancers radiation risks [1, 5]

Пол	$\beta_{\text{ERR}}, \text{Зв}^{-1}$	$\gamma_{\text{ERR}}$	$\omega_{\text{ERR}}$	$\beta_{\text{EAR}}, \times 10^{-4}, \text{Зв}^{-1}$	$\gamma_{\text{EAR}}$	$\omega_{\text{EAR}}$
Мужской	0,35	-17	-1,65	43,20	-24	2,22
Женский	0,58			59,83		

Модели интенсивности радиационных рисков, для локализации злокачественных новообразований в щитовидной железе, разработанные НКДАР ООН, имеют следующий вид:

$$EAR_{\text{однокр.}}^{\text{НКДАР}}(s, c, g, a, d) = 2,6287 \cdot 10^{-4} \cdot d \cdot g^{-0,3883} \cdot e^{1,3626 \cdot s}, \quad (3)$$

$$ERR_{\text{однокр.}}^{\text{НКДАР}}(s, c, g, a, d) = 3,80452 \cdot 10^4 \cdot d \cdot g^{-0,4405} \cdot a^{-2,197}, \quad (4)$$

где  $s$  – пол (0 для мужчин и 1 для женщин);  $d$  – эквивалентная доза облучения, Зв.

**Численная оценка риска.** Оценка радиационного риска при профессиональном облучении осуществлялась на основании полученных с использованием программного модуля, созданного в мультифизическом комплексе COMSOL 5.6, значений дозовых нагрузок на персонал АЭС от радиоактивного облака и внутреннего облучения за счет ингаляции для таких дозообразующих радионуклидов, как  $^{134}\text{Cs}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{131}\text{I}$ ,  $^{133}\text{I}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ .

Подробная методика расчета распределения относительной концентрации радиоактивных аэрозолей по зонам удаления от источника выброса описана в [2, 4]. Особенностью примененного методического подхода является учет инфраструктуры промышленной площадки станции, которая может вносить значительные возмущения в воздушный перенос радиоактивных аэрозолей и, как следствие, неравномерности распределения концентраций, прежде всего на небольших расстояниях, что актуально для промплощадки АЭС. Возможной областью применения данного метода расчета является прогнозирование радиационных последствий аварий на радиационных объектах и объектах использования атомной энергии в условиях значительной неоднородности подстилающей поверхности.

Подробная методика проведения расчетов дозовых нагрузок на персонал на ранней стадии проектной и запроектной аварий представлена в [2] и [3] соответственно. Оцененное радиационное воздействие на персонал в случае аварийных ситуаций в целом хорошо коррелирует с проектными данными, представленными в окончательном отчете по обоснованию безопасности блока №1 Белорусской АЭС (предварительная редакция).

В качестве примера расчета дозовых нагрузок и радиационного риска авторами настоящей статьи приведен расчет прогнозной оценки аварийных доз персонала, связанных с выбросом радионуклидов в окружающую среду при проектной аварии (падение при перегрузке топлива отработавшей кассеты на кассеты, расположенные в активной зоне реактора или бассейне выдержки) и при запроектной аварии (большая течь теплоносителя первого контура с отказом активной части системы аварийного охлаждения активной зоны и полным обесточиванием на 24 ч). Распространение радионуклидов на промплощадке оценивалось для летних условий, скорости ветра – 10 м/с, скорости осаждения примесных аэрозолей – 0,05 м/с.

Результаты расчета прогнозной оценки аварийных доз персонала, необходимые для оценки радиационного риска при профессиональном облучении, в результате проектной и запроектной аварий, представлены в табл. 2 и 3 соответственно.

**Таблица 2. Прогнозная оценка аварийных доз персонала на промплощадке при скорости ветра 10 м/с и скорости осаждения 0,05 м/с (проектная авария)**

**Table 2. The predictive assessment of staff emergency doses at site for design accident. Wind speed 10 m/s, deposition rate 0.05 m/s (design basis accident)**

Доза облучения	Величина дозы облучения, мЗв				
	Зона 1 (~ 190–270 м)	Зона 2 (~ 270–370 м)	Зона 3 (~ 370–490 м)	Зона 4 (~ 490–660 м)	Зона 5 (~ 660–900 м)
Общая эффективная доза, мЗв	8,79	7,33	5,87	4,40	2,93
Суммарная эквивалентная доза на щитовидную железу, мЗв	101,56	84,63	67,70	50,78	33,85
Ожидаемая эффективная доза на щитовидную железу, мЗв	4,06	3,39	2,71	2,03	1,35

**Таблица 3. Прогнозная оценка аварийных доз персонала на промплощадке при скорости ветра 10 м/с и скорости осаждения 0,05 м/с (запроектная авария)**

**Table 3. Emergency dose assessment for staff on NPP site. Wind speed 10 m/s, deposition rate – 0.05 m/s (beyond design basis accident)**

Доза облучения	Величина дозы облучения, мЗв				
	Зона 1 (~ 40 м)	Зона 2 (~ 40–60 м)	Зона 3 (~ 60–90 м)	Зона 4 (~ 90–105 м)	Зона 5 (~ 105–165 м)
Общая эффективная доза, мЗв	61,98	51,65	41,31	30,98	20,67
Эквивалентная доза в щитовидной железе, мЗв	680,87	567,39	453,91	340,44	226,96
Эффективная доза на щитовидную железу, мЗв	27,23	22,70	18,16	13,62	9,08

Результаты расчета интенсивностей радиационного риска для всех солидных злокачественных новообразований и злокачественных новообразований щитовидной железы от полученной дозы в результате проектной аварии представлены в табл. 4, при остром кратковременном облучении в результате запроектной аварии – в табл. 5. Расчет радиационных рисков выполнялся для ситуации однократного облучения мужчин в возрасте 30 лет, латентный период для солидных раков и рака щитовидной железы был принят 10 лет ( $a = 40$  лет).

Т а б л и ц а 4. Прогнозные значения радиационного риска при проектной аварии

T a b l e 4. Anticipated radiation risk values for design basis accident

Показатели риска	Значение радиационного риска при проектной аварии				
	Зона 1 (~ 190–270 м)	Зона 2 (~ 270–370 м)	Зона 3 (~ 370–490 м)	Зона 4 (~ 490–660 м)	Зона 5 (~ 660–900 м)
Избыточный абсолютный риск (EAR) (для всех солидных злокачественных новообразований в совокупности), количество дополнительных смертей на 100 000 чел.	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$
Избыточный относительный риск (ERR) (для всех солидных злокачественных новообразований в совокупности)	$0,9 \cdot 10^{-2}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$0,3 \cdot 10^{-2}$
Избыточный абсолютный риск (EAR) (для злокачественных новообразований в щитовидной железе), количество дополнительных смертей на 100 000 чел.	$7,1 \cdot 10^{-6}$	$5,9 \cdot 10^{-6}$	$4,8 \cdot 10^{-6}$	$3,6 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$
Избыточный относительный риск (ERR) (для злокачественных новообразований в щитовидной железе)	$26,0 \cdot 10^{-2}$	$21,7 \cdot 10^{-2}$	$17,4 \cdot 10^{-2}$	$13,0 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-2}$

Т а б л и ц а 5. Прогнозные значения радиационного риска при запроектной аварии

T a b l e 5. Anticipated radiation risk values for beyond design basis accident

Показатели риска	Значение радиационного риска при запроектной аварии				
	Зона 1 (~ 40 м)	Зона 2 (~ 40–60 м)	Зона 3 (~ 60–90 м)	Зона 4 (~ 90–105 м)	Зона 5 (~ 105–165 м)
Избыточный абсолютный риск (EAR) (для всех солидных злокачественных новообразований в совокупности), количество дополнительных смертей на 100 000 чел.	$31,0 \cdot 10^{-2}$	$25,8 \cdot 10^{-2}$	$20,7 \cdot 10^{-2}$	$15,5 \cdot 10^{-2}$	$10,3 \cdot 10^{-2}$
Избыточный относительный риск (ERR) (для всех солидных злокачественных новообразований в совокупности)	$7,3 \cdot 10^{-2}$	$6,1 \cdot 10^{-2}$	$4,9 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$
Избыточный абсолютный риск (EAR) (для злокачественных новообразований в щитовидной железе), количество дополнительных смертей на 100 000 чел.	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-5}$
Избыточный относительный риск (ERR) (для злокачественных новообразований в щитовидной железе)	$17,5 \cdot 10^{-1}$	$14,6 \cdot 10^{-1}$	$11,7 \cdot 10^{-1}$	$8,8 \cdot 10^{-1}$	$5,8 \cdot 10^{-1}$

Таким образом, для ситуации однократного облучения мужчин в возрасте 30 лет при запроектной аварии (общая эффективная доза для наиболее загрязненной зоны 1 равна 61,98 мЗв) избыточный абсолютный риск для всех злокачественных образований равен 0,31, то есть 3,1 дополнительных смертей на  $10^6$  человек; при проектной аварии (общая эффективная доза для наиболее загрязненной зоны 1 равна 8,79 мЗв) избыточный абсолютный риск для всех злокачественных образований составляет 0,039, то есть 0,39 дополнительных смертей на  $10^6$  человек.

**Закключение.** Ситуация аварийного облучения является непредвиденной и требует проведения неотложных защитных мероприятий, а также определенных мер защиты персонала, населения и окружающей среды. Следовательно, необходимо иметь план быстрого и эффективного реагирования на аварийные ситуации, который включает в себя оценку радиологической ситуации и заблаговременную выработку критериев, определяющих, когда должны предприниматься различные защитные меры.

В работе показана применимость разработанного программного модуля, созданного в мультифизическом комплексе COMSOL 5.6, для комплексной оценки радиационного воздействия на персонал АЭС при различных аварийных ситуациях. На основании полученных значений относительной концентрации радиоактивных аэрозолей по зонам удаления от источника выброса проведены дальнейшие расчеты средних объемных активностей радионуклидов в приземном слое воздуха, суммарной ингаляционной дозы, эффективной дозы внешнего облучения, избыточного и абсолютного рисков для злокачественных новообразований щитовидной железы при различных условиях, общей эффективной дозы облучения персонала, а также показателей радиационного риска при профессиональном облучении.

Данная информация может быть использована, в том числе, для заблаговременной выработки критериев принятия различных защитных мер в аварийных ситуациях на АЭС с выбросом радионуклидов. Тем самым обеспечивается возможность управления радиационными рисками персонала атомной станции при ликвидации последствий аварии, что включает предотвращение серьезных детерминированных эффектов и разумное снижение риска стохастических эффектов.

Главной особенностью примененного методического подхода является анализ процессов переноса и осаждения аэрозольных частиц в турбулентном потоке с учетом инфраструктуры промышленной площадки станции, которая может вносить значительные возмущения в воздушный перенос радиоактивных аэрозолей и, как следствие, неравномерности распределения концентраций, особенно на небольших расстояниях, что актуально для промплощадки АЭС.

Алгоритм оценки радиологических последствий при различных аварийных ситуациях используется в деятельности Экспертного научно-технического центра НАН Беларуси.

### Список использованных источников

1. Публикация 103 Международной комиссии по радиационной защите (МКРЗ) / под ред. М. Ф. Киселёва, Н. К. Шандалы. – М.: ООО ПКФ «Алана», 2009. – 312 с.
2. Орловская, В. И. Прогнозная оценка дозовых нагрузок на персонал АЭС-2006 при проектных авариях с учетом типовой инфраструктуры промплощадки / В. И. Орловская, А. Г. Трифонов // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 1. – С. 111–118. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-111-118>
3. Орловская, В. И. Прогнозная оценка дозовых нагрузок на персонал АЭС-2006 при запроектных авариях с учетом типовой инфраструктуры промплощадки / В. И. Орловская, А. Г. Трифонов // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2019. – Т. 64, № 4. – С. 485–490. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-4-485-490>
4. Андрижиевский, А. А. Анализ процессов переноса и осаждения аэрозольных частиц на характерных поверхностях инфраструктуры АЭС / А. А. Андрижиевский, А. Г. Трифонов, Л. С. Кулик // Труды БГТУ. Химия и технология неорганических веществ. – 2014. – № 3 (167). – С. 89–93.
5. Исследование современных моделей радиационных рисков НКДАР ООН, МКРЗ и ВОЗ при их применении для оценки радиационных рисков в ситуациях аварийного облучения / С. Ю. Чекин [и др.] // Радиация и риск. – 2020. – Т. 29, № 2. – С. 5–20.

### References

1. Kiselyov M. F., Shandala N. K. (eds.). *Publication 103 International Commissions on Radiation Protection (ICRP)*. Moscow, Prod. LLC PKF Alana, 2009. 312 p. (in Russian).
2. Orlovskaya V. I., Trifonov A. G. Dose assessment for NPP-2006 staff for design basis accident taking into account typical site's infrastructure. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2018, vol. 63, no. 1, pp. 111–118 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-111-118>
3. Orlovskaya V. I., Trifonov A. G. Dose assessment for NPP-2006 staff for beyond design basis accident taking into account typical site's infrastructure. *Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2019, vol. 64, no. 4, pp. 485–490 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2019-64-4-485-490>
4. Andrizhievskii A. A., Trifonov A. G., Kulik L. S. Analysis of transfer and deposition processes of aerosol particles on the characteristic surfaces of NPP infrastructure. *Trudy BGTU. Khimiya i tekhnologiya neorganicheskikh veschestv [Proceedings of BSTU. Chemistry and Technology of Inorganic Substances]*, 2014, no. 3 (167), pp. 89–93 (in Russian).
5. Chekin S. Yu., Lovachev S. S., Kashcheeva P. V., Kashcheev V. V., Maksoutov M. A., Vlasov O. K., Shchukina N. V. Research of modern models of radiation risks from UNSCEAR, ICRP and WHO at their application for assessment of radiation risks in emergency exposure situations *Radiatsiya i risk = Radiation & Risk*, 2020, vol. 29, no. 2, pp. 5–20 (in Russian).

### Информация об авторах

*Орловская Валентина Игоревна* – научный сотрудник, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (а/я 119, 220109, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [valentina.valentina.orlovskaya@mail.ru](mailto:valentina.valentina.orlovskaya@mail.ru)

*Трифонов Александр Георгиевич* – доктор технических наук, доцент, заместитель генерального директора по науке, Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны Национальной академии наук Беларуси (а/я 119, 220109, Минск, Республика Беларусь). E-mail: [tral@sosny.bas-net.by](mailto:tral@sosny.bas-net.by)

### Information about the authors

*Valentina I. Orlovskaya* – Researcher, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (220109, Minsk, P. O. Box 119). E-mail: [valentina.valentina.orlovskaya@mail.ru](mailto:valentina.valentina.orlovskaya@mail.ru)

*Alexander G. Trifonov* – D. Sc. (Engineering), Associate Professor, Deputy Director General on Science Work, Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of the National Academy of Sciences of Belarus (220109, Minsk, P. O. Box 119). E-mail: [tral@sosny.bas-net.by](mailto:tral@sosny.bas-net.by)